



**МОСКОВСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА  
(МГУ)**

**МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ  
ФАКУЛЬТЕТ**

Ленинские горы, Москва, ГСП-1, 119234

Телефон: 939-12-44, Факс: 939-20-90

<http://www.math.msu.su>

№ \_\_\_\_\_

На № \_\_\_\_\_

**ОТЗЫВ**

официального оппонента на  
диссертационную работу **Волкова  
Александра Владимировича**  
«Применение микро-дилатационной  
теории упругости для уточнённого  
моделирования напряжённо-  
деформированного состояния  
пористых материалов» на соискание  
учёной степени кандидата физико-  
математических наук по  
специальности 01.02.04 – «Механика  
деформируемого твёрдого тела».

**Актуальность темы диссертации и соответствие специальности.**

Наблюдающиеся в последние годы появление и интенсивное внедрение новых материалов в современное машино- и приборостроение вызвало быстрый рост интереса к изучению зависимости их физико-механических свойств от внутренней структуры. Кроме того, возникла потребность в разработке новых методов расчета и проектировании нужных для практического применения тел, изготавливаемых из этих материалов, а также в создании обобщённой теории для изучения свойств деформирования материалов с микроструктурой. Так как, оказалось, что классическая теория, которая до этого господствовала в прикладных методах расчета различных объектов, не способна удовлетворительно описать напряженно-деформированное состояние тел из новых материалов (материалов с микроструктурой). Особенно актуальными эти проблемы стали в последние три десятилетия, когда появились возможности управления структурой материала на уровне отдельных молекул и даже атомов. Сюда на помощь приходит другая теория (другая механика). В частности, микромеханика (микрoконтинуальная теория). Микромеханика твердого тела рассматривает макромеханические свойства материалов, в том числе и поликристаллических металлов, с микроскопических позиций. Поэтому она играет важную роль связующего звена между исследованиями на микро- и макроуровнях. Известно, что для создания новых материалов, недостаточно умения анализировать свойства микроструктуры материала. Необходимо определение связи требуемых макроскопических характеристик материала с микроскопическими характеристиками структуры, умение воспроизводить заданные макроскопические свойства.

В настоящее время достаточно четко сформировались три различных подхода к построению математических моделей сред, отражающих внутреннее взаимодействие элементов структуры:

1) континуальный подход базируется на обобщении континуальной модели среды за счет расширения понятия представительного объема среды, учета

**ОБЩИЙ ОТДЕЛ МАИ**

Вх. № \_\_\_\_\_

06 12 20 19



ротационных степеней свободы микрочастиц и аффинных деформаций мезообъема (континуум Коссера, микроморфная среда Эрингена-Миндлина). Основные трудности этого подхода заключаются в выявлении физического смысла моментных напряжений высших порядков и в отсутствии теории макроскопических экспериментов, на основании которых можно было бы найти связь материальных констант среды с параметрами ее микроструктуры;

2) структурно-феноменологический подход связан с теорией кристаллической решетки и физикой твердого тела;

3) статистический подход основан на пространственном усреднении свойств микронеоднородных сред и переходе от уравнений движения микроэлементов к рассмотрению уравнений макродвижений, отражающих взаимодействие элементов микроструктуры.

Так как подход к построению теории, рассмотренный в диссертации, является континуальным, то подробнее остановимся на нем. Континуальный подход, базируется на понятиях полярности и нелокальности материала, имеющего микроструктуру. Полярность указывает на то, что, помимо деформации окрестности частицы структуры, допускается ее жесткое вращение, в общем случае не связанное с полем перемещений, а нелокальность указывает на зависимость физических свойств материала от влияния частиц окружения. Мысленное разбиение тела на части ограничено некоторым пределом, выражающимся в том, что на некотором уровне происходит качественное изменение физических свойств. Существуют материалы, у которых качественные изменения происходят постепенно, но у кристаллических твердых тел этот предел выражен достаточно четко. Получение представлений о пределах, проявляющихся при измельчении материалов с микроструктурой, представляет проблему поэтапного познания материи. По мере накопления знаний о микроструктуре, которая влияет на механическое поведение материалов, происходит переход на новый уровень познаний, способствующий создавать теорию, позволяющую с новых позиций объяснить механическое поведение. Для укрепления фундаментальной базы теории соответствующего этапа должна быть установлена связь между характеристиками уровня микроструктуры и макроскопическими характеристиками. Поэтому большая роль отводится механике субмакроскопического уровня, устанавливающей переход от микро- к макро-, а также критерии макро- и микроскопических свойств. К структурно-чувствительным материалам (материалам с микроструктурой) в чистом виде неприменима методология континуума. Тем не менее, допустимо распространение методов механики сплошных сред, занимающейся изучением механического поведения материи на макроуровне, на микроуровень. Они оказываются весьма эффективными для объяснения поведения материалов.

По классификации Эрингена А. К. (Eringen A. C.) рассматривают различные среды с микроструктурой (микроконтинуальные среды), в частности микроконтинуум уровня  $N$ . В этом случае внутренняя структура среды описывается с помощью  $N$  векторов, называемых векторами структуры. В случае микроконтинуума уровня  $N=1$  рассматривают следующие среды:



1. Микроморфный континуум (микроморфная среда) (micromorphic continua): полимеры с гибкими молекулами, жидкие кристаллы с боковыми цепями, кровь животных с деформируемыми клетками (ячейками), суспензии с деформируемыми элементами, турбулентные жидкости с гибкими вихрями (воронками) и др.

2. Микроконтинуальная среда с растяжением-сжатием (microstretch continua): легкие животных, шипучие жидкости, гидросмесь, жидкий цементный раствор, глинистая суспензия, жидкая глина, загрязненная атмосфера и жидкости, упругая суспензия, смеси с дыхательными элементами, пористая среда, биологические жидкости: колонии насекомых, маленьких животных, рыб, которые живут в земле, воздухе и морях и др.

3. Микрополярная среда (micropolar continua): жидкие кристаллы с твердыми молекулами, твердые суспензии, кровь животных с твердыми клетками, композиты с рубленными волокнами (chopped fiber composite), кости, магнитные поля, облака с пылью, бетон с гравием, мутная жидкость и др.

Общие теории перечисленных выше сред довольно подробно излагаются в монографии Ерингена А.К. (A. Cemal Eringen Microcontinuum Field Theories I. Foundations and Solids. Springer-Verlag New York, Inc., 1999).

Значит, рассмотренная в диссертационной работе среда, которая называется средой с микро-дилатацией, а соответствующая теория – теорией упругости с микро-дилатацией, входит в число микроконтинуальных сред с растяжением-сжатием (теория микроконтинуальных сред с растяжением-сжатием) как частный случай. Точнее в микро-дилатационной (пористой) среде, рассмотренной в диссертационной работе, микрочастица имеет четыре степени свободы относительно глобальной системы координат, тогда как в микроконтинуальной среде с растяжением-сжатием, рассмотренной в монографии Ерингена А.К., микрочастица имеет семь степеней свободы. В микро-дилатационной среде, рассмотренной в диссертационной работе, микровращений нет.

На основании сказанного выше следует отметить, что, так как все реальные материалы обладают микроструктурой, то развитие различных обобщенных континуальных моделей механики сплошных сред, учитывающих наличие у материалов микроструктуры, является практически и теоретически важным и актуальным.

Одной из таких моделей является микро-дилатационная теория упругости «elasticity with voids theory». Диссертационная работа посвящена поиску масштабных эффектов, возникающих в теории, введению «кажущихся характеристик» (таких, как модуль Юнга и коэффициент Пуассона), которые могут быть использованы в дальнейшем для экспериментального определения констант теории. В настоящее время существует очень мало работ, посвященных определению неклассических констант микро-дилатационной теории упругости. Подготовка теоретической базы для подготовки экспериментов является важной задачей.



Таким образом, тема диссертационной работы Волкова Александра Владимировича является актуальной и соответствует специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твёрдого тела».

## СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Работа состоит из введения, 6 глав и заключения, содержит 102 страницы основного текста, 10 страниц списка литературы, 48 рисунков.

**Во введении**, в соответствии с требованиями к содержанию и оформлению диссертационных работ, автором формулируются цели и задачи исследования, обоснована теоретическая и практическая значимость, приведены результаты, выносимые на защиту.

**В первой главе** описано современное состояние проблемы, дан краткий обзор результатов, полученных в рамках микро-дилатационной теории упругости.

**Во второй главе** приведена вариационная постановка микро-дилатационной теории упругости с поверхностными эффектами.

**В третьей главе** дано решение задачи о чистом изгибе балки в рамках микро-дилатационной теории упругости с поверхностными эффектами. Дается сравнение аналитического и численного решения задачи. Введены «кажущиеся» модули упругости, исследованы масштабные эффекты, возникающие в рамках теории. Показано, что боковые поверхности балки в численном решении не остаются плоскими (в отличие от аналитического решения). Представлено сопоставление НДС балки в классической теории упругости и микро-дилатационной теории упругости.

**В четвёртой главе** рассмотрены численные решения для задач четырёхточечного, трёхточечного и консольного изгиба в микро-дилатационной теории упругости. Для разных задач изгиба введены «кажущиеся» модули упругости. Исследована зависимость «кажущегося» модуля упругости балки от её толщины.

**В пятой главе** приведено обобщение линейной микро-дилатационной теории упругости на случай температурных эффектов. Использована гипотеза Дюамеля-Неймана. Построены аналитическое и численное решения задачи о деформациях пористого слоя на упругом основании. Показано, что при наличии поверхностных эффектов, возможно возникновение опасных растягивающих напряжений на границе двух материалов.

**В шестой главе** рассмотрена задача о деформации полого пористого цилиндра при неравномерном нагреве. Исследуются масштабные эффекты, возникающие в микро-дилатационной теории.

**В заключении** перечислены основные результаты работы, составляющие основу проведённого исследования, имеющие научную новизну и практическую ценность.

## НАУЧНАЯ НОВИЗНА ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Впервые рассмотрено трёхмерное конечно-элементное решение микро-дилатационной теории упругости, введены «кажущиеся» характеристики модуля Юнга и коэффициента Пуассона для различных задач изгиба. Аналитически и



численно решена задача о деформациях пористого слоя на массивном основании в условиях равномерного нагрева. Численно решена задача о деформациях пористого полого цилиндра при неравномерном нагреве.

Автореферат даёт чёткое представление о диссертации и в полной мере отражает её содержание.

## ДОСТОВЕРНОСТЬ НАУЧНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Используемая автором формулировка краевых задач микродилатационной теории упругости, пере проверка большинства задач численными методами (методом конечных элементов) обеспечивают достоверность результатов, полученных в диссертационной работе. Диссертация содержит обзор работ, посвящённых микро-дилатационной теории упругости.

## ПРАКТИЧЕСКАЯ ЗНАЧИМОСТЬ

Полученные решения могут быть использованы для проведения экспериментов по идентификации неклассических констант микро-дилатационной теории упругости. Показано, что конечно-элементное трёхмерное решение хорошо аппроксимирует аналитическое решение и может быть использовано, для решения задач со сложной геометрией, не решаемых аналитически.

## ЗАМЕЧАНИЯ О ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЕ

1) В списке литературы не упомянуты работы Эрингена (Eringen, A.C.), посвящённые исследованию упругих сред с микроструктурой (например, A. Cemal Eringen Microcontinuum Field Theories I. Foundations and Solids. Springer-Verlag New York, Inc., 1999).

2) Следует аккуратнее обосновать использованную терминологию, в частности термин «микро-дилатация».

3) В формулах (17), (18), (19), (24) и (27) вместо буквы  $\phi$  надо писать  $\varphi$ .

4) В третьей главе решается задача о чистом изгибе балки, однако уравнение изгиба не выписано. Кроме того, не даны явные выражения искомым величин, что затрудняет проверить правильность полученного решения. В частности, полученное решение не удовлетворяет граничным условиям на лицевых поверхностях.

5) Формулой (46) определяется величина  $E^*$ , которая называется эффективным модулем упругости. По мнению оппонента, такое название не соответствует принятому в научной литературе определению эффективного модуля. По той же причине в формуле (47) название эффективного коэффициента Пуассона для величины  $\nu^*$  не оправдано.

6) В формуле (74) не ясно, что за величина  $\eta_i$ . Не дано пояснение.



7) Соотношение (76), представляющее Лагранжиан, называется вариационной постановкой, что, конечно, не оправдано. Хотя, дальше дается вариационная постановка краевой задачи.

8) В формуле (97), которая представляет дивергентную форму уравнения, не пояснено как находится дивергенция от матрицы  $\Gamma$ .

9) В тексте диссертации имеются много грамматических ошибок, на которых останавливаться не будем.

Указанные выше замечания не снижают научной ценности и практической значимости результатов, полученных автором в диссертационной работе.

Считаю, что диссертационная работа **Волкова Александра Владимировича** выполнена на хорошем научном уровне и является законченной самостоятельной квалификационной работой. По **актуальности, научной новизне, степени достоверности и практической значимости** диссертационная работа отвечает всем требованиям п. 9 «Положения о присуждении ученых степеней», предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата, а ее автор **Волков Александр Владимирович** заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела».

Официальный оппонент:

Зам. зав. кафедрой механики композитов  
мех-мат ф-та МГУ имени М.В.Ломоносова  
доктор физико-математических наук, доцент

**М.У. Никабадзе**

Подпись Никабадзе Михаила Ушангиевича заверяю:  
Декан механико-математического факультета  
МГУ имени М.В. Ломоносова д.ф.-м.н.  
член корр. АН РФ, профессор



**А.И. Шафаревич**

Сведения об официальном оппоненте:

Полное имя: Никабадзе Михаил Ушангиевич.

**Адрес места работы:** 119234, Москва, ГСП-1,  
Ленинские горы, 1, механико-математический  
факультет МГУ имени М.В. Ломоносова,  
кафедра механики композитов.

Раб. тел.: +7(495)9394343; <http://istina.msu.ru/profile/NikabadzeMU/>,  
[munikabadze@yandex.ru](mailto:munikabadze@yandex.ru), [nikabadze@mail.ru](mailto:nikabadze@mail.ru).

Шифр и наименование специальности, по которой защищены диссертации: 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела».