

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию Рыбакова Константина Александровича
«Спектральный метод анализа и статистического моделирования
непрерывных стохастических систем», представленную на соискание ученой
степени доктора физико-математических наук по специальности
2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации, статистика

Диссертационная работа Рыбакова К.А. посвящена разработке спектрального метода анализа и статистического моделирования выходных процессов стохастических систем, допускающих описание с помощью стохастических дифференциальных уравнений.

АКТУАЛЬНОСТЬ ТЕМЫ

Стochasticеские дифференциальные уравнения описывают эволюцию непрерывных динамических систем, находящихся под действием случайных сил. Теория стохастических дифференциальных уравнений является мощным математическим инструментом для конструктивного описания случайных процессов.

Анализ и статистическое моделирование непрерывной стохастической системы – важная задача при ее исследовании. Например, по ансамблю траекторий стохастической системы можно оценить вероятностные характеристики состояния (моменты, плотность распределения вероятности и др.). Статистическое моделирование может применяться в прямых методах оптимизации и идентификации непрерывных стохастических систем.

При невозможности моделирования стохастической системы точно возникает потребность в приближенных методах. Нужно отметить, что типичным в такой ситуации шагом является дискретизация по времени, то есть задача рассматривается в другом классе систем – дискретном, в отличие от исходного – непрерывного. Разработка метода анализа и статистического моделирования непрерывных стохастических систем без дискретизации – актуальная задача.

Если же использовать дискретизацию по времени с последующим применением численных методов моделирования, то желательно выбирать методы, обеспечивающие высокую точность результатов. Существующие высокоточные численные методы довольно сложны в реализации, поэтому появление новых идей и разработанных стохастических систем, позволяющих избежать использования таких методов, и поиска новых подходов в этой области оправданы с теоретической и практической точек зрения.

При невозможности моделирования стохастической системы точно, альтернативой является применение методов, основанных на аппроксимации. Такую возможность в различных приложениях можно использовать для решения задачи оценки параметров стохастической системы по наблюдаемым данным. Для этого можно использовать различные методы, в том числе и методы оптимизации. Однако для этого необходимо решить ряд задач, связанных с вычислительной техникой и статистической обработкой данных. Одним из таких методов является спектральный метод, который позволяет решить эти задачи более эффективно, чем другие методы. Важно отметить, что спектральный метод является универсальным и может быть применен для решения различных задач, связанных с оценкой параметров стохастической системы.

**ОТДЕЛ КОРРЕСПОНДЕНЦИИ
И КОНТРОЛЯ ИСПОЛНЕНИЯ
ДОКУМЕНТОВ МАИ**

«22» 10 2014 г.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Диссертация содержит введение, 6 глав, приложение, заключение и список литературы. Общий объем диссертации составляет 548 страниц. Автограф (объем 36 страниц) соответствует содержанию диссертации.

Все результаты диссертации связаны со спектральной формой математического описания систем и спектральным методом. Главы 1 и 4 посвящены применению спектрального метода при описании неслучайных функций одной или многих переменных. В главах 2 и 3 спектральный метод обобщается для описания случайных функций, в том числе решений линейных стохастических дифференциальных уравнений. В главах 5 и 6 рассматриваются представления случайных величин, называемых кратными и повторными стохастическими интегралами, также на основе спектрального метода. Более подробно содержание работы по главам изложено далее.

В главе 1 приводятся основные понятия и определения спектрального метода, связанные со спектральными характеристиками функций и операторов. Доказан ряд теорем: теорема о представлении спектральной характеристики сложной функции специального вида, теорема о представлении спектральной характеристики оператора интегрирования n -го порядка, теорема о следе спектральной характеристики композиции двух операторов умножения и оператора интегрирования. Разработан метод приближенного построения множества спектральных характеристик функций одной переменной с ограничениями.

В главе 2 вводятся определения спектральных характеристик случайных функций и случайных линейных операторов. Изучаются их свойства и представления при выборе конкретных ортонормированных функций в качестве базиса: предложены спектральные представления винеровского и центрированного пуассоновского процессов, связанных с ними случайных линейных функционалов: гауссовского и пуассоновского белых шумов, а также оператора стохастического интегрирования. Доказана теорема о представлении случайного линейного оператора.

В главе 3 разработан спектральный метод анализа выходных процессов и статистического моделирования одномерных и многомерных линейных непрерывных стохастических систем при описании их математических моделей в форме линейных стохастических дифференциальных уравнений с аддитивными или мультиплексивными шумами. На его основе разработан спектральный метод оценивания состояний одномерных и многомерных линейных непрерывных стохастических си-

стем, при этом процесс измерений формируется не обязательно с помощью линейного стохастического дифференциального уравнения, а допускается полиномиальный по состоянию коэффициент сноса. Представлены явные спектральные представления таких случайных процессов, как броуновский мост, процесс Орнштейна–Уленбека, геометрическое броуновское движение, осциллятор Кубо и процесс вращательной диффузии. В качестве прикладной задачи рассмотрено моделирование турбулентного ветра.

В главе 4 спектральное представление рассматривается для функций произвольного числа переменных. Предложены используемые в дальнейшем два метода расчета коэффициентов разложения специальных функций – произведений единичных ступенчатых функций с коэффициентами в виде мономов (относительно разных базисов), проведен сравнительный анализ точности аппроксимации этих функций. Определены пространства функций с дополнительными свойствами существования интегральных следов, которые совпадают с соответствующими матричными следами. Доказаны теоремы о следах для функций из таких пространств.

В главе 5 доказаны теоремы о представлении кратных стохастических интегралов Ито и Стратоновича по винеровским процессам в виде рядов со случайными коэффициентами, установлена связь между ними. Предложены эквивалентные представления в форме разложений по некоррелированным случайным величинам. На их основе исследованы аппроксимационные формулы для кратных стохастических интегралов.

В главе 6 доказаны теоремы о представлении повторных стохастических интегралов Ито и Стратоновича по винеровским процессам с помощью спектральной формы математического описания систем (также рассмотрен общий случай для повторных стохастических θ -интегралов). Изучены частные случаи повторных стохастических интегралов до четвертой кратности включительно. Доказаны теоремы, показывающие эквивалентность полученных спектральных представлений и известных разложений. На основе спектральных представлений повторных стохастических интегралов предложен численно-спектральный метод анализа и статистического моделирования нелинейных непрерывных стохастических систем.

Приложение содержит описание пакета программ спектрального метода.

НАУЧНАЯ НОВИЗНА И ДОСТОВЕРНОСТЬ РЕЗУЛЬТАТОВ

Научная новизна представленных в диссертации результатов не вызывает сомнений. Их можно разделить на следующие группы: результаты, относящиеся к

развитию спектрального метода представления случайных функций (п. 1 результатов, выносимых на защиту) и неслучайных функций (п. 5 и 8 результатов, выносимых на защиту); спектральный метод анализа, статистического моделирования и оценивания состояний линейных непрерывных стохастических систем (пп. 2 и 3 результатов, выносимых на защиту); представления кратных стохастических интегралов (пп. 4, 5 и 7 результатов, выносимых на защиту); представления повторных стохастических интегралов на основе спектрального метода и их применения к статистическому моделированию непрерывных стохастических систем (пп. 6 и 9 результатов, выносимых на защиту). Ссылки в скобках указаны в соответствии со списком на стр. 21-22 диссертации.

Эти результаты вносят весомый вклад в развитие методов анализа и статистического моделирования непрерывных стохастических систем, расширяют спектральную форму математического описания систем, дополняют теорию кратных и повторных стохастических интегралов по винеровским процессам. Достоверность результатов подтверждается корректными математическими доказательствами. Теоретические результаты подтверждены с помощью вычислительных экспериментов. Все расчеты выполнены с помощью разработанного докторантом алгоритмического и программного обеспечения.

ЗАМЕЧАНИЯ

1. В разделе 1.1 приведено понятие базиса для представления функций и он предполагается ортонормированным. Ортонормированность базиса следовало указать и в автореферате.
2. Разложения Тейлора-Ито и Тейлора-Стратоновича из раздела 6.5 лучше привести в разделе 3.1, где определено понятие решения стохастического дифференциального уравнения, то есть до результатов с новыми представлениями для кратных и повторных стохастических интегралов.
3. На странице 351 в формулах используется константа M_J и обозначение $\langle \rangle_J$ со ссылкой на раздел 4.3. Лучше указать ссылки на формулы (4.57) и (4.58) из этого раздела вместо ссылки на весь раздел.
4. В таблицах с погрешностями спектрального метода (в разных главах) результаты для функций Уолша и Хаара одинаковы. Возможно, достаточно было остановиться на выборе только одной из этих двух систем функций.

Замечания по диссертационной работе не снижают научной и практической ценности положений, выносимых на защиту, а также общей положительной оценки о диссертации в целом.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационная работа Рыбакова Константина Александровича выполнена на высоком математическом уровне. Полученные в диссертации результаты опубликованы в 62 работах (из них 20 статей в журналах и трудах конференций, индексируемых в WoS и Scopus, 8 статей в журналах из перечня ВАК, 1 монография, 3 программы для ЭВМ, зарегистрированные в установленном порядке; другие публикации – это в основном тезисы выступлений на конференциях и статьи в сборниках научных трудов).

Диссертационная работа Рыбакова Константина Александровича является завершенной научно-квалификационной работой. Совокупность полученных в ней результатов можно квалифицировать как научное достижение. Уровень полученных результатов отвечает всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. Диссертационная работа отвечает критериям, установленным «Положением о порядке присуждения ученых степеней», а ее автор, Рыбаков Константин Александрович, заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации, статистика.

Профессор ФГБОУ ВО «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»,

доктор физико-математических наук, доцент

Горяинов Владимир Борисович

27.03.2024

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

Телефон 8 (499) 263-63-91

E-mail: vb-goryainov@bmstu.ru



С. отзыва и ознакомлен

К. Рыбаков

02.10.2024