

Параметрический анализ в операционной среде MATLAB напряжён- деформированного состояния конструктивно-анизотропных панелей из композиционных материалов с учётом технологии изготовления

Гавва Л.М.

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия
e-mail: gavvanv@mail.ru*

Аннотация

Приводятся соотношения математической модели для исследования напряжён-деформированного состояния конструктивно-анизотропных панелей из композиционных материалов. Уточняется математическая модель подкрепляющего элемента в условиях одностороннего контакта с обшивкой. Учитывается влияние процесса технологии изготовления панелей: остаточных температурных напряжений и предварительного натяжения армирующих волокон. На основании вариационного принципа Лагранжа получены разрешающее уравнение восьмого порядка и естественные граничные условия. Рассматривается класс точных решений краевой задачи. В операционной среде MATLAB разработан пакет прикладных программ. Проанализировано влияние конструктивных параметров на уровень напряжений и перемещений.

Ключевые слова: панели из композиционных материалов, эксцентричный продольно-поперечный набор, тонкостенный стержень, несимметричная структура пакета, силовое и температурное нагружение, вариационный принцип Лагранжа, напряжённо-деформированное состояние, MATLAB.

В операционной среде MATLAB построены программы и реализован процесс компьютерной многокритериальной оптимизации с учётом технологии изготовления конструктивно-анизотропных панелей из композиционных материалов, находящихся в условиях силового и температурного воздействия.

Рассматриваются задачи изгиба плоской прямоугольной многослойной панели, изготовленной из полимерных волокнистых композиционных материалов, с эксцентричным продольно-поперечным набором и плоской прямоугольной композитной панели с несимметричной по толщине структурой пакета (рис. 1, 2). Панели находятся под действием произвольным образом распределённой поперечной нагрузки $q(x,y)$ в стационарном температурном поле интенсивности ΔT . Условия закрепления контура предполагаются достаточно общими.

Принимаются во внимание технологические факторы, имеющие место при изготовлении композитов: остаточные температурные напряжения, возникающие при охлаждении после завершения процесса отверждения, и предварительное натяжение армирующих волокон, осуществляемое в целях повышения несущей способности

конструкции. Препреги при укладке слоёв предварительно натянуты, после отверждения натяжение снято.

Задачи решаются в перемещениях с использованием гипотез технической теории тонких пластин для обшивки и приводятся к нахождению смещений единой базисной поверхности приведения. В качестве расчётной модели предлагается схематизация панелей как конструктивно-анизотропных с «размазыванием» жесткостей тонкостенных подкрепляющих элементов, которые находятся в условиях сложного сопротивления вследствие одностороннего контакта с обшивкой. Дальнейшее развитие теории тонкостенных упругих стержней применительно к общей контактной задаче для обшивки и ребра с уточнением модели последнего при закручивании составляет научную новизну работы.

Проблема определения напряжённо-деформированного состояния (НДС) конструктивно-анизотропных панелей сведена к решению краевой задачи для уравнения восьмого порядка в частных производных в прямоугольной области. Данное решение в замкнутом виде построено в одинарных тригонометрических рядах для частного случая согласованных граничных условий по двум противоположным кромкам, а также методом однородных решений для произвольных несогласованных граничных условий на контуре. Рассматриваются все возможные варианты закрепления граничных кромок в отношении связанных плоской задачи и задачи изгиба.

Согласно гипотезе Кирхгофа для компонент вектора перемещений k -ого слоя

ОБШИВКИ

$$\left. \begin{aligned} u^{(k)}(x, y, z) &= u_0(x, y) - \frac{\partial w}{\partial x}(x, y)z^{(k)} \\ v^{(k)}(x, y, z) &= v_0(x, y) - \frac{\partial w}{\partial y}(x, y)z^{(k)} \\ w^{(k)}(x, y, z) &= w(x, y) \end{aligned} \right\} . \quad (1)$$

где $u_0(x, y)$ и $v_0(x, y)$ – перемещения u и v при $z = 0$.

Так как структура слоистой обшивки и всей конструктивно-анизотропной панели несимметрична, при последующей реализации гипотез о нормальном элементе плоскость приведения, в которой располагаются координатные оси x, y , соответственно, начало отсчёта координаты z , может быть выбрана произвольно.

С использованием соотношений Коши, физических уравнений с учётом влияния температуры и предварительного натяжения волокон, а также формул преобразования напряжений при повороте осей координат компоненты тензора напряжений k – ого слоя панели определяются [1], [2], [3] равенствами

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{array} \right\}^{(k)} = \left[\begin{array}{ccc} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{array} \right]^{(k)} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u_0}{\partial x} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} z^{(k)} - \bar{\alpha}_1^{(k)} \Delta T - \bar{\varepsilon}_{H1}^{(k)} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} z^{(k)} - \bar{\alpha}_2^{(k)} \Delta T - \bar{\varepsilon}_{H2}^{(k)} \\ \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) - \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} 2z^{(k)} - \bar{\alpha}_6^{(k)} \Delta T - \bar{\varepsilon}_{H6}^{(k)} \end{array} \right\}, \quad (2)$$

где $\bar{Q}_{i,j}^{(k)}$, $i, j = 1, 2, 6$ – жёсткости слоя, $\bar{\alpha}_j^{(k)}$, $j = 1, 2, 6$ – коэффициенты температурного

расширения слоя, $\bar{\varepsilon}_{Hj}^{(k)}$, $j = 1, 2, 6$ – деформация натяжения слоя, $\bar{\varepsilon}_{Hj}^{(k)}$ – приведённые к осям

координат панели; ΔT – разность между комнатной температурой и температурой отверждения при расчёте остаточных температурных напряжений, либо интенсивность внешнего температурного поля.

Уровень деформации предварительного натяжения слоя определяется допускаемой деформацией слоя с точностью до безразмерного коэффициента $K_{Hj, j=1, 2, 6}$, меняющегося от 0 до 1. При записи физических соотношений в виде (2) не принимается во внимание, что в препреге-слое предварительно натягиваются лишь волокна, в то время как после снятия натяжения слой деформируется полностью.

В силу совместной работы в одностороннем контакте с обшивкой элементы набора находятся в условиях косоугольного изгиба и стеснённого кручения. Для определения НДС рёбер жёсткости применяется предложенный В.З. Власовым [4] вариационный метод расчёта тонкостенных пространственных систем в перемещениях, дающий возможность построить теорию тонкостенных упругих стержней без введения гипотезы об отсутствии деформации сдвига срединной поверхности профиля. Перемещения и углы поворота панели и подкреплений по линиям контакта считаются равными.

Компоненты напряжённо-деформированного состояния k -ого слоя композитных стрингеров вычисляются по формулам

$$\left. \begin{aligned} u_1^{(k)}(x, s) &= u_0(x) - \frac{\partial w}{\partial x}(x) z^{(k)} - \frac{\partial v_0}{\partial x}(x) y^{(k)} + [u_4(x)]_1 \omega_1^{(k)}(s) \\ v_1^{(k)}(x, s) &= w(x) z'^{(k)} + v_0(x) y'^{(k)} - \frac{\partial w}{\partial y}(x) \rho_1^{(k)}(s) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{x1}^{(k)} &= \bar{Q}_{11}^{(k)} \left[\frac{\partial u_0}{\partial x} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} z^{(k)} - \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} y^{(k)} + \frac{\partial (u_4)_1}{\partial x} \omega_1^{(k)} - \bar{\alpha}_1^{(k)} \Delta T - \bar{\varepsilon}_{H_1}^{(k)} \right] \\ \tau_{xy_1}^{(k)} &= \bar{Q}_{66}^{(k)} \left[-\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} (\rho_1 + \rho_1^0)^{(k)} + (u_4)_1 \rho_{\omega_1}^{(k)} \right] \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Здесь деформация поперечного сечения $u_4(x)$ полагается свободной, $\omega_1^{(k)}(s)$ строится в соответствии с эпюрой секториальных площадей для открытых контуров. Учитывается деформация сдвига при кручении тонкостенного стержня, которая определяется его поворотом относительно выбранного полюса, а также относительно центра изгиба в рамках поправок по теории «чистого» кручения. $\rho_1^{(k)}(s)$, $\rho_{\omega_1}^{(k)}(s)$ - длины перпендикуляров, опущенных на касательную к контуру в рассматриваемой точке из точки контакта стрингера с обшивкой и из центра изгиба, соответственно, $\rho_1^0(s)$ определяет дополнительный момент инерции продольного ребра при «чистом кручении».

Аналогичным образом строятся перемещения и напряжения рёбер жесткости, расположенных по оси y .

Ниже рассматривается упрощённый вариант математической модели, соответствующий предположению о малости нормальных напряжений, обусловленных изгибом подкреплений в плоскости панели и деформацией их поперечных сечений. Используя асимптотические свойства и пренебрегая членами, соответствующими краевым эффектам, в выражениях (3), (4) будем считать, что

стержни работают на растяжение–сжатие, изгиб из плоскости пластины и кручение. При этом задача сводится в дальнейшем к исследованию медленно меняющегося основного напряжённого состояния в рамках разрешающего уравнения восьмого порядка в частных производных.

Уравнения равновесия и естественные граничные условия выводятся с помощью вариационного принципа Лагранжа в результате минимизации функционала полной потенциальной энергии системы

$$\delta \mathcal{E} = 0, \text{ где } \mathcal{E} = \iint_s f \left[x, y; u_{0x}, u_{0y}; v_{0x}, v_{0y}; w, w_{xx}, w_{xy}, w_{yy}; (u_4)_1, (u_4)_2 \right] dx dy \quad (5)$$

Уравнения равновесия панели при действии внешней погонной нагрузки в направлении нормали к поверхности представляют собой систему трёх дифференциальных уравнений относительно трёх искомых функций перемещений – $u_0(x, y)$, $v_0(x, y)$, $w(x, y)$, которая в операторной форме имеет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} L_{11}u_0 + L_{12}v_0 + L_{13}w &= 0 \\ L_{21}u_0 + L_{22}v_0 + L_{23}w &= 0 \\ L_{31}u_0 + L_{32}v_0 + L_{33}w &= -q \end{aligned} \right\}, \quad (6)$$

где L_{ij} , $i, j = 1, 2, 3$ – линейные дифференциальные операторы, например

$$L_{11} = A_{11} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + 2A_{16} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + A_{66} \frac{\partial^2}{\partial y^2};$$

$$L_{13} = -B_{11} \frac{\partial^3}{\partial x^3} - 3B_{16} \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial y} - B_k \frac{\partial^3}{\partial x \partial y^2} - B_{26} \frac{\partial^3}{\partial y^3};$$

$$L_{33} = -D_{11} \frac{\partial^4}{\partial x^4} - 4D_{16} \frac{\partial^4}{\partial x^3 \partial y} - 2D_k \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} - 4D_{26} \frac{\partial^4}{\partial x \partial y^3} - D_{22} \frac{\partial^4}{\partial y^4}.$$

$A_{i,j}$, $B_{i,j}$, $D_{i,j}$, $i, j = 1, 2, 6, k$ - обобщённые жесткости, определяемые характеристиками материала и геометрией панели.

Система дифференциальных уравнений равновесия (6) может быть сведена к одному разрешающему дифференциальному уравнению относительно потенциальной функции $\Phi(x,y)$, через которую выражаются все расчётные величины задачи.

В рамках метода символического интегрирования перемещения определяются минорами детерминанта $\det [L_{i,j}]$, $i, j = 1, 2, 3$, составленными по его третьей строке, соответствующей неоднородному уравнению системы (6), первые два однородные уравнения удовлетворяются тождественно:

$$\begin{aligned} u_0 &= |L_{12}L_{23} - L_{22}L_{13}| \Phi; \\ v_0 &= -|L_{11}L_{23} - L_{21}L_{13}| \Phi; \\ w &= |L_{11}L_{22} - L_{21}L_{12}| \Phi. \end{aligned}$$

Или

$$\begin{aligned} w &= \left(R_{40} \frac{\partial^4}{\partial x^4} + R_{31} \frac{\partial^4}{\partial x^3 \partial y} + R_{22} \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + R_{13} \frac{\partial^4}{\partial x \partial y^3} + R_{04} \frac{\partial^4}{\partial y^4} \right) \Phi; \\ u_0 &= \left(R_{50} \frac{\partial^5}{\partial x^5} + R_{41} \frac{\partial^5}{\partial x^4 \partial y} + B_{32} \frac{\partial^5}{\partial x^3 \partial y^2} + R_{23} \frac{\partial^5}{\partial x^2 \partial y^3} + R_{14} \frac{\partial^5}{\partial x \partial y^4} + R_{05} \frac{\partial^5}{\partial y^5} \right) \Phi; \\ v_0 &= \left(S_{50} \frac{\partial^5}{\partial x^5} + S_{41} \frac{\partial^5}{\partial x^4 \partial y} + S_{32} \frac{\partial^5}{\partial x^3 \partial y^2} + S_{23} \frac{\partial^5}{\partial x^2 \partial y^3} + S_{14} \frac{\partial^5}{\partial x \partial y^4} + S_{05} \frac{\partial^5}{\partial y^5} \right) \Phi. \end{aligned} \quad (7)$$

Третье уравнение системы (6) на основании формул связи (7) сводится к неоднородному линейному дифференциальному уравнению в частных производных

восьмого порядка относительно искомой потенциальной функции $\Phi(x,y)$

$$\begin{aligned} & \frac{K_{80}}{a^8} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^8} + \frac{K_{71}}{a^7 b} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^7 \partial y} + \frac{K_{62}}{a^6 b^2} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^6 \partial y^2} + \frac{K_{53}}{a^5 b^3} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^5 \partial y^3} + \frac{K_{44}}{a^4 b^4} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^4 \partial y^4} + \\ & + \frac{K_{35}}{a^3 b^5} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^3 \partial y^5} + \frac{K_{26}}{a^2 b^6} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^2 \partial y^6} + \frac{K_{17}}{ab^7} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x \partial y^7} + \frac{K_{08}}{b^8} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial y^8} = q \end{aligned} \quad (8)$$

Коэффициенты $R_{i,j}$ $i=4,3,\dots,0$, $j=0,1,\dots,4$, $R_{i,j}$ $i=5,4,\dots,0$, $j=0,1,\dots,5$, $S_{i,j}$ $i=5,4,\dots,0$, $j=0,1,\dots,5$ в формулах связи (7) и $K_{i,j}$ $i=8,7,\dots,0$, $j=0,1,\dots,8$ в разрешающем уравнении (8) – постоянные величины, зависящие от упругих свойств материала и геометрических параметров конструкции, $x = x/a$, $y = y/b$ в (8) – безразмерные координаты, отнесённые к полудлине a и к ширине панели b , соответственно.

Естественные граничные условия

$$\left. \begin{aligned} x = const \rightarrow N_x \delta u_0 = N_{xy} \delta v_0 = \bar{Q}_x \delta w = M_x \delta w_x = H_{xy} \delta w_y = 0 \\ y = const \rightarrow N_y \delta v_0 = N_{yx} \delta u_0 = \bar{Q}_y \delta w = M_y \delta w_y = H_{yx} \delta w_x = 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

позволяют построить выражения для внутренних силовых факторов, например

$$\begin{aligned} N_x = & \frac{A_{11}}{(B_{11})} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{A_{12}}{(B_{12})} \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{A_{16}}{(B_{16})} \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) - \\ & - \frac{B_{11}}{(D_{11})} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{B_{12}}{(D_{12})} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{2B_{16}}{(2D_{16})} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \frac{N_x^T}{(M_x^T)} - \frac{N_x^H}{(M_x^H)} \end{aligned} \quad , \quad (10)$$

согласно которым усилия и моменты зависят как от функций продольного и тангенциального смещений в плоскости обшивки – $u_0(x,y)$, $v_0(x,y)$, так и от функции прогиба $w(x,y)$. В рассматриваемой постановке задача является связанной, то есть не разделяется на плоскую и изгиб пластины,

$N_x^T, N_y^T, N_{xy}^T, N_{yx}^T, M_x^T, M_y^T, H_{xy}^T, H_{yx}^T$ – температурные усилия и моменты,

$N_x^H, N_y^H, N_{xy}^H, N_{yx}^H, M_x^H, M_y^H, H_{xy}^H, H_{yx}^H$ – усилия и моменты от натяжения.

В расчётной схеме плоской прямоугольной гладкой панели из полимерных волокнистых композиционных материалов, обладающей анизотропией вследствие несимметрии свойств пакета по толщине, распространение гипотезы Кирхгофа на всё тело анизотропной среды является правомочным. Внутренние силовые факторы композитной обшивки без подкреплений с несимметричной структурой пакета могут быть получены путём интегрирования соответствующих компонент тензора напряжений (2) по координате z . В этом случае система (6) следует из уравнений равновесия в канонической форме – через усилия и моменты.

Если структура композиционного материала и композитной панели ортотропна, то жёсткости $A_{16} = A_{26} = 0$ и жесткостями $B_{16}, B_{26}, D_{16}, D_{26}$ можно пренебречь вследствие их малости по сравнению с остальными жесткостными характеристиками. Тогда линейные дифференциальные операторы связи (7), для симметричных компонент НДС и линейный дифференциальный оператор разрешающего уравнения (8) содержат лишь производные чётной степени по каждой из координат. Кососимметричные компоненты НДС определяются нечётными производными.

Конкретные решения связаны с условиями закрепления панелей в составе проектируемой конструкции.

Решение краевых задач в прямоугольной области для уравнения

$$\frac{K_{80}}{a^8} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^8} + \frac{K_{62}}{a^6 b^2} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^6 \partial y^2} + \frac{K_{44}}{a^4 b^4} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^4 \partial y^4} + \frac{K_{26}}{a^2 b^6} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^2 \partial y^6} + \frac{K_{08}}{b^8} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial y^8} = q \quad (11)$$

построено в замкнутом виде в одинарных тригонометрических рядах для частного случая граничных условий по двум противоположным кромкам:

$$y = 0; 1 \rightarrow u_0 = N_y = w = M_y = 0 \quad (12)$$

Эти условия принято называть согласованными: они соответствуют шарниру в отношении изгиба, а в отношении плоской задачи – скользящей заделке в тангенциальном направлении, когда часть контура панели нагружена потоками касательных сил. Панель по границе, перпендикулярной оси y , нагружена потоками касательных сил N_{yx} , которые уравниваются нормальными усилиями N_x на границе и площадках, перпендикулярных оси x .

Условия на торцах произвольны и могут быть условиями упругой заделки типа

$$x = \pm 1 \rightarrow (\gamma_1 u_0 + \delta_1 N_x) = (\gamma_2 v_0 + \delta_2 N_{xy}) = (\gamma_3 w + \delta_3 \bar{Q}_x) = (\gamma_4 w'_x + \delta_4 M_x) = 0 \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} x = -1 &\rightarrow (\varepsilon_1 u_0 + \xi_1 N_x) = (\varepsilon_2 v_0 + \xi_2 N_{xy}) = (\varepsilon_3 w + \xi_3 \bar{Q}_x) = (\varepsilon_4 w'_x + \xi_4 M_x) = 0 \\ x = 1 &\rightarrow (\gamma_1 u_0 + \delta_1 N_x) = (\gamma_2 v_0 + \delta_2 N_{xy}) = (\gamma_3 w + \delta_3 \bar{Q}_x) = (\gamma_4 w'_x + \delta_4 M_x) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

в симметричной либо в несимметричной краевых задачах, соответственно; коэффициенты $\gamma_i, \delta_i, \varepsilon_i, \xi_i, i = 1, 2, 3, 4$ меняются от 0 до 1.

Равенства (13), (14) позволяют рассмотреть все возможные варианты закрепления граничных кромок в отношении связанных плоской задачи и задачи изгиба: защемление, скользящую заделку, шарнирное закрепление, свободный край.

Разрешающая функция – обобщённая функция перемещений, удовлетворяющая (11), (12) и затем – (13) или (14), раскладывается в ряд по системе тригонометрических функций

$$\Phi(x, y) = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \Phi_n(x) \sin(n\pi y), \quad (15)$$

то есть решение уравнения (11), удовлетворяющее краевым условиям, представим в одинарных тригонометрических рядах, где $\Phi_n(x)$ подлежит определению.

Отдельным аспектам данной тематики посвящены работы [5], [6], [7].

В соответствии с изложенным алгоритмом разработан пакет прикладных программ для РС на языке операционной среды MATLAB. Программы предназначены для исследования напряжённо-деформированного состояния и оптимизации процесса проектирования конструктивно-анизотропных панелей из композиционных материалов. В рамках связанных плоской задачи и задачи изгиба рассматриваются все возможные варианты закрепления кромок, вытекающие из условий упругой заделки.

В качестве примера на рис. 1 представлены результаты определения перемещений в эксцентрично подкреплённых в продольном направлении прямоугольных панелях из углепластика, находящихся под действием постоянной погонной поперечной нагрузки $q(x, y) = const$. Краевые условия по координате x симметричны.

Прогибы панели существенным образом зависят от граничных условий в её плоскости, если в отношении изгиба торцевые кромки шарнирно опёрты. Когда в

смысле изгиба торцевые кромки защемлены, при варьировании условий закрепления в отношении плоской задачи кривые прогибов практически совпадают.

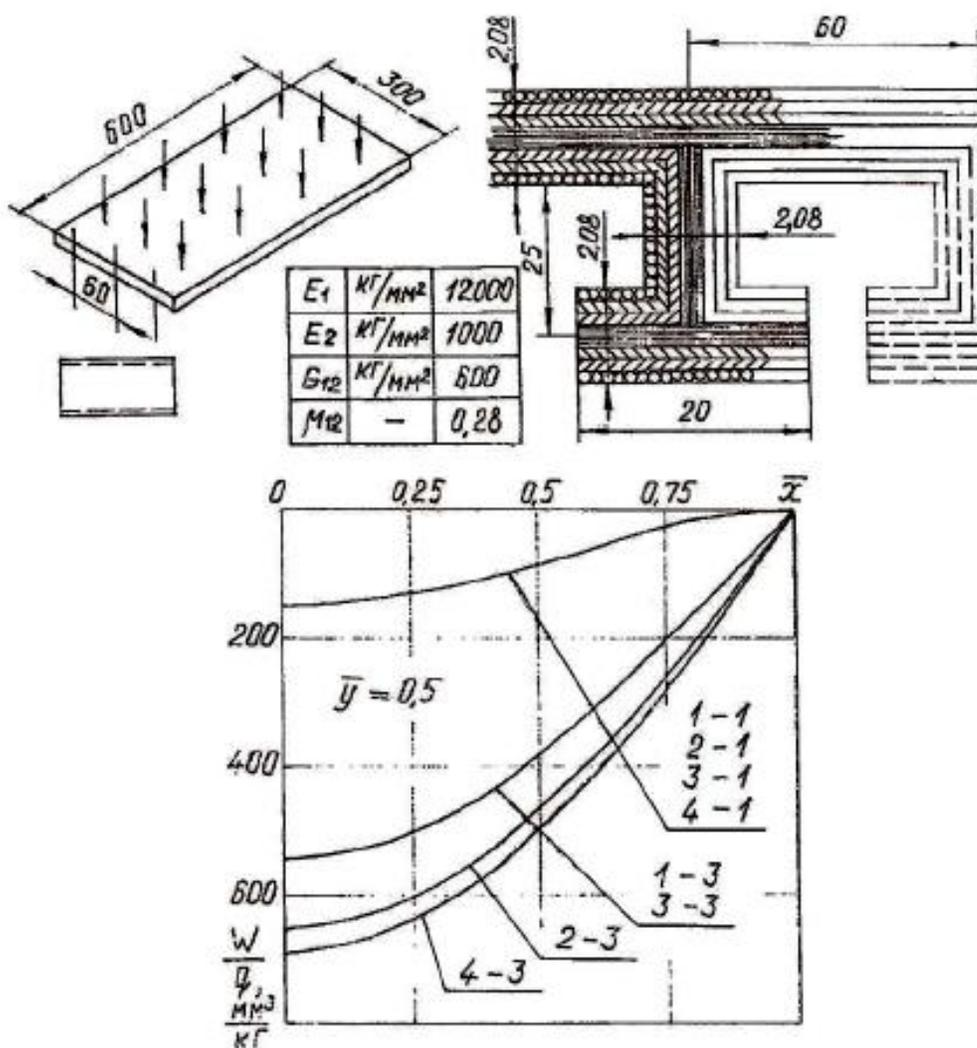


Рис.1. Панель, подкрепленная в продольном направлении.
Зависимость прогибов от типа граничных условий на торцах.

Граничные условия: плоская задача – задача изгиба;

- 1 – защемление, 2 – скользящая заделка, 3 – шарнирно-опертый край,
- 4 – свободный край.

На рис. 2 представлены результаты определения остаточных температурных

напряжений, возникающих при охлаждении после завершения процесса отверждения в плоской прямоугольной панели из углепластика с несимметричной структурой пакета по толщине. Контур панели шарнирно опёрт в отношении изгиба, граничные условия по продольным кромкам соответствуют скользящей заделке, поперечные края свободны от усилий и моментов в отношении плоской задачи.

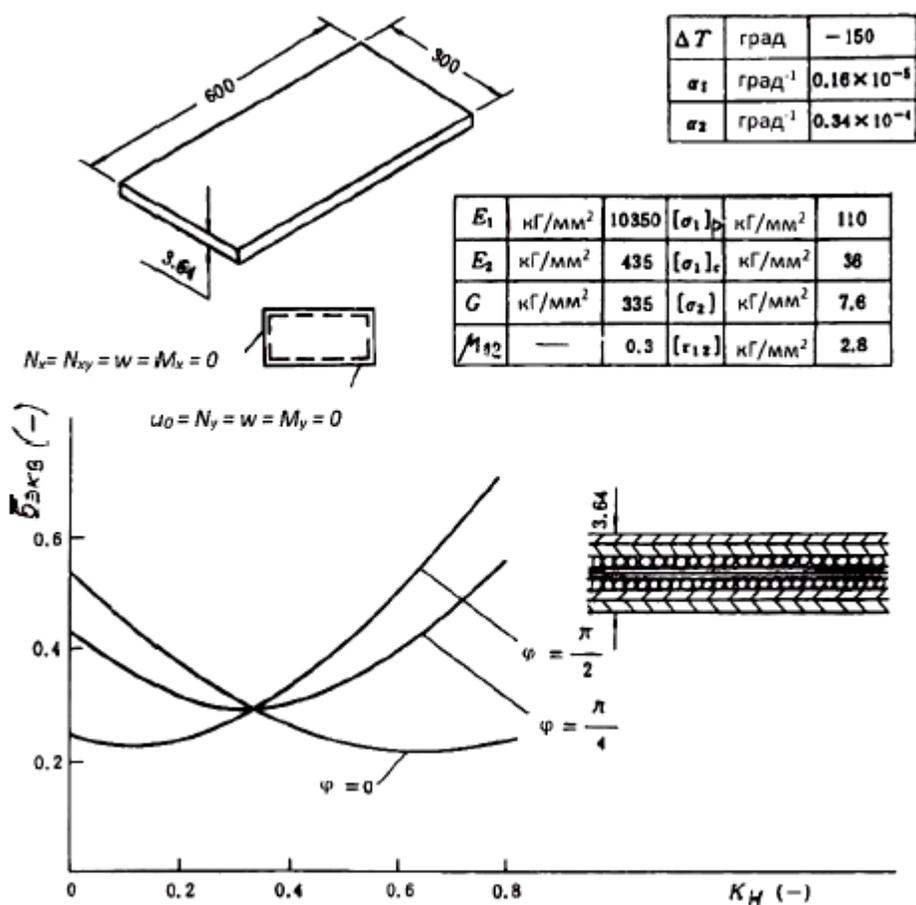


Рис. 2. Панель с несимметричной структурой пакета.

Зависимость эквивалентных остаточных температурных напряжений от коэффициента предварительного натяжения армирующих волокон.

Дана оценка влияния предварительного натяжения армирующих волокон на уровень относительных эквивалентных остаточных технологических напряжений.

Оптимальный уровень предварительного натяжения соответствует 35% от допускаемой деформации слоя.

Выполнена компьютерная многокритериальная оптимизация конструктивно-анизотропных композитных панелей ЛА. Так как решение строится точными аналитическими методами, время расчёта варианта минимально, что представляет интерес с точки зрения практики проектирования с использованием параметрического анализа. Результаты расчётов на прочность дают возможность снижения и оптимизации весовых характеристик конструкции.

Библиографический список

1. Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов. - М.: Машиностроение, 1988. - 269 с.
2. Дудченко А.А., Елпатьевский А.Н., Лурье С.А., Фирсанов В.В. Расчёт пластин из композиционных материалов. - М.: Изд-во МАИ, 1993. - 68 с.
3. Молодцов Г.А., Гавва Л.М., Иванов В.И., Осинская Е.А. Макро- и микромодели при расчёте на прочность плоских панелей из слоистых композиционных материалов с учётом остаточных технологических напряжений и предварительного натяжения волокон. - М.: ВИНТИ, 1987. - 30 с.
4. Власов В.З. Избранные труды. / В 3-х т. - М.: Изд-во АН СССР, 1963. Т. 2. - 508 с.
5. Афанасьев А.В., Дудченко А.А., Рабинский Л.Н. Влияние тканых слоёв на

остаточное напряжённно-деформированное состояние изделий из полимерных композиционных материалов // Труды МАИ. 2010. № 37. URL: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=13425>

6. Дудченко А.А., Башаров Е.А. Учёт стеснения депланации сечения при кручении слоистой балки типа торсион из композиционных материалов // Труды МАИ. 2010. № 37. URL: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=13420>

7. Грищенко С.В., Попов Ю.И. Разработка макромодели слоистого композита для анализа напряжённно-деформированного состояния нерегулярных зон типовых конструкций планера самолёта // Труды МАИ. 2013. № 65. URL: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=35854>