Труды МАИ. Выпуск № 117 http://trudymai.ru/
УДК 539.3 DOI: 10.34759/trd-2021-117-05

Шумопоглощающие свойства однородной пластины с произвольными граничными условиями под воздействием плоской гармонической волны в акустической среде

Локтева Н.А.[1,2*], Иванов С.И.[3]**

[1]Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия

[2]НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Мичуринский проспект, 1, Москва, 19192, Россия

[3]Российская самолетостроительная корпорация «МИГ», 1-й Боткинский проезд, 7, Москва, 125284, Россия

**e-mail: nlok@rambler.ru*

***e-mail: stanis-ivanov@yandex.ru*

Статья поступила 23.03.2021

Аннотация

Основной целью данной работы является определение перемещений пластины при заданных граничных условиях. В силу чисто математических трудностей, как правило в подобных задачах рассматривается ограниченное число видов закрепления звукоизоляционных панелей, сводящееся к граничным условиям, соответствующим свободному опиранию. Предлагаемый подход предполагает нахождение решения задачи о шумопоглощающих свойствах однородной бесконечной пластины. После чего, используя компенсирующие нагрузки, добиваться выполнения граничных условий в определённых точках бесконечной пластины. При этом постановка задачи предполагается связанной, где учитывается не только прямое воздействие волны на

преграду, но и поведение акустических сред до и после шумопоглощающего препятствия.

Ключевые слова: пластина Кирхгофа-Лява, акустическая среда, гармоническая волна, произвольные граничные условия, функции влияния.

Введение

Негативное влияние повышенного шумового фона давно доказано и сомнению не подлежит. Однако расширение в первую очередь транспортной инфраструктуры в рамках уже существующей застройки в современных городах не позволяет расположить трассы и железнодорожные полотна на таком расстоянии от жилых домов и офисных зданий, что бы отрицательное влияния шума от движущегося транспорта было в пределах, установленных нормативами. Частичное решение данной проблемы найдено и заключается в установке звукоизолирующих преград в виде панелей различной конфигурации. Кроме того, на данный момент развивается целое направление в исследовании акустических воздействий в авиации на летательные аппараты. Оболочки, их сегменты и пластины различной конфигурации являются неотъемлемой частью конструкции современной авиационной и космической техники. Активно исследуется воздействие различных нагрузок на данные элементы конструкций в акустических средах [1, 2].

Теоретические изыскания в данной области сводятся, как правило, к исследованию звукопоглощающих свойств однородных панелей, представляющих из себя пластины или оболочки [3, 4, 5]. В последнее время начали активно изучаться звукопоглощающие свойства многослойных и композитных пластин [6,7, 8, 9, 10].

Кроме того, выполняются исследования пластин различной структуры, закрепленных на различных основаниях [11]. В силу чисто математических трудностей, рассматривается ограниченное число видов закрепления звукоизоляционных панелей, сводящееся к граничным условиям, соответствующим шарнирному опиранию. Так как только при таком специальном виде закрепления возможен подбор собственных функций, обеспечивающих разложение в ряды и совпадение четных и нечетных производных при решении дифференциальных уравнений, описывающих движение исследуемых звукопоглощающих препятствий. При использовании других видов закрепления возникают существенные математические сложности [12]. Кроме того, как правило изучается непосредственное влияние нагрузки на пластины и оболочки, не учитывающие окружающую пластину акустическую среду.

Таким образом нахождение методов решения связанных задач взаимодействия акустических сред и пластины, которая закреплена произвольным образом, представляет существенный интерес. Подход, используемый для решения задач с произвольными граничными условиями, в общем случае применим для решения других задач в частности теории пластин и оболочек. Он предполагает нахождение решения задачи о шумопоглощающих свойствах однородной бесконечной пластины. Стоит отметить что аналогичные исследования проводились неоднократно [13, 14,15]. После чего, используя компенсирующие нагрузки, добиваться выполнения граничных условий в определённых точках бесконечной пластины.

В данной работе разработан общий подход к решению задач с произвольными граничными условиями для пластин. Решена задача о взаимодействии плоской гармонической волны с бесконечной однородной пластиной Кирхгофа-Лява.

Определены нормальные перемещения средней линии пластины в зависимости от частоты набегающей волны. Для использования метода компенсирующих нагрузок найдены функции влияния для вспомогательных сил, призванных обеспечить выполнение граничных условий в заданных точках. Исходя из заданных граничных условий определены значения компенсирующих сил при жестком закреплении краев пластины. В качестве примера на основании суперпозиции найдены нормальные перемещения средней линии пластины, соответствующих жесткому закреплению с двух краев и шарнирному закреплению. Продемонстрировано выполнение граничных условий в обоих случаях. Определен коэффициент звукопоглощения для жестко закрепленной пластины.

Научная новизна работы заключается в рассмотрении задач взаимодействия акустических волн с преградой, закрепленной произвольным образом. При этом постановка задачи предполагается связанной, где учитывается не только прямое воздействие волны на преграду, но и поведение акустических сред до и после шумопоглощающего препятствия. Такая постановка задачи позволяет определить уровень шума не только непосредственно на границе пластины и акустической среды, но и на любом расстоянии от нее.

Постановка задачи

Основной целью данной работы является определение перемещений пластины при заданных граничных условиях. На (рис.1), в качестве примера, приведена бесконечная по координате *Oy* пластина, описываемая уравнениями Кирхгофа-Лява [14], с жестко закрепленными краями.

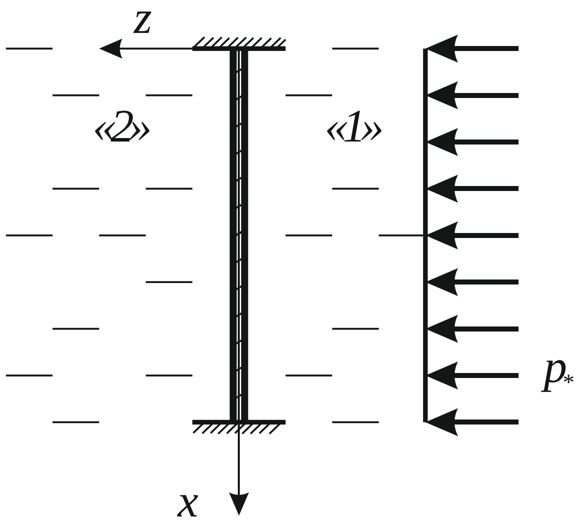

Рис.1 Задача о взаимодействии плоской гармонической волны с пластиной в акустической среде

Решение задачи с произвольными граничными условиями будет складываться фактически из объединения решений двух задач.

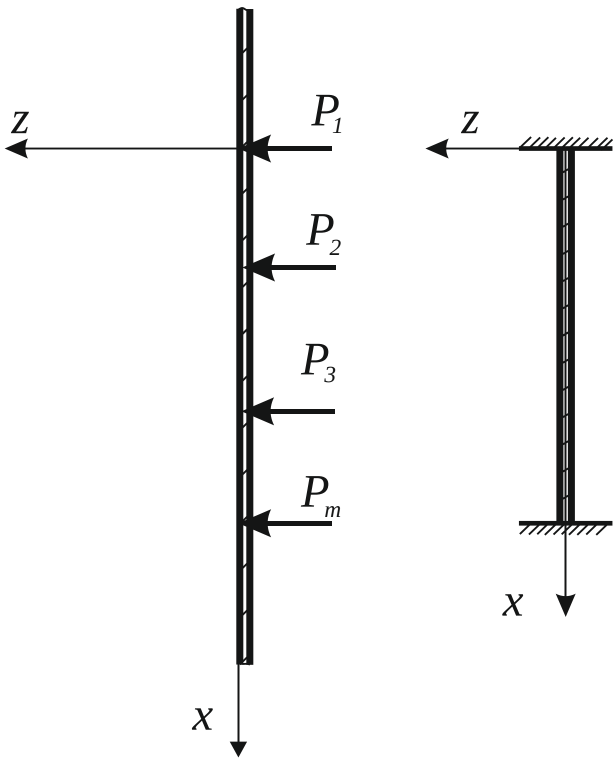

Рис.2 Эквивалентность между бесконечной пластиной и пластиной конечной длины

В первую очередь решается задача о прохождении гармонической плоской волны через бесконечную пластины, аналогично [16]. Движение пластины описывается уравнениями Кирхгофа-Лява. На данном этапе решения ставится задача получения перемещения $w^{\infty}(x,\omega)$ средней линии пластины под воздействием плоской гармонической волны, набегающей на нее из первой акустической среды.

Для нахождения решения, соответствующего заданным граничным условиям необходимо определить функцию влияния для нормальных перемещений бесконечной пластины Кирхгофа-Лява. Для этого к бесконечной пластине прикладывается Дельта-функция и, решая соответствующее уравнение, определяется фонация влияния G_m.

Далее, необходимо найти перемещение пластины как свертку функции влияния G_m с внешним силовым фактором P_m - компенсационными нагрузками [17,18,19]. В силу особенности модели пластины, используются только силы. Величины данных сил определяются из конкретных граничных условий на основании уравнения (1).

После чего перемещение пластины с искомыми граничными условиями (рис.2) определяется как:

$$w(x,\omega)=w^{\infty}(x,\omega)+\sum_{m=1}^{j}G_m(x_m,\omega)*P_m \tag{1}$$

где m - порядковый номер граничного условия, j - количество граничных условий на краях ограниченной пластины, P_m - силы приложенные к бесконечной пластине таким образом, что бы удовлетворялись граничные условия. Их значения определяются из граничных условий. После чего перемещение средней лини пластины при произвольных граничных условиях определяют на основании формулы (1).

1. Задача о прохождении плоской гармонической волны через бесконечную пластину в акустической среде

Рассматривается бесконечная пластина, окруженная с двух сторон акустическими средами «1» и «2» (рис. 2). Задача рассматривается в плоской постановке. Движение пластины описывается с помощью уравнений Кирхгофа-Лява [16]. В общей постановке задачи акустическая среда «1» имеет плотность ρ_1, а скорость распространения в ней звуковых волн c_1, а акустическая среда «2» имеет плотность ρ_2, а скорость распространения в ней звуковых волн c_2. В дальнейшем будем считать свойства сред «1» и «2» одинаковыми и обозначать плотность и скорость звука как ρ_0 и c.

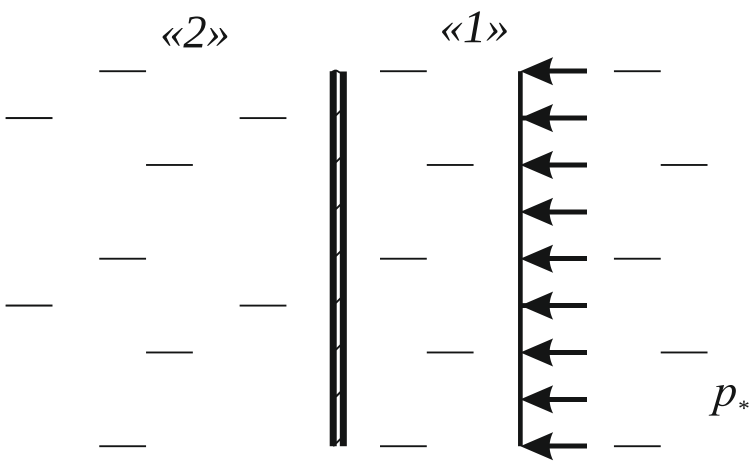

Рис. 3. Постановка первой задачи о прохождении плоской гармонической волны через бесконечную пластину

Используется Декартова система координат $Oxyz$, при этом предполагается, что плоскость Oxy для пластины является срединной, а ось Oz направлена в глубину среды «2». На пластину набегает гармоническая звуковая волна с амплитудой давления на фронте p_* и частотой ω. В результате ее взаимодействия с пластиной в окружающих средах «1» и «2» возбуждаются давления с амплитудами p_1 и p_2 соответственно. p_2 – амплитуда давления прошедшей волны, p_1 – сумма амплитуд давлений падающей p_* и отраженной волны p_{1w}.

1.1 Связь движения среды и перемещений пластины

Для решения задачи в связанной постановке необходимо определить связь давлений с кинематическими параметрами пластины, для чего рассматривается следующая вспомогательная задача.

Предполагается, что на границе $z = 0$ акустического полупространства задано нормальное перемещение, изменяющееся по времени по гармоническому закону (w_j и v_j $(j = 1,2,3)$ – координаты векторов перемещения w и скорости v в жидкости):

$$w_3\big|_{z=0} = w_0(x, y)e^{i\omega t}; \tag{2}$$

Требуется найти давление на границе полупространства $p\big|_{z=0} = p_0(x, y)e^{i\omega t}$. При этом все искомые функции изменяются по закону (2).

В этом разделе рассматривается плоская задача, в которой полагается, что все искомые функции зависят только от координат x и z, а также:

$$v_2 \equiv 0; \tag{3}$$

В этом случае граничное условие с учетом принятого соглашения относительно обозначений принимает вид:

$$v_3\big|_{z=0} = i\omega w_0\left(x\right); \tag{4}$$

а уравнение движения акустической жидкости относительно потенциала скорости записывается так (в обозначении Φ_a нижний индекс опущен):

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} + k^2\Phi = 0; \tag{5}$$

При этом амплитуды давления и скоростей определяются следующими равенствами:

$$p = -i\omega\rho_0\Phi\ ,\ v_1 = \frac{\partial\Phi}{\partial x},\ v_3 = \frac{\partial\Phi}{\partial z}; \tag{6}$$

Решение данной задачи, как и в пространстве отображений, так и для оригиналов, известно из [17]. Для давления на поверхности полупространства после применения преобразования Фурье, известна следующая взаимосвязь с перемещением на границе среды:

$$\begin{gathered} p_0^F = w_0^F\left(q\right)\Gamma^F\left(k,q\right), \\ \Gamma^F\left(k,q\right) = \frac{\rho_0\omega^2\varepsilon\left(k,q\right)}{k_0\left(k^2,q^2\right)}, \varepsilon\left(k,q\right) = \begin{cases} i \text{ при } \left|q\right| < k, . \\ -1 \text{ при } \left|q\right| > k; \end{cases} \end{gathered} \tag{7}$$

1.2 Задание плоской гармонической набегающей волны

На пластину из среды «1» набегает плоская гармоническая волна. Примем, что плоские волны, распространяются вдоль положительного направления оси Oz. В этом случае полагаем $\Phi_a = \Phi_a\left(z\right)$. Амплитуда потенциала, с учетом гармоничности потенциала $\Phi = \Phi_a e^{i\omega t}$, удовлетворяет уравнению (здесь штрихами обозначена производная по z):

$$\Phi_a'' + k^2\Phi_a = 0; \tag{8}$$

Его решение, удовлетворяющее условию Зоммерфелльда, имеет вид (A_Φ - произвольная постоянная):

$$\Phi_a = A_\Phi e^{-ikz}. \tag{9}$$

Решение данной задачи так же известно из [17] и соотношения для потенциала и давления плоской волны имеют вид:

$$\Phi = A_\Phi e^{-ik(z-ct)},\ p = A_p e^{-ik(z-ct)},\ A_p = -i\omega\rho_0 A_\Phi. \tag{10}$$

1.3 Движение пластины Кирхгофа-Лява

Для данной задачи будем использовать пластину Кирхгофа-Лява [16]. Система уравнений, описывающая движение пластины, состоит из уравнения движения, кинематических и физических соотношений. В силу особенностей постановки задачи уравнение преобразуется в уравнение движения пластины Кирхгофа в перемещениях:

$$\rho h \frac{d^2 w}{dt^2} = -D\frac{\partial^4 w}{\partial^4 x} + p\ , \tag{11}$$

λ и μ - параметры Ламе, которые определяются следующим образом:

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}; \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}; \tag{12}$$

$$D = I(\lambda + 2\mu) \tag{13}$$

где I - погонный момент инерции сечения, ρ – плотность пластины , h - толщина пластины, w - нормальное перемещение, t - время, p - давление набегающей волны, E - модуль упругости, ν - коэффициент Пуассона.

В уравнении (11) перемещение и амплитуда давления являются гармоническими функциями и раскладываются в соответствующие ряды:

$$w = w_a e^{-i\omega t};\, p = p_a e^{-i\omega t}; \tag{14}$$

Где p_a - амплитуда давления; ω - частота; i – мнимая единица.

С учётом разложения (12) перепишем уравнение движения (11):

$$-\omega^2 \rho h w_a = -D\frac{\partial^4 w_a}{\partial x^4} + p_a; \tag{15}$$

где $p_a = p_1 - p_2;$ (16)

Аналогично предыдущим пунктам применим к данному уравнению преобразование Фурье по координате *x*. Тогда уравнение в преобразовании Фурье выглядит следующим образом:

$$-\omega^2 \rho h w_a^F = -Dq^4 w_a^F + p_a^F \tag{17}$$

1.4 Решение задачи о прохождении волны через бесконечную пластину

Для решения уравнения (17) и определения нормальных перемещений, подставим в данное выражение значения амплитуд давления волн в средах «1» и «2», а также амплитуду давления в набегающей волне.

$$p = p_1 - p_2, \tag{18}$$

где: $p_1 = p_* + p_{1w}$, p_{1w} - отраженная волна.

Так как уравнение (17) решается в пространстве отображений, то и значения давлений с учетом (7) в средах подставляются в следующем виде:

$$
\begin{aligned}
p_{1w}^F &= -w_a^F(q) * \Gamma^F(k,q) \\
p_2^F &= w_a^F(q) * \Gamma^F(k,q)
\end{aligned}
\qquad (19)
$$

Тогда (18) перепишется следующим образом:

$$p_1^F - p_2^F = p_*^F - 2w_a^F(q) * \Gamma^F(k,q) \qquad (20)$$

Для плоской волны выражения давления в набегающей волне запишутся следующим образом:

$$p_*^F = -2\pi i \omega \rho_0 A \delta(q) \qquad (21)$$

Тогда в пространстве отображений уравнение примет вид:

$$-\omega^2 \rho h w_a^F(q) = -Dq^4 w_a^F(q) + p_*^F - 2w_a^F(q) * \Gamma^F(k,q) \qquad (22)$$

Тогда нормальные перемещения в пространстве отображений определяются как

$$w_a^F(q) = \frac{p_*^F}{\left(-\omega^2 \rho h + Dq^4 + 2\Gamma^F(k,q)\right)} \qquad (23)$$

где $\Gamma^F(k,q) = \dfrac{\rho_0 \omega^2 \varepsilon(k,q)}{\sqrt{\left|k^2 - q^2\right|}}, \varepsilon(k,q) = \begin{cases} i \text{ при } |q| < k, \\ -1 \text{ при } |q| > k. \end{cases}$

С учетом того, что воздействующая волна является плоской и не зависит от координаты q, нормальные перемещения определяются как

$$w_a^F(0) = \frac{p_*^F}{\left(-\omega^2 \rho h + 2\Gamma^F(k,0)\right)}$$

(24)

Учитывая что выражение (24) зависит исключительно от частоты ω, то оригинал нормальных перемещений определяется как:

$$w_a = \frac{-i\omega\rho_0}{\left(-\omega^2\rho h + 2i\rho_0\omega c\right)} = w^\infty\left(\omega\right) \tag{25}$$

2. Определение функции влияния нормальных перемещений

Рассматривается бесконечная пластина, на которую воздействует статичная дельта-функция $\delta\left(x\right)$. В данном случае не имеет смысла использовать нестационарную Дельта-функцию [20]. Движение пластины описывается уравнением

$$-D\Delta\Delta G\left(x\right) + \delta\left(x\right) = 0 \tag{25}$$

С учетом зависимости только от координаты x, (25) примет вид

$$-D\frac{\partial^4 G\left(x\right)}{\partial x^4} + \delta\left(x\right) = 0; \tag{26}$$

Решая (26) путем прямого интегрирования получаем значение функции влияния

$$G\left(x\right) = \frac{1}{12}\left|x\right|^3 \tag{27}$$

3. Решение задачи звукоизоляции при произвольных граничных условиях

На основании формулы (1) определяется нормальное перемещение средней линии пластины, совпадающее с перемещением среды «2». Обозначим перемещение бесконечной пластины под воздействием плоской гармонической волны как $w^\infty\left(x,\omega\right)$, тогда

$$w\left(x,\omega\right) = w^\infty\left(\omega\right) + \sum_{m=1}^{j} G_m\left(x - \xi_m,\omega\right) * P_m, \tag{28}$$

где ξ_m - координата приложения силы P_m

Для определения искомого нормального перемещения необходимо знать значения P_m. Для этого на бесконечной пластине выделается участок, соответствующий геометрическим размерам исследуемой конечной пластины (рис.2). На границе этого участка записываются соответствующие граничные условия. После чего с использование выражения (28) устанавливаются неизвестные силы P_m. Количество неизвестных сил P_m соответствует количеству граничных условий. Таким образом, выполнив свертку с полученными знамениями сил, становится возможным определить нормальное перемещение, соответствующее искомой пластине.

Для оценки звукоизолирующих свойств пластины используется коэффициент поглощения преграды как функции частоты ω и пространственных координаты x:

$$\eta = \left| \frac{p_2}{p_*} \right|_{z=0}; \tag{29}$$

Значение p_2 определяется из соотношения (19).

4. Пример. Определение перемещений средней линии жестко закрепленной пластины Кирхгофа-Лява под воздействием плоской гармонической волны

Рассматривается однородная пластина АМГ-6 со следующими параметрами: плотность $\rho = 2640 кг/м^3$, толщина $h = 2*10^{-3} м$, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$, модуль Юнга $E = 0,71*10^{-5} МПа$, длина пластины $l = 3м$. В качестве акустической среды используется воздух, со скоростью распространения $c = 300 м/с$.

На бесконечно пластине выдели участок длиной, соответствующей длине пластины l (рис.4). Соответственно, на границах этого участка должны выполняться граничные условия, соответствующие жёсткой заделке:

$$w\Big|_{x=\xi_1,\xi_4}=0,\ \frac{dw}{dx}\Big|_{x=\xi_1,\xi_4}=0 \tag{30}$$

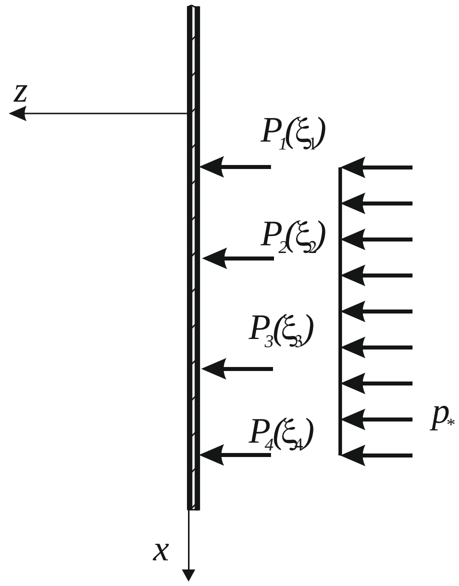

Рис.4 Схема приложения нагрузок к бесконечной пластине, эквивалентная жесткому защемлению ограниченной пластины

Тогда уравнение (28) для рассматриваемого примера запишется как

$$\begin{gathered}w(x,\omega)=w^{\infty}(\omega)+G_1(x-\xi_1,\omega)P_1+G_2(x-\xi_2,\omega)P_2+\\+G_3(x-\xi_3,\omega)P_3+G_4(x-\xi_4,\omega)P_4.\end{gathered} \tag{31}$$

Где ξ_m имеют следующие значения точек приложения $\xi_1=1м,\xi_2=2м,\xi_3=3м,\xi_4=4м.$ С учетом полученных функций влияния находим необходимые значения перемещений и производных

$$w(x,\omega)=w^{\infty}(\omega)+\frac{1}{12D}\left|x-\xi_1\right|^3 P_1+\frac{1}{12D}\left|x-\xi_2\right|^3 P_2+$$
$$+\frac{1}{12D}\left|x-\xi_3\right|^3 P_3+\frac{1}{12D}\left|x-\xi_4\right|^3 P_4.$$
$$w'(x,\omega)=w^{\infty}(\omega)+\frac{1}{12D}\left|x-\xi_1\right|^2 \operatorname{sign}(x-\xi_1)P_1+ \tag{32}$$
$$+\frac{1}{12D}\left|x-\xi_2\right|^2 \operatorname{sign}(x-\xi_2)P_2+\frac{1}{12D}\left|x-\xi_3\right|^2 \operatorname{sign}(x-\xi_3)P_3+$$
$$+\frac{1}{12D}\left|x-\xi_4\right|^2 \operatorname{sign}(x-\xi_4)P_4.$$

Подставляя полученные функции влияния (27) и находя значения производных из (30) из полученной системы уравнений получаем значения P_1, P_2, P_3, P_4. Полученные значения используются в (31), на основании которого находятся значения нормальных перемещений на соответствующем участке и выполняются граничные условия.

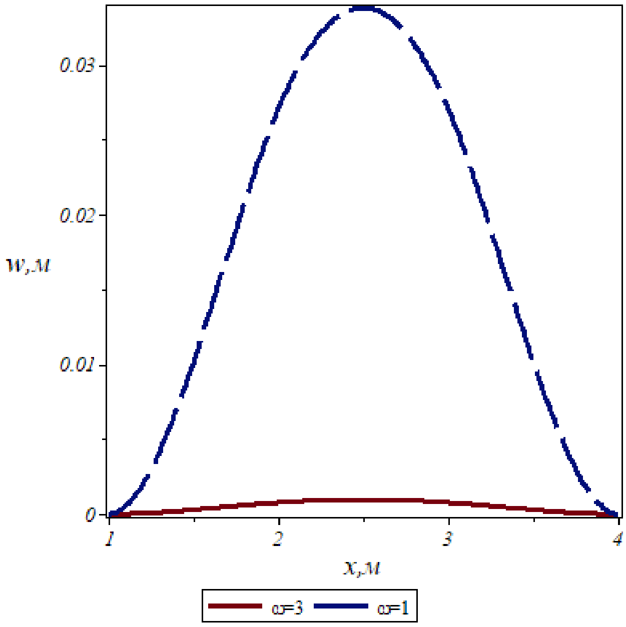

Рис. 5 Нормальные перемещения, возникающие в бесконечной пластине, эквивалентные перемещениям в пластине с защемленными краями

Исходя из примера, очевидно, что значения нормальных перемещений, полученных в точках, эквивалентных точкам жесткого закрепления ограниченной пластины, соответствуют граничным условиям (30) (рис.5).

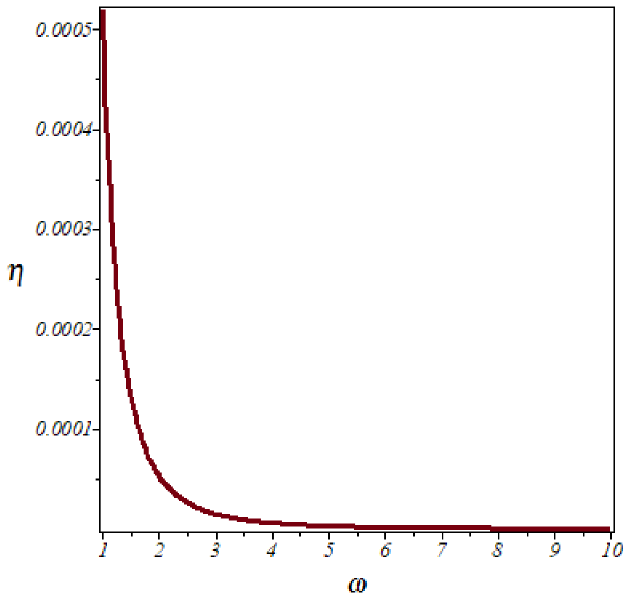

Рис. 6 Зависимость коэффициента поглощения преграды от частоты набегающей волны

В качестве дополнительного примера рассмотрим шарнирно опертую пластину с соответствующими граничными условиями (32), под воздействием плоской гармонической волны. Найдем перемещения эквивалентной ей бесконечной пластины с компенсационными нагрузками.

$$w\big|_{x=\xi_1,\xi_4}=0,\left.\frac{d^2w}{dx^2}\right|_{x=\xi_1,\xi_4}=0 \tag{32}$$

На рис. 7 изображены нормальные перемещения шарнирно опертой пластины. Очевидно, что граничные условия так же выполняются.

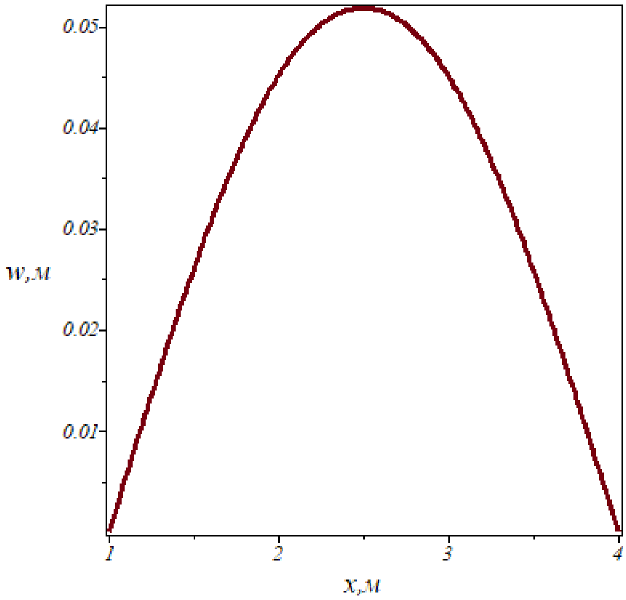

Рис. 7 Нормальные перемещения, возникающие в бесконечной пластине, эквивалентные перемещениям в шарнирно опертой пластине

Выводы

Разработан общий подход к решению задач с произвольными граничными условиями для пластин. Решена задача о взаимодействии плоской гармонической волны с бесконечной однородной пластиной Кирхгофа-Лява. Определены нормальные перемещения средней линии пластины в зависимости от частоты набегающей волны. Для использования метода компенсирующих нагрузок найдены функции влияния для вспомогательных сил, призванных обеспечить выполнение граничных условий в заданных точках. Исходя из заданных граничных условий определены значения компенсирующих сил при жестком закреплении краев пластины. В качестве примера на основании суперпозиции найдены нормальные перемещения средней линии пластины, соответствующих жесткому закреплению с двух краев и шарнирному закреплению. Продемонстрировано выполнение граничных условий в обоих случаях. Определен коэффициент звукопоглощения для жестко закрепленной пластины.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 19-08-00968 А.

Библиографический список

1. Денисов С.Л., Медведский А.Л. Разработка и верификация численно-аналитического метода расчёта отклика пластин на широкополосное акустическое воздействие // Труды МАИ. 2016. № 91. URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=75542

2. Паймушин В.Н., Газизуллин Р.К. Исследование звукоизоляционных свойств абсолютно жесткой пластины, помещенной на деформируемых опорных элементов между двумя преградами // Ученые записки Казанского университета. Серия: физико-математические науки. 2013. Т. 155. № 3. С. 126 – 141.

3. Стретт Д.В. Теория звука: в 2 т. – М.: Гостехтеориздат, 1955. Т. 2. - 474 с.

4. Бобылев В.Н., Моисеев В.А. Расчет звукоизоляции однослойных ограждающих конструкций. - Нижний Новгород: ННГАСУ, 2000. - 55 с.

5.Заборов В.И. Теория звукоизоляции ограждающих конструкций. − М.: Стройиздат, 1969. – 185 с.

6. Паймушин В.Н., Газизуллин Р.К. Уточненные аналитические решения связанных задач о свободных и вынужденных колебаниях прямоугольной композитной пластины, окруженной акустическими средами // Ученые записки Казанского

университета. Серия: физико-математические науки. 2020. Т. 162. № 2. С. 160 – 179. DOI: 10.26907/2541-7746.2020.2.160-179

7. Паймушин В.Н., Газизуллин Р.К., Шарапов А.А. Экспериментальное определение параметров звукоизоляции прямоугольной пластины с энергопоглощающим покрытием // Ученые записки Казанского университета. Серия: физико-математические науки. 2015. Т. 157. № 1. С. 114 – 127.

8. Бешенков С.Н., Голоскоков Е.Г., Ольшанский В.П. Исследование звукоизоляционных свойств трехслойных конструкций // Акустический журнал. 1974. Т. 20. № 2. С. 184 - 189.

9. Кузнецова Е.Л., Тарлаковский Д.В., Федотенков Г.В., Медведский А.Л. Воздействие нестационарной распределенной нагрузки на поверхность упругого слоя // Труды МАИ. 2013. № 71. URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=46621

10. Быкова Т.В., Могилевич Л.И., Попов В.С., Попова А.А., Черненко А.В. Радиальные и изгибные колебания круглой трехслойной пластины, взаимодействующей с пульсирующим слоем вязкой жид кости // Труды МАИ. 2018. № 110. URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=112836. DOI: 10.34759/trd-2020-110-6

11. Паймушин В.Н., Тарлаковский Д.В., Газизуллин Р.К., Лукашевич А. Исследование различных вариантов постановки задачи о звукоизоляции прямоугольной пластины, окруженной акустическими средами // Математические методы и физико-механические поля. 2014. Т. 57. № 4. С. 51 – 67.

12. Фирсанов В.В., Во А.Х., Чан Н.Д. Исследование напряженного состояния подкрепленных оболочек по уточненной теории с учетом влияния упругости ребер и

защемленного края // Труды МАИ. 2019. № 104. URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=102130

13. Wilson G.P., Soroka W.W. Approximation to the Diffraction of Sound by a Circular Aperture in a Rigid Wall of Finite Thickness // Journal of the Acoustical Society of America, 1964, vol. 36, pp. 1023 – 1023. DOI:10.1121/1.1909325

14. Kihlman T., Wilson G.P. Subway tunnel acoustics - influence of sound absorption treatment of tunnel walls // Engineering, 1976. URL: https://trid.trb.org/view/51938

15. Kihlman T.K., Nilsson A.C. The effects of some laboratory designs and. mounting conditions on reduction index measurements // Journal of Sound and Vibration, 1972, vol. 24, no. 3, pp. 349 – 364.

16. Горшков А.Г, Медведский А.Л, Рабинский Л.Н., Тарлаковский Д.В. Волны в сплошных средах. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 472 с.

17. Игумнов Л.А., Локтева Н.А., Паймушин В.Н., Тарлаковский Д.В. Звукоизоляционные свойства одномерной трехслойной пластины // Математические методы и физико-механические поля. 2013. Т. 56. № 2. С. 93 - 93.

18. Венцель Э.С., Джан-Темиров К.Е., Трофимов А.М., Негольша Е.В. Метод компенсирующих нагрузок в задачах теории тонких пластинок и оболочек. – Харьков: Б.и., 1992. - 93 с.

19. Коренева Е.Б. Метод компенсирующих нагрузок для решения задач об анизотропных средах // Международный журнал по расчету гражданских и строительных конструкций. 2018. Т. 14. № 1. С. 71 – 77. DOI: 10.22337/2587-9618-2018-14-1-71-77

20. Нгуен Нгок Хоа, Тарлаковский Д.В. Нестационарные поверхностные функции влияния для упруго-пористой полуплоскости // Труды МАИ. 2012. № 53. URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=29269

Noise-absorbing properties of a homogeneous plate with arbitrary boundary conditions under the impact of a plane acoustic wave in acoustic medium

Lokteva N.A.[1,2]*, Ivanov S.I.[3]**

[1]Moscow Aviation Institute (National Research University), MAI,

4, Volokolamskoe shosse, Moscow, A-80, GSP-3, 125993, Russia

[2]Institute of Mechanics Lomonosov Moscow State University,

1, Michurinsky prospect, Moscow, 119192, Russia

[3]Russian Aircraft Corporation «MIG»

7, 1st Botkinskiy proezd, Moscow, 125284, Russia

** e-mail: nlok@rambler.ru*

*** e-mail: stanis-ivanov@yandex.ru*

Abstract

The main purpose of the presented work consists in the displacements determining of the plate under the given boundary conditions. By reason of purely mathematical difficulties, such kind of problems consider, as a rule, a limited number of types of soundproof panels fixing, being reduced to the boundary conditions corresponding to the free bearing. Thus, obtaining techniques for solving the problems associated with interrelation of acoustic media and a plate is of significant scientific value. The approach used to solve problems with arbitrary boundary conditions is generally applicable to solving other problems, particularly, of the theory of plates and shells. It supposes a solution finding of a problem on sound absorbing properties of the homogeneous infinite plate. After this, strive for the fulfillment of boundary conditions in certain points of the infinite plate. The problem setting herewith is assumed related, where not only direct impact of the wave on the obstacle but also the acoustic media behavior prior to and after the noise absorbing

obstacle are being accounted for. This formulation of the problem allows determining the noise level not only directly at the interface between the plate and the acoustic medium, but also at any distance from it.

The article presents the developed general approach to the solution of the problems with arbitrary boundary conditions for the plates. The problem of the plane harmonic wave interaction with the infinite homogeneous Kirchhoff-Love plate has been solved. The midline normal displacements were determined depending on the oncoming wave frequency. Influence functions for auxiliary forces, necessary to ensure the boundary conditions fulfillment in the specified points, were found for employing the method of compensating loads. The compensating forces values were determined based on the boundary conditions for rigid fixing of the plate edges. As an example, normal midline displacements, corresponding to the rigid fixing on the two edges and hinge attachment, were obtained based on superposition. The boundary conditions fulfillment in both cases was demonstrated. The sound absorption coefficient for a rigidly fixed plate has been determined.

Keywords: Kirchhoff-Love plate, acoustic medium, harmonic wave, arbitrary boundary conditions, influence functions

References

1. Denisov S.L., Medvedskii A.L. *Trudy MAI*, 2016, no. 91. URL: http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=75542

2. Paimushin V.N., Gazizullin R.K. *Uchenye zapiski Kazanskogo universiteta. Seriya: fiziko-matematicheskie nauki*, 2013, vol. 155, no. 3. pp. 126 – 141.

3. Strett D.V. *Teoriya zvuka* (Theory of Sound), Moscow, Gostekhteorizdat, 1955, vol. 2, 474 p.

4. Bobylev V.N., Moiseev V.A. *Raschet zvukoizolyatsii odnosloinykh ograzhdayushchikh konstruktsii* (Sound insulation computation of single-layer enclosing structures), Nizhnii Novgorod, NNGASU, 2000, 55 p.

5. Zaborov V.I. *Teoriya zvukoizolyatsii ograzhdayushchikh konstruktsii* (The theory of enclosing structures soundproofing), Moscow, Stroiizdat, 1969, 185 p.

6. Paimushin V.N., Gazizullin R.K. *Uchenye zapiski Kazanskogo universiteta. Seriya: fiziko-matematicheskie nauki*, 2020, vol. 162, no. 2, pp. 160 – 179. DOI: 10.26907/2541-7746.2020.2.160-179

7. Paimushin V.N., Gazizullin R.K., Sharapov A.A. *Uchenye zapiski Kazanskogo universiteta. Seriya: fiziko-matematicheskie nauki*, 2015, vol. 157, no. 1, pp. 114 – 127.

8. Beshenkov S.N., Goloskokov E.G., Ol'shanskii V.P. *Akusticheskii zhurnal*, 1974, vol. 20, no. 2, pp. 184 - 189.

9. Kuznetsova E.L., Tarlakovskii D.V., Fedotenkov G.V., Medvedskii A.L. *Trudy MAI*. 2013, no. 71. URL: http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=46621

10. Bykova T.V., Mogilevich L.I., Popov V.S., Popova A.A., Chernenko A.V. *Trudy MAI*, 2018, no. 110. URL: http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=112836. DOI: 10.34759/trd-2020-110-6

11. Paimushin V.N., Tarlakovskii D.V., Gazizullin R.K., Lukashevich A. *Matematicheskie metody i fiziko-mekhanicheskie polya*, 2014, vol. 57, no. 4, pp. 51 – 67.

12. Firsanov V.V., Vo A.Kh., Chan N.D. *Trudy MAI*, 2019, no. 104. URL: http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=102130

13. Wilson G.P., Soroka W.W. Approximation to the Diffraction of Sound by a Circular Aperture in a Rigid Wall of Finite Thickness, *Journal of the Acoustical Society of America*, 1964, vol. 36, pp. 1023 – 1023. DOI:10.1121/1.1909325

14. Kihlman T., Wilson G.P. Subway tunnel acoustics - influence of sound absorption treatment of tunnel walls, *Engineering*, 1976. URL: https://trid.trb.org/view/51938

15. Kihlman T.K., Nilsson A.C. The effects of some laboratory designs and. mounting conditions on reduction index measurements, *Journal of Sound and Vibration*, 1972, vol. 24, no. 3, pp. 349 – 364.

16. Gorshkov A.G, Medvedskii A.L, Rabinskii L.N., Tarlakovskii D.V. *Volny v sploshnykh sredakh* (Waves in Continuous Media), Moscow, FIZMATLIT, 2004, 472 p.

17. Igumnov L.A., Lokteva N.A., Paimushin V.N., Tarlakovskii D.V. *Matematicheskie metody i fiziko-mekhanicheskie polya*, 2013, vol. 56, no. 2, pp. 93 - 93.

18. Ventsel' E.S., Dzhan-Temirov K.E., Trofimov A.M., Negol'sha E.V. *Metod kompensiruyushchikh nagruzok v zadachakh teorii tonkikh plastinok i obolochek* (Method of compensating loads in problems of the theory of thin plates and shells), Khar'kov, B.i., 1992, 93 p.

19. Koreneva E.B. *Mezhdunarodnyi zhurnal po raschetu grazhdanskikh i stroitel'nykh konstruktsii*, 2018, vol. 14, no. 1, pp. 71 – 77. DOI: 10.22337/2587-9618-2018-14-1-71-77

20. Nguen Ngok Khoa, Tarlakovskii D.V. *Trudy MAI*. 2012, no. 53, URL: http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=29269