

ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации Ковалева Николая Владиславовича "Качественный и асимптотический анализ динамики некоторых квазиконсервативных систем", представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.01 – теоретическая механика

Диссертационная работа Ковалева Н.В. посвящена исследованию квазиконсервативных механических, т.е. консервативных систем, подверженных слабым неконсервативным возмущениям. К таким системам могут относиться системы с диссипацией энергии и, в частности, системы с трением. Это определяет важность и актуальность этой тематики, поскольку учет подобных возмущений необходим при анализе динамики реальных механических систем.

Основной целью диссертационной работы является изучение квазиконсервативных систем, в том числе, систем с сухим трением, с применением асимптотических методов, и развитие таких методов, основанное на применении теории неавтономных интегралов. В связи с этим в диссертационной работе поставлены задачи обобщения классического метода малого параметра решения задачи Коши в теории возмущений путем построения семейства интегралов квазиконсервативной системы в виде прямого разложения в ряд по малому параметру, получение конструктивного критерия существования периодических решений, и применения полученных методов к некоторым конкретным механическим системам с сухим трением. Отметим, что все поставленные в диссертации задачи успешно решены.

Перейдем теперь к описанию диссертационной работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырёх глав, заключения, приложения и списка литературы из 39 наименований. Во введении дается подробный анализ современного состояния рассматриваемой проблемной области.

В первой главе изучаются квазиконсервативные системы с одной степенью свободы. Система представляется в гамильтоновой форме в виде формального ряда по малому параметру. Неавтономный интеграл системы строится в виде формального ряда по этому параметру. Строится цепочка уравнений в частных производных для определения членов этого ряда. Показывается что в переменных действие-угол для нулевого (невозмущенного) приближения эта система уравнений упрощается, что позволяет проводить ее анализ и использовать в практических целях. Далее производится анализ сходимости используемых формальных рядов. Сформулирована и доказана теорема о локальной сходимости рядов прямого

ОБЩИЙ ОТДЕЛ МАИ
Вх. № 7
11" 12 2019

разложения при условии сходимости правых частей уравнений движения. На основе полученных результатов найден критерий существования периодических решений квазиконсервативной системы с одной степенью свободы при наличии двух неавтономных интегралов. Полученный критерий применён для анализа наличия и оценки числа предельных циклов уравнений Дюффинга и Лъенара.

Во второй главе методы, найденные в первой главе распространяются на случай квазиконсервативных систем с несколькими степенями свободы. Предполагается, что невозмущённая система представляет собой автономную гамильтонову систему допускающую разделение переменных, и, следовательно, интегрируема по Лиувиллю. Правые части возмущенной системы представляют собой сходящиеся ряды по степеням малого параметра. Ставится задача построения неавтономных интегралов квазиконсервативных систем слабо связанных осцилляторов. Как и в первой главе неавтономный интеграл системы строится в виде формального ряда по малому параметру. Строится цепочка уравнений в частных производных для определения членов этого ряда. Как и выше для рассматриваемых систем показывается что в переменных действие-угол для нулевого приближения эта система уравнений упрощается, что позволяет проводить ее анализ и использовать в практических целях. На основе полученных результатов формулируется и доказывается критерий существования периодических решений, рассматриваемых квазиконсервативных систем при наличии достаточного количества функционально независимых неавтономных интегралов.

В третьей главе рассматриваются две механические системы с сухим трением. Первая система представляет собой модель тела, стоящего на конвейере, движущемся с постоянной скоростью. Тело (ящик) прикреплено пружинами к неподвижным стенкам. Найдена зона залипания и изучен выход на предельный цикл, являющийся финальным режимом движения. Вторая система представляет собой тело, опирающееся на горизонтальную неподвижную плоскость при наличии сухого трения. К телу пружинной прикреплена материальная точка, которая может совершать прямолинейные колебательные движения. Изучена зона залипания системы. В рамках теории А.Ф. Филиппова решений обыкновенных дифференциальных уравнений с разрывными правыми частями дано обоснование корректности данной модели. Построен граф переходов изображающей точки при отображениях Пуанкаре.

В четвёртой главе изучается система двух тел (ящиков) соединенных пружинной и опирающихся на ленточный конвейер, движущийся с постоянной скоростью. Между телами и лентой действуют силы сухого трения с малым коэффициентом трения. Нулевому значению коэффициента сухого трения отвечает невозмущённая система. Показано, что фазовый поток расслаивается на двумерные инвариантные торы. С использованием метода усреднения доказано стремление траекторий к множеству в фазовом пространстве,

состоящему из предельных инвариантных торов. В переменных действие-угол невозмущённой системы изучены зоны залипания и построены бифуркационные кривые, определяющие изменения сечений этих зон. Методом прямого разложения, с точностью до первого порядка малости коэффициента сухого трения построено семейство неавтономных интегралов кусочно-линейного осциллятора во всём фазовом пространстве.

В приложении для системы двух тел, соединенных пружиной и опирающихся на ленточный конвейер, движущийся с постоянной скоростью, при наличии сухого трения (изученной в главе 4) приведен расчёт коэффициентов разложения неавтономных интегралов в различных зонах вычисления.

Обратимся теперь к описанию недостатков работы. Существенных недостатков в работе нет. В основном они состоят в некоторой нечеткости формулировок. Приведем примеры. В первой главе на стр. 16 дается определение функциональной независимости неавтономных интегралов по всем переменным, включая и время. Однако, при доказательстве теоремы 2 на стр. 24 для применения теоремы об обратной функции требуется независимость по фазовым переменным (x и y). На стр. 21 при формулировке теоремы 1 надо требовать абсолютную сходимость рядов, а не простую сходимость. Во второй главе на стр. 35 не сказано, что для наличия осцилляторов гамильтонианы H_k должны иметь изолированный экстремум (максимум или минимум). Далее на стр. 37 предполагается, что частоты системы отличны от нуля, т.е. требуется также невырожденность такого экстремума - но об этом не сказано явно. В главах 3 и 4 на стр. 42 уравнение движения (3.1) системы с сухим трением неполное. Его неверно называть уравнением движения, поскольку отсутствует режим трения покоя. Хотя ниже на стр. 43 об этом говорится. То же относится и к уравнению (3.6) на стр. 46 и уравнениям (4.1) на стр. 51. На стр. 57 инвариантные торы ищутся в области задаваемой неравенством (4.13) но не рассматривается вопрос о том не выходят ли решения из этой области. При описании систем, которые изучаются в этих главах, следовало бы говорить не о ящиках на конвейере, а о точках, или тонких пластинах на подвижной прямой, или же задать высоту ящика равной нулю. Если, как показано на рисунках 3.1, 3.4, 4.1 пружины прикреплены на некоторой высоте над конвейером, то моменты, создаваемые пружинами и силами трения, теоретически могут приводить к отрыву основания от ленты конвейера.

Указанные недостатки не являются существенными и не влияют на общую положительную оценку работы. Диссертация является законченным научным исследованием. Основные результаты работы обсуждались на научных семинарах, докладывались на российских и международных конференциях и были опубликованы в научной печати. Результаты

диссертации Н.В. Ковалева полно представлены в его публикациях и правильно отражены в автореферате. Считаю, что работа "Качественный и асимптотический анализ динамики некоторых квазиконсервативных систем" удовлетворяет требованиям Положения ВАК, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.01 – теоретическая механика, а ее автор Ковалев Николай Владиславович заслуживает присуждения ей искомой степени.

Официальный оппонент
доктор физико-математических наук
Телефон: +7 (915) 382-85-57
E-mail: kugushev@keldysh.ru
11 ноября 2019 г.



Е.И. Кугушев

Подпись доктора физико-математических наук Е.И. Кугушева заверяю

И.о. декана механико-математического
факультета МГУ им. М.В. Ломоносова
профессор



В.Н. Чубариков

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова»,

119991, Москва, Ленинские горы, д. 1.

Тел.: +7 (495) 939-10-00.

E-mail: info@rector.msu.ru.