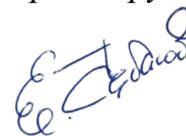


**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский авиационный институт (национальный исследовательский
университет)»**

На правах рукописи



Чебаков Евгений Владимирович

**РАЗРАБОТКА МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ УГЛОВОГО ПОЛОЖЕНИЯ
КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ВНЕШНИХ
ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ**

Специальность: 01.04.14 — «Теплофизика и теоретическая теплотехника»

Диссертация
на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук, профессор
Ненарокомов Алексей Владимирович

Москва — 2020

Оглавление

Введение	4
Глава 1. Постановка задачи определения углового положения космического аппарата на основе анализа внешних радиационных тепловых потоков.....	13
1.1. Постановка задачи определения ориентации космического аппарата.....	13
1.2. Ориентация элемента поверхности космического аппарата	20
1.3. Параметры орбиты искусственного спутника планеты	23
1.4. Внешние радиационные тепловые потоки	26
1.4.1. Прямое солнечное излучение	27
1.4.2. Отражённое от планеты солнечное излучение	30
1.4.3. Собственное излучение планеты.....	37
Глава 2. Радиационно-геометрическая обратная задача теплообмена	39
2.1. Алгоритм решения обратной задачи теплообмена.....	39
2.2. Метод сопряжённых направлений	50
2.3. Метод случайных рестартов	55
Глава 3. Анализ эффективности разработанного алгоритма методом вычислительного эксперимента.....	59
3.1. Анализ сходимости алгоритма	60
3.2. Анализ устойчивости алгоритма	71
3.2.1. Анализ влияния неопределённостей на точность решения граничной обратной задачи теплообмена	71
3.2.2. Анализ влияния неопределённостей на точность решения радиационно-геометрической обратной задачи	79
Глава 4. Экспериментальная апробация разработанного метода	103
4.1. Датчики радиационных тепловых потоков	103
4.2. Исследуемые датчики радиационных тепловых потоков.....	115
4.3. Экспериментальное оборудование и средства измерения.....	121
4.4. Методика подготовки и проведения испытаний	129
4.5. Проведение испытаний и анализ результатов	134

4.6. Сравнение систем измерения ориентации.....	144
Заключение	147
Список литературы	149
Приложение А	160
Приложение Б	166
Приложение В.....	167
Приложение Г	169
Приложение Д.....	172
Приложение Е	174

Введение

Актуальность темы диссертации и степень её разработанности

Одной из главных задач при проектировании космического аппарата (КА) является разработка системы ориентации КА в пространстве относительно космических объектов — Солнца, планет или звёздного неба. Определение углового положения КА осуществляется по данным измерительных приборов, установленных на аппарате. Для реализации этих целей в основном используют оптические, электромагнитные и инерциальные датчики. Принцип работы этих приборов различается, что влияет на их технические характеристики, такие как точность, надёжность, масса, габариты, технологичность и т.д. Это ведёт к тем или иным достоинствам и недостаткам. Чтобы устранить эти недостатки, обычно применяют комбинирование приборов. А, чтобы уменьшить риски отказа систем, — резервирование.

Поскольку общая тенденция развития космической техники такова, что условия их эксплуатации ужесточаются, необходимо повышать их надёжность и ресурс работы, а также снижать материалоемкость. Поэтому в настоящее время разрабатывают новые подходы к созданию систем ориентации, которые позволят использовать их в качестве дополнительных — то есть в комбинации с основной, — резервных или альтернативных. Особенно это важно для малых космических аппаратов (МКА).

Космические аппараты малого класса имеют некоторые преимущества по сравнению со стандартными КА. Они имеют меньшую массу, меньше стоят, их быстрее проектировать и изготавливать. При этом эти аппараты решают широкий спектр задач. МКА используют в университетских проектах, дистанционном зондировании Земли и изучении верхних слоёв её атмосферы, различных биологических исследованиях, а также для исследования Солнечной системы — миссии Mars Cube One (MarCO), SunRISE и др. В перспективе их, вероятно, можно

будет использовать в астрофизических миссиях по изучению Вселенной — экзопланет.

Применяемые в МКА миниатюрные процессоры, в особенности на таких аппаратах как нано-, пико- или фемтоспутниках, больше всего подвержены влиянию космической радиации и высокоэнергетических частиц. Это может приводить к неблагоприятным последствиям в виде одиночных сбоев. При этом вероятность программных ошибок при сбоях растёт по мере повышения вычислительной мощности бортовых компьютеров [55].

Есть несколько способов решения этой проблемы: экранирование и резервирование устройств, самоконтролирующиеся схемы, программы, выявляющие и исправляющие ошибки, другие аппаратные и программные решения. Есть также подход, связанный со временем, — повторное исполнение и сторожевые таймеры. Он предполагает выбор компонентов, способных работать без сбоев. Однако количество таких устройств, которые используются в составе сверхбольших и сложных интегральных схем в условиях высоких вычислительных скоростей и одновременно устойчивы к одиночным сбоям, ограничено [55].

Не всегда перечисленные методы могут устранить ошибки. В некоторых случаях одиночные сбои могут приводить к ложным командам на включение/отключение какого-либо нагревателя или даже ко временной потере ориентации аппарата. В худшем — к серьёзным неполадкам и переходу в безопасный режим систем КА или к перезагрузке систем с последующим восстановлением ориентации в пространстве. Известен случай временной потери ориентации МКА-ФКИ «Зонд-ПП», связанный с возникшим дефицитом энергии на борту [61]. Всё это накладывает определённые критерии надёжности системы ориентации, так как от неё зависит успех миссии.

Один из способов разработки резервной или дополнительной системы ориентации основывается на анализе тепловых нагрузок, действующих на КА. Один из вариантов подобных систем впервые был предложен в [26]. Первое применение такого подхода на микроспутнике «Колибри» в качестве резервной системы ориентации описано в [59]. Также известно экспериментальное

применение такой системы на спутнике «Монитор-Э» на основе патента [50]. В составе аппарата эта система называлась термодинамической системой ориентации спутника (ТД СОС) [7].

Разрабатываемый в этой работе подход заключается в определении углового положения КА на основе методологии обратных задач теплообмена. Принцип работы такой системы заключается в расчётно-экспериментальном анализе внешних радиационных тепловых потоков и подборе соответствующих углов в расчётной математической модели внешнего теплового нагружения аппарата. Другими словами, анализ проблемы ориентации КА приводит к необходимости последовательного решения двух обратных задач теплообмена [91–95]. Во-первых, по внутренним температурным измерениям необходимо определить внешние тепловые потоки, подводимые к элементам поверхности аппарата. Во-вторых, по полученным значениям тепловых потоков следует рассчитать угловое положение КА.

К сожалению, в большинстве практических случаев прямое измерение тепловых потоков невозможно, поэтому единственным выходом из сложившейся ситуации является не прямое измерение. Подобный подход математически можно сформулировать как решение обратной задачи: по прямым измерениям состояния системы — температуры — необходимо определить свойства внешнего воздействия — внешние тепловые потоки. Нарушение причинно-следственных связей в постановке таких задач приводит к их некорректности в математическом смысле, то есть отсутствию и/или единственности и/или устойчивости решения. Как следствие, для решения подобных задач разрабатывают специальные методы, которые обычно называют регуляризирующими [3, 27].

Методы обратных задач дают возможность исследовать сложные нестационарные процессы теплообмена в элементах конструкции, агрегатах и системах КА, обладают высокой информативностью [1, 4, 53, 54]. Поэтому в настоящее время в тепловом проектировании и экспериментальной отработке тепловых режимов КА методы обратных задач теплообмена находят всё более широкое применение [57, 58, 60, 80, 95]. Основываясь на фундаментальных

принципах теории некорректных задач математической физики, разработанных академиком А. Н. Тихоновым и его научной школой, больших успехов в разработке методов, алгоритмов обратных задач теплообмена и в их практическом применении достигли О. М. Алифанов, А. К. Алексеев, Е. А. Артюхин, В. Н. Елисеев, И. С. Кабанихин, Л. А. Коздоба, Ю. М. Мацевитый, П. В. Просунцов, С. В. Резник, В. М. Юдин, А. Г. Ягола, J. V. Beck, G. Chavent, Y. Jarny.

В настоящей работе постановка обратной задачи теплообмена рассматривается как тепловое взаимодействие систем КА и внешней среды с точки зрения соотношений "причина-следствие". К причинным факторам процесса теплообмена, в соответствии с используемыми математическими моделями, относятся: внешние радиационные потоки на поверхности КА, зависящие от углового положения аппарата на орбите, теплофизические и радиационно-оптические свойства материалов, исходные геометрические характеристики, а также моменты времени начала анализа процесса. Тогда следствием будет то или иное тепловое состояние, определяемое полем температур [40]. Подобная причинно-следственная связь определяет собой прямую задачу теплообмена [79]. Если же по определённой информации о тепловом состоянии объекта требуется восстановить неизвестные причинные характеристики, то имеет место та или иная постановка обратной задачи теплообмена [3, 54, 57, 78, 98, 101]. Одной из характерных черт обратных задач является наличие неполного задания причинных факторов — углового положения аппарата, то есть недоопределённость постановки задачи. При этом существует некая дополнительная информация о состоянии объекта исследования, которая используется для определения неизвестных причинных характеристик.

Вместе с тем к основной проблеме решения некорректной обратной задачи добавляется проблема термобаллистического анализа. Она заключается в том, что на КА падает интегральный тепловой поток, который необходимо определить. Он, в свою очередь, состоит из трёх потоков: прямого и отражённого от планеты солнечных излучений, а также собственного излучения планеты [34]. Они имеют

различный спектр: видимый и инфракрасный. Помимо этого, имеются требования к предотвращению/недопущению или минимизации тепловых потоков, отражённых от элементов поверхности КА, которые падают на датчики радиационных тепловых потоков (ДРТП). Также необходимо минимизировать воздействие внутреннего излучения приборов КА на ДРТП [22, 35, 87]. Для решения возникших трудностей потребуются как программные решения, так и аппаратные. Например, различные конструкторские решения: экранирование датчиков [80]; установка определённого количества ДРТП на различных элементах поверхности КА, зависящее от конфигурации и сложности формы аппарата [30], а также от спектра падающих радиационных тепловых потоков. В целом, разрабатываемый метод является комбинацией достаточно точных измерений температуры ДРТП и корректной математической обработки экспериментальных данных на основе теории обратных задач теплообмена.

Изложенное выше делает актуальной разработку метода определения углового положения КА с помощью методологии обратных задач теплообмена в качестве одного из подходов по созданию надёжной резервной системы ориентации [68–74].

Цель работы

Цель этой работы — разработать метод определения углового положения космического аппарата, который основывается на последовательном решении двух обратных задач: граничной обратной задачи теплообмена по определению тепловых потоков, поглощаемых поверхностью аппарата, и радиационно-геометрической обратной задачи по определению углов ориентации КА.

Задачи исследования

1. Анализ существующих математических моделей баллистики и теплообмена в космосе с целью выбора сопряжённой математической модели, удовлетворяющей инженерным требованиям для решения поставленной задачи.
2. Разработка алгоритма и численного метода решения радиационно-геометрической обратной задачи по определению углов ориентации КА.
3. Разработка программного комплекса для реализации радиационно-

геометрической обратной задачи по определению углов ориентации КА.

4. Исследование эффективности разработанного алгоритма и устойчивости к погрешностям исходных данных с помощью вычислительных экспериментов.

5. Разработка прототипа установки, реализующей предложенный метод. Апробация разработанного метода по результатам термовакуумных испытаний.

Научная новизна

Научная новизна работы состоит в том, что в ней впервые применяется методология обратных задач теплообмена для определения углового положения КА на орбите. При этом:

- Разработан метод решения радиационно-геометрической обратной задачи по определению углов ориентации КА.
- Разработан расчётно-экспериментальный способ определения углового положения КА на основе измерения температуры ДРТП.
- Выявлены принципиальные возможности определения углового положения КА на основе измерения температуры ДРТП при проведении термовакуумных испытаний.

Теоретическая и практическая значимость работы

- Разработан метод определения углового положения КА на основе анализа внешних тепловых потоков.
- Разработано прикладное программное обеспечение, используемое для экспериментальной апробации метода.
- Создан прототип установки, реализующей предложенный метод определения углового положения КА, который может использоваться при проведении лётных испытаний.

Диссертация является результатом исследований, проводимых на кафедре 601 МАИ в рамках научного проекта № FSFF-2020-0016, выполняемого при финансовой поддержке Министерства высшего образования и науки РФ в рамках базовой части государственного задания в сфере научной деятельности.

Методы исследования

При решении поставленных задач использовались прямой конечно-разностный метод для решения граничной обратной задачи и градиентный метод сопряжённых направлений для решения радиационно-геометрической обратной задачи. Большинство элементов разработанного программного обеспечения реализовано на языке C++. Для разработки прототипа экспериментальной установки использовался существующий опыт проведения термовакуумных испытаний.

Положения, выносимые на защиту

- Метод определения углового положения КА на основе решения радиационно-геометрической обратной задачи теплообмена.
- Результаты расчётно-экспериментального исследования эффективности разработанного алгоритма.
- Результаты экспериментальной апробации предложенного метода.
- Критерии и области применения системы ориентации КА на основе теории обратных задач теплообмена.

Достоверность результатов, полученных в работе, основывается на корректности используемых общепринятых математических моделей, строгости используемых математических методов обратных задач теплообмена, оценках их устойчивости и сходимости путём численного моделирования, результатах экспериментальных исследований прототипа.

Апробация работы

Основные научные результаты работы докладывались на научно-технических конференциях. В частности, на 7-ой Российской национальной конференции по теплообмену (2018 г.), 69-ой и 71-ой Международных астронавтических конференциях (International Astronautical Congress — 2018, 2020), 9-ом Международном симпозиуме по радиационному теплообмену (International Symposium on Radiative Transfer — 2019), 5-ой Тематической

конференции по методам обратных задач (ECCOMAS Thematic Conference on Inverse Problems Methods — 2019).

Публикации по теме диссертации

По теме диссертации опубликовано 16 работ, из них в рецензируемых научных изданиях опубликовано 7 работ.

Структура и объём работы

Диссертационная работа состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка литературы и приложений. Она содержит 159 страниц основного текста, 96 рисунков, 12 таблиц, список литературы из 101 наименования и 6 приложений.

Во введении отражена актуальность выбранной темы, сформулированы цели и задачи работы. Показана новизна, а также достоверность и обоснованность результатов диссертационной работы. Кратко охарактеризованы методы исследования. Представлены теоретическая и практическая значимость работы.

В первой главе рассматриваются общие методические вопросы создания математических моделей теплообмена применительно к системам ориентации КА. Базируясь на результатах проведённого анализа, предлагается общая процедура построения приближенных моделей термобаллистики; формулируются цели и задачи исследования; приводятся формализованные постановки задачи идентификации математических моделей теплообмена; анализируются общие закономерности используемых для этого математических моделей.

Вторая глава посвящена разработке алгоритма решения обратной задачи теплообмена на основе метода сопряжённых направлений. Приводится постановка сопряжённой задачи для вычисления градиента функционала невязки. Определяются параметры градиентного метода минимизации. Для обеспечения единственности решения обратной задачи предлагается метод случайных рестартов.

Третья глава посвящена анализу эффективности разработанного алгоритма. Анализируются свойства вычислительных алгоритмов путём математического моделирования. Анализируется вычислительная устойчивость предложенного

алгоритма к различным погрешностям. Анализируется влияние различных факторов на точность решения.

В четвертой главе приводятся результаты экспериментально-расчётных исследований с использованием прототипа установки, реализующей предложенный метод. Проводится обзор различных датчиков радиационных тепловых потоков. Приведена физическая модель процесса в экспериментальной системе, сформулированы требования к прототипам ДРТП, условиям проведения и параметрам испытаний. Приводятся результаты предварительной апробации разрабатываемого подхода.

В заключении обобщены результаты диссертационного исследования и представлены выводы по работе.

Глава 1. Постановка задачи определения углового положения космического аппарата на основе анализа внешних радиационных тепловых потоков

Как уже отмечалось, важным этапом проектирования КА является разработка системы ориентации, без которой невозможно выполнение большинства задач, поставленных перед аппаратом.

Для того чтобы задать ориентацию КА, необходимо ввести системы координат, связанные друг с другом, которые описывают его положение в инерциальном пространстве.

1.1. Постановка задачи определения ориентации космического аппарата

Для того чтобы определить угловое пространственное положение КА на орбите, рассмотрим простейший элемент поверхности аппарата — элементарную пластину [17]. Ориентация элемента поверхности аппарата определяется в общем случае девятью углами:

1) Углами, определяющими текущее положение аппарата на орбите и угловое положение орбиты в планетоцентрической экваториальной системе координат. Эти углы обычно известны на основе данных из программы полёта КА (Рисунок 1.1):

Ω — долгота восходящего узла. Это угол между осью OX и линией узлов орбиты КА, который отсчитывается в диапазоне $0^\circ \leq \Omega < 360^\circ$;

i — наклонение орбиты. Это угол между вектором площадей $\vec{\sigma}$ орбиты КА и осью OZ или угол между плоскостью экватора и плоскостью орбиты. Наклонение орбиты изменяется в диапазоне $[0^\circ, 180^\circ]$;

u — аргумент широты. Это угол между линией узлов и текущим радиус-вектором КА. При движении КА по орбите аргумент широты монотонно возрастает от нуля до 360° . Дальнейшее изменение угла можно считать двумя способами: либо

монотонно увеличивающимся до значения 720° и далее, либо увеличивающимся со значения нуля снова до значения 360° [41].

Начало планетоцентрической экваториальной системы координат XYZ совпадает с центром планеты. Плоскость XOY совпадает с плоскостью экватора. При этом направление оси OX выбрано постоянным в инерциальном пространстве. Ось OX направлена в точку весеннего равноденствия Υ (астрономический символ созвездия Овен). Ось OZ направлена по оси вращения планеты.

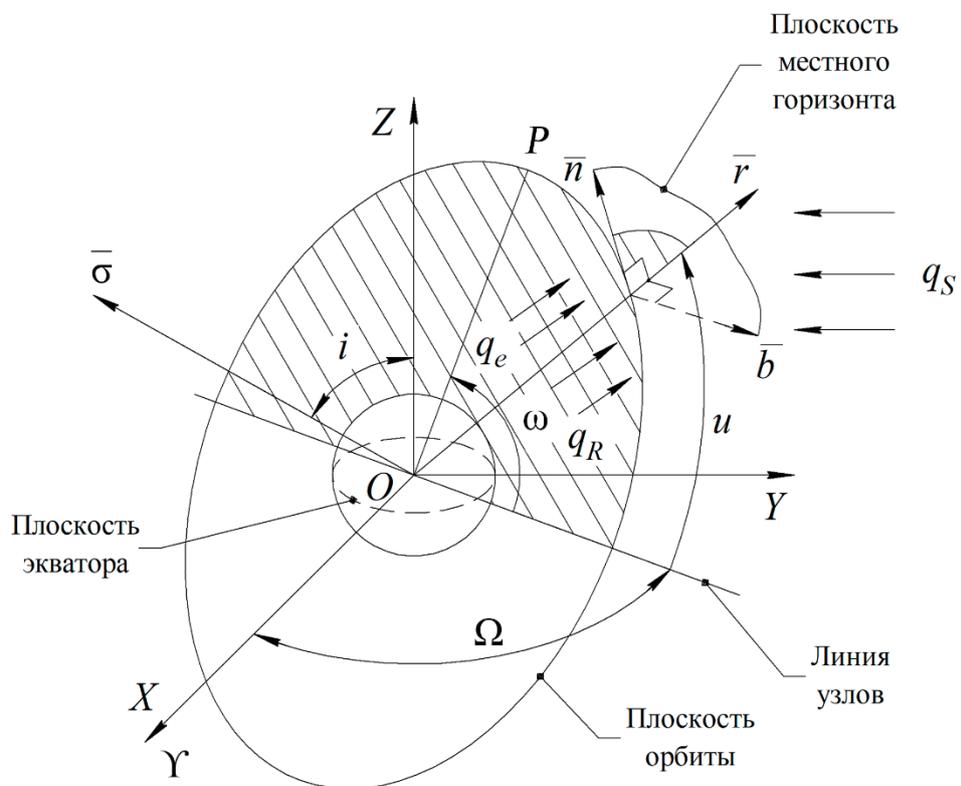


Рисунок 1.1 — Планетоцентрическая экваториальная и орбитальная системы координат

2) Углами α_N , β_N и γ_N , определяющими положение элемента поверхности КА в связанной с аппаратом системе координат (Рисунок 1.2). Эти углы отсчитываются соответственно от положительных полуосей. Будем считать, что α_N , β_N и γ_N варьируются в диапазоне $[0^\circ, 180^\circ]$. Эти три угла известны из конструкции КА.

Начало связанной системы координат O_C располагается в центре масс КА. Ось $O_C X_C$ — продольная ось, направленная от хвостовой к носовой части КА. Ось $O_C Y_C$ — нормальная ось. Эта ось перпендикулярна $O_C X_C$, находится в плоскости симметрии (продольной плоскости) КА и направлена к верхней части КА или части условно ей соответствующей. Ось $O_C Z_C$ — поперечная ось, дополняющая систему $X_C Y_C Z_C$ до правой. Плоскость $O_C X_C Y_C$ называется продольной плоскостью КА.

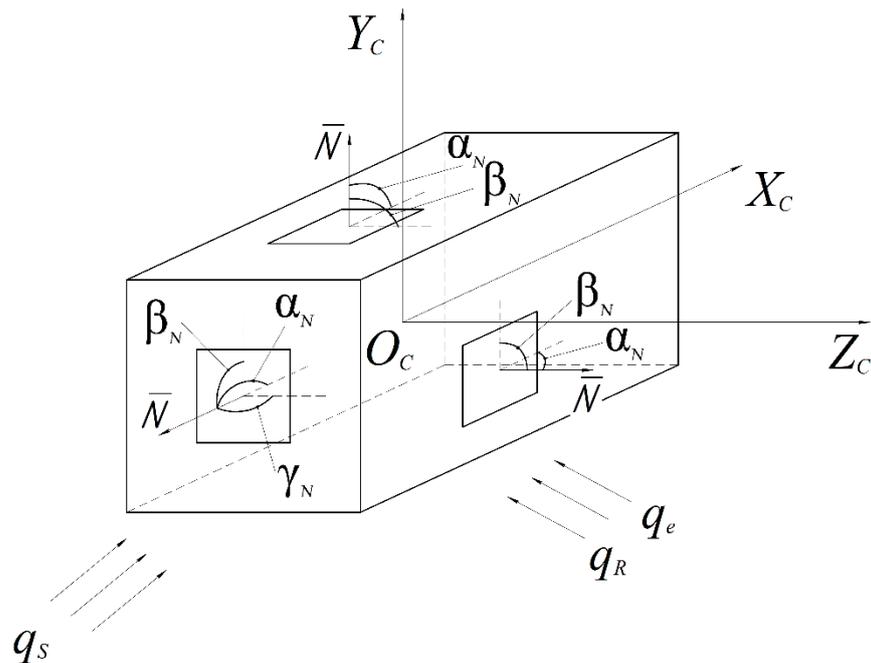


Рисунок 1.2 — Ориентация элемента поверхностей в связанной с аппаратом системе координат

3) Углами в орбитальной системе координат nrb , непосредственно задающие ориентацию КА в космическом пространстве (Рисунок 1.3):

ϑ (угол тангажа) — угол между продольной осью аппарата и плоскостью местного горизонта. Угол тангажа изменяется в диапазоне $-90^\circ \leq \vartheta \leq 90^\circ$;

ψ (угол рыскания) — угол между трансверсалью $O_C n$ и проекцией продольной оси КА на плоскость местного горизонта. Угол рыскания определён в диапазоне $[-180^\circ, 180^\circ]$. При этом угол ψ равный минус 180° соответствует углу 180° ;

γ (угол крена) — угол между нормальной осью $O_c Y_c$ связанной системы координат и плоскостью $O_c r X_c$. Угол крена отсчитывается в диапазоне от минус 180° до 180° , включая оба конца. Причём угол γ равный минус 180° соответствует углу 180° .

Орбитальная система координат имеет начало в центре масс КА O_c . Ось $O_c r$ называется радиалью и направлена по радиус-вектору КА. Ось $O_c n$ называется трансверсалью. Она перпендикулярна $O_c r$, принадлежит плоскости траектории КА и направлена в сторону движения аппарата. Третья ось $O_c b$ — нормалью, она дополняет систему $O_c n r b$ до прямоугольной правой. Плоскость $O_c n b$ называется плоскостью местного горизонта.

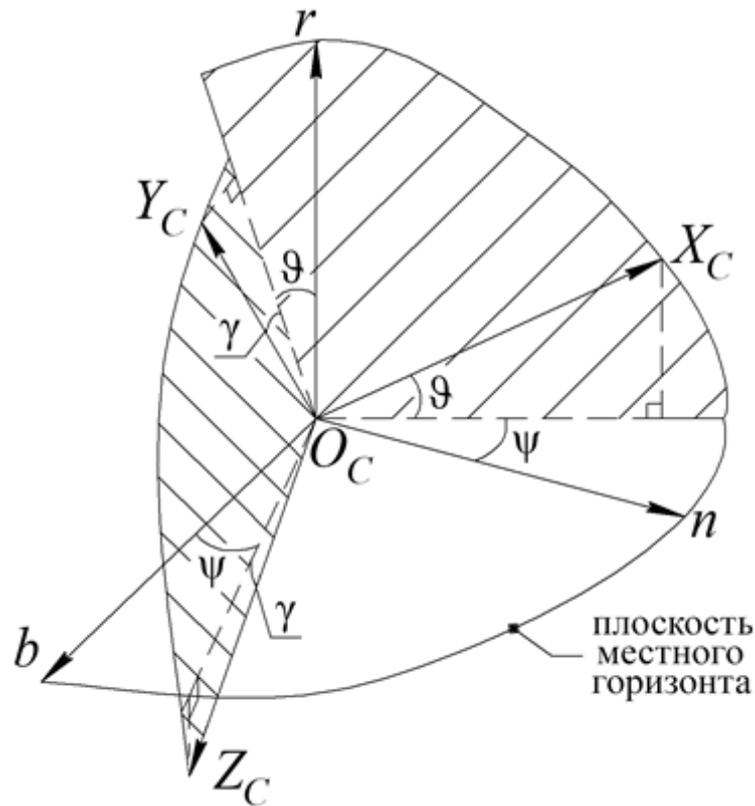


Рисунок 1.3 — Относительное положение связанной и орбитальной систем координат

Таким образом, можно определить ориентацию исследуемого объекта в пространстве, используя девять указанных углов. Также, чтобы определить

положение аппарата, необходимо знать параметры орбиты КА, которые известны из программы полёта.

В общем случае интегральный радиационный тепловой поток, поглощаемый поверхностью КА, в сером приближении может быть определён следующим образом [96]:

$$q_{abs} = A_S (q_S + q_R) + \varepsilon q_e - \varepsilon \sigma T^4(0, \tau), \quad (1.1)$$

где

$q_S(\Omega, i, u, \alpha_N, \beta_N, \gamma_N, \vartheta, \psi, \gamma)$ — поток прямого солнечного излучения,

$q_R(\Omega, i, u, \alpha_N, \beta_N, \gamma_N, \vartheta, \psi, \gamma)$ — поток солнечного излучения, отражённого от ближайшей планеты,

$q_e(\Omega, i, u, \alpha_N, \beta_N, \gamma_N, \vartheta, \psi, \gamma)$ — поток собственного излучения планеты,

A_S, ε — коэффициент поглощения в видимом спектре и интегральная степень черноты соответственно.

Используя аппарат обратных задач теплопроводности, можно оценить интегральный радиационный тепловой поток, поглощаемый поверхностью КА (q_{abs}). Также можно определить температуру внешней поверхности КА (T) по экспериментальным измерениям датчиков. Затем эти данные могут быть использованы для определения углов ϑ, ψ и γ , основываясь на актуальных значениях коэффициентов A_S, ε [90] и адекватной математической модели для вычисления q_S, q_R, q_e .

Если на поверхности КА установить несколько ДРТП, то можно сформулировать радиационно-геометрическую обратную задачу: определить три неизвестных угла ϑ, ψ и γ по непрямым измерениям радиационного теплового потока, поглощённого датчиками. При этом будем считать, что на поверхности КА установлены M датчиков с различным угловым положением в связанной системе координат.

Тепловое состояние ДРТП на внешней поверхности КА может быть описано двумя разными способами [5]:

- 1) Система с сосредоточенными параметрами.

Если толщина датчика достаточно мала (Рисунок 1.4а), то можно считать его изотермическим и процесс теплообмена в этом случае описывается обыкновенным дифференциальным уравнением [10, 11]:

$$d_m \rho_m c_m (T_m(\tau)) dT_m / d\tau = A_{Sm} (q_{Sm}(\tau) + q_{Rm}(\tau)) + \varepsilon_m q_{em}(\tau) - \varepsilon_m \sigma T_m^4, \quad m = 1, 2, \dots, M, \quad (1.2)$$

$$T_m(0) = T_{m0}, \quad m = 1, 2, \dots, M, \quad (1.3)$$

где m — номер ДРТП; M — количество ДРТП; d_m , ρ_m , $c_m(T(\tau))$, A_{Sm} , ε_m — соответственно, толщина, плотность, теплоёмкость, поглощающая способность и степень черноты m -го датчика, T_{m0} — начальная температура m -го датчика, τ — время.

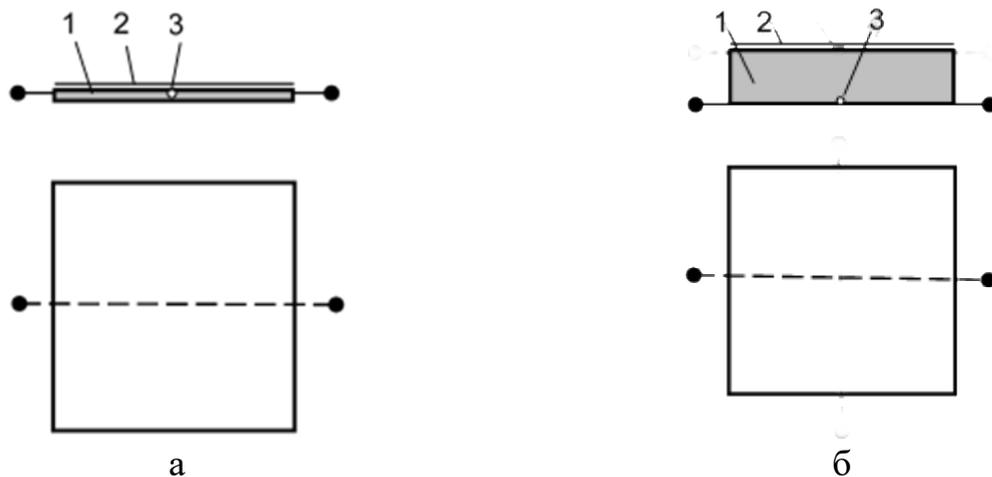


Рисунок 1.4 — Принципиальная схема ДРТП: а — изотермический датчик, б — датчик с распределением температуры по толщине.

1 — чувствительный элемент датчика, 2 — покрытие с заданными свойствами (A_S , ε), 3 — термопара на внутренней поверхности.

2) Система с распределёнными параметрами.

Если датчик имеет достаточную толщину или выполнен из материала с низкой теплопроводностью (Рисунок 1.4б), то необходимо учитывать распределение температуры по толщине датчика. В этом случае процесс теплопереноса описывается уравнением теплопроводности [49]:

$$\rho_m c_m(T_m(x, \tau)) \frac{\partial T_m(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_m(T_m(x, \tau)) \frac{\partial T_m(x, \tau)}{\partial x} \right), \quad (1.4)$$

$$0 < x < d_m, \quad \tau_{\min} \leq \tau \leq \tau_{\max}, \quad m = 1, 2, \dots, M$$

$$T_m(x, \tau_{\min}) = \varphi_m(x), \quad 0 \leq x \leq d_m, \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (1.5)$$

$$-\lambda_m(T_m(0, \tau)) \frac{\partial T_m(0, \tau)}{\partial x} = A_{Sm} (q_{Sm}(\tau) + q_{Rm}(\tau)) + \varepsilon_m q_{em}(\tau) - \varepsilon_m \sigma T_m^4(0, \tau), \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial T_m(d_m, \tau)}{\partial x} = 0, \quad (1.7)$$

где d_m — толщина m -го датчика, $T_m(x, \tau)$ — температурное поле в каждой точке и в любой момент времени m -го датчика, $c_m(T(x, \tau))$ — удельная теплоёмкость m -го датчика, $\lambda(T(x, \tau))$ — коэффициент теплопроводности m -го датчика, $\varphi_m(x)$ — начальное распределение температуры m -го датчика.

В первом случае необходимо решить некорректную задачу о дифференцировании экспериментальной функции T [65]:

$$q_m^{\text{изм}} = d_m \rho_m c_m(T_m(\tau)) dT_m / d\tau + \varepsilon_m \sigma T_m^4, \quad m = 1, 2, \dots, M. \quad (1.8)$$

В качестве дополнительной информации для решения обратной задачи (1.8) используется измерение температуры:

$$T_m(\tau) = f_m(\tau), \quad \tau \in [\tau_{\min}, \tau_{\max}]. \quad (1.9)$$

Во втором — решить граничную обратную задачу теплообмена [3].

$$q_m^{\text{изм}} = -\lambda_m(T(0, \tau)) \frac{\partial T_m(0, \tau)}{\partial x} + \varepsilon_m \sigma T_m^4(0, \tau), \quad m = 1, 2, \dots, M. \quad (1.10)$$

В качестве дополнительной информации для решения обратной задачи (1.10) также используется измерение температуры:

$$T_m(X_m, \tau) = f_m(\tau), \quad X_m \in (0, d_m], \quad \tau \in [\tau_{\min}, \tau_{\max}]. \quad (1.11)$$

где X_m — координата точки измерения температуры.

Тогда можно получить некоторые экспериментальные оценки внешних тепловых потоков, поглощаемых m -ыми датчиками без учёта собственных излучений:

$$q_{\Sigma m}^{\text{exp}} = A_{Sm} (q_{Sm} + q_{Rm}) + \varepsilon_m q_{em}, \quad m = 1, 2, \dots, M, \quad (1.12)$$

которые, в свою очередь, могут быть использованы для определения углов ϑ , ψ и γ с использованием соответствующих расчётных моделей для $q_{Sm}(\Omega, i, u, \alpha_{Nm}, \beta_{Nm}, \gamma_{Nm}, \vartheta, \psi, \gamma)$, $q_{Rm}(\Omega, i, u, \alpha_{Nm}, \beta_{Nm}, \gamma_{Nm}, \vartheta, \psi, \gamma)$ и $q_{em}(\Omega, i, u, \alpha_{Nm}, \beta_{Nm}, \gamma_{Nm}, \vartheta, \psi, \gamma)$, $m = 1, 2, \dots, M$.

1.2. Ориентация элемента поверхности космического аппарата

Связать девять углов между собой можно с помощью матриц перехода. Координаты единичного вектора нормали \bar{N} в связанной с аппаратом системе координат записываются с помощью направляющих косинусов следующим образом (Рисунок 1.2):

$$\bar{N}_C(\cos \alpha_N, \cos \beta_N, \cos \gamma_N). \quad (1.13)$$

Определить координаты вектора \bar{N} в орбитальной системе координат можно с помощью матрицы перехода от связанной системы координат к орбитальной A [41]:

$$A = \begin{pmatrix} \cos \vartheta \cos \psi & \sin \vartheta & -\cos \vartheta \sin \psi \\ \sin \psi \sin \gamma - \sin \vartheta \cos \psi \cos \gamma & \cos \vartheta \cos \gamma & \cos \psi \sin \gamma + \sin \vartheta \sin \psi \cos \gamma \\ \sin \psi \cos \gamma + \sin \vartheta \cos \psi \sin \gamma & -\cos \vartheta \sin \gamma & \cos \psi \cos \gamma - \sin \vartheta \sin \psi \sin \gamma \end{pmatrix}. \quad (1.14)$$

Тогда компоненты вектора \bar{N} в орбитальной системе координат можно найти как:

$$\begin{pmatrix} N_n \\ N_r \\ N_b \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{pmatrix} N_{C_x} \\ N_{C_y} \\ N_{C_z} \end{pmatrix}. \quad (1.15)$$

Так как матрица A является ортогональной матрицей, то обратная для неё матрица A^{-1} равна транспонированной матрице A^T :

$$A^{-1} = A^T. \quad (1.16)$$

Тогда после подстановки (1.13) и (1.14) в (1.16) координаты вектора нормали \bar{N} в орбитальной системе координат можно записать:

$$N_n = N_{C_x} \cos \vartheta \cos \psi + N_{C_y} (\sin \psi \sin \gamma - \sin \vartheta \cos \psi \cos \gamma) + N_{C_z} (\sin \psi \cos \gamma + \sin \vartheta \cos \psi \sin \gamma), \quad (1.17)$$

$$N_r = N_{C_x} \sin \vartheta + N_{C_y} \cos \vartheta \cos \gamma - N_{C_z} \cos \vartheta \sin \gamma, \quad (1.18)$$

$$N_b = -N_{C_x} \cos \vartheta \sin \psi + N_{C_y} (\cos \psi \sin \gamma + \sin \vartheta \sin \psi \cos \gamma) + N_{C_z} (\cos \psi \cos \gamma - \sin \vartheta \sin \psi \sin \gamma). \quad (1.19)$$

Матрица перехода от планетоцентрической экваториальной системы координат к орбитальной выглядит следующим образом [41]:

$$B = \begin{vmatrix} -\sin u \cos \Omega - \cos u \sin \Omega \cos i & -\sin u \sin \Omega + \cos u \cos \Omega \cos i & \cos u \sin i \\ \cos u \cos \Omega - \sin u \sin \Omega \cos i & \cos u \sin \Omega + \sin u \cos \Omega \cos i & \sin u \sin i \\ -\sin \Omega \sin i & \cos \Omega \sin i & -\cos i \end{vmatrix}. \quad (1.20)$$

Компоненты вектора \overline{N} в планетоцентрической системе координат:

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \end{pmatrix} = B^{-1} \begin{pmatrix} N_n \\ N_r \\ N_b \end{pmatrix}. \quad (1.21)$$

После преобразования (1.21), используя выражения (1.17)–(1.20), получим координаты вектора нормали в планетоцентрической экваториальной системе координат (Рисунок 1.1):

$$N_x = N_n (-\sin u \cos \Omega - \cos u \sin \Omega \cos i) + N_r (\cos u \cos \Omega - \sin u \sin \Omega \cos i) - N_b \sin \Omega \sin i, \quad (1.22)$$

$$N_y = N_n (-\sin u \sin \Omega + \cos u \cos \Omega \cos i) + N_r (\cos u \sin \Omega + \sin u \cos \Omega \cos i) + N_b \cos \Omega \sin i, \quad (1.23)$$

$$N_z = N_n \cos u \sin i + N_r \sin u \sin i - N_b \cos i. \quad (1.24)$$

Подставляя координаты векторов нормали из связанной и орбитальной систем координат в планетоцентрическую экваториальную (1.22)–(1.24), выразим неизвестные углы ϑ , ψ , γ :

$$\begin{aligned}
N_X = & (\cos \alpha_N \cos \vartheta \cos \psi + \cos \beta_N (\sin \psi \sin \gamma - \sin \vartheta \cos \psi \cos \gamma) + \\
& + \cos \gamma_N (\sin \psi \cos \gamma + \sin \vartheta \cos \psi \sin \gamma)) \times \\
& \times (-\sin u \cos \Omega - \cos u \sin \Omega \cos i) + \\
& + (\cos \alpha_N \sin \vartheta + \cos \beta_N \cos \vartheta \cos \gamma - \cos \gamma_N \cos \vartheta \sin \gamma) \times \\
& \times (\cos u \cos \Omega - \sin u \sin \Omega \cos i) - \\
& - (-\cos \alpha_N \cos \vartheta \sin \psi + \cos \beta_N (\cos \psi \sin \gamma + \sin \vartheta \sin \psi \cos \gamma) + \\
& + \cos \gamma_N (\cos \psi \cos \gamma - \sin \vartheta \sin \psi \sin \gamma)) \sin \Omega \sin i,
\end{aligned} \tag{1.25}$$

$$\begin{aligned}
N_Y = & (\cos \alpha_N \cos \vartheta \cos \psi + \cos \beta_N (\sin \psi \sin \gamma - \sin \vartheta \cos \psi \cos \gamma) + \\
& + \cos \gamma_N (\sin \psi \cos \gamma + \sin \vartheta \cos \psi \sin \gamma)) \times (-\sin u \sin \Omega + \cos u \cos \Omega \cos i) + \\
& + (\cos \alpha_N \sin \vartheta + \cos \beta_N \cos \vartheta \cos \gamma - \\
& - \cos \gamma_N \cos \vartheta \sin \gamma) \times (\cos u \sin \Omega + \sin u \cos \Omega \cos i) + \\
& + (-\cos \alpha_N \cos \vartheta \sin \psi + \cos \beta_N (\cos \psi \sin \gamma + \sin \vartheta \sin \psi \cos \gamma) + \\
& + \cos \gamma_N (\cos \psi \cos \gamma - \sin \vartheta \sin \psi \sin \gamma)) \cos \Omega \sin i,
\end{aligned} \tag{1.26}$$

$$\begin{aligned}
N_Z = & (\cos \alpha_N \cos \vartheta \cos \psi + \cos \beta_N (\sin \psi \sin \gamma - \sin \vartheta \cos \psi \cos \gamma) + \\
& + \cos \gamma_N (\sin \psi \cos \gamma + \sin \vartheta \cos \psi \sin \gamma)) \cos u \sin i + \\
& + (\cos \alpha_N \sin \vartheta + \cos \beta_N \cos \vartheta \cos \gamma - \cos \gamma_N \cos \vartheta \sin \gamma) \sin u \sin i - \\
& - (-\cos \alpha_N \cos \vartheta \sin \psi + \cos \beta_N (\cos \psi \sin \gamma + \sin \vartheta \sin \psi \cos \gamma) + \\
& + \cos \gamma_N (\cos \psi \cos \gamma - \sin \vartheta \sin \psi \sin \gamma)) \cos i.
\end{aligned} \tag{1.27}$$

Упростим выражения (1.25)–(1.27) путём замены известных параметров на переменные A_i , B_i , C_i :

$$\begin{aligned}
N_X = & A_1(\alpha_N, u, \Omega, i) \cos \vartheta \cos \psi + \\
& + A_2(\beta_N, u, \Omega, i) (\sin \psi \sin \gamma - \sin \vartheta \cos \psi \cos \gamma) + \\
& + A_3(\gamma_N, u, \Omega, i) (\sin \psi \cos \gamma + \sin \vartheta \cos \psi \sin \gamma) + A_4(\alpha_N, u, \Omega, i) \sin \vartheta + \\
& + A_5(\beta_N, u, \Omega, i) \cos \vartheta \cos \gamma - A_6(\gamma_N, u, \Omega, i) \cos \vartheta \sin \gamma + \\
& + A_7(\alpha_N, \Omega, i) \cos \vartheta \sin \psi - A_8(\beta_N, \Omega, i) (\cos \psi \sin \gamma + \sin \vartheta \sin \psi \cos \gamma) - \\
& - A_9(\gamma_N, \Omega, i) (\cos \psi \cos \gamma - \sin \vartheta \sin \psi \sin \gamma),
\end{aligned} \tag{1.28}$$

$$\begin{aligned}
N_Y = & B_1(\alpha_N, u, \Omega, i) \cos \vartheta \cos \psi + B_2(\beta_N, u, \Omega, i) (\sin \psi \sin \gamma - \\
& - \sin \vartheta \cos \psi \cos \gamma) + B_3(\gamma_N, u, \Omega, i) (\sin \psi \cos \gamma + \sin \vartheta \cos \psi \sin \gamma) + \\
& + B_4(\alpha_N, u, \Omega, i) \sin \vartheta + B_5(\beta_N, u, \Omega, i) \cos \vartheta \cos \gamma - \\
& - B_6(\gamma_N, u, \Omega, i) \cos \vartheta \sin \gamma - B_7(\alpha_N, \Omega, i) \cos \vartheta \sin \psi + \\
& + B_8(\beta_N, \Omega, i) (\cos \psi \sin \gamma + \sin \vartheta \sin \psi \cos \gamma) + \\
& + B_9(\gamma_N, \Omega, i) (\cos \psi \cos \gamma - \sin \vartheta \sin \psi \sin \gamma),
\end{aligned} \tag{1.29}$$

$$\begin{aligned}
N_Z = & C_1(\alpha_N, u, i) \cos \vartheta \cos \psi + C_2(\beta_N, u, i)(\sin \psi \sin \gamma - \sin \vartheta \cos \psi \cos \gamma) + \\
& + C_3(\gamma_N, u, i)(\sin \psi \cos \gamma + \sin \vartheta \cos \psi \sin \gamma) + C_4(\gamma_N, u, i) \sin \vartheta + \\
& + C_5(\gamma_N, u, i) \cos \vartheta \cos \gamma - C_6(\gamma_N, u, i) \cos \vartheta \sin \gamma + \\
& + C_7(\gamma_N, i) \cos \vartheta \sin \psi - C_8(\gamma_N, i)(\cos \psi \sin \gamma + \sin \vartheta \sin \psi \cos \gamma) - \\
& - C_9(\gamma_N, i)(\cos \psi \cos \gamma - \sin \vartheta \sin \psi \sin \gamma).
\end{aligned} \tag{1.30}$$

где A_i , B_i , C_i — переменные, зависящие от следующих углов α_N , β_N , γ_N , Ω , i , u , которые равны:

$$\begin{aligned}
A_1 &= \cos \alpha_N (-\sin u \cos \Omega) + \cos \alpha_N (-\cos u \sin \Omega \cos i), & A_7 &= \cos \alpha_N \sin \Omega \sin i, \\
A_2 &= \cos \beta_N (-\sin u \cos \Omega) + \cos \beta_N (-\cos u \sin \Omega \cos i), & A_8 &= \cos \beta_N \sin \Omega \sin i, \\
A_3 &= \cos \gamma_N (-\sin u \cos \Omega) + \cos \gamma_N (-\cos u \sin \Omega \cos i), & A_9 &= \cos \gamma_N \sin \Omega \sin i, \\
A_4 &= \cos \alpha_N \cos u \cos \Omega + \cos \alpha_N (-\sin u \sin \Omega \cos i), & B_1 &= \cos \alpha_N (-\sin u \sin \Omega) + \cos \alpha_N \cos u \cos \Omega \cos i, \\
A_5 &= \cos \beta_N \cos u \cos \Omega + \cos \beta_N (-\sin u \sin \Omega \cos i), & B_2 &= \cos \beta_N (-\sin u \sin \Omega) + \cos \beta_N \cos u \cos \Omega \cos i, \\
A_6 &= \cos \gamma_N \cos u \cos \Omega + \cos \gamma_N (-\sin u \sin \Omega \cos i), & B_3 &= \cos \gamma_N (-\sin u \sin \Omega) + \cos \gamma_N \cos u \cos \Omega \cos i, \\
B_4 &= \cos \alpha_N \cos u \sin \Omega + \cos \alpha_N \sin u \cos \Omega \cos i, & B_7 &= \cos \alpha_N \cos \Omega \sin i, \\
B_5 &= \cos \beta_N \cos u \sin \Omega + \cos \beta_N \sin u \cos \Omega \cos i, & B_8 &= \cos \beta_N \cos \Omega \sin i, \\
B_6 &= \cos \gamma_N \cos u \sin \Omega + \cos \gamma_N \sin u \cos \Omega \cos i, & B_9 &= \cos \gamma_N \cos \Omega \sin i, \\
C_1 &= \cos \alpha_N \cos u \sin i, & C_2 &= \cos \beta_N \cos u \sin i, & C_3 &= \cos \gamma_N \cos u \sin i, \\
C_4 &= \cos \alpha_N \sin u \sin i, & C_5 &= \cos \beta_N \sin u \sin i, & C_6 &= \cos \gamma_N \sin u \sin i, \\
C_7 &= \cos \alpha_N \cos i, & C_8 &= \cos \beta_N \cos i, & C_9 &= \cos \gamma_N \cos i.
\end{aligned}$$

1.3. Параметры орбиты искусственного спутника планеты

Для того чтобы определить внешние тепловые потоки, падающие на элементы поверхности КА, требуется знать следующие параметры:

- текущее время (дату),
- параметры орбиты КА.

Рассмотрим движение КА по эллиптической орбите. Чтобы определить текущее положение центра масс КА, необходимо знать следующие параметры орбиты: высоту апоцентра H_a , высоту перицентра H_π и аргумент перицентра ω , который задаёт положение перицентра P относительно линии узлов (Рисунок 1.1). Используя их, мы можем определить форму текущей орбиты, определить текущее положение КА на орбите и связать его со временем.

Для того чтобы определить форму текущей орбиты КА, можно воспользоваться следующими простыми геометрическими соотношениями [41]:

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{2R_{\text{пл}} + H_a + H_\pi}{2}, \\ e &= \frac{H_a - H_\pi}{H_a + H_\pi}, \\ p &= a(1 - e^2) = \frac{2R_{\text{пл}} + H_a + H_\pi}{2} \left(1 - \left(\frac{H_a - H_\pi}{H_a + H_\pi} \right)^2 \right), \end{aligned} \right\} \quad (1.31)$$

где $R_{\text{пл}}$ — радиус планеты (гравитационного центра притяжения), a — большая полуось орбиты, p — фокальный параметр орбиты, e — эксцентриситет орбиты. Подставляя (1.31) в уравнение орбиты (1.39), мы можем получить простую связь между текущим радиус-вектором КА \vec{r} и его текущим положением на орбите. Текущее положение КА может быть описано с помощью истинной аномалии ν . Также удобно использовать соотношение между ν и углом u — аргументом широты:

$$u = \omega + \nu. \quad (1.32)$$

Чтобы определить текущее положение ν КА на орбите как функцию времени, целесообразно использовать уравнение Кеплера. Его решение можно получить, воспользовавшись эксцентрической аномалией E . Соотношение между истинной и эксцентрической аномалиями (Рисунок 1.5) может быть представлено в следующем виде [41]:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{E}{2}\right) = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg}\left(\frac{\nu}{2}\right). \quad (1.33)$$

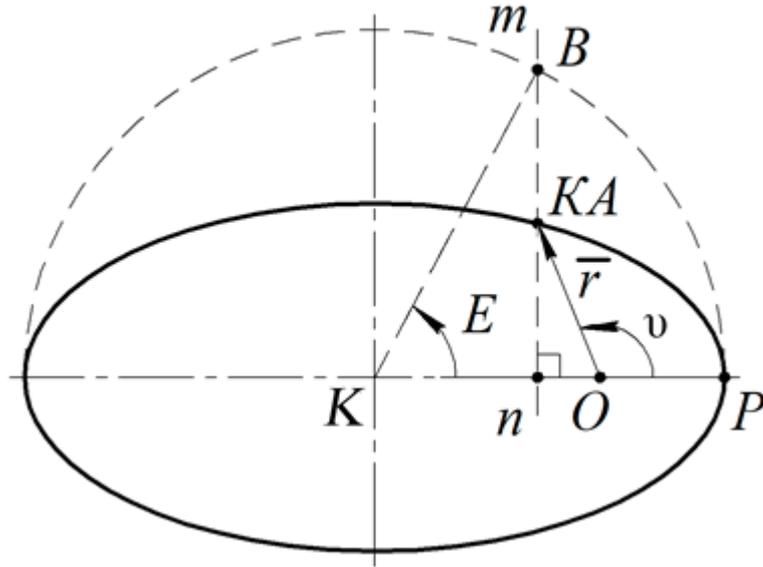


Рисунок 1.5 — Эллиптическая орбита в прямоугольных координатах с началом в геометрическом центре K .

На Рисунке 1.5: P — перицентр орбиты, O — гравитационный центр (фокус эллипса), B — точка пересечения перпендикуляра mn к большой полуоси эллипса, проходящего через текущее положение KA , и полуокружности.

Для простоты предположим, что в начальный момент времени t_0 KA находится в точке восходящего узла, то есть $\nu_0 = -\omega$. Теперь мы можем достаточно просто определить текущий момент времени $t_{\text{тек}}$ KA как функцию текущей эксцентрической аномалии $E_{\text{тек}}$ (Рисунок 1.5):

$$t_{\pi} = t_0 - n^{-1}(E_0 - e \sin E_0), \quad (1.34)$$

$$t_{\text{тек}} = t_{\pi} + n^{-1}(E_{\text{тек}} - e \sin E_{\text{тек}}), \quad (1.35)$$

где t_{π} — время прохождения аппаратом перицентра орбиты,

E_0 — эксцентрическая аномалия в начальный момент времени:

$$E_0 = 2 \arctg \left(\sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \left(-\frac{\omega}{2} \right) \right), \quad (1.36)$$

где n — среднее движение спутника (средняя угловая скорость движения спутника), которая определяется следующим образом:

$$n = \sqrt{\frac{\mu_{\text{пл}}}{a^3}}, \quad (1.37)$$

$$\mu_{\text{пл}} = f \cdot M_{\text{пл}}, \quad (1.38)$$

здесь $\mu_{\text{пл}}$ — гравитационный параметр планеты с массой $M_{\text{пл}}$,

$f = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 / \text{с}^2 \cdot \text{кг}$ — гравитационная постоянная.

Рассчитать текущий радиус-вектор КА можно из уравнения орбиты [41]:

$$r_{\text{тек}} = \frac{p}{1 + e \sin v_{\text{тек}}}. \quad (1.39)$$

1.4. Внешние радиационные тепловые потоки

Зная девять углов, определяющие ориентацию элемента поверхности КА, параметры орбиты и положение КА на орбите можно рассчитать значения радиационных тепловых потоков: солнечного q_s и отражённого от планеты q_R лучистых потоков, а также собственного излучения планеты q_e [17].

В математической модели для расчёта падающих лучистых потоков принимались следующие допущения:

- Прямой солнечный поток является плоскопараллельным.
- Солнечная активность не учитывается.
- Альбедо планеты является постоянным по её поверхности и равным среднему значению.
- При отражении солнечного потока от планеты, его спектр не меняется.
- Интенсивность излучения планеты и Солнца определяется как интенсивность излучения абсолютно чёрного тела при соответствующей радиационной температуре.
- Плоскость орбиты планет совпадает с плоскостью эклиптики, то есть наклонение равно нулю.
- На низких орбитах (при полёте вокруг Земли на высотах до ~200 км) вокруг планеты с атмосферой вклад молекулярных и рекомбинированных тепловых потоков не учитывается [49].

1.4.1. Прямое солнечное излучение

Расчёт потока прямого солнечного излучения можно записать в следующем виде [34, 37]:

$$q_s = S \cdot F^s = S \cdot \cos\zeta, \quad (1.40)$$

где F^s — единичная площадь миделя участка поверхности КА, вычисленная по направлению распространения солнечной радиации,

ζ — угол между нормалью к элементу поверхности \bar{N} и направлением на Солнце \bar{S} ,

S — плотность потока солнечного излучения, падающего по нормали на единичную поверхность на внешней границе атмосферы на среднем расстоянии планеты от Солнца:

$$S = \frac{S_0}{L^2}, \quad (1.41)$$

где $S_0 = 1398 \text{ Вт / м}^2$ — солнечная постоянная для Земли,

L — среднее расстояние от планеты до Солнца в а.е.

Следует отметить одно из условий, при котором солнечное излучение не падает на лицевую сторону исследуемого элемента поверхности КА и, соответственно, равно нулю: $\zeta > 90^\circ$.

Значение $\cos\zeta$ может быть определено как скалярное произведение векторов:

$$\cos\zeta = \frac{(\bar{N} \times \bar{S})}{|\bar{N}| \times |\bar{S}|} = N_x S_x + N_y S_y + N_z S_z, \quad (1.42)$$

где \bar{S} — единичный вектор направления на Солнца, координаты которого определены следующий образом:

$$\bar{S}(\cos\Phi, \sin\Phi \cos\varepsilon_{pl}, \sin\Phi \sin\varepsilon_{pl}). \quad (1.43)$$

Перепишем уравнение (1.40) с учётом (1.42) и подставим известные координаты вектора направления на Солнце (1.43):

$$q_s = S \times (N_x \cos\Phi + N_y \sin\Phi \cos\varepsilon_{pl} + N_z \sin\Phi \sin\varepsilon_{pl}), \quad (1.44)$$

где Φ — угол между осью OX планетоцентрической экваториальной системы координат и вектором \bar{S} (Рисунок 1.6),

ε_{pl} — угол наклона между плоскостью экватора и плоскостью эклиптики.

Движение планеты относительно Солнца

В силу того, что движение планеты вокруг Солнца аналогично движению спутника вокруг планеты, можно аналогичным способом определить время прохождения планетой перицентра своей орбиты $t_{плп}$ (1.34) и (1.36). Соответственно, для этого случая применяются параметры системы планета-Солнце.

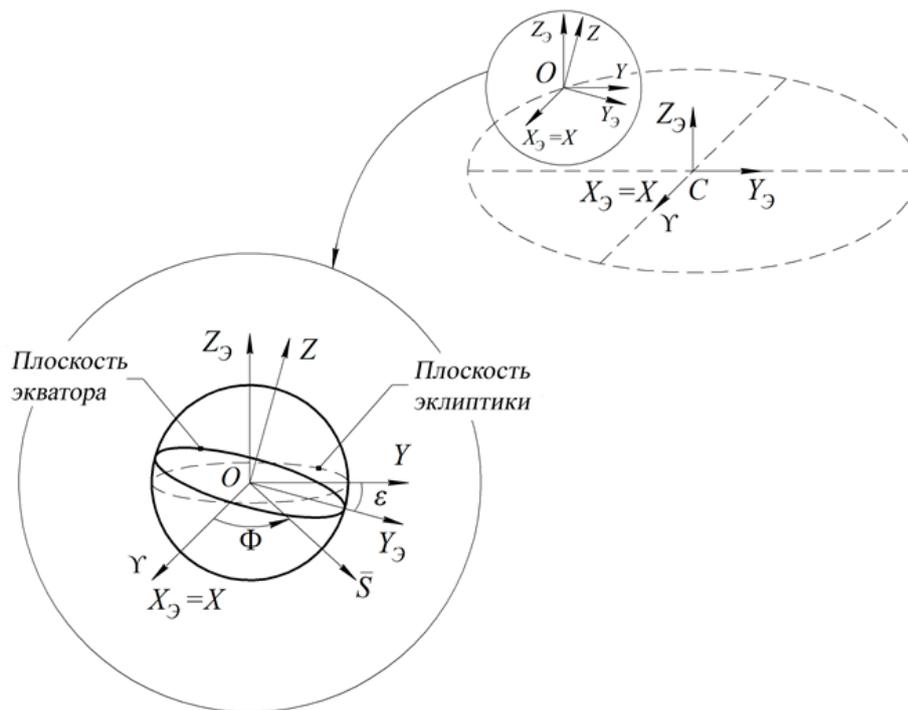


Рисунок 1.6 — Траектория движения планеты относительно Солнца

Также отметим, что в некоторых случаях удобнее задаваться количеством суток, которое планета прошла на текущий момент после прохождения осеннего равноденствия Δt , а не углом Φ . Зависимость между параметрами Φ и Δt можно описать достаточно просто, используя уравнение Кеплера и простые геометрические соотношения (1.48), (1.49).

С учётом того допущения, что орбита планеты совпадает с плоскостью эклиптики, то её орбита может быть изображена в плоскости X_3Y_3 гелиоцентрической эклиптической системы координат $X_3Y_3Z_3$ (Рисунок 1.7).

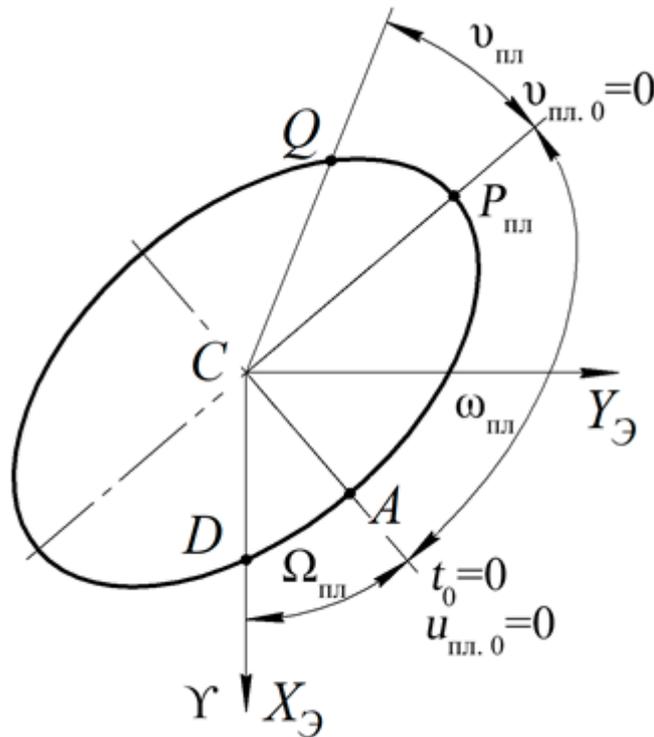


Рисунок 1.7 — Эллиптическая орбита планеты

Здесь Солнце — гравитационный центр притяжения, который находится в точке C . Точка $P_{\text{пл}}$ — перицентр орбиты планеты. В этой точке истинная аномалия планеты $v_{\text{пл}}$ равна нулю. Точка, в которой планета находится в момент весеннего равноденствия, обозначена как точка D . Точке D соответствует начальное значение угла $\Phi_0 = 0^\circ$.

CA — линия узлов. В точке A следующие параметры равны нулю: t_0 и $u_{\text{пл.0}}$. Q — текущее положение планеты. Время Δt — это время в днях, которое планета пройдет по орбите между точками D и Q .

Таким образом, можно определить углы v_D и E_D , также, как и время t_D для точки D :

$$v_D = 2\pi - \omega_{\text{пл}} - \Omega_{\text{пл}}, \quad (1.45)$$

$$E_D = 2 \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \frac{v_D}{2} \right), \quad (1.46)$$

$$t_D = t_{\text{пл}} + n^{-1} (E_D - e \sin E_D). \quad (1.47)$$

Текущее время нахождения планеты, измеренное от начального положения, определяется следующим выражением:

$$t_{\text{тек. пл}} = t_D + \Delta t - T_{\text{об}}, \quad (1.48)$$

где $T_{\text{об}}$ — период обращения планеты вокруг Солнца, Δt — время прохождения планетой точки весеннего равноденствия.

Определить углы $v_{\text{тек. пл}}$ и $E_{\text{тек. пл}}$ можно решая уравнение Кеплера относительно $E_{\text{тек. пл}}$, аналогично (1.33) и (1.35). Тогда требуемый угол Φ равен:

$$\Phi = \pi - (\omega_{\text{пл}} + \Omega_{\text{пл}} + v_{\text{тек. пл}}). \quad (1.49)$$

1.4.2. Отражённое от планеты солнечное излучение

В общем случае модель отражения включает в себя две составляющие: диффузную и зеркальную. Тогда отражённое от планеты солнечное излучение можно записать следующим образом [17, 49]:

$$q_R \Big|_{\gamma_S \in [0, \pi - \theta_0]} = q_R^{\text{д}} + q_R^{\text{з}}, \quad (1.50)$$

$q_R^{\text{д}}$ — отражённое от планеты солнечное излучение, которое подчиняется закону Ламберта,

$q_R^{\text{з}}$ — отражённое от планеты солнечное излучение, которое описывается законом зеркальной оптики,

γ_S — угол между направлением на элемент поверхности из центра планеты и вектором \vec{S} направления на Солнце, который определён в диапазоне $0 \leq \gamma_S \leq \pi - \theta_0$ (Рисунок 1.8).

Будем считать, что при $\gamma_S \leq 60^\circ$ справедлива диффузная модель отражения, тогда при $\gamma_S > 60^\circ$ — зеркальная.

Для случая диффузной модели отражения $\gamma_s \leq 60^\circ$ плотность отражённого от планеты излучения определяется по формуле [34, 43, 85, 88]:

$$q_R^D = A_\alpha S \frac{1}{\pi} \int_{\Theta} \frac{F_n}{F} \cos \Psi_0 d\omega = A_\alpha S \varphi_2, \quad (1.51)$$

где A_α — среднее альbedo планеты,

φ_2 — угловой комбинированный коэффициент, зависящий от взаимного положения поверхности, Солнца и планеты. Он определяет долю отражённой от планеты солнечной энергии, попадающую на рассматриваемую поверхность.

Ψ_0 — зенитное расстояние Солнца для элемента поверхности планеты, с которого рассматривается излучение, т.е. угол между его внешней нормалью и направлением на Солнце. Данная запись учитывает, что на теневой части планеты, где $\Psi_0 \geq \pi / 2$, плотность отражённого солнечного излучения равна нулю.

Θ — телесный угол, в пределах которого планета излучает энергию на поверхность F (телесный угол обзора планеты).

Для расчёта коэффициента φ_2 необходимо знать параметры, характеризующие систему планета–Солнце–элемент поверхности: θ_0 , γ_s , δ_s , ψ_n (Рисунок 1.8).

θ_0 — угол между вертикальным и касательным к планете направлениями из центра элемента;

δ_s — угол между вертикальной плоскостью, проходящей через нормаль к элементу поверхности, и вертикальной плоскостью, параллельной солнечному потоку, определённый в диапазоне $0 \leq \delta_s \leq \pi$;

ψ_n — угол между нормалью \bar{N} к рассматриваемой стороне элемента поверхности и вертикальным направлением — направлением на центр планеты, — который определён в следующем интервале $0 \leq \psi_n \leq \pi / 2 + \theta_0$.

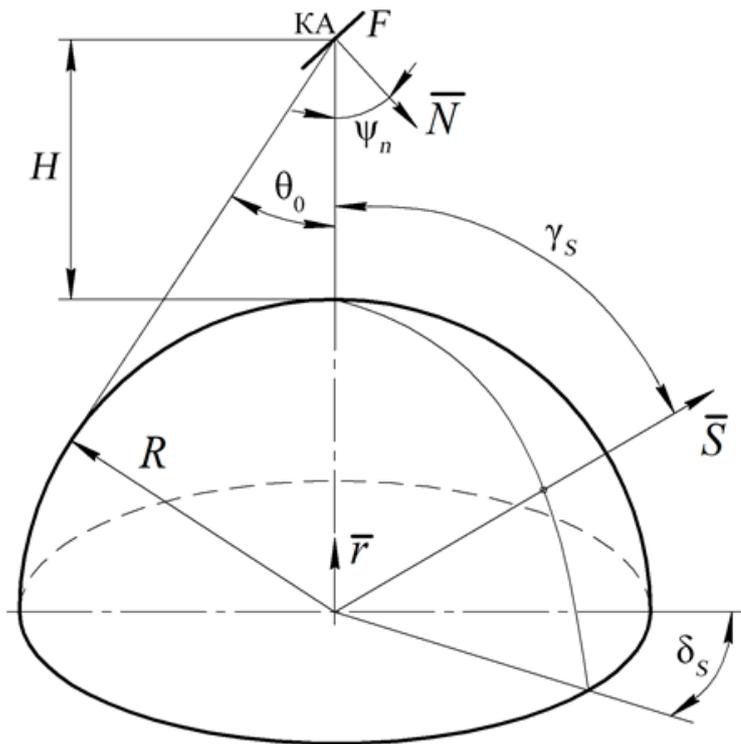


Рисунок 1.8 — Основные параметры для расчёта угловых коэффициентов

Угол θ_0 определяется по формуле:

$$\sin\theta_0 = \frac{\bar{R}}{R + H}, \quad (1.52)$$

где \bar{R} — эффективный радиус планеты, H — текущая высота орбиты КА.

Тогда формулу (1.52) можно переписать следующим образом:

$$\theta_0 = \arcsin \frac{\bar{R}}{R + H}, \quad (1.53)$$

$$\cos\theta_0 = \sqrt{1 - \sin^2\theta_0}. \quad (1.54)$$

Значение угла ψ_n можно рассчитать, зная координаты единичного вектора нормали \bar{N} и координаты единичного вектора \bar{r} , направленного по радиус-вектору КА. Координаты вектора \bar{r} можно определить как координаты радиали Or орбитальной системы координат:

$$r_x = \cos u \cos \Omega - \sin u \sin \Omega \cos i, \quad (1.55)$$

$$r_y = \cos u \sin \Omega + \sin u \cos \Omega \cos i, \quad (1.56)$$

$$r_z = \sin u \sin i. \quad (1.57)$$

Тогда значение угла ψ_n можно определить через скалярное произведение векторов \bar{N} и \bar{r} :

$$\cos \psi_n = -\frac{(\bar{N} \times \bar{r})}{|\bar{N}| \times |\bar{r}|} = -(N_x r_x + N_y r_y + N_z r_z), \quad (1.58)$$

Формулу (1.58) можно переписать следующим образом:

$$\psi_n = \pi - \arccos(N_x r_x + N_y r_y + N_z r_z), \quad (1.59)$$

$$\sin \psi_n = \sqrt{1 - \cos^2 \psi_n}. \quad (1.60)$$

Угол γ_s определяется через скалярное произведение векторов \bar{S} и \bar{r} :

$$\cos \gamma_s = \frac{(\bar{S} \times \bar{r})}{|\bar{S}| \times |\bar{r}|} = S_x r_x + S_y r_y + S_z r_z. \quad (1.61)$$

Перепишем формулу (1.61):

$$\gamma_s = \arccos(S_x r_x + S_y r_y + S_z r_z), \quad (1.62)$$

$$\sin \gamma_s = \sqrt{1 - \cos^2 \gamma_s}. \quad (1.63)$$

Угол δ_s можно вычислить по следующей формуле:

$$\cos \delta_s = \frac{(\bar{N}_{Sr} \times \bar{N}_{Nr})}{|\bar{N}_{Sr}| \times |\bar{N}_{Nr}|} = \frac{N_{Sr_x} N_{Nr_x} + N_{Sr_y} N_{Nr_y} + N_{Sr_z} N_{Nr_z}}{\sin \gamma_s \sin \psi_n}. \quad (1.64)$$

Или имеем:

$$\delta_s = \arccos \left(\frac{N_{Sr_x} N_{Nr_x} + N_{Sr_y} N_{Nr_y} + N_{Sr_z} N_{Nr_z}}{\sin \gamma_s \sin \psi_n} \right), \quad (1.65)$$

$$\sin \delta_s = \sqrt{1 - \cos^2 \delta_s}. \quad (1.66)$$

где \bar{N}_{Sr} — нормаль к вертикальной плоскости, параллельной солнечному потоку, \bar{N}_{Nr} — нормаль к вертикальной плоскости, проходящей через нормаль к элементу поверхности.

Следует отметить, что при угле ψ_n равном нулю, угол δ_s не определён (Рисунок 1.8), поэтому в этом случае он приравнивается нулю.

Координаты и модули векторов нормалей \bar{N}_{Sr} и \bar{N}_{Nr} можно определить, используя векторное произведение векторов, образующих соответствующие плоскости:

$$\left. \begin{aligned} \bar{N}_{Sr} &= (S_Y r_Z - S_Z r_Y, S_Z r_X - S_X r_Z, S_X r_Y - S_Y r_X), \\ \bar{N}_{Nr} &= (N_Y r_Z - N_Z r_Y, N_Z r_X - N_X r_Z, N_X r_Y - N_Y r_X), \\ |\bar{N}_{Sr}| &= |\bar{S}| |\bar{r}| \sin \gamma_S = \sin \gamma_S, \\ |\bar{N}_{Nr}| &= |\bar{N}| |\bar{r}| \sin(\pi - \psi_n) = \sin \psi_n. \end{aligned} \right\} \quad (1.67)$$

Угловой комбинированный коэффициент φ_2 рассчитывается по следующей формуле:

$$\varphi_2 = f_2^*(\theta_0, \psi_n) \cos \gamma_S + f_3^*(\theta_0, \psi_n) \sin \psi_n \sin \gamma_S \cos \delta_S, \quad (1.68)$$

$$\text{где } f_2^*(\theta_0, \psi_n) \approx \frac{f_2(\theta_0)}{\sin^2 \theta_0} \varphi_1, \quad (1.69)$$

$$f_2(\theta_0) = \frac{1}{4} \left(1 + \sin^2 \theta_0 + 2 \sin^3 \theta_0 + \frac{\cos^4 \theta_0}{2 \sin \theta_0} \ln \frac{1 - \sin \theta_0}{1 + \sin \theta_0} \right), \quad (1.70)$$

$$f_3^*(\theta_0, \psi_n) = \begin{cases} f_3(\theta_0), & \text{при } 0 \leq \psi_n \leq \frac{\pi}{2} - \theta_0, \\ f_3(\theta_0) \frac{\theta_0 + \frac{\pi}{2} - \psi_n}{2\theta_0}, & \text{при } \frac{\pi}{2} - \theta_0 \leq \psi_n \leq \frac{\pi}{2} + \theta_0. \end{cases} \quad (1.71)$$

$$f_3(\theta_0) = \frac{\cos^2 \theta_0 (3 + \sin^2 \theta_0)}{16 \sin \theta_0} \ln \frac{1 + \sin \theta_0}{1 - \sin \theta_0} - \frac{(1 - \sin \theta_0)(3 + 3 \sin \theta_0 + 2 \sin^2 \theta_0)}{8}, \quad (1.72)$$

φ_1 — угловой коэффициент между поверхностью и планетой. Он определяет долю собственного излучения планеты, попадающую на поверхность.

Для вычисления коэффициента φ_1 необходимо знать два параметра системы θ_0 и ψ_n :

$$\varphi_1 = \begin{cases} \cos \psi_n \sin^2 \theta_0, & \text{при } 0 \leq \psi_n \leq \frac{\pi}{2} - \theta_0, \\ \frac{\cos \psi_n \sin^2 \theta_0}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} + \arcsin(\operatorname{ctg} \theta_0 \operatorname{ctg} \psi_n) \right] + \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{\sqrt{\sin^2 \theta_0 - \cos^2 \psi_n}}{\sin \psi_n} - \\ - \frac{1}{\pi} \cos \theta_0 \sqrt{\sin^2 \theta_0 - \cos^2 \psi_n}, & \text{при } \frac{\pi}{2} - \theta_0 \leq \psi_n \leq \frac{\pi}{2} + \theta_0, \\ 0, & \text{при } \frac{\pi}{2} + \theta_0 \leq \psi_n \leq \pi. \end{cases} \quad (1.73)$$

Отметим, что при больших значениях γ_S и $\delta_S > \pi/2$ формула для вычисления φ_2 может дать небольшие отрицательные значения потока. В этих случаях следует принимать поток равным нулю.

Для зеркальной модели $\gamma_S > 60^\circ$ отражённый солнечный тепловой поток будет рассчитываться по следующей формуле [37, 88]:

$$q_R^3 = A_\alpha \cdot S \cdot F^R \cdot k^3, \quad (1.74)$$

где F^R — единичная площадь миделя участка поверхности КА, вычисленная по направлению распространения зеркально отражённого излучения (Рисунок 1.9):

$$F^R = \cos(\psi_n - (2\beta^{\text{отр}} - \gamma_S)), \quad (1.75)$$

k^3 — коэффициент рассеяния однородного потока лучистой энергии при зеркальном отражении от сферической поверхности:

$$k^3 = \frac{b_0^2 \sin 2\beta^{\text{отр}}}{2 \sin \gamma_S [2 \cos(2\beta^{\text{отр}} - \gamma_S) - b_0 \cos \beta^{\text{отр}}]}, \quad (1.76)$$

где

$$b_0 = \frac{\bar{R}}{R + H}, \quad (1.77)$$

$\beta^{\text{отр}}$ — угол отражения падающего излучения от поверхности планеты.

Углы $\beta^{\text{отр}}$ и γ_S связаны следующим соотношением:

$$b_0 \sin \beta^{\text{отр}} = \sin(2\beta^{\text{отр}} - \gamma_S). \quad (1.78)$$

Определение угла $\beta^{\text{отр}}$ по (1.78) при известном γ_S находится численно — методом деления отрезка пополам.

Из уравнения (1.75) видно, что зеркальная модель тепловых потоков q_R^3 несправедлива при значениях $\psi_n - (2\beta^{\text{отр}} - \gamma_s) > \pi/2$. Выражение $\psi_n - (2\beta^{\text{отр}} - \gamma_s)$ может принимать значения больше $\pi/2$ при выполнении следующих критериев:

- 1) Значение угла ψ_n близко к значению $\pi/2 + \theta_0$,
- 2) Угол γ_s между направлениями на рассматриваемую поверхность и на Солнце из центра планеты близок к 60° или $\pi/3$ радиан, то есть при переходе границы зеркальной и диффузной моделей,
- 3) Текущая высота орбиты КА до ~ 630 км при рассмотрении орбиты искусственного спутника Земли.

Следовательно, дополнительным условием применения диффузной или зеркальной модели является неравенство $\psi_n - (2\beta^{\text{отр}} - \gamma_s) > 90^\circ$, при котором справедлива диффузная модель отражения.

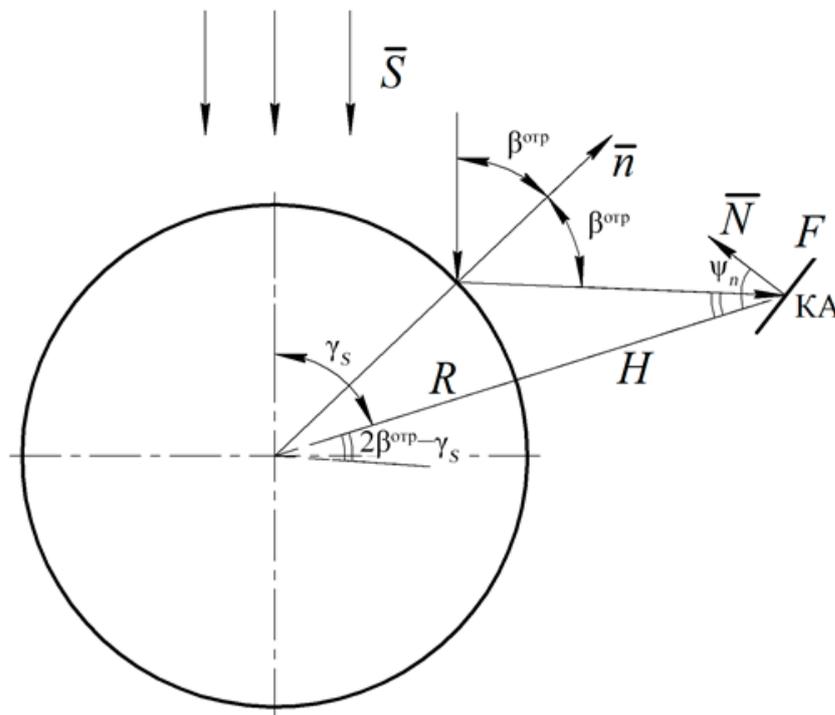


Рисунок 1.9 — Схема расчёта зеркального отражения солнечной энергии от поверхности планеты

В зависимости от углового положения орбиты, высоты полёта КА и времени года, аппарат может периодически попадать в тень планеты. При заходе КА в тень

планеты потоки q_S и q_R обращаются в нуль. Условием нахождения КА в тени является:

$$\gamma_S > (\pi - \theta_0). \quad (1.79)$$

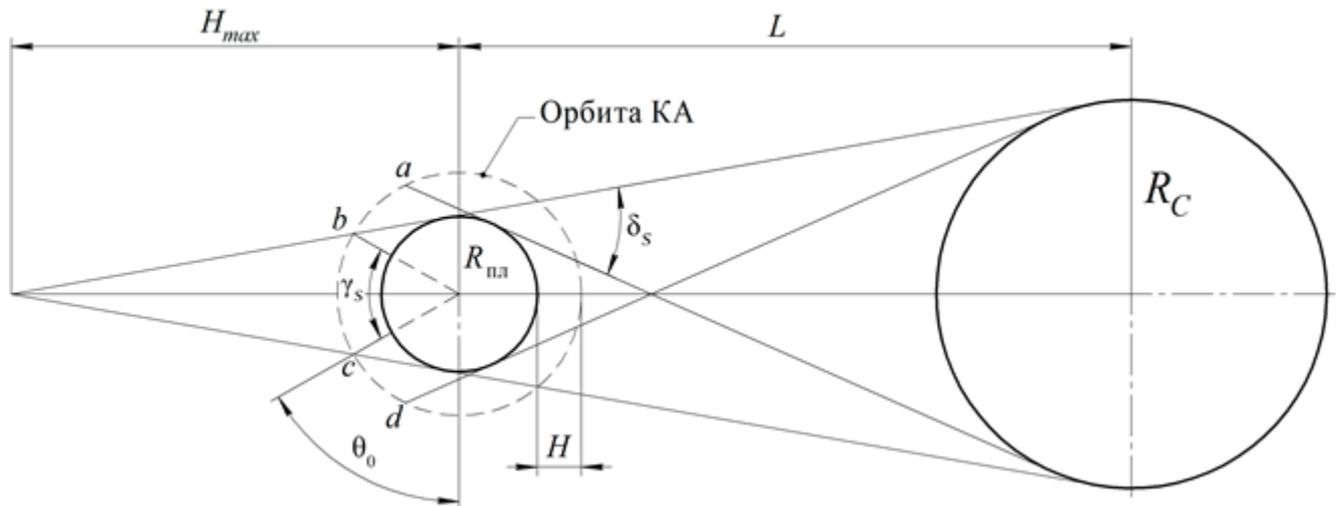


Рисунок 1.10 — Теневая и сумеречная области планеты

Так как Солнце имеет вид не точечного источника, а тела, видимого под определённым углом (Рисунок 1.10), то при обращении аппарата относительно планеты возникает переходная (сумеречная) зона. Однако так как угол δ_s очень мал, то и длина этих участков ab и cd орбиты небольшая. Соответственно, временем нахождения КА в сумеречной зоне можно пренебречь, поэтому в расчётах она учитываться не будет [66].

1.4.3. Собственное излучение планеты

Собственное излучение планет можно разделить на три типа [21, 34, 43]. К планетам первого типа относятся планеты с наиболее равномерным распределением плотности собственного излучения. К этому типу планет относятся Земля и Венера. В этом случае собственное излучение можно определить следующим способом:

$$q_e = \frac{1 - A_\alpha}{4} S \frac{1}{\pi} \iint_s \frac{F_n}{F} ds = \frac{1 - A_\alpha}{4} S \varphi_1, \quad (1.80)$$

где φ_1 — угловой коэффициент, который определяется по (1.73).

Ко второму типу относятся планеты с разреженной атмосферой или полным её отсутствием, а также относительно большим периодом обращения вокруг собственной оси. Следовательно, планеты этого типа имеют ярко выраженную неравномерность по поверхности плотности собственного излучения. Этот тип планет применим к Луне и Меркурию, собственное излучение которых можно определить следующим уравнением:

$$q_e = (1 - A_\alpha) S \varphi_2, \quad (1.81)$$

где φ_2 — угловой комбинированный коэффициент, который определяется по (1.73).

К третьему типу относятся планеты, которые занимают промежуточное положение между первым и вторым типами. На поверхности планеты, освещаемой Солнцем, плотность собственного излучения зависит от зенитного расстояния Солнца. На теневой стороне плотность собственного излучения можно считать постоянной по поверхности планеты. При этом плотность собственного излучения теневой стороны планеты существенно ниже максимального значения солнечной. Этот тип планет положен в основу моделирования теплового излучения Марса и удовлетворительно описывается выражением:

$$q_e = C_1 \varphi_1 + C_2 \varphi_2, \quad (1.82)$$

где C_1 и C_2 — константы, определяющие собственное излучение планеты. Соответственно, плотность излучения с теневой области и с области планеты с нулевым зенитным расстоянием Солнца.

Глава 2. Радиационно-геометрическая обратная задача теплообмена

Для того чтобы определить ориентацию КА в космическом пространстве, необходимо определить три неизвестных угла, задающие угловое положение аппарата в орбитальной системе координат (Рисунок 3): ϑ (угол тангажа), ψ (угол рыскания) и γ (угол крена). Если установить на поверхности КА несколько ДРТП, то можно сформулировать геометрическую обратную задачу радиационного теплообмена [46–48]: по измерениям интегрального теплового потока определить три неизвестных угла ϑ , ψ и γ из девяти углов, определяющих угловые положения датчиков в пространстве.

2.1. Алгоритм решения обратной задачи теплообмена

В общем случае радиационный тепловой поток, поглощённый m -ым ДРТП без учёта собственного излучения, может быть представлен в виде:

$$q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma) = A_{Sm} q_{Sm}(\vartheta, \psi, \gamma) + A_{Sm} q_{Rm}(\vartheta, \psi, \gamma) + \varepsilon_m q_{em}(\vartheta, \psi, \gamma). \quad (3.1)$$

Тогда радиационно-геометрическая обратная задача теплообмена может быть описана следующим образом: необходимо найти такие значения углов ϑ , ψ , и γ , которые удовлетворяют следующей системе уравнений:

$$q_m^{\text{exp}} \cong q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma), \quad m = 1, \dots, M, \quad (3.2)$$

где q_m^{exp} — экспериментально измеренный суммарный тепловой поток, поглощённый m -ым ДРТП без учёта собственного излучения (1.12), $q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma)$ — расчётный суммарный тепловой поток поглощённый m -ым ДРТП, без учёта собственного излучения.

То есть должны быть равны экспериментально измеренные и расчётные поглощённые тепловые потоки без учёта собственных излучений ДРТП, которые определяются, соответственно, на основе граничной обратной задачи теплообмена и при численном решении математической модели теплообмена в космосе. При

этом следует отметить, что на самом деле тепловые потоки будут незначительно отличаться по причине ряда допущений в математической модели, несовершенством конструкции и погрешностью измерений датчиков.

Будем считать, что для определения ориентации КА в космическом пространстве значения q_m^{exp} и $q_{\Sigma m}$ будут иметь близкие друг к другу значения. То есть существуют такие углы ϑ , ψ , γ , при которых существует единственный корень решения и справедливо следующие:

$$\lim_{q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma, \tau) \rightarrow q_m^{\text{exp}}(\tau)} (q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma) - q_m^{\text{exp}}) = 0. \quad (3.3)$$

Это допущение говорит о том, что существует некоторая погрешность, которая накладывает ограничения на точность ориентации системы:

$$\begin{aligned} \Delta\vartheta &= \left| \vartheta^{\text{теор}} - \vartheta^{\text{точное}} \right|, \\ \Delta\psi &= \left| \psi^{\text{теор}} - \psi^{\text{точное}} \right|, \\ \Delta\gamma &= \left| \gamma^{\text{теор}} - \gamma^{\text{точное}} \right|, \end{aligned} \quad (3.4)$$

здесь $\vartheta^{\text{теор}}$, $\psi^{\text{теор}}$, $\gamma^{\text{теор}}$ — теоретические значения неизвестных углов, получаемые при численном решении, $\vartheta^{\text{точное}}$, $\psi^{\text{точное}}$, $\gamma^{\text{точное}}$ — точные (истинные) значения углов ориентации.

В силу того, что правые части системы уравнений (3.2) имеют достаточно сложную трансцендентную форму (см. уравнения (1.40), (1.51), (1.74), (1.80)–(1.82)) при известных левых частях — суммарные тепловые потоки $q_{\Sigma m}^{\text{exp}}$, — нахождение корней при аналитическом решении системы уравнений (3.2) не представляется возможным.

Можно предположить, что решение системы (3.2) можно получить по результатам обработки измерений методом наименьших квадратов, часто используемый при обработке экспериментальных данных. Тогда задача будет сводиться к поиску таких углов ϑ , ψ , γ , при которых функционал среднеквадратичного уклонения расчётных значений тепловых потоков от экспериментально измеренных J принимает минимальное значение:

$$J = \sum_{m=1}^M (q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma) - q_m^{\text{exp}})^2. \quad (3.5)$$

Необходимым условием, при котором функционал J принимает минимальное значение, является равенство нулю всех его частных производных. Задача нахождения минимума функции сводится к определению корней системы нелинейных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial J}{\partial \vartheta} = 2 \sum_{m=1}^M (q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma) - q_m^{\text{exp}}) \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \vartheta} = 0, \\ \frac{\partial J}{\partial \psi} = 2 \sum_{m=1}^M (q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma) - q_m^{\text{exp}}) \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \psi} = 0, \\ \frac{\partial J}{\partial \gamma} = 2 \sum_{m=1}^M (q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma) - q_m^{\text{exp}}) \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \gamma} = 0. \end{cases} \quad (3.6)$$

Частные производные, представленные в системе уравнений (3.6), имеют вид [75]:

$$\frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \vartheta} = A_{Sm} \frac{\partial q_{Sm}}{\partial \vartheta} + A_{Sm} \frac{\partial q_{Rm}}{\partial \vartheta} + \varepsilon_m \frac{\partial q_{em}}{\partial \vartheta}, \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \psi} = A_{Sm} \frac{\partial q_{Sm}}{\partial \psi} + A_{Sm} \frac{\partial q_{Rm}}{\partial \psi} + \varepsilon_m \frac{\partial q_{em}}{\partial \psi}, \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \gamma} = A_{Sm} \frac{\partial q_{Sm}}{\partial \gamma} + A_{Sm} \frac{\partial q_{Rm}}{\partial \gamma} + \varepsilon_m \frac{\partial q_{em}}{\partial \gamma}. \quad (3.9)$$

Тогда слагаемые частных производных для прямого солнечного излучения из уравнений (3.7)–(3.9) с учётом уравнения (1.44) будут равны:

$$\frac{\partial q_{Sm}}{\partial \vartheta} = S \times \left(\frac{\partial N_X}{\partial \vartheta} S_X + \frac{\partial N_Y}{\partial \vartheta} S_Y + \frac{\partial N_Z}{\partial \vartheta} S_Z \right), \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial q_{Sm}}{\partial \psi} = S \times \left(\frac{\partial N_X}{\partial \psi} S_X + \frac{\partial N_Y}{\partial \psi} S_Y + \frac{\partial N_Z}{\partial \psi} S_Z \right), \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial q_{Sm}}{\partial \gamma} = S \times \left(\frac{\partial N_X}{\partial \gamma} S_X + \frac{\partial N_Y}{\partial \gamma} S_Y + \frac{\partial N_Z}{\partial \gamma} S_Z \right). \quad (3.12)$$

Запишем девять частных производных вектора нормали, которые непосредственно зависят от трёх неизвестных углов ϑ , ψ и γ , учитывая уравнения (1.28)–(1.30):

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial \vartheta} = & -A_1(\alpha_N, u, \Omega, i) \sin \vartheta \cos \psi - A_2(\beta_N, u, \Omega, i) \cos \vartheta \cos \psi \cos \gamma + \\ & + A_3(\gamma_N, u, \Omega, i) (\cos \vartheta \cos \psi \sin \gamma) + A_4(\alpha_N, u, \Omega, i) \cos \vartheta - \\ & - A_5(\beta_N, u, \Omega, i) \sin \vartheta \cos \gamma + A_6(\gamma_N, u, \Omega, i) \sin \vartheta \sin \gamma - \\ & - A_7(\alpha_N, \Omega, i) \sin \vartheta \sin \psi - A_8(\beta_N, \Omega, i) \cos \vartheta \sin \psi \cos \gamma + \\ & + A_9(\gamma_N, \Omega, i) \cos \vartheta \sin \psi \sin \gamma, \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_y}{\partial \vartheta} = & -B_1(\alpha_N, u, \Omega, i) \sin \vartheta \cos \psi - B_2(\beta_N, u, \Omega, i) \cos \vartheta \cos \psi \cos \gamma + \\ & + B_3(\gamma_N, u, \Omega, i) \cos \vartheta \cos \psi \sin \gamma + B_4(\alpha_N, u, \Omega, i) \cos \vartheta - \\ & - B_5(\beta_N, u, \Omega, i) \sin \vartheta \cos \gamma + B_6(\gamma_N, u, \Omega, i) \sin \vartheta \sin \gamma + \\ & + B_7(\alpha_N, \Omega, i) \sin \vartheta \sin \psi + B_8(\beta_N, \Omega, i) \cos \vartheta \sin \psi \cos \gamma - \\ & - B_9(\gamma_N, \Omega, i) \cos \vartheta \sin \psi \sin \gamma, \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_z}{\partial \vartheta} = & -C_1(\alpha_N, u, i) \sin \vartheta \cos \psi - C_2(\beta_N, u, i) \cos \vartheta \cos \psi \cos \gamma + \\ & + C_3(\gamma_N, u, i) \cos \vartheta \cos \psi \sin \gamma + C_4(\alpha_N, u, i) \cos \vartheta - \\ & - C_5(\beta_N, u, i) \sin \vartheta \cos \gamma + C_6(\gamma_N, u, i) \sin \vartheta \sin \gamma - \\ & - C_7(\alpha_N, i) \sin \vartheta \sin \psi - C_8(\beta_N, i) \cos \vartheta \sin \psi \cos \gamma + \\ & + C_9(\gamma_N, i) \cos \vartheta \sin \psi \sin \gamma, \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial \psi} = & -A_1(\alpha_N, u, \Omega, i) \cos \vartheta \sin \psi + A_2(\beta_N, u, \Omega, i) (\cos \psi \sin \gamma + \\ & + \sin \vartheta \sin \psi \cos \gamma) + A_3(\gamma_N, u, \Omega, i) (\cos \psi \cos \gamma - \sin \vartheta \sin \psi \sin \gamma) + \\ & + A_7(\alpha_N, \Omega, i) \cos \vartheta \cos \psi - A_8(\beta_N, \Omega, i) (\sin \vartheta \cos \psi \cos \gamma - \sin \psi \sin \gamma) + \\ & + A_9(\gamma_N, \Omega, i) (\sin \psi \cos \gamma + \sin \vartheta \cos \psi \sin \gamma), \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_y}{\partial \psi} = & -B_1(\alpha_N, u, \Omega, i) \cos \vartheta \sin \psi + \\ & + B_2(\beta_N, u, \Omega, i) (\cos \psi \sin \gamma + \sin \vartheta \sin \psi \cos \gamma) + \\ & + B_3(\gamma_N, u, \Omega, i) (\cos \psi \cos \gamma - \sin \vartheta \sin \psi \sin \gamma) - \\ & - B_7(\alpha_N, \Omega, i) \cos \vartheta \cos \psi + B_8(\beta_N, \Omega, i) (\sin \vartheta \cos \psi \cos \gamma - \sin \psi \sin \gamma) - \\ & - B_9(\gamma_N, \Omega, i) (\sin \psi \cos \gamma + \sin \vartheta \cos \psi \sin \gamma), \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial N_Z}{\partial \psi} = & -C_1(\alpha_N, u, i) \cos \vartheta \sin \psi + C_2(\beta_N, u, i)(\cos \psi \sin \gamma + \sin \vartheta \sin \psi \cos \gamma) + \\
& + C_3(\gamma_N, u, i)(\cos \psi \cos \gamma - \sin \vartheta \sin \psi \sin \gamma) + \\
& + C_7(\gamma_N, i) \cos \vartheta \cos \psi - C_8(\gamma_N, i)(\sin \vartheta \cos \psi \cos \gamma - \sin \psi \sin \gamma) + \\
& + C_9(\gamma_N, i)(\sin \psi \cos \gamma + \sin \vartheta \cos \psi \sin \gamma),
\end{aligned} \tag{3.18}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial N_X}{\partial \gamma} = & A_2(\beta_N, u, \Omega, i)(\sin \psi \cos \gamma + \sin \vartheta \cos \psi \sin \gamma) + \\
& + A_3(\gamma_N, u, \Omega, i)(\sin \vartheta \cos \psi \cos \gamma - \sin \psi \sin \gamma) - \\
& - A_5(\beta_N, u, \Omega, i) \cos \vartheta \sin \gamma - A_6(\gamma_N, u, \Omega, i) \cos \vartheta \cos \gamma - \\
& - A_8(\beta_N, \Omega, i)(\cos \psi \cos \gamma - \sin \vartheta \sin \psi \sin \gamma) + \\
& + A_9(\gamma_N, \Omega, i)(\cos \psi \sin \gamma + \sin \vartheta \sin \psi \cos \gamma),
\end{aligned} \tag{3.19}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial N_Y}{\partial \gamma} = & B_2(\beta_N, u, \Omega, i)(\sin \psi \cos \gamma + \sin \vartheta \cos \psi \sin \gamma) + \\
& + B_3(\gamma_N, u, \Omega, i)(\sin \vartheta \cos \psi \cos \gamma - \sin \psi \sin \gamma) - \\
& - B_5(\beta_N, u, \Omega, i) \cos \vartheta \sin \gamma - B_6(\gamma_N, u, \Omega, i) \cos \vartheta \cos \gamma + \\
& + B_8(\beta_N, \Omega, i)(\cos \psi \cos \gamma - \sin \vartheta \sin \psi \sin \gamma) - \\
& - B_9(\gamma_N, \Omega, i)(\cos \psi \sin \gamma + \sin \vartheta \sin \psi \cos \gamma),
\end{aligned} \tag{3.20}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial N_Z}{\partial \gamma} = & C_2(\beta_N, u, i)(\sin \psi \cos \gamma + \sin \vartheta \cos \psi \sin \gamma) + \\
& + C_3(\gamma_N, u, i)(\sin \vartheta \cos \psi \cos \gamma - \sin \psi \sin \gamma) - \\
& - C_5(\gamma_N, u, i) \cos \vartheta \sin \gamma - C_6(\gamma_N, u, i) \cos \vartheta \cos \gamma - \\
& - C_8(\gamma_N, i)(\cos \psi \cos \gamma - \sin \vartheta \sin \psi \sin \gamma) + \\
& + C_9(\gamma_N, i)(\cos \psi \sin \gamma + \sin \vartheta \sin \psi \cos \gamma).
\end{aligned} \tag{3.21}$$

Слагаемые частных производных отражённого от планеты солнечного излучения из уравнений (3.7)–(3.9) с учётом уравнения (1.51), для которого справедлива диффузная модель отражения, будут равны:

$$\frac{\partial q_{Rm}^{\Pi}}{\partial \vartheta} = A_{\alpha} S \frac{\partial \varphi_2}{\partial \vartheta}, \tag{3.22}$$

$$\frac{\partial q_{Rm}^{\Pi}}{\partial \psi} = A_{\alpha} S \frac{\partial \varphi_2}{\partial \psi}, \tag{3.23}$$

$$\frac{\partial q_{Rm}^{\Pi}}{\partial \gamma} = A_{\alpha} S \frac{\partial \varphi_2}{\partial \gamma}. \quad (3.24)$$

Возьмём частные производные углового комбинированного коэффициента φ_2 , учитывая уравнение (1.68), тогда получаем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_2}{\partial \vartheta} &= \cos \gamma_S \frac{\partial f_2^*(\theta_0, \psi_n)}{\partial \vartheta} + \sin \psi_n \sin \gamma_S \cos \delta_S \frac{\partial f_3^*(\theta_0, \psi_n)}{\partial \vartheta} + \\ &+ f_3^*(\theta_0, \psi_n) \cos \psi_n \sin \gamma_S \cos \delta_S \frac{\partial \psi_n}{\partial \vartheta} - \\ &- f_3^*(\theta_0, \psi_n) \sin \psi_n \sin \gamma_S \sin \delta_S \frac{\partial \delta_S}{\partial \vartheta}, \end{aligned} \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_2}{\partial \psi} &= \cos \gamma_S \frac{\partial f_2^*(\theta_0, \psi_n)}{\partial \psi} + \sin \psi_n \sin \gamma_S \cos \delta_S \frac{\partial f_3^*(\theta_0, \psi_n)}{\partial \psi} + \\ &+ f_3^*(\theta_0, \psi_n) \cos \psi_n \sin \gamma_S \cos \delta_S \frac{\partial \psi_n}{\partial \psi} - \\ &- f_3^*(\theta_0, \psi_n) \sin \psi_n \sin \gamma_S \sin \delta_S \frac{\partial \delta_S}{\partial \psi}, \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_2}{\partial \gamma} &= \cos \gamma_S \frac{\partial f_2^*(\theta_0, \psi_n)}{\partial \gamma} + \sin \psi_n \sin \gamma_S \cos \delta_S \frac{\partial f_3^*(\theta_0, \psi_n)}{\partial \gamma} + \\ &+ f_3^*(\theta_0, \psi_n) \cos \psi_n \sin \gamma_S \cos \delta_S \frac{\partial \psi_n}{\partial \gamma} - \\ &- f_3^*(\theta_0, \psi_n) \sin \psi_n \sin \gamma_S \sin \delta_S \frac{\partial \delta_S}{\partial \gamma}. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Запишем частные производные коэффициентов, которые входят в угловой комбинированный коэффициент φ_2 :

$$\frac{\partial f_2^*(\theta_0, \psi_n)}{\partial \vartheta} \approx \frac{f_2(\theta_0)}{\sin^2 \theta_0} \frac{\partial \varphi_1}{\partial \vartheta}, \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial f_3^*(\theta_0, \psi_n)}{\partial \vartheta} = \begin{cases} 0, & \text{при } 0 \leq \psi_n \leq \frac{\pi}{2} - \theta_0, \\ -\frac{f_3(\theta_0)}{2\theta_0} \frac{\partial \psi_n}{\partial \vartheta}, & \text{при } \frac{\pi}{2} - \theta_0 \leq \psi_n \leq \frac{\pi}{2} + \theta_0. \end{cases} \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial f_2^*(\theta_0, \psi_n)}{\partial \psi} \approx \frac{f_2(\theta_0)}{\sin^2 \theta_0} \frac{\partial \varphi_1}{\partial \psi}, \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial f_3^*(\theta_0, \psi_n)}{\partial \psi} = \begin{cases} 0, & \text{при } 0 \leq \psi_n \leq \frac{\pi}{2} - \theta_0, \\ -\frac{f_3(\theta_0)}{2\theta_0} \frac{\partial \psi_n}{\partial \psi}, & \text{при } \frac{\pi}{2} - \theta_0 \leq \psi_n \leq \frac{\pi}{2} + \theta_0. \end{cases} \quad (3.31)$$

$$\frac{\partial f_2^*(\theta_0, \psi_n)}{\partial \gamma} \approx \frac{f_2(\theta_0)}{\sin^2 \theta_0} \frac{\partial \phi_1}{\partial \gamma}, \quad (3.32)$$

$$\frac{\partial f_3^*(\theta_0, \psi_n)}{\partial \gamma} = \begin{cases} 0, & \text{при } 0 \leq \psi_n \leq \frac{\pi}{2} - \theta_0, \\ -\frac{f_3(\theta_0)}{2\theta_0} \frac{\partial \psi_n}{\partial \gamma}, & \text{при } \frac{\pi}{2} - \theta_0 \leq \psi_n \leq \frac{\pi}{2} + \theta_0. \end{cases} \quad (3.33)$$

Частные производные углового коэффициента ϕ_1 по искомым углам будут равны:

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial \vartheta} = \begin{cases} -\sin \psi_n \sin^2 \theta_0 \frac{\partial \psi_n}{\partial \vartheta}, & \text{при } 0 \leq \psi_n \leq \frac{\pi}{2} - \theta_0, \\ -\frac{\sin \psi_n \sin^2 \theta_0}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} + \arcsin(\operatorname{ctg} \theta_0 \operatorname{ctg} \psi_n) \right] \frac{\partial \psi_n}{\partial \vartheta} - \\ -\frac{\cos \psi_n \sin^2 \theta_0 \operatorname{ctg} \theta_0}{\pi \sin^2 \psi_n \sqrt{1 - (\operatorname{ctg} \theta_0 \operatorname{ctg} \psi_n)^2}} \frac{\partial \psi_n}{\partial \vartheta} + \\ + \frac{1}{\pi} \left(1 - \frac{\sin^2 \theta_0 - \cos^2 \psi_n}{\sin^2 \psi_n} \right)^{-1/2} \times \\ \times \left(\frac{\sin^2 \psi_n \cos \psi_n - \cos \psi_n \sin^2 \theta_0 + \cos^3 \psi_n}{\sin^2 \psi_n \sqrt{\sin^2 \theta_0 - \cos^2 \psi_n}} \right) \frac{\partial \psi_n}{\partial \vartheta} - \\ - \frac{\cos \theta_0 \cos \psi_n \sin \psi_n}{\pi \sqrt{\sin^2 \theta_0 - \cos^2 \psi_n}} \frac{\partial \psi_n}{\partial \vartheta}, & \text{при } \frac{\pi}{2} - \theta_0 \leq \psi_n \leq \frac{\pi}{2} + \theta_0, \\ 0, & \text{при } \frac{\pi}{2} + \theta_0 \leq \psi_n \leq \pi. \end{cases} \quad (3.34)$$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial \psi} = \begin{cases} -\sin \psi_n \sin^2 \theta_0 \frac{\partial \psi_n}{\partial \psi}, & \text{при } 0 \leq \psi_n \leq \frac{\pi}{2} - \theta_0, \\ -\frac{\sin \psi_n \sin^2 \theta_0}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} + \arcsin(\operatorname{ctg} \theta_0 \operatorname{ctg} \psi_n) \right] \frac{\partial \psi_n}{\partial \psi} - \\ -\frac{\cos \psi_n \sin^2 \theta_0 \operatorname{ctg} \theta_0}{\pi \sin^2 \psi_n \sqrt{1 - (\operatorname{ctg} \theta_0 \operatorname{ctg} \psi_n)^2}} \frac{\partial \psi_n}{\partial \psi} + \\ + \frac{1}{\pi} \left(1 - \frac{\sin^2 \theta_0 - \cos^2 \psi_n}{\sin^2 \psi_n} \right)^{-1/2} \times \\ \times \left(\frac{\sin^2 \psi_n \cos \psi_n - \cos \psi_n \sin^2 \theta_0 + \cos^3 \psi_n}{\sin^2 \psi_n \sqrt{\sin^2 \theta_0 - \cos^2 \psi_n}} \right) \frac{\partial \psi_n}{\partial \psi} - \\ -\frac{\cos \theta_0 \cos \psi_n \sin \psi_n}{\pi \sqrt{\sin^2 \theta_0 - \cos^2 \psi_n}} \frac{\partial \psi_n}{\partial \psi}, & \text{при } \frac{\pi}{2} - \theta_0 \leq \psi_n \leq \frac{\pi}{2} + \theta_0, \\ 0, & \text{при } \frac{\pi}{2} + \theta_0 \leq \psi_n \leq \pi. \end{cases} \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial \gamma} = \begin{cases} -\sin \psi_n \sin^2 \theta_0 \frac{\partial \psi_n}{\partial \gamma}, & \text{при } 0 \leq \psi_n \leq \frac{\pi}{2} - \theta_0, \\ -\frac{\sin \psi_n \sin^2 \theta_0}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} + \arcsin(\operatorname{ctg} \theta_0 \operatorname{ctg} \psi_n) \right] \frac{\partial \psi_n}{\partial \gamma} - \\ -\frac{\cos \psi_n \sin^2 \theta_0 \operatorname{ctg} \theta_0}{\pi \sin^2 \psi_n \sqrt{1 - (\operatorname{ctg} \theta_0 \operatorname{ctg} \psi_n)^2}} \frac{\partial \psi_n}{\partial \gamma} + \\ + \frac{1}{\pi} \left(1 - \frac{\sin^2 \theta_0 - \cos^2 \psi_n}{\sin^2 \psi_n} \right)^{-1/2} \times \\ \times \left(\frac{\sin^2 \psi_n \cos \psi_n - \cos \psi_n \sin^2 \theta_0 + \cos^3 \psi_n}{\sin^2 \psi_n \sqrt{\sin^2 \theta_0 - \cos^2 \psi_n}} \right) \frac{\partial \psi_n}{\partial \gamma} - \\ -\frac{\cos \theta_0 \cos \psi_n \sin \psi_n}{\pi \sqrt{\sin^2 \theta_0 - \cos^2 \psi_n}} \frac{\partial \psi_n}{\partial \gamma}, & \text{при } \frac{\pi}{2} - \theta_0 \leq \psi_n \leq \frac{\pi}{2} + \theta_0, \\ 0, & \text{при } \frac{\pi}{2} + \theta_0 \leq \psi_n \leq \pi. \end{cases} \quad (3.36)$$

Также запишем частные производные угла δ_s , при этом частные производные угла γ_s равны нулю:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta_s}{\partial \vartheta} = & - \left(1 - \left(N_{Sr_x} N_{Nr_x} + N_{Sr_y} N_{Nr_y} + N_{Sr_z} N_{Nr_z} \right)^2 / \left(\sin^2 \gamma_s \sin^2 \psi_n \right) \right)^{-1/2} \times \\ & \times \left(\frac{N_{Sr_x} \frac{\partial N_{Nr_x}}{\partial \vartheta} + N_{Sr_y} \frac{\partial N_{Nr_y}}{\partial \vartheta} + N_{Sr_z} \frac{\partial N_{Nr_z}}{\partial \vartheta}}{\sin \gamma_s \sin \psi_n} - \right. \\ & \left. - \frac{\left(N_{Sr_x} N_{Nr_x} + N_{Sr_y} N_{Nr_y} + N_{Sr_z} N_{Nr_z} \right) \cos \psi_n}{\sin \gamma_s \sin^2 \psi_n} \frac{\partial \psi_n}{\partial \vartheta} \right), \end{aligned} \quad (3.37)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta_s}{\partial \psi} = & - \left(1 - \left(N_{Sr_x} N_{Nr_x} + N_{Sr_y} N_{Nr_y} + N_{Sr_z} N_{Nr_z} \right)^2 / \sin^2 \gamma_s \sin^2 \psi_n \right)^{-1/2} \times \\ & \times \left(\frac{N_{Sr_x} \frac{\partial N_{Nr_x}}{\partial \psi} + N_{Sr_y} \frac{\partial N_{Nr_y}}{\partial \psi} + N_{Sr_z} \frac{\partial N_{Nr_z}}{\partial \psi}}{\sin \gamma_s \sin \psi_n} - \right. \\ & \left. - \frac{\left(N_{Sr_x} N_{Nr_x} + N_{Sr_y} N_{Nr_y} + N_{Sr_z} N_{Nr_z} \right) \cos \psi_n}{\sin \gamma_s \sin^2 \psi_n} \frac{\partial \psi_n}{\partial \psi} \right), \end{aligned} \quad (3.38)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta_s}{\partial \gamma} = & - \left(1 - \left(N_{Sr_x} N_{Nr_x} + N_{Sr_y} N_{Nr_y} + N_{Sr_z} N_{Nr_z} \right)^2 / \sin \gamma_s \sin^2 \psi_n \right) \times \\ & \times \left(\frac{N_{Sr_x} \frac{\partial N_{Nr_x}}{\partial \gamma} + N_{Sr_y} \frac{\partial N_{Nr_y}}{\partial \gamma} + N_{Sr_z} \frac{\partial N_{Nr_z}}{\partial \gamma}}{\sin \gamma_s \sin \psi_n} - \right. \\ & \left. - \frac{\left(N_{Sr_x} N_{Nr_x} + N_{Sr_y} N_{Nr_y} + N_{Sr_z} N_{Nr_z} \right) \cos \psi_n}{\sin \gamma_s \sin^2 \psi_n} \frac{\partial \psi_n}{\partial \gamma} \right). \end{aligned} \quad (3.39)$$

Запишем девять частных производных нормалей N_{Nr_x} , N_{Nr_y} , N_{Nr_z} , которые зависят от неизвестных углов:

$$\frac{\partial N_{Nr_x}}{\partial \vartheta} = \frac{\partial N_Y}{\partial \vartheta} r_Z - \frac{\partial N_Z}{\partial \vartheta} r_Y, \quad \frac{\partial N_{Nr_y}}{\partial \vartheta} = \frac{\partial N_Z}{\partial \vartheta} r_X - \frac{\partial N_X}{\partial \vartheta} r_Z, \quad \frac{\partial N_{Nr_z}}{\partial \vartheta} = \frac{\partial N_X}{\partial \vartheta} r_Y - \frac{\partial N_Y}{\partial \vartheta} r_X, \quad (3.40)$$

$$\frac{\partial N_{Nr_x}}{\partial \psi} = \frac{\partial N_Y}{\partial \psi} r_Z - \frac{\partial N_Z}{\partial \psi} r_Y, \quad \frac{\partial N_{Nr_y}}{\partial \psi} = \frac{\partial N_Z}{\partial \psi} r_X - \frac{\partial N_X}{\partial \psi} r_Z, \quad \frac{\partial N_{Nr_z}}{\partial \psi} = \frac{\partial N_X}{\partial \psi} r_Y - \frac{\partial N_Y}{\partial \psi} r_X, \quad (3.41)$$

$$\frac{\partial N_{N_{r_x}}}{\partial \gamma} = \frac{\partial N_Y}{\partial \gamma} r_Z - \frac{\partial N_Z}{\partial \gamma} r_Y, \quad \frac{\partial N_{N_{r_y}}}{\partial \gamma} = \frac{\partial N_Z}{\partial \gamma} r_X - \frac{\partial N_X}{\partial \gamma} r_Z, \quad \frac{\partial N_{N_{r_z}}}{\partial \gamma} = \frac{\partial N_X}{\partial \gamma} r_Y - \frac{\partial N_Y}{\partial \gamma} r_X. \quad (3.42)$$

Теперь запишем частные производные угла ψ_n :

$$\frac{\partial \psi_n}{\partial \vartheta} = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - (N_X r_X + N_Y r_Y + N_Z r_Z)^2}} \right) \times \left(\frac{\partial N_X}{\partial \vartheta} r_X + \frac{\partial N_Y}{\partial \vartheta} r_Y + \frac{\partial N_Z}{\partial \vartheta} r_Z \right), \quad (3.43)$$

$$\frac{\partial \psi_n}{\partial \psi} = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - (N_X r_X + N_Y r_Y + N_Z r_Z)^2}} \right) \times \left(\frac{\partial N_X}{\partial \psi} r_X + \frac{\partial N_Y}{\partial \psi} r_Y + \frac{\partial N_Z}{\partial \psi} r_Z \right), \quad (3.44)$$

$$\frac{\partial \psi_n}{\partial \gamma} = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - (N_X r_X + N_Y r_Y + N_Z r_Z)^2}} \right) \times \left(\frac{\partial N_X}{\partial \gamma} r_X + \frac{\partial N_Y}{\partial \gamma} r_Y + \frac{\partial N_Z}{\partial \gamma} r_Z \right). \quad (3.45)$$

Слагаемые частных производных для отражённого от планеты солнечного излучения из уравнений (3.7)–(3.9) с учётом уравнения (1.74), для которого справедлива зеркальная модель отражения, будут равны:

$$\frac{\partial q_{Rm}^3}{\partial \vartheta} = A_\alpha \cdot S \cdot k \cdot \frac{\partial F^R}{\partial \vartheta}, \quad (3.46)$$

$$\frac{\partial q_{Rm}^3}{\partial \psi} = A_\alpha \cdot S \cdot k \cdot \frac{\partial F^R}{\partial \psi}, \quad (3.47)$$

$$\frac{\partial q_{Rm}^3}{\partial \gamma} = A_\alpha \cdot S \cdot k \cdot \frac{\partial F^R}{\partial \gamma}, \quad (3.48)$$

где частные производные $\frac{\partial F^R}{\partial \vartheta}$, $\frac{\partial F^R}{\partial \psi}$ и $\frac{\partial F^R}{\partial \gamma}$ с учётом уравнения (1.75) будут

равны:

$$\frac{\partial F^R}{\partial \vartheta} = -\frac{\partial \psi_n}{\partial \vartheta} \sin(\psi_n - (2\beta^{\text{отп}} - \gamma_S)), \quad (3.49)$$

$$\frac{\partial F^R}{\partial \psi} = -\frac{\partial \psi_n}{\partial \psi} \sin(\psi_n - (2\beta^{\text{отп}} - \gamma_S)), \quad (3.50)$$

$$\frac{\partial F^R}{\partial \gamma} = -\frac{\partial \psi_n}{\partial \gamma} \sin(\psi_n - (2\beta^{\text{отп}} - \gamma_S)). \quad (3.51)$$

Слагаемые частных производных для собственного излучения планет первого типа из уравнений (3.7)–(3.9) с учётом уравнения (1.80) будут равны:

$$\frac{\partial q_{em}}{\partial \vartheta} = \frac{1 - A_\alpha}{4} S \frac{\partial \varphi_1}{\partial \vartheta}, \quad (3.52)$$

$$\frac{\partial q_{em}}{\partial \psi} = \frac{1 - A_\alpha}{4} S \frac{\partial \varphi_1}{\partial \psi}, \quad (3.53)$$

$$\frac{\partial q_{em}}{\partial \gamma} = \frac{1 - A_\alpha}{4} S \frac{\partial \varphi_1}{\partial \gamma}. \quad (3.54)$$

Для планет второго типа, учитывая уравнение (1.81), частные производные будут равны:

$$\frac{\partial q_{em}}{\partial \vartheta} = (1 - A_\alpha) S \frac{\partial \varphi_2}{\partial \vartheta}, \quad (3.55)$$

$$\frac{\partial q_{em}}{\partial \psi} = (1 - A_\alpha) S \frac{\partial \varphi_2}{\partial \psi}, \quad (3.56)$$

$$\frac{\partial q_{em}}{\partial \gamma} = (1 - A_\alpha) S \frac{\partial \varphi_2}{\partial \gamma}. \quad (3.57)$$

И для планет третьего типа с учётом уравнения (1.82):

$$\frac{\partial q_{em}}{\partial \vartheta} = C_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial \vartheta} + C_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial \vartheta}, \quad (3.58)$$

$$\frac{\partial q_{em}}{\partial \psi} = C_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial \psi} + C_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial \psi}, \quad (3.59)$$

$$\frac{\partial q_{em}}{\partial \gamma} = C_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial \gamma} + C_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial \gamma}. \quad (3.60)$$

Использование необходимого условия экстремума (3.6) может быть достаточно затратным в вычислительном смысле, поэтому минимизировать функционал (3.5) целесообразно методом сопряжённых направлений (МСН). В сравнении с другими методами оптимизации МСН имеет хорошее соотношение по вычислительной трудоёмкости выполнения одной итерации и требуемому количеству итераций для получения приближенных значений [5, 97].

2.2. Метод сопряжённых направлений

Метод сопряжённых направлений состоит в построении последовательности, в которой вектор неизвестных параметров записывается следующим выражением [67]:

$$\xi^{(k+1)} = \xi^{(k)} - \alpha_k p^{(k)}, \quad (3.61)$$

где $\xi = (\vartheta, \psi, \gamma)$ — вектор состояния, k — шаг итерации,

$p^{(k)}$ — направление спуска на k итерации, которое определяется выражением:

$$p^{(k)} = \text{grad}J(\xi^{(k)}) + \beta_k p^{(k-1)}, \quad (3.62)$$

где β_k — коэффициент, определяющийся следующим образом:

$$\beta_k = \frac{|\text{grad}J(\xi^{(k)})|^2}{|\text{grad}J(\xi^{(k-1)})|^2} = \frac{\sum_{i=1}^3 \left[\frac{\partial J(\xi^{(k)})}{\partial \xi_i} \right]^2}{\sum_{i=1}^3 \left[\frac{\partial J(\xi^{(k-1)})}{\partial \xi_i} \right]^2}. \quad (3.63)$$

где i — индекс компонентов вектора состояния $(\vartheta, \psi, \gamma)$.

Причём начальное значение направления спуска задаётся следующим образом:

$$p^{(0)} = \text{grad}J(\xi^{(0)}) \text{ при } \beta_0 = 0. \quad (3.64)$$

В силу того, что на каждом шаге итерации идёт накопление ошибки при вычислении производных, то целесообразно обнулять коэффициент β_k с определённой периодичностью [9]. Периодичность обнуления коэффициента β_k выбирается вычислительным экспериментом. Было показано, что для большинства расчётных случаев наиболее эффективно делать это на каждом шестом шаге, то есть $\beta_k = 0$ при $k = 6, 12, 18$ и т.д.

Для увеличения эффективности применения МСН используется векторный шаг спуска α_k , что может существенно ускорить итерационный процесс [5].

Векторный параметрический шаг α_k на k -ой итерации определяется следующим способом: предположим, что функция $q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma)$ в уравнении (3.5) получила малое приращение $\Delta q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma)$:

$$J = \sum_{m=1}^M (q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma) + \Delta q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma) - q_m^{\text{exp}})^2, \quad (3.65)$$

где

$$\Delta q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma) = \alpha_{k1} \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \vartheta} (-p_{\vartheta}^{(k)}) + \alpha_{k2} \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \psi} (-p_{\psi}^{(k)}) + \alpha_{k3} \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \gamma} (-p_{\gamma}^{(k)}), \quad (3.66)$$

$p_{\vartheta}^{(k)}$, $p_{\psi}^{(k)}$, $p_{\gamma}^{(k)}$ — компоненты вектора $p^{(k)}$,

α_{k1} , α_{k2} , α_{k3} — компоненты вектора α_k .

Преобразуя уравнение (3.65), получим:

$$J = \sum_{m=1}^M (q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma) + \Delta q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma))^2 - 2 \sum_{m=1}^M (q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma) + \Delta q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma)) q_m^{\text{exp}} + \sum_{m=1}^M (q_m^{\text{exp}})^2. \quad (3.67)$$

Продифференцируем уравнение (3.67) по компонентам α_k и, приравняв полученное выражение к нулю, получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial \alpha_k} &= 2 \sum_{m=1}^M (q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma) + \Delta q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma)) \frac{\partial \Delta q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma)}{\partial \alpha_k} - \\ &- 2 \sum_{m=1}^M \frac{\partial \Delta q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma)}{\partial \alpha_k} q_m^{\text{exp}} = 0, \end{aligned} \quad (3.68)$$

где $\frac{\partial \Delta q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma)}{\partial \alpha_k}$ — производная от приращения функции $\Delta q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma)$ по

компонентам α_k :

$$\frac{\partial \Delta q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma)}{\partial \alpha_{k1}} = -p_{\vartheta}^{(k)} \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \vartheta}, \quad (3.69)$$

$$\frac{\partial \Delta q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma)}{\partial \alpha_{k2}} = -p_{\psi}^{(k)} \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \psi}, \quad (3.70)$$

$$\frac{\partial \Delta q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma)}{\partial \alpha_{k3}} = -p_{\gamma}^{(k)} \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \gamma}. \quad (3.71)$$

Упрощая уравнение (3.68) и перенося известные члены в правую часть с учётом (3.66) и (3.69)–(3.71), получим систему уравнений:

$$\begin{aligned} & \alpha_{k1} \sum_{m=1}^M \left[\frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \vartheta} (-p_{\vartheta}^{(k)}) \right]^2 + \alpha_{k2} \sum_{m=1}^M \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \psi} \cdot p_{\psi}^{(k)} \cdot \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \vartheta} \cdot p_{\vartheta}^{(k)} + \\ & + \alpha_{k3} \sum_{m=1}^M \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \gamma} \cdot p_{\gamma}^{(k)} \cdot \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \vartheta} \cdot p_{\vartheta}^{(k)} = \end{aligned} \quad (3.72)$$

$$\begin{aligned} & = \sum_{m=1}^M q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma) \cdot \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \vartheta} \cdot p_{\vartheta}^{(k)} - \sum_{m=1}^M q_m^{\text{exp}} \cdot \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \vartheta} \cdot p_{\vartheta}^{(k)}, \\ & \alpha_{k1} \sum_{m=1}^M \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \vartheta} \cdot p_{\vartheta}^{(k)} \cdot \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \psi} \cdot p_{\psi}^{(k)} + \alpha_{k2} \sum_{m=1}^M \left[\frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \psi} (-p_{\psi}^{(k)}) \right]^2 + \\ & + \alpha_{k3} \sum_{m=1}^M \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \gamma} \cdot p_{\gamma}^{(k)} \cdot \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \psi} \cdot p_{\psi}^{(k)} = \end{aligned} \quad (3.73)$$

$$\begin{aligned} & = \sum_{m=1}^M q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma) \cdot \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \psi} \cdot p_{\psi}^{(k)} - \sum_{m=1}^M q_m^{\text{exp}} \cdot \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \psi} \cdot p_{\psi}^{(k)}, \\ & \alpha_{k1} \sum_{m=1}^M \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \vartheta} \cdot p_{\vartheta}^{(k)} \cdot \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \gamma} \cdot p_{\gamma}^{(k)} + \alpha_{k2} \sum_{m=1}^M \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \psi} \cdot p_{\psi}^{(k)} \cdot \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \gamma} \cdot p_{\gamma}^{(k)} + \\ & + \alpha_{k3} \left[\sum_{m=1}^M \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \gamma} (-p_{\gamma}^{(k)}) \right]^2 = \end{aligned} \quad (3.74)$$

$$= \sum_{m=1}^M q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma) \cdot \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \gamma} \cdot p_{\gamma}^{(k)} - \sum_{m=1}^M q_m^{\text{exp}} \cdot \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \gamma} \cdot p_{\gamma}^{(k)}.$$

Система уравнений (3.72)–(3.74) является линейной. Данную систему можно записать в виде:

$$D\bar{x} = \bar{b}, \quad (3.75)$$

где $D = (d_{ij})$ — симметричная квадратичная матрица, то есть $D = (d_{ij}) = D^T$.

Причём d_{ij} — компоненты при неизвестных членах соответственно α_{k1} , α_{k2} и α_{k3} ,

$\bar{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$ — вектор-столбец правых частей системы:

$$b_1 = \sum_{m=1}^M q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma) \cdot \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \vartheta} \cdot p_{\vartheta}^{(k)} - \sum_{m=1}^M q_m^{\text{exp}} \cdot \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \vartheta} \cdot p_{\vartheta}^{(k)}, \quad (3.76)$$

$$b_2 = \sum_{m=1}^M q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma) \cdot \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \psi} \cdot p_{\psi}^{(k)} - \sum_{m=1}^M q_m^{\text{exp}} \cdot \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \psi} \cdot p_{\psi}^{(k)}, \quad (3.77)$$

$$b_3 = \sum_{m=1}^M q_{\Sigma m}(\vartheta, \psi, \gamma) \cdot \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \gamma} \cdot p_\gamma^{(k)} - \sum_{m=1}^M q_m^{\text{exp}} \cdot \frac{\partial q_{\Sigma m}}{\partial \gamma} \cdot p_\gamma^{(k)}, \quad (3.78)$$

$\bar{x} = \begin{pmatrix} \alpha_{k1} \\ \alpha_{k2} \\ \alpha_{k3} \end{pmatrix}$ — вектор-столбец неизвестных.

Так как матрица D является симметричной, тогда удобным методом решения системы (3.72)–(3.74) является метод квадратного корня.

Окончание процесса метода сопряжённых направлений устанавливается по близости к нулю $\text{grad}J(\xi^{(k)})$, то есть при выполнении неравенства:

$$|\text{grad}J(\xi^{(k)})| = \left\{ \sum_{i=1}^3 \left[\frac{\partial J(\xi^{(k)})}{\partial \xi_i} \right]^2 \right\}^{1/2} \leq \varepsilon_e, \quad (3.79)$$

где ε_e — погрешность измерений.

Дополнительным критерием останова является проверка на одновременное «слипание» углов, которая согласуется с требуемой точностью ориентации КА:

$$\begin{aligned} |\vartheta_k - \vartheta_{k-1}| &\leq \varepsilon_r, \\ |\psi_k - \psi_{k-1}| &\leq \varepsilon_r, \\ |\gamma_k - \gamma_{k-1}| &\leq \varepsilon_r, \end{aligned} \quad (3.80)$$

где ε_r — заданная точность.

В некоторых случаях, при больших значениях шага спуска α_k на первых итерациях алгоритма, углы ϑ , ψ , γ могут выходить за пределы диапазона определения (см. Главу 1). Для корректного выполнения алгоритма сходимости необходимо задать условия, которые позволят согласовать полученные значения с диапазонами определения.

На Рисунке 2.1 изображён алгоритм приведения углов ориентации к диапазону определения. Он состоит из нескольких этапов. Сначала алгоритм приводит углы к диапазону от -360° до 360° . Затем в зависимости от того в какой октанте находится вектор нормали, углы ориентации преобразуются к диапазону определения.

На Рисунке 2.1 приведены следующие обозначения:

ϑ, ψ, γ — углы ориентации на k итерации, которые соответствуют диапазону определения;

$\vartheta^*, \psi^*, \gamma^*$ — значения углов на k итерации, которые не соответствуют диапазону определения.

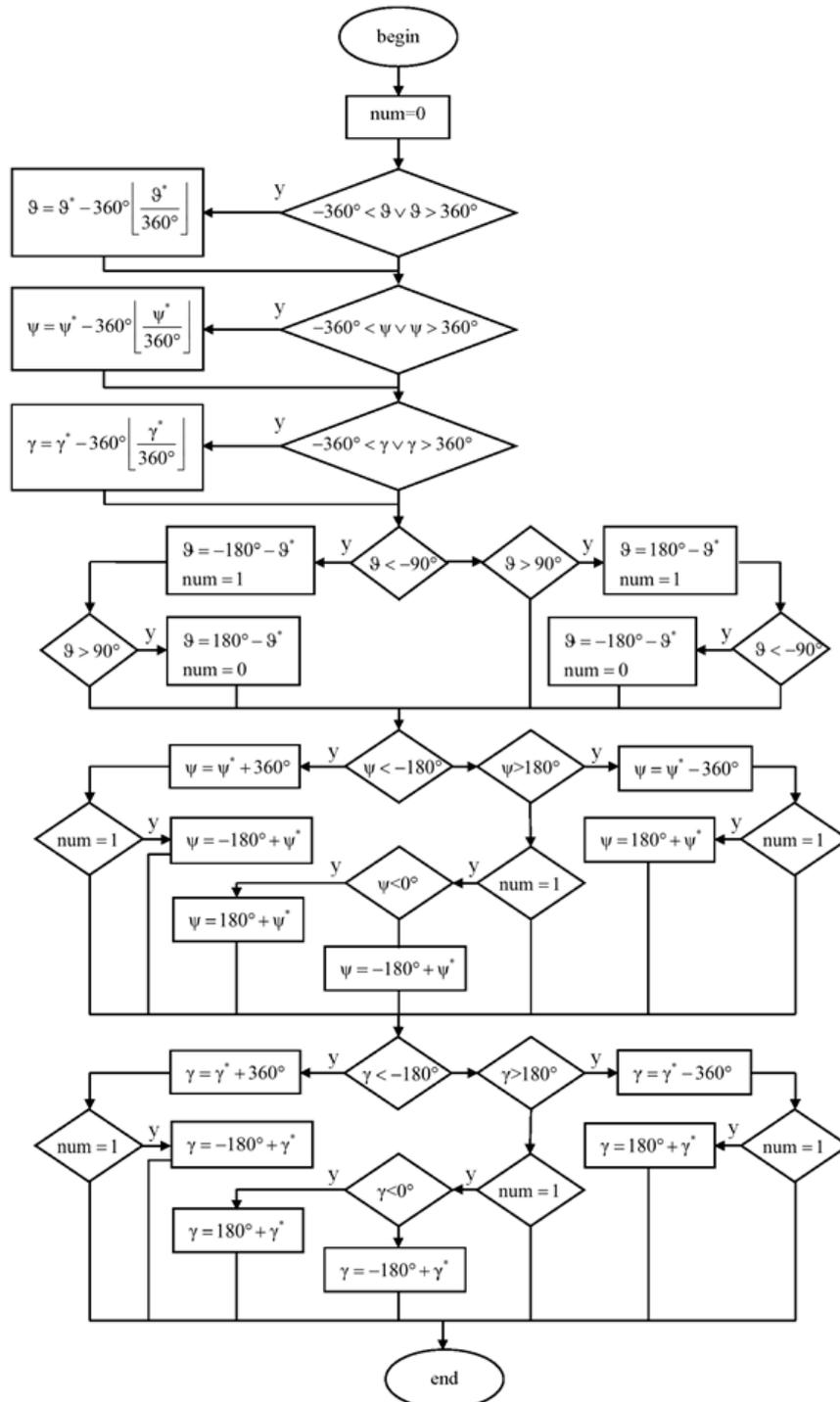


Рисунок 2.1 — Алгоритм приведения углов ориентации к диапазону определения

Для того чтобы запустить алгоритм оптимизации с помощью МСН, необходимо задать начальное приближение вектора состояния $\xi^{(0)} = (\vartheta^{(0)}, \psi^{(0)}, \gamma^{(0)})$, которое выбирается произвольно.

2.3. Метод случайных рестартов

Определение экстремума с помощью МСН путём установки начальных приближений не приводит к требуемым результатам по причине того, что функционал имеет несколько экстремумов (Рисунки 2.2–2.7, А.1–А.12). На Рисунках 2.2–2.7, А.1–А.12 видно, что экстремумы хорошо отделены друг от друга, и при этом метод локальной оптимизации быстро сходится (Рисунки 3.1–3.18). Поэтому для поиска глобального экстремума будем использовать метод случайных рестартов.

Метод случайных рестартов состоит из следующей последовательности:

1) Генерируются три случайных числа равномерно распределённых на отрезках $[-180^\circ, 180^\circ]$ для углов ψ и γ , $[-90^\circ, 90^\circ]$ для угла ϑ . Три сгенерированных числа задаются, соответственно, как начальное приближение неизвестных углов $\vartheta^{(0)}$, $\psi^{(0)}$ и $\gamma^{(0)}$.

2) Полученное начальное приближение используется для запуска МСН — определяется локальный экстремум: углы ориентации и значение функционала.

3) Повторяются предыдущие шаги j раз по определению локального экстремума и значения функционала.

По результатам алгоритма формируем следующий массив параметров:

$$\begin{pmatrix} \vartheta_1 & \psi_1 & \gamma_1 & J_1 \\ \vartheta_2 & \psi_2 & \gamma_2 & J_2 \\ \dots & & & \\ \vartheta_j & \psi_j & \gamma_j & J_j \end{pmatrix}, \quad (3.81)$$

где j — количество повторений.

При этом количество рестартов (повторений) подбирается экспериментально. Было показано, что для определения глобального экстремума достаточно 1000 повторений.

По окончании процесса из всех результатов локальной оптимизации (3.81) выбирается вектор параметров $(\vartheta, \psi, \gamma, J)$, при котором оптимизируемый функционал J принимает наименьшее значение, который, в свою очередь, согласуется с погрешностью измерения ε_e и заданной точностью ε_r МСН.

Для иллюстрации рассмотренной проблемы ниже рассмотрим примеры сечения функционала (3.5) для следующего варианта орбиты: круговая орбита с высотой $H_{\text{орб}} = 500$ км и параметрами орбиты: $\Omega = 30^\circ$, $i = 20^\circ$, $u = 0^\circ$. Положение Земли зададим временем $\Delta t = 0$, прошедшим после весеннего равноденствия.

Для углов ориентации МКА: $\vartheta = -40^\circ$, $\psi = 0^\circ$, $\gamma = 110^\circ$, сечения функционала приведены на рисунках 2.2–2.7. Сечения функционала для других параметров орбиты приведены в Приложении А.

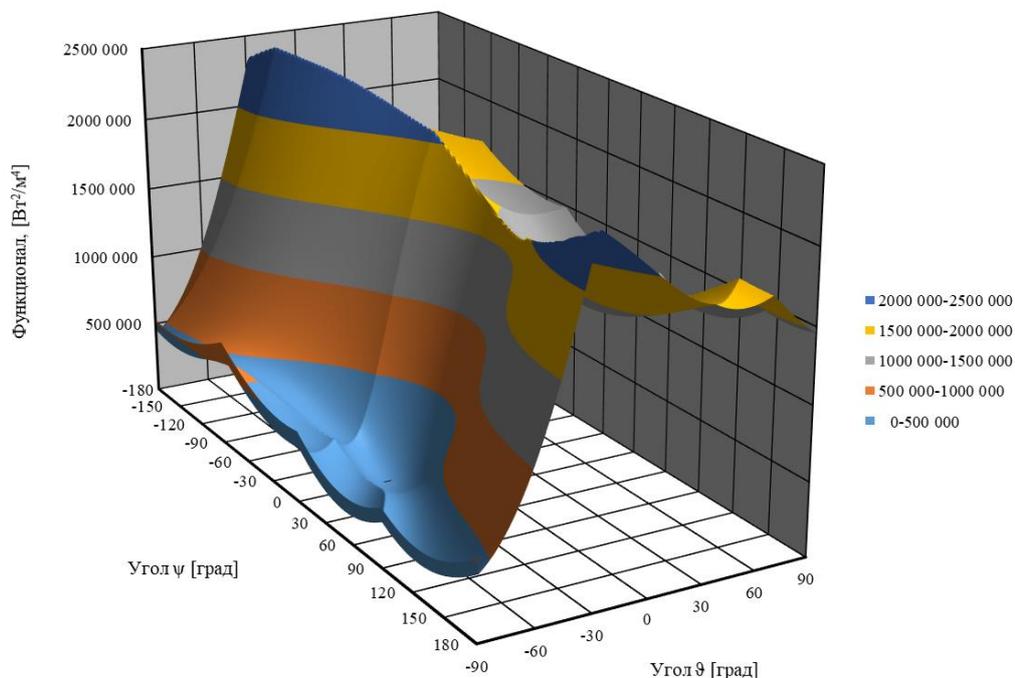


Рисунок 2.2 — Сечение функционала по углам ϑ и ψ , при $\gamma = 110^\circ$

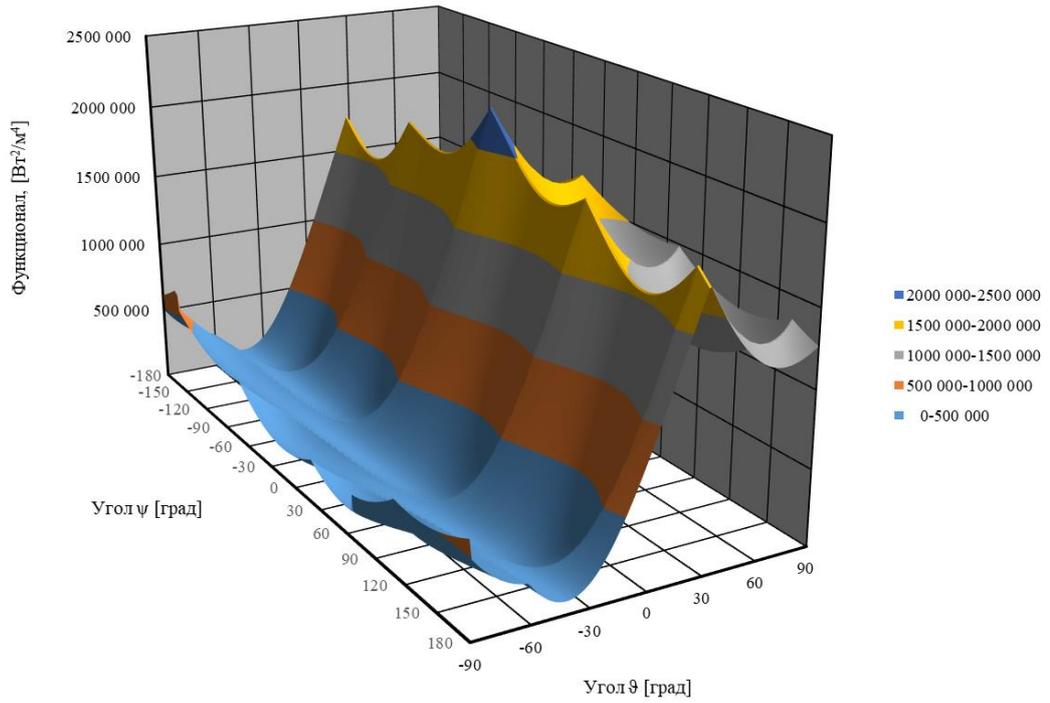


Рисунок 2.3 — Сечение функционала по углам θ и γ , при $\psi = 0^\circ$

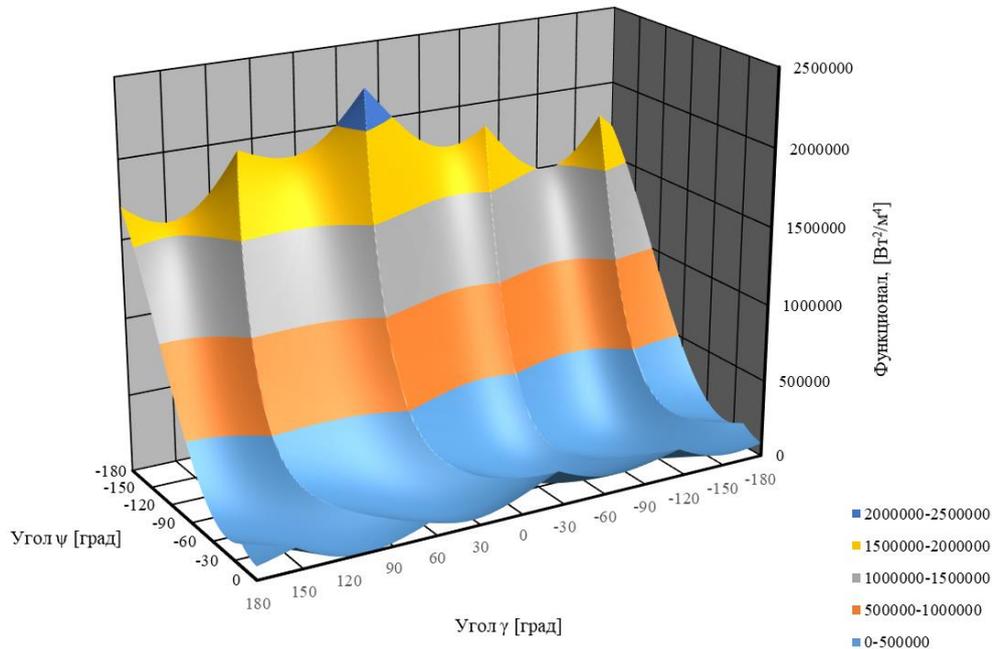


Рисунок 2.4 — Сечение функционала по углам ψ и γ , при $\theta = -40^\circ$

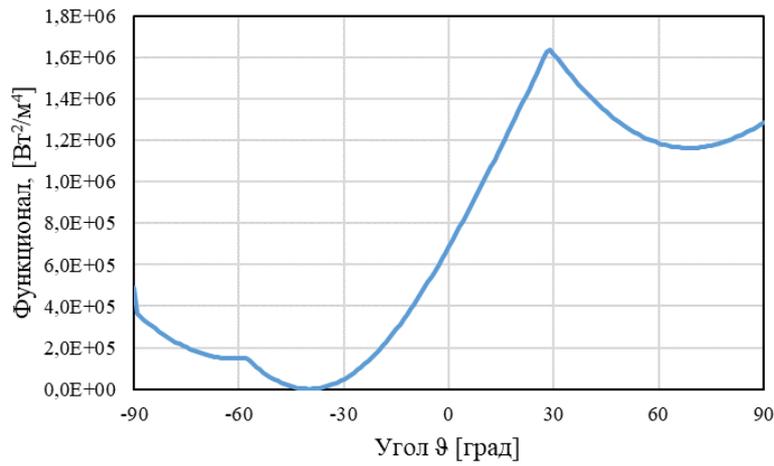


Рисунок 2.5 — Сечение функционала по углу ϑ , при $\psi = 0^\circ$, $\gamma = 110^\circ$

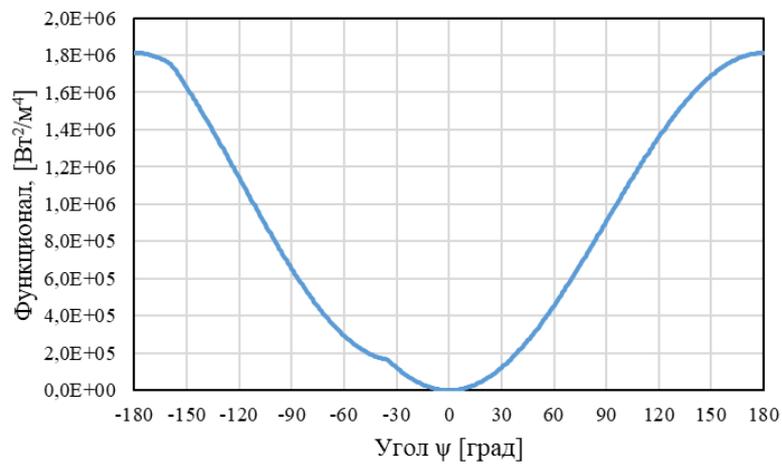


Рисунок 2.6 — Сечение функционала по углу ψ , при $\vartheta = -40^\circ$, $\gamma = 110^\circ$

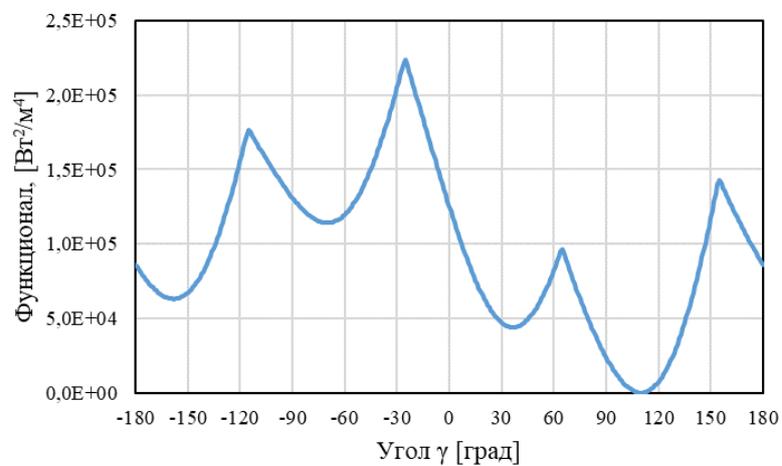


Рисунок 2.7 — Сечение функционала по углу γ , при $\vartheta = -40^\circ$, $\psi = 0^\circ$

Глава 3. Анализ эффективности разработанного алгоритма методом вычислительного эксперимента

Представленный в предыдущей главе алгоритм определения углового положения КА был реализован в виде компьютерной программы. Вычислительное моделирование проводилось на ноутбуке ASUS модели FX553V.

Основные характеристики программы приведены ниже:

- Программа написана на языке C++ в среде разработки Code::Blocks.
- Для написания программы использовалась методология объектно-ориентированного программирования [52].
- Для написания программы использовались стандартные библиотеки C++ (array, vector, smath, ctime и т.д.). Для генерации равномерно и нормально распределённых чисел использовалась библиотека boost C++ [8].

Применение методов решения обратных задач теплообмена требует тщательной отработки вычислительных алгоритмов [60, 77]. На этом этапе исследований наиболее эффективным методом является вычислительный эксперимент. С учётом того, что все коэффициенты математической модели известны, решается прямая задача теплообмена. По полученным значениям из прямой задачи формируется дополнительная информация, необходимая для решения обратной задачи. После чего решается обратная задача по определению неизвестных характеристик. Такой подход даёт возможность проанализировать влияние погрешностей задания исходных данных на результаты решения обратной задачи.

С помощью математического моделирования можно проанализировать точность и достоверность получаемых результатов, а также выбрать условия проведения экспериментальной программы.

В качестве анализируемого объекта рассмотрим МКА, имеющий простейшую геометрическую форму, — наноспутник стандарта CubSat (Рисунок 1.2), который находится на орбите Земли [76]. Для того чтобы корректно

определить угловое положение МКА в любой момент времени, необходимо и достаточно установить ДРТП на каждый элемент его поверхности, то есть $M = 6$. При условии, что ДРТП будет иметь один термочувствительный элемент — плоскую пластину, координаты нормалей для шести элементов поверхности МКА, на которых установлены ДРТП, будут иметь следующие значения:

$$\begin{aligned} \alpha_{N1} = 0^\circ, \beta_{N1} = 90^\circ, \gamma_{N1} = 90^\circ; & \quad \alpha_{N2} = 90^\circ, \beta_{N2} = 0^\circ, \gamma_{N2} = 90^\circ; \\ \alpha_{N3} = 90^\circ, \beta_{N3} = 90^\circ, \gamma_{N3} = 0^\circ; & \quad \alpha_{N4} = 180^\circ, \beta_{N4} = 90^\circ, \gamma_{N4} = 90^\circ; \\ \alpha_{N5} = 90^\circ, \beta_{N5} = 180^\circ, \gamma_{N5} = 90^\circ; & \quad \alpha_{N6} = 90^\circ, \beta_{N6} = 90^\circ, \gamma_{N6} = 180^\circ. \end{aligned}$$

При численном моделировании использовались следующие радиационно-оптические характеристики: $A_S = 0,96$ и $\varepsilon = 0,92$.

Анализ эффективности разработанного алгоритма можно разделить на две подзадачи: анализ сходимости алгоритма и анализ устойчивости. В свою очередь, анализ устойчивости заключается в исследовании влияния неопределённостей исходных данных на точность получаемого решения, а также влияния внешних факторов и случайных возмущений.

3.1. Анализ сходимости алгоритма

Вычислительный эксперимент по определению углового положения КА на основе экспериментально измеренных внешних радиационных тепловых потоков заключается в следующем:

1) Задаются параметры орбиты и точные (истинные) значения углов ϑ , ψ и γ . Решается прямая задача теплообмена, позволяющая определить поглощённые тепловые потоки без учёта собственных излучений ДРТП, которые соответствуют заданным значениям углов ϑ , ψ и γ .

2) Полученные значения поглощённых тепловых потоков без учёта собственных излучений датчиков используются как экспериментально измеренные тепловые потоки q_m^{exp} , которые подставляются в решение радиационно-геометрической обратной задачи.

3) Решается радиационно-геометрическая обратная задача методом сопряжённых направлений.

Для проверки сходимости алгоритма рассмотрим несколько вариантов углового положения КА с различными параметрами орбиты.

Первый расчётный случай

Рассмотрим круговую орбиту КА с высотой $H_{орб} = 500$ км и следующими параметрами орбиты: $\Omega = 30^\circ$, $i = 20^\circ$, $u = 0^\circ$. Положение планеты задаётся временем $\Delta t = 0$, прошедшим после весеннего равноденствия.

Зададим три варианта точных (истинных) значений углов ориентации аппарата, используемых при решении прямой задачи. В каждом случае были выбраны три начальных приближения для старта МСН.

1) В качестве первого варианта были заданы следующие точные (истинные) значения углов: $\vartheta = 20^\circ$, $\psi = 70^\circ$, $\gamma = 10^\circ$. Результаты моделирования представлены на Рисунках 3.1 и 3.2.

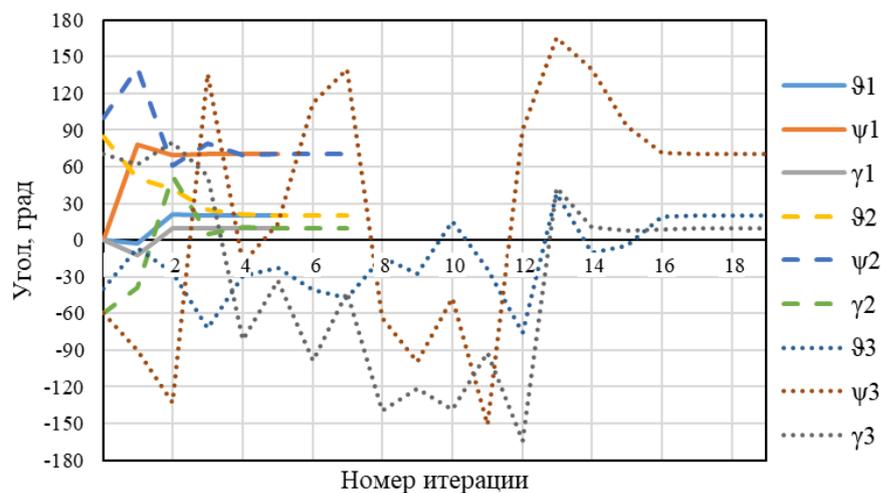


Рисунок 3.1 — Сходимость углов для различных начальных приближений:

1 — $\vartheta = 0^\circ$, $\psi = 0^\circ$ и $\gamma = 0^\circ$; 2 — $\vartheta = 85^\circ$, $\psi = 100^\circ$ и $\gamma = -60^\circ$; 3 — $\vartheta = -40^\circ$,
 $\psi = -60^\circ$ и $\gamma = 70^\circ$

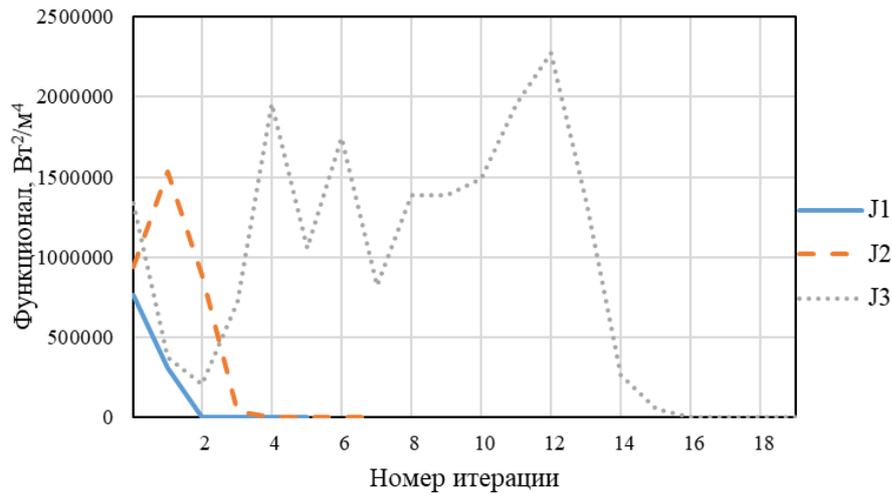


Рисунок 3.2 — Сходимость функционала J для различных начальных приближений: 1 — $\vartheta = 0^\circ$, $\psi = 0^\circ$ и $\gamma = 0^\circ$; 2 — $\vartheta = 85^\circ$, $\psi = 100^\circ$ и $\gamma = -60^\circ$;
3 — $\vartheta = -40^\circ$, $\psi = -60^\circ$ и $\gamma = 70^\circ$

2) В качестве второго варианта рассмотрим следующие точные (истинные) значения углов, известные из прямой задачи: $\vartheta = 80^\circ$, $\psi = 180^\circ$, $\gamma = 50^\circ$. Так как углу $\psi = 180^\circ$ соответствует угол $\psi = -180^\circ$, следовательно, угол рыскания может сходиться как с положительной стороны, так и с отрицательной. Результаты моделирования представлены на Рисунках 3.3 и 3.4.

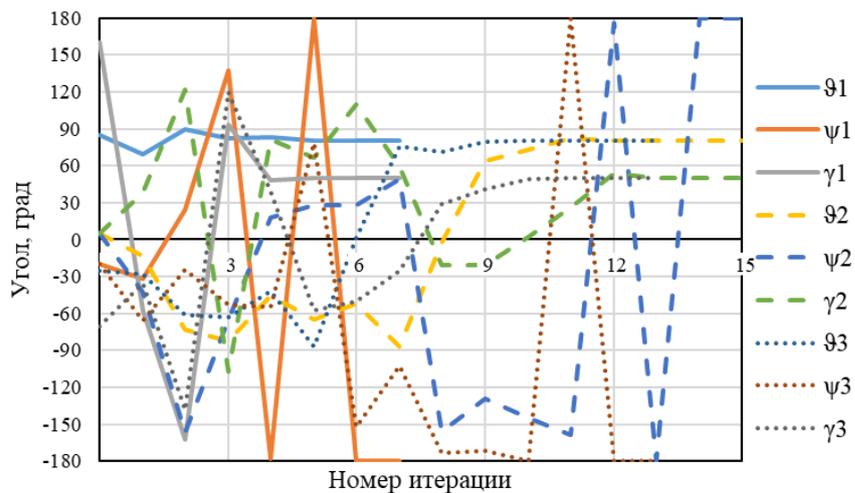


Рисунок 3.3 — Сходимость углов для различных начальных приближений:
1 — $\vartheta = 5^\circ$, $\psi = 5^\circ$, $\gamma = 5^\circ$; 2 — $\vartheta = 85^\circ$, $\psi = -20^\circ$, $\gamma = 160^\circ$; 3 — $\vartheta = -25^\circ$,
 $\psi = -20^\circ$, $\gamma = -70^\circ$

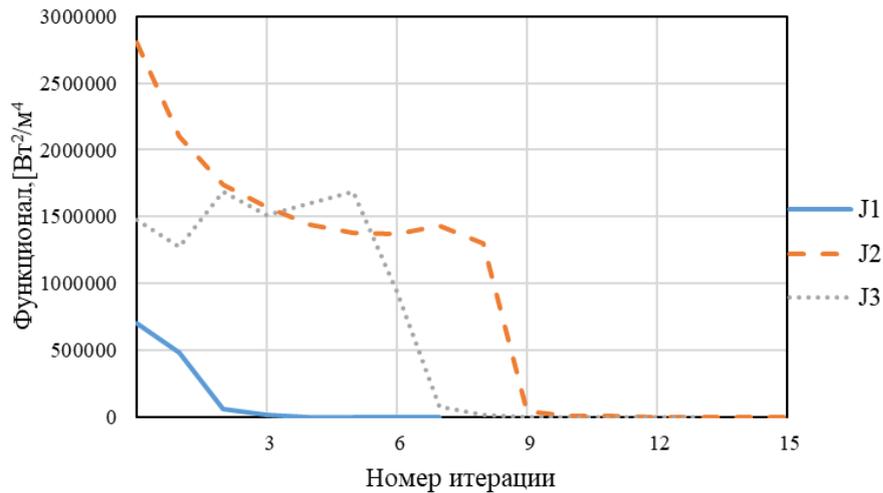


Рисунок 3.4 — Сходимость функционала J для различных начальных приближений: 1 — $\vartheta=5^\circ$, $\psi=5^\circ$, $\gamma=5^\circ$, $\gamma = 0^\circ$; 2 — $\vartheta = 85^\circ$, $\psi = -20^\circ$, $\gamma = 160^\circ$;
3 — $\vartheta = -25^\circ$, $\psi = -20^\circ$, $\gamma = -70^\circ$

3) Для третьего варианта расчётов были выбраны следующие точные (истинные) значения углов ориентации КА: $\vartheta = -40^\circ$, $\psi = 0^\circ$, $\gamma = 110^\circ$. Результаты, представленные на Рисунках 3.5 и 3.6.

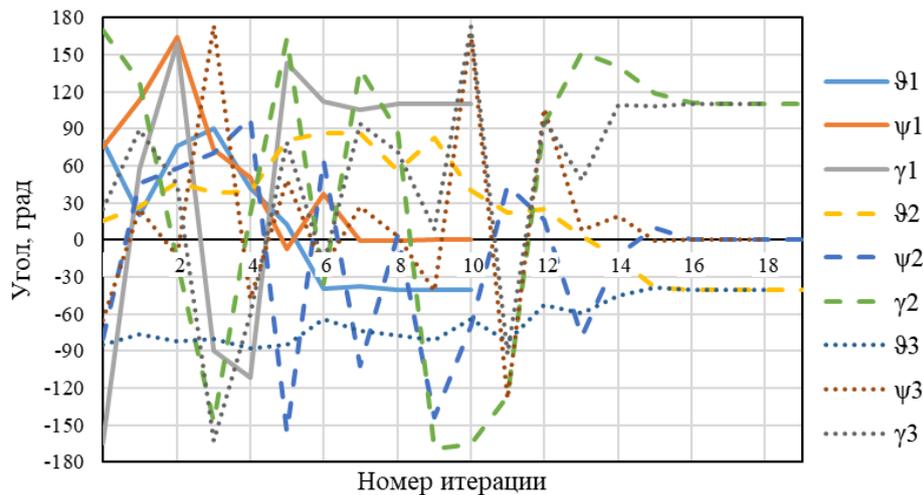


Рисунок 3.5 — Сходимость углов для различных начальных приближений:

1 — $\vartheta = 15^\circ$, $\psi = -80^\circ$ и $\gamma = 170^\circ$; 2 — $\vartheta = 80^\circ$, $\psi = 75^\circ$ и $\gamma = -165^\circ$;

3 — $\vartheta = -85^\circ$, $\psi = -65^\circ$ и $\gamma = 25^\circ$

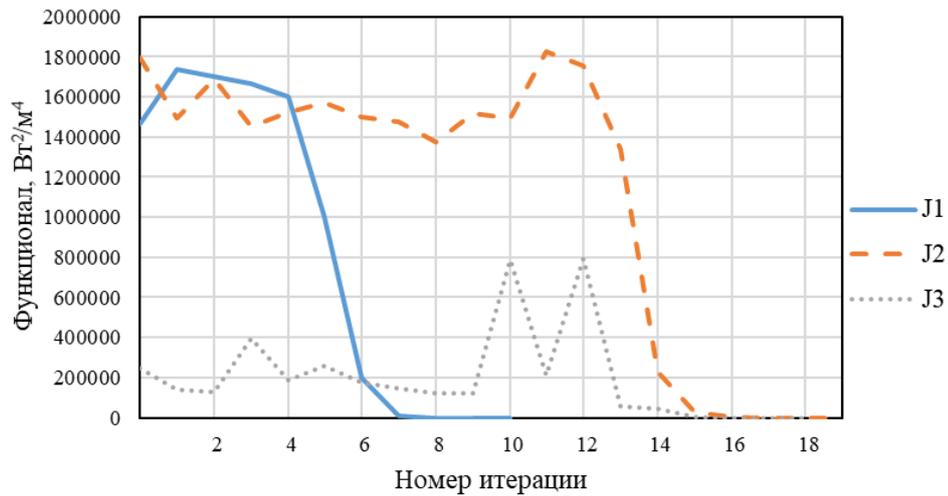


Рисунок 3.6 — Сходимость функционала J для различных начальных приближений: 1 — $\vartheta = 15^\circ$, $\psi = -80^\circ$ и $\gamma = 170^\circ$; 2 — $\vartheta = 80^\circ$, $\psi = 75^\circ$ и $\gamma = -165^\circ$;
3 — $\vartheta = -85^\circ$, $\psi = -65^\circ$ и $\gamma = 25^\circ$

Второй расчётный случай

Рассмотрим эллиптическую орбиту КА с высотой перигея $H_\pi = 400$ км, апогея $H_\alpha = 600$ км и следующими параметрами орбиты: $\Omega = 40^\circ$, $i = 50^\circ$, $\omega = 60^\circ$. Положение планеты задаётся временем $\Delta t = 0$, прошедшим после весеннего равноденствия.

Для этого случая рассмотрим три варианта положения КА на орбите:

1. $u = 81^\circ$ — КА находится на освещённом участке орбиты перед заходом в тень планеты;
2. $u = 147^\circ$ — КА находится в тени планеты;
3. $u = 218^\circ$ — КА находится на освещённом участке орбиты после выхода из тени планеты.

1) При анализе первого варианта рассмотрим следующие точные (истинные) значения углов: $\vartheta = 50^\circ$, $\psi = 50^\circ$, $\gamma = 50^\circ$ и аргумент широты $u = 81^\circ$. Результаты представлены на Рисунках 3.7, 3.8.

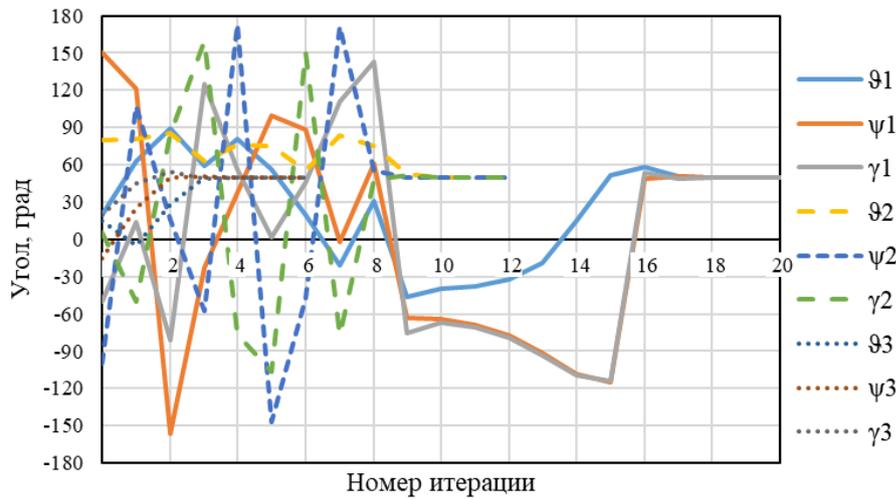


Рисунок 3.7 — Сходимость углов для различных начальных приближений:

1 — $\vartheta = 20^\circ$, $\psi = 150^\circ$ и $\gamma = -50^\circ$; 2 — $\vartheta = 80^\circ$, $\psi = -100^\circ$ и $\gamma = 5^\circ$;

3 — $\vartheta = 15^\circ$, $\psi = -15^\circ$ и $\gamma = 20^\circ$

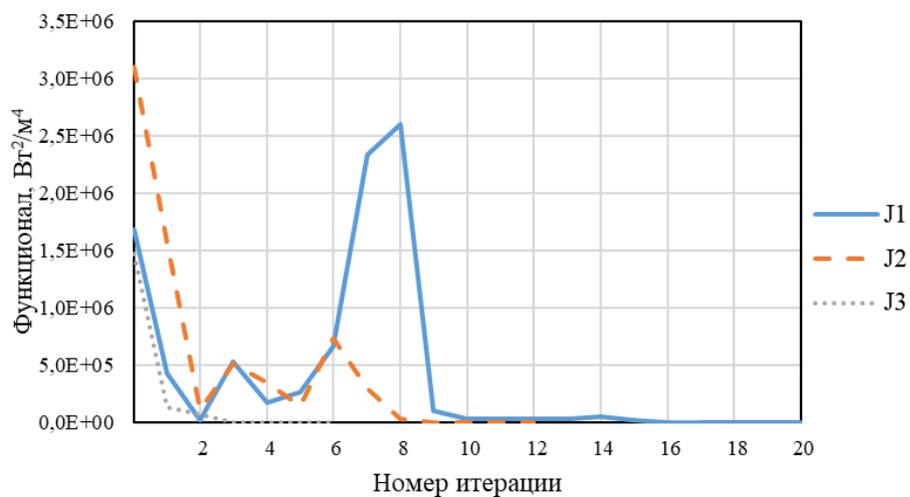


Рисунок 3.8 — Сходимость функционала J для различных начальных приближений: 1 — $\vartheta = 20^\circ$, $\psi = 150^\circ$ и $\gamma = -50^\circ$; 2 — $\vartheta = 80^\circ$, $\psi = -100^\circ$ и $\gamma = 5^\circ$;

3 — $\vartheta = 15^\circ$, $\psi = -15^\circ$ и $\gamma = 20^\circ$

2) Во втором варианте были заданы следующие точные (истинные) значения углов: $\vartheta = 74^\circ$, $\psi = 27^\circ$, $\gamma = 89^\circ$ и аргумент широты $u = 147^\circ$. При этих параметрах орбиты КА находится в тени планеты, поэтому на элементы поверхности падает радиационный тепловой поток только от одного источника — Земли. В этом

варианте угол рыскания ψ не может быть достоверно определён. Поэтому для избегания неопределённостей по углу рыскания, он был приравнён нулю и на рисунках не показан. Результаты расчёта представлены на Рисунках 3.9, 3.10.

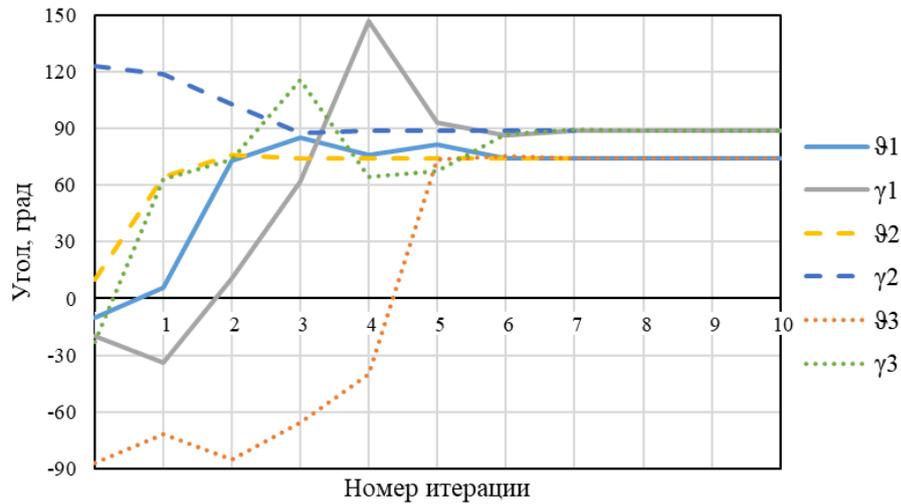


Рисунок 3.9 — Сходимость углов для различных начальных приближений:

1 — $\vartheta = -10^\circ$, $\psi = -10^\circ$ и $\gamma = -20^\circ$; 2 — $\vartheta = 10^\circ$, $\psi = -51^\circ$ и $\gamma = 123^\circ$;

3 — $\vartheta = -87^\circ$, $\psi = -151^\circ$ и $\gamma = -23^\circ$

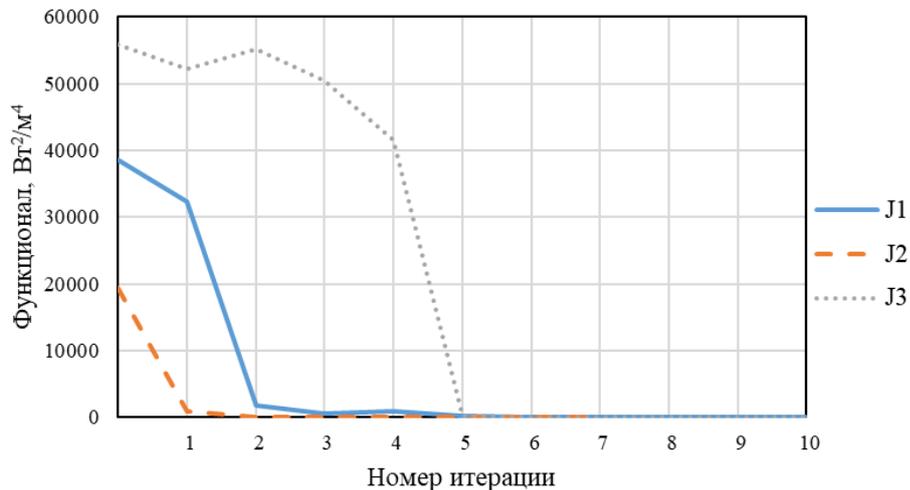


Рисунок 3.10 — Сходимость функционала J для различных начальных

приближений: 1 — $\vartheta = -10^\circ$, $\psi = -10^\circ$ и $\gamma = -20^\circ$; 2 — $\vartheta = 10^\circ$, $\psi = -51^\circ$ и $\gamma = 123^\circ$;

3 — $\vartheta = -87^\circ$, $\psi = -151^\circ$ и $\gamma = -23^\circ$

3) Для расчёта третьего варианта были выбраны следующие точные (истинные) значения углов: $\vartheta = -20^\circ$, $\psi = 13^\circ$, $\gamma = 77^\circ$ и аргумент широты $u = 218^\circ$. Результаты моделирования представлены на Рисунках 3.11, 3.12.

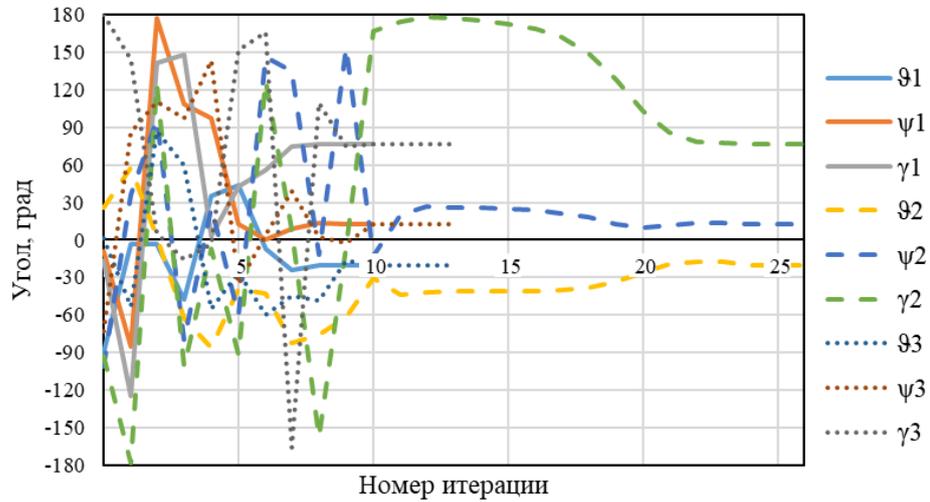


Рисунок 3.11 — Сходимость углов для различных начальных приближений:

1 — $\vartheta = 26^\circ$, $\psi = -101^\circ$, $\gamma = -93^\circ$; 2 — $\vartheta = 1^\circ$, $\psi = -73^\circ$, $\gamma = 180^\circ$;

3 — $\vartheta = -90^\circ$, $\psi = -9^\circ$, $\gamma = -17^\circ$

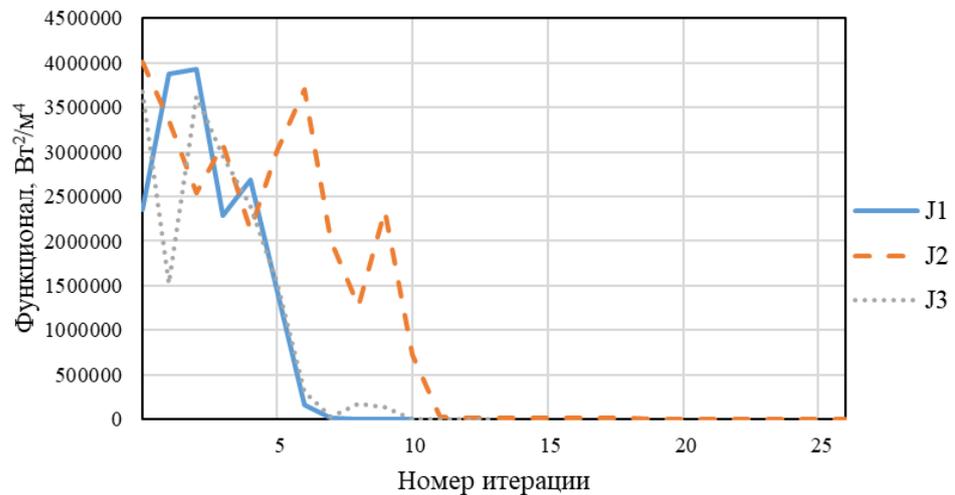


Рисунок 3.12 — Сходимость функционала J для различных начальных приближений: 1 — $\vartheta = 26^\circ$, $\psi = -101^\circ$, $\gamma = -93^\circ$; 2 — $\vartheta = 1^\circ$, $\psi = -73^\circ$, $\gamma = 180^\circ$;

3 — $\vartheta = -90^\circ$, $\psi = -9^\circ$, $\gamma = -17^\circ$

Третий расчётный случай

В качестве третьего случая рассмотрим эллиптическую орбиту КА с высотой перигея $H_{\pi} = 350$ км, апогея $H_{\alpha} = 850$ км и следующими параметрами орбиты $\Omega = 0^{\circ}$, $i = 70^{\circ}$, $\omega = 90^{\circ}$. Положение планеты задаётся временем $\Delta t = 150$ дней, прошедшим после весеннего равноденствия.

Для этого случая рассмотрим три варианта положения КА на орбите:

1. $u = 90^{\circ}$ — МКА находится в перигее орбиты;
2. $u = 180^{\circ}$ — МКА находится в нисходящем узле;
3. $u = 270^{\circ}$ — МКА находится в апогее орбиты.

1) В первом варианте были выбраны следующие точные (истинные) значения углов: $\vartheta = 45,5^{\circ}$; $\psi = -63^{\circ}$; $\gamma = 7^{\circ}$ и аргумент широты $u = 90^{\circ}$. Результаты расчёта представлены на Рисунках 3.13 и 3.14.

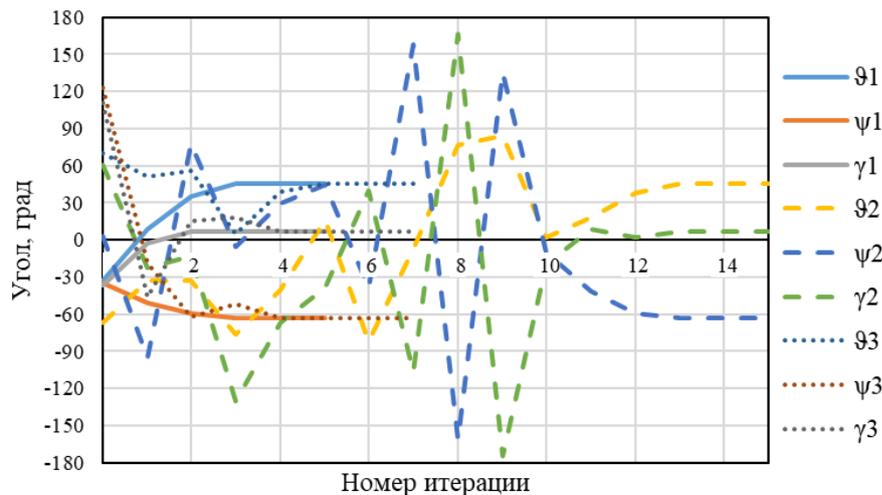


Рисунок 3.13 — Сходимость углов для различных начальных приближений:

1 — $\vartheta = -33^{\circ}$, $\psi = -35^{\circ}$ и $\gamma = -37^{\circ}$; 2 — $\vartheta = -67^{\circ}$, $\psi = 3^{\circ}$ и $\gamma = 61^{\circ}$;

3 — $\vartheta = 70^{\circ}$, $\psi = 123^{\circ}$ и $\gamma = 111^{\circ}$

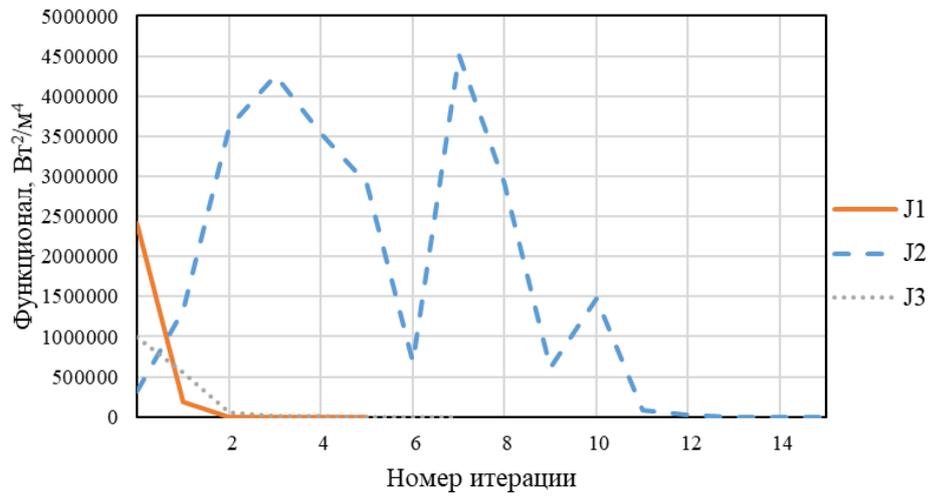


Рисунок 3.14 — Сходимость функционала J для различных начальных приближений: 1 — $\vartheta = -33^\circ$, $\psi = -35^\circ$ и $\gamma = -37^\circ$; 2 — $\vartheta = -67^\circ$, $\psi = 3^\circ$ и $\gamma = 61^\circ$;
3 — $\vartheta = 70^\circ$, $\psi = 123^\circ$ и $\gamma = 111^\circ$

2) Во втором варианте рассмотрим следующие точные (истинные) значения углов: $\vartheta = -59^\circ$, $\psi = -5^\circ$, $\gamma = -4^\circ$ и аргумент широты $u = 180^\circ$. Результаты моделирования представлены на Рисунках 3.15 и 3.16.

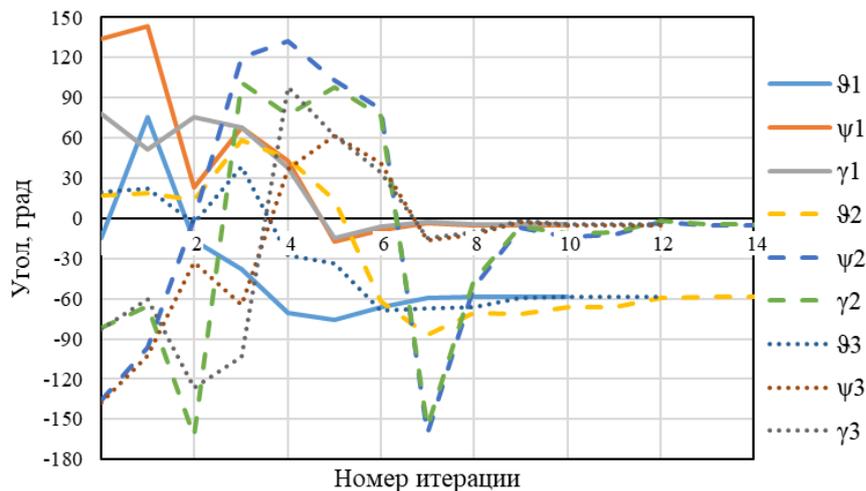


Рисунок 3.15 — Сходимость углов для различных начальных приближений:
1 — $\vartheta = 17^\circ$, $\psi = -136^\circ$ и $\gamma = -82^\circ$; 2 — $\vartheta = 20^\circ$, $\psi = -138^\circ$ и $\gamma = -83^\circ$;
3 — $\vartheta = -15^\circ$, $\psi = 134^\circ$ и $\gamma = 78^\circ$

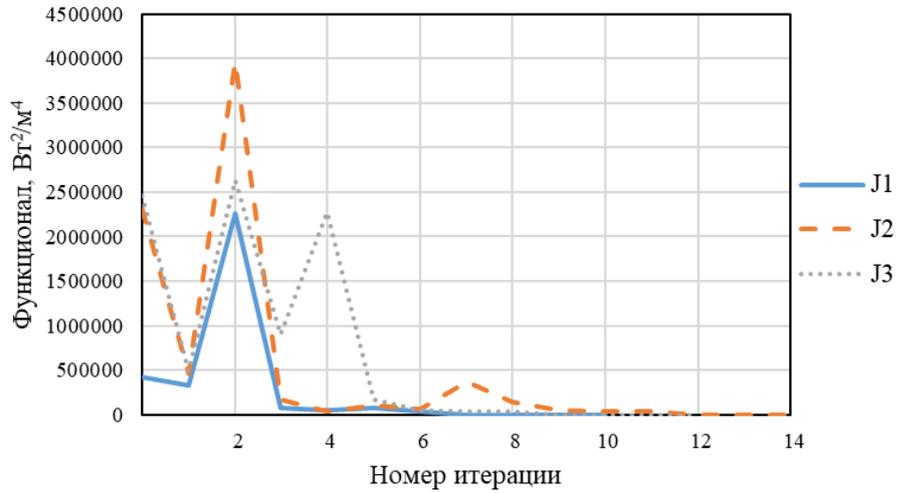


Рисунок 3.16 — Сходимость функционала J для различных начальных приближений: 1 — $\vartheta = 17^\circ$, $\psi = -136^\circ$ и $\gamma = -82^\circ$; 2 — $\vartheta = 20^\circ$, $\psi = -138^\circ$ и $\gamma = -83^\circ$;
3 — $\vartheta = -15^\circ$, $\psi = 134^\circ$ и $\gamma = 78^\circ$

3) Для третьего варианта были заданы следующие точные (истинные) значения углов: $\vartheta = 10^\circ$; $\psi = 123,5^\circ$; $\gamma = -149,6^\circ$ и аргумент широты $u = 270^\circ$. Результаты представлены на Рисунках 3.17 и 3.18

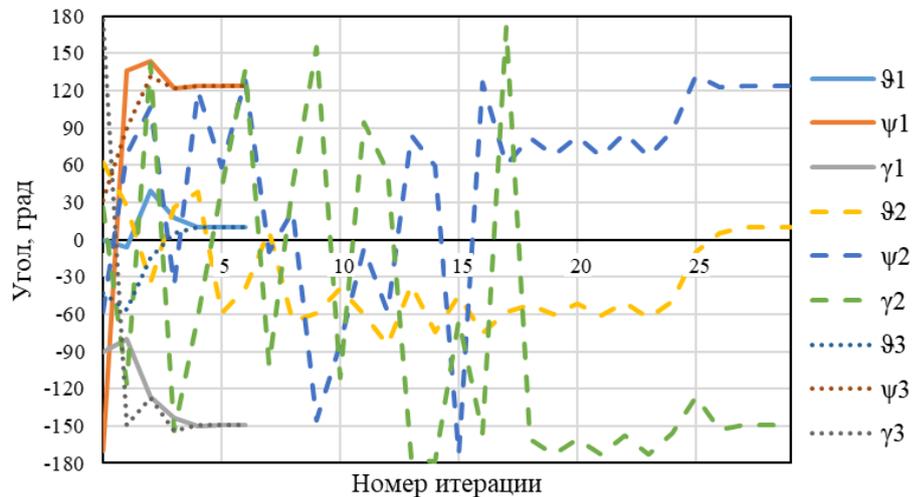


Рисунок 3.17 — Сходимость углов для различных начальных приближений:

1 — $\vartheta = 0^\circ$, $\psi = -170^\circ$ и $\gamma = -90^\circ$; 2 — $\vartheta = -43^\circ$, $\psi = 32^\circ$ и $\gamma = 177^\circ$;

3 — $\vartheta = 62^\circ$, $\psi = -58^\circ$ и $\gamma = 26^\circ$

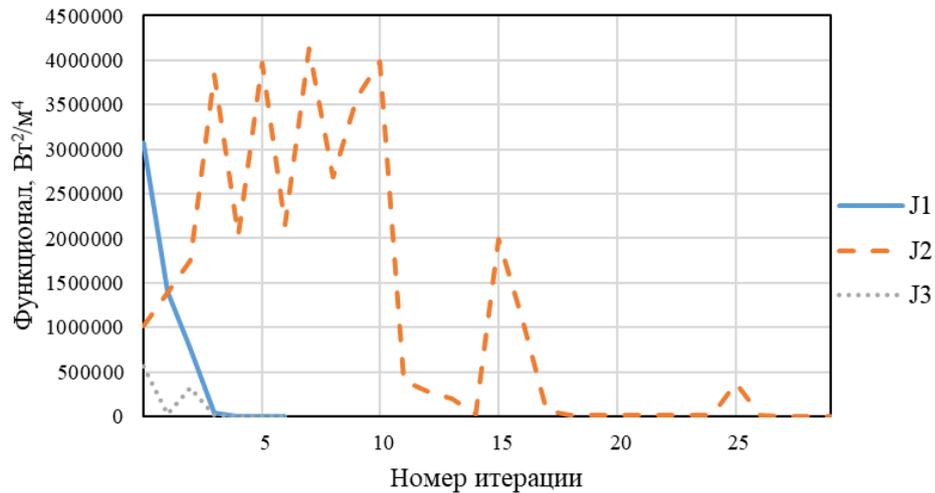


Рисунок 3.18 — Сходимость функционала J для различных начальных приближений: 1 — $\vartheta = 0^\circ$, $\psi = -170^\circ$ и $\gamma = -90^\circ$; 2 — $\vartheta = -43^\circ$, $\psi = 32^\circ$ и $\gamma = 177^\circ$;
3 — $\vartheta = 62^\circ$, $\psi = -58^\circ$ и $\gamma = 26^\circ$

3.2. Анализ устойчивости алгоритма

Анализ устойчивости позволяет оценить влияние различных неопределённостей и внешних факторов на сходимость алгоритма. Тем самым мы можем смоделировать и оценить точность определения ориентации КА и сравнить с имеющимися аналогами. Анализ на устойчивость можно разделить на две подзадачи: анализ влияния неопределённостей решения граничной обратной задачи теплообмена и анализ неопределённостей радиационно-геометрической обратной задачи теплообмена.

3.2.1. Анализ влияния неопределённостей на точность решения граничной обратной задачи теплообмена

Для определения величины поглощаемых тепловых потоков эффективными являются методы, основанные на решении граничных обратных задач теплопроводности [2–4]. Исходные данные для таких задач формируются на основе результатов измерений. Эти данные включают в себя граничные условия —

первого или второго рода — и зависимости температуры от времени в одной или нескольких внутренних точках образцов. Тип граничных условий и число точек измерения температуры должны удовлетворять условиям единственности решения анализируемой обратной задачи. Условия единственности обычно определяют минимально необходимый объём измерений, которые требуется осуществлять в одном эксперименте.

При численном моделировании полагалось, что коэффициенты математической модели известны. По известным значениям коэффициентов решалась прямая задача теплообмена в образце. После чего с использованием полученного поля температур формировалась дополнительная информация, необходимая для решения обратной задачи. И, наконец, решалась обратная задача теплообмена.

Случайные погрешности во входных данных при моделировании формируются по формуле:

$$f_n(\tau) = \bar{f}_n(\tau)(1 + \varpi \delta(\tau)), \quad n = \overline{1, N} \quad (4.1)$$

где $\bar{f}_n(\tau)$ — «точное» показание термодатчика, полученное из решения прямой задачи; ϖ — случайная величина, распределённая по нормальному закону с дисперсией, равной 1, и математическим ожиданием, равным 0; $\delta(\tau)$ — максимально возможная относительная погрешность.

На Рисунке 3.19 приведена плотность поглощаемого теплового потока (точное значение восстанавливаемых функции), используемая при моделировании в данном разделе. Продолжительность каждого моделирования равна 3000 с. Нагрев осуществлялся с левой стороны, правая (внутренняя) граница образцов считалась теплоизолированной. При математическом моделировании рассматривались образцы толщиной 0,003 м. Температура предполагалась установленной на правой границе.

На Рисунке 3.20 представлены результаты восстановления теплового потока без учёта погрешностей. Видно, что результаты близки к заданным значениям. Это подтверждает возможность получения единственного решения для подобных

обратных задач. На этом же рисунке представлено влияние ошибок во входных данных на точность решения для различных уровней погрешностей (Рисунке 3.20).

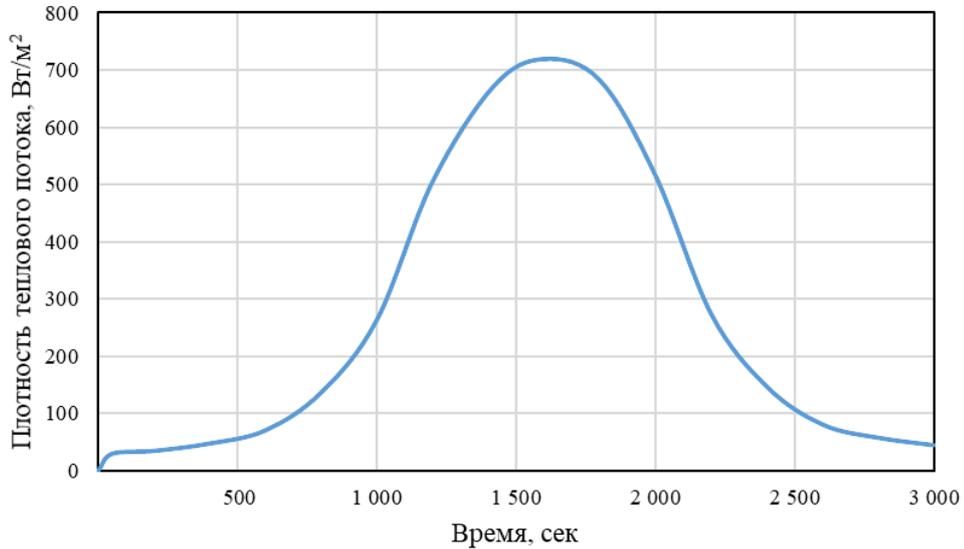


Рисунок 3.19 — Зависимость плотности теплового потока от времени

Далее анализируется влияние погрешностей задания функций объёмной теплоёмкости $C(T)$ и теплопроводности $\lambda(T)$ на решение обратной задачи. Моделировались погрешности при положительном систематическом смещении, где значение максимальной погрешности равен 10%. На Рисунке 3.21 показано, как влияют отклонения $C(T)$ и $\lambda(T)$, моделируемые соответственно по законам, на устойчивость решения:

$$C(T) = \bar{C}(T)(1 + \delta) \quad (4.2)$$

$$\lambda(T) = \bar{\lambda}(T)(1 + \delta) \quad (4.3)$$

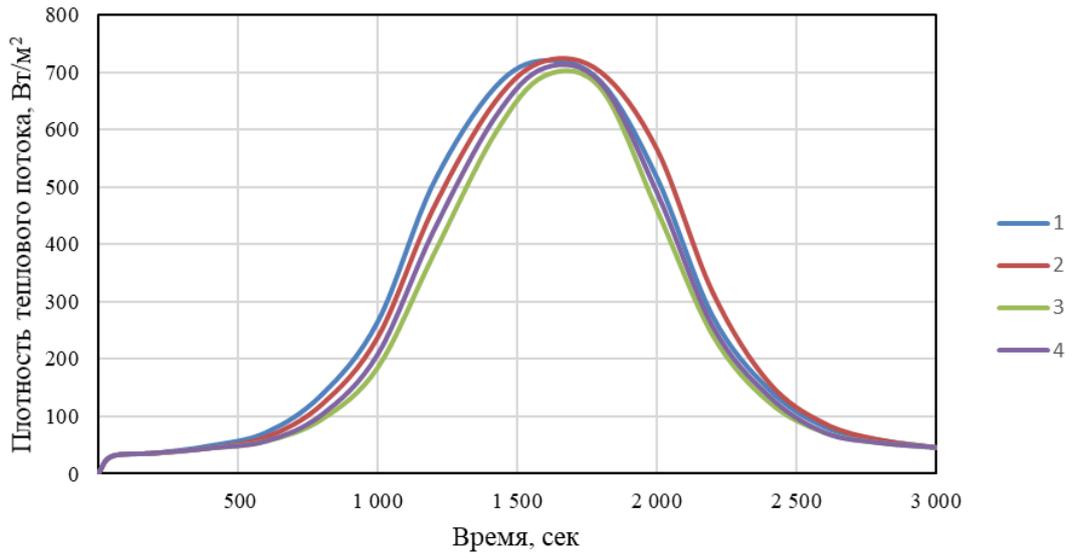


Рисунок 3.20 — Моделирование решения граничной обратной задачи: 1 — заданные значения, 2 — восстановление $q(\tau)$ без учёта погрешностей, 3 — исходные данные с погрешностью $\delta = 5\%$, 4 — исходные данные с погрешностью $\delta = 10\%$

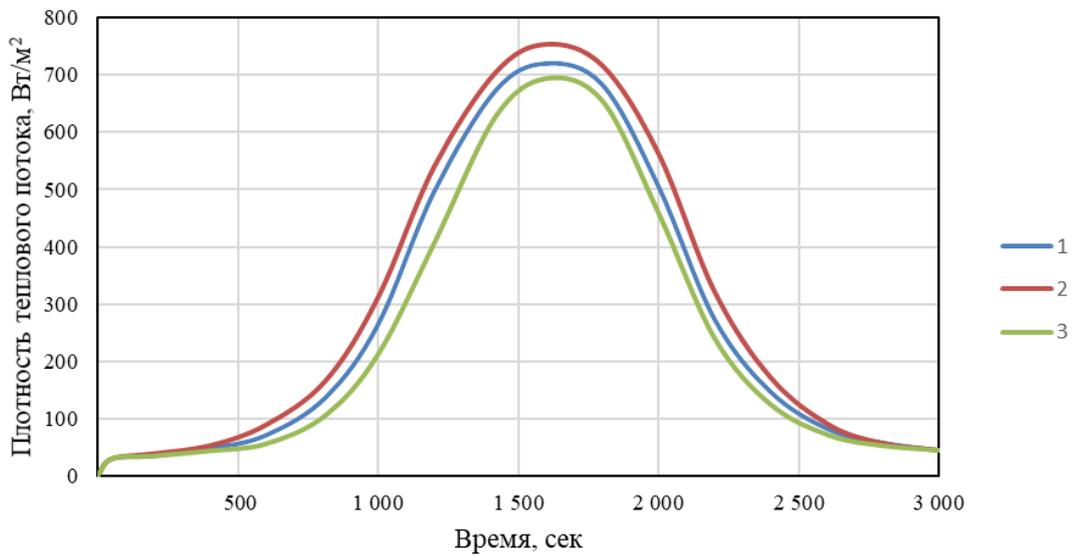


Рисунок 3.21 — Результаты восстановления теплового потока при погрешности $C(T)$ и $\lambda(T)$: 1 — заданная зависимость, 2, 3 — с погрешностью $\delta = +10\%$ соответственно

В заключение анализируется влияние на точность решения граничной обратной задачи утечек тепла через теплоизолированную (правую) поверхность. Моделировался уровень утечек тепла $\delta = +10\%$ от значения поглощаемого теплового потока. На Рисунке 3.22 показано, как влияют отклонения от условия теплоизолированности.

Полученные результаты свидетельствуют о достаточно высокой вычислительной устойчивости предложенного алгоритма к погрешностям, возникающим при решении граничных обратных задач.

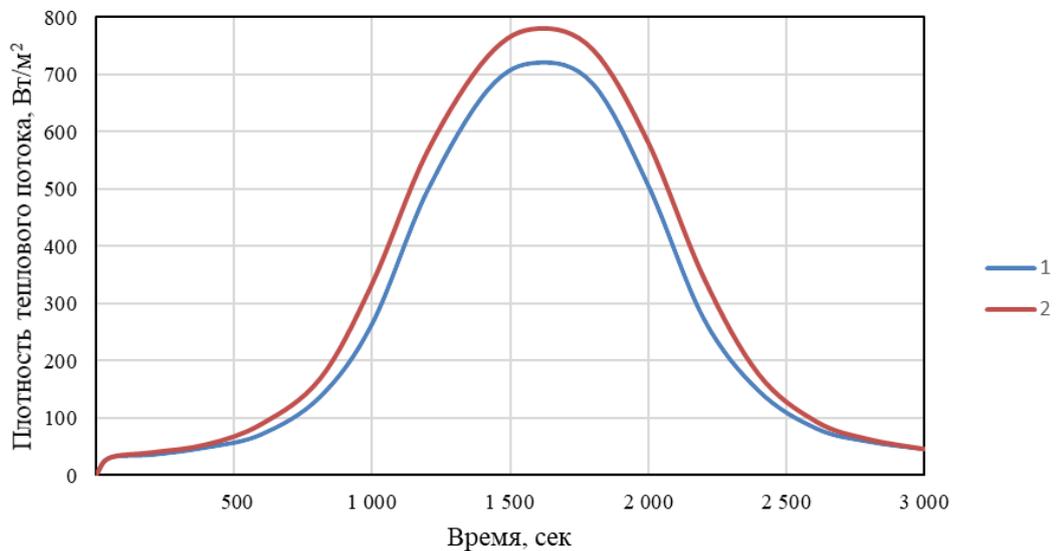


Рисунок 3.22 — Результаты восстановления теплового потока при нарушении условия теплоизолированности: 1 — заданная зависимость, 2 — с погрешностью $\delta = +10\%$

Анализ влияния неопределённостей определения внешних тепловых потоков датчиками

В этом разделе рассмотрим влияние неопределённостей решения граничной обратной задачи на устойчивость решения радиационно-геометрической обратной задачи.

Погрешность определения радиационного теплового потока, поглощённого m -ым ДРТП без учёта собственного излучения, определяется как:

$$q_m^{\text{exp}} = \bar{q}_m \cdot (1 \pm \delta q), \quad (4.4)$$

где \bar{q}_m — радиационный тепловой поток, поглощённый m -ым датчиком без учёта собственного излучения, который был найдёт в прямой задаче; δq — погрешность решения обратной задачи, которая записывается следующим образом:

$$\delta q = \|q(T) - \bar{q}(T)\|_{L_2} / \|\bar{q}(T)\|_{L_2} \quad (4.5)$$

где q , \bar{q} — восстановленные и точные значения функций в соответствующих областях определения.

Алгоритм определения углового положения КА, учитывающий влияние неопределённостей при решении граничной обратной задачи, заключается в следующем:

1) Задаются параметры орбиты и точные (истинные) значения углов ϑ , ψ и γ . Решается прямая задача теплообмена, по результатам которой определяются поглощённые тепловые потоки без учёта собственных излучений ДРТП.

2) Полученные значения поглощённых тепловых потоков без учёта собственных излучений ДРТП используются как экспериментально измеренные тепловые потоки q_m^{exp} , которые подставляются в решение радиационно-геометрической обратной задачи.

3) Вычисленные «измеренные» тепловые потоки q_m^{exp} зашумляются заданными значениями погрешности для всех ДРТП.

4) Решается радиационно-геометрическая обратная задача методом сопряжённых направлений.

1. Рассмотрим первый расчётный случай — круговую орбиту КА с высотой $H_{\text{орб}} = 500$ км и параметрами орбиты $\Omega = 30^\circ$, $i = 20^\circ$, $u = 0^\circ$. Время, прошедшее после весеннего равноденствия, равно $\Delta t = 0$. Моделирование было проведено для следующих углов ориентации КА: $\vartheta = 20^\circ$, $\psi = 70^\circ$, $\gamma = 10^\circ$. Результаты численного моделирования приведены на Рисунке 3.23.

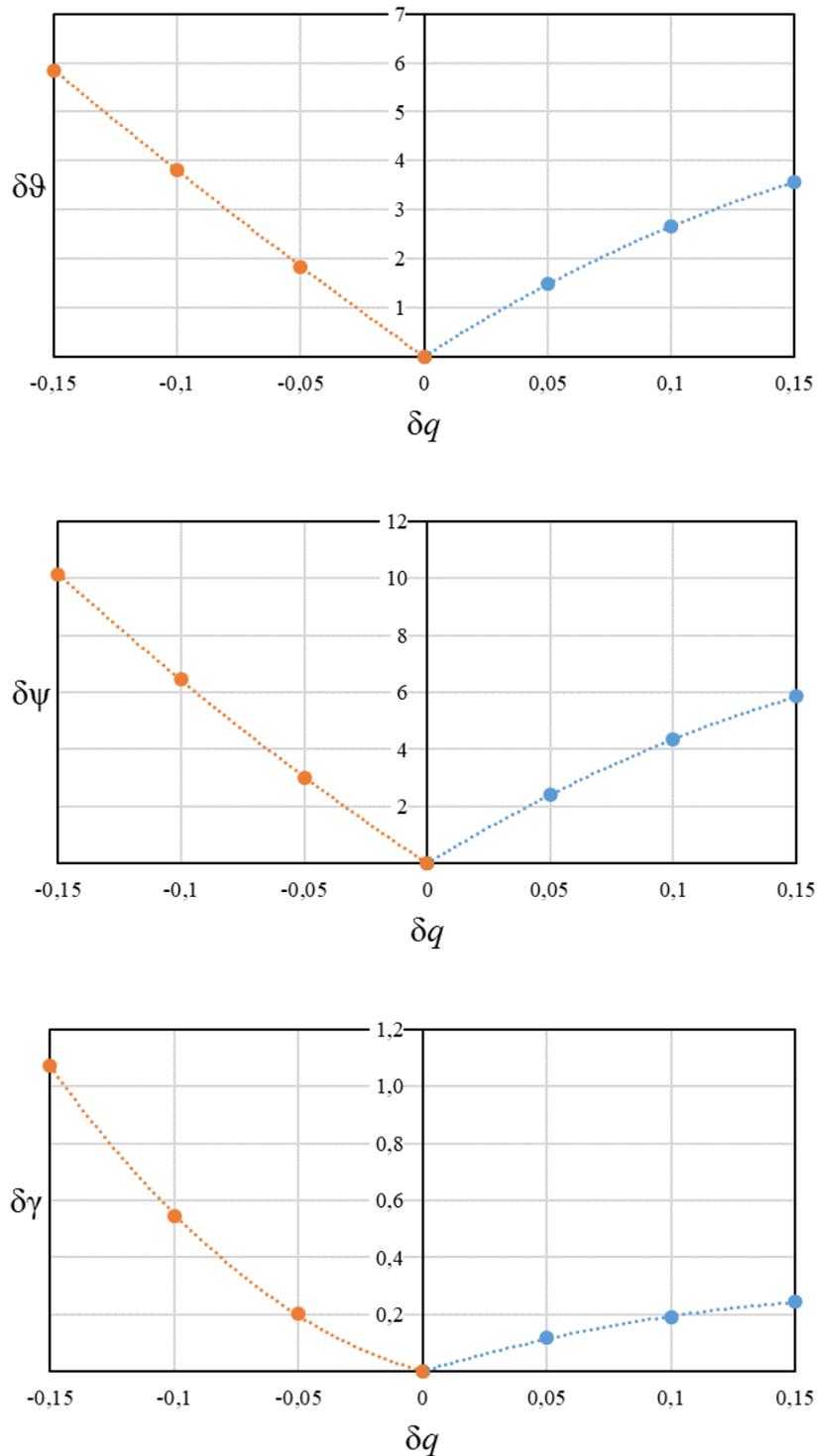


Рисунок 3.23 — Погрешности восстановления углового положения КА при наличии неопределённостей решения граничной обратной задачи

2. Рассмотрим второй расчётный случай — эллиптическую орбиту КА с высотой перигея $H_\pi = 400$ км, апогея $H_\alpha = 600$ км и следующими параметрами орбиты: $\Omega = 40^\circ$, $i = 50^\circ$, $\omega = 60^\circ$, $u = 81^\circ$. Положение Земли задаётся временем

$\Delta t = 0$. Для второго случая рассмотрим вариант, при котором углы ориентации КА равны $\vartheta = 50^\circ$, $\psi = 50^\circ$, $\gamma = 50^\circ$. Результаты расчётов приведены на Рисунке 3.24.

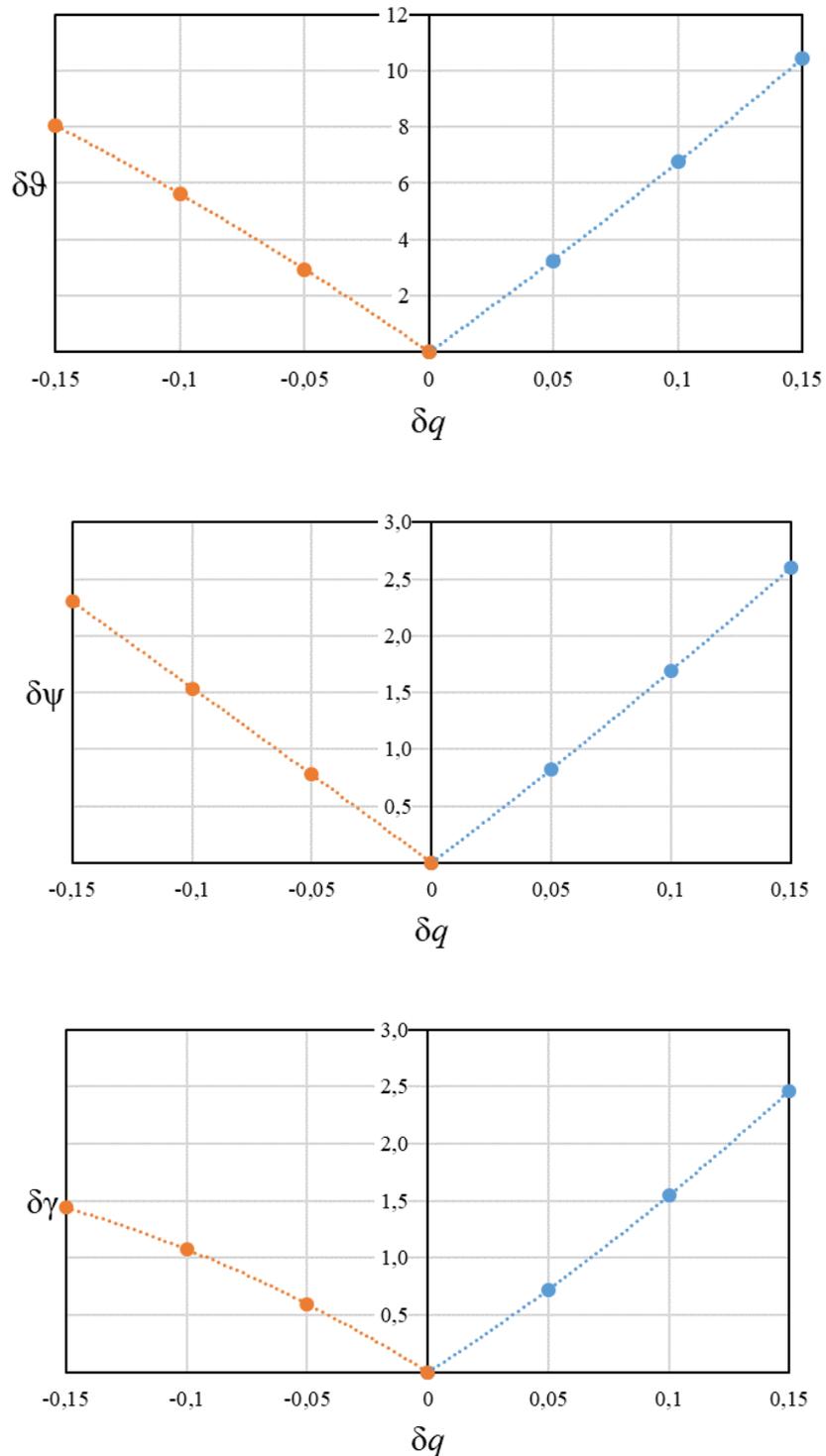


Рисунок 3.24 — Погрешности восстановления углового положения КА при наличии неопределённостей решения граничной обратной задачи

Результаты численного моделирования для третьего расчётного случая приведён в Приложении Б.

3.2.2. Анализ влияния неопределённостей на точность решения радиационно-геометрической обратной задачи

Влияние неопределённостей на точность решения радиационно-геометрической обратной задачи теплообмена могут быть вызваны несколькими факторами. Во-первых, влиянием погрешности определения радиационно-оптических характеристик поверхности датчиков. Во-вторых, несовершенством математической модели. В-третьих, погрешностями определения параметров орбиты. В-четвертых, влиянием внешних факторов и случайных возмущений.

Влияние погрешностей определения внешнего радиационного теплового потока, поглощённого ДРТП, может быть вызвано погрешностью определения радиационно-оптических характеристик поверхности датчиков и их деградацией.

Другим фактором, влияющим на точность алгоритма, является соответствие математической модели радиационных тепловых потоков и истинных тепловых потоков, падающих на КА. Как описывалось в Главе 2 мы предполагаем, что они имеют близкие значения. В реальности же это может накладывать определённые ограничения на точность ориентации КА. Для увеличения точности математическая модель радиационных тепловых потоков может быть дополнена моделью, которая будет учитывать допущения, приведённые в Разделе 1.4.

Помимо этого, следует также оценить влияние внешних факторов и случайных возмущений. Под внешними и случайными факторами подразумевается влияние отражённого излучения от другого объекта — другого КА, разгонного блока [23]. Также возможно рассмотреть случай частичного затенения ДРТП другим объектом. Это имеет место в случае, когда необходимо оценить ориентацию КА после этапа выведения — после его отстыковки от разгонного блока [28].

Как описывалось ранее влияние таких факторов как отражение от элемента конструкции КА или затенение ДРТП другим элементов конструкции необходимо избегать при проектировании КА. Влияние внутреннего излучения приборов и кондуктивных потоков следует минимизировать с помощью экранирования датчиков экранно-вакуумной теплоизоляцией (ЭВТИ) [12, 16, 80, 89] и тепловых развязок [32, 35, 36, 38].

Влияние погрешностей математической модели можно записать в следующей форме:

$$q_{Sm} = \bar{q}_{Sm} \cdot (1 \pm \delta q_{Sm}), \quad (4.6)$$

$$q_{Rm} = \bar{q}_{Rm} \cdot (1 \pm \delta q_{Rm}), \quad (4.7)$$

$$q_{em} = \bar{q}_{em} \cdot (1 \pm \delta q_{em}). \quad (4.8)$$

где \bar{q}_{Sm} , \bar{q}_{Rm} , \bar{q}_{em} — значения радиационных тепловых потоков, падающих на m -ый датчик, и известных из решения прямой задачи; δq_s , δq_r , δq_e — погрешности радиационных тепловых потоков.

Погрешность для углов будет записываться в следующей форме:

$$\begin{aligned} \delta \vartheta &= \left| \vartheta^{\text{расч}} - \vartheta^{\text{точн}} \right|, \\ \delta \psi &= \left| \psi^{\text{расч}} - \psi^{\text{точн}} \right|, \\ \delta \gamma &= \left| \gamma^{\text{расч}} - \gamma^{\text{точн}} \right|, \end{aligned} \quad (4.9)$$

где $\vartheta^{\text{расч}}$, $\psi^{\text{расч}}$, $\gamma^{\text{расч}}$ — значения неизвестных углов, получаемые при численном решении,

$\vartheta^{\text{точн}}$, $\psi^{\text{точн}}$, $\gamma^{\text{точн}}$ — точные (истинные) значения углов ориентации.

Влияние неопределённостей определения параметров A_S и ε запишем как:

$$A_S^* = A_S \pm \delta A_S \quad (4.10)$$

$$\varepsilon^* = \varepsilon \pm \delta \varepsilon, \quad (4.11)$$

где A_S^* и ε^* — оценки параметров A_S и ε ; A_S , ε — точные (истинные) значения; δA_S , $\delta \varepsilon$ — ошибки определения A_S и ε .

Влияние различных возмущающих сил, действующих на КА, приводит к погрешностям в определении параметров орбиты u , Ω и i :

$$u^* = u \pm \delta u, \quad (4.12)$$

$$\Omega^* = \Omega \pm \delta \Omega, \quad (4.13)$$

$$i^* = i \pm \delta i, \quad (4.14)$$

где u^* , Ω^* и i^* — измеренные значения параметров орбиты; u , Ω и i — точные (истинные) значения параметров орбиты; δu , $\delta \Omega$ и δi — ошибки определения параметров орбиты.

3.2.2.1. Влияние неопределённостей определения радиационно-оптических характеристик поверхности датчика

В этом разделе рассматривается влияние погрешностей определения радиационно-оптических характеристик поверхности датчика на точность восстановления угловой ориентации КА. Этот тип погрешностей может быть устранён при использовании периодической идентификации значений радиационно-оптических характеристик поверхности при известном угловом положении аппарата [90].

Определение углового положения КА с учётом погрешностей в определении радиационно-оптических характеристик покрытия состоит в следующем:

1) Задаются параметры орбиты и точные (истинные) значения углов ϑ , ψ и γ . Решается прямая задача теплообмена, по результатам которой определяются поглощённые тепловые потоки без учёта собственных излучений ДРТП.

2) Полученные значения поглощённых тепловых потоков без учёта собственных излучений ДРТП используются как экспериментально измеренные тепловые потоки q_m^{exp} , которые подставляются в решение радиационно-геометрической обратной задачи.

3) В алгоритме решения радиационно-геометрической обратной задачи задаются отрицательные систематические смещения погрешности для A_S и ε .

4) Решается радиационно-геометрическая обратная задача методом сопряжённых направлений.

1. Рассмотрим первый расчётный случай — круговую орбиту КА с высотой $H_{\text{орб}} = 500$ км и параметрами орбиты $\Omega = 30^\circ$, $i = 20^\circ$, $u = 0^\circ$. Время, прошедшее после весеннего равноденствия, равно $\Delta t = 0$. Для этого случая рассмотрим вариант, при котором углы ориентации КА равны $\vartheta = 20^\circ$, $\psi = 70^\circ$, $\gamma = 10^\circ$. Результаты моделирования приведены на Рисунках 3.25 и 3.26.

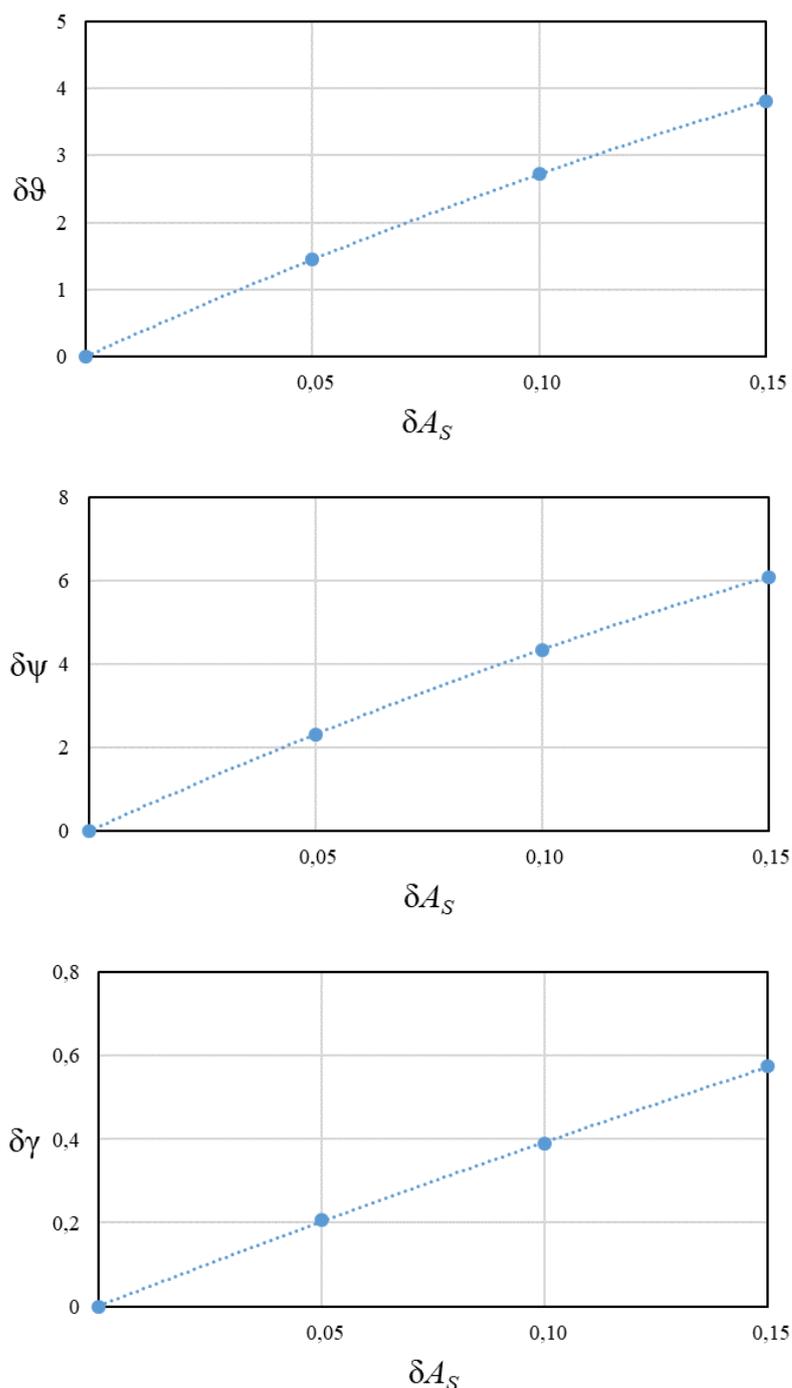


Рисунок 3.25 — Погрешности восстановления углового положения КА при наличии погрешностей в коэффициенте поглощения поверхности ДРТП

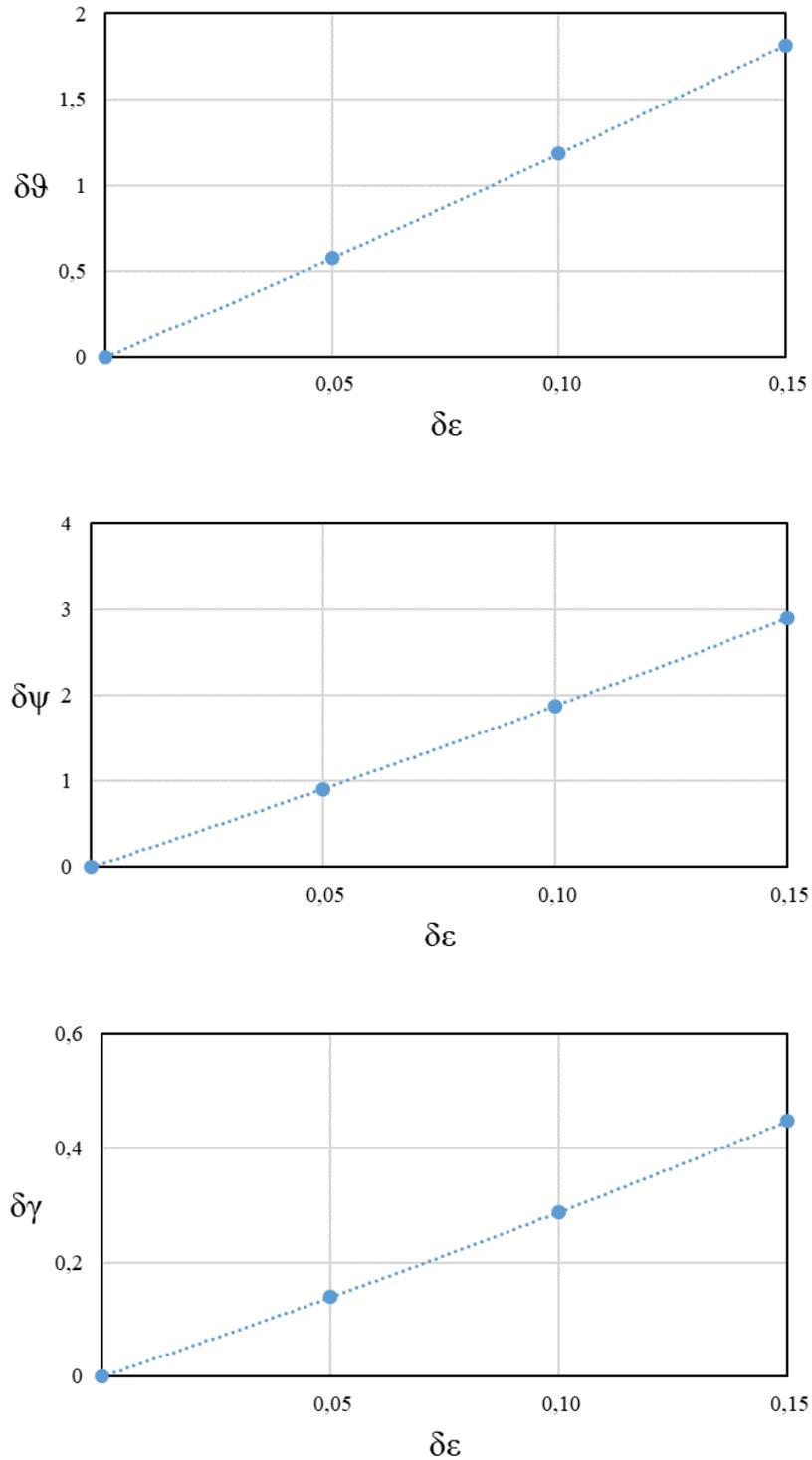


Рисунок 3.26 — Погрешности восстановления углового положения КА при наличии погрешностей в степени черноты поверхности ДРТП

2. Рассмотрим второй расчётный случай — эллиптическую орбиту КА с высотой перигея $H_{\pi} = 400$ км, апогея $H_{\alpha} = 600$ км и следующими параметрами

орбиты: $\Omega = 40^\circ$, $i = 50^\circ$, $\omega = 60^\circ$, $u = 81^\circ$. Положение Земли задаётся временем $\Delta t = 0$. Для второго случая рассмотрим вариант, при котором углы ориентации КА равны $\vartheta = 50^\circ$, $\psi = 50^\circ$, $\gamma = 50^\circ$. Результаты приведены на Рисунках 3.27 и 3.28.

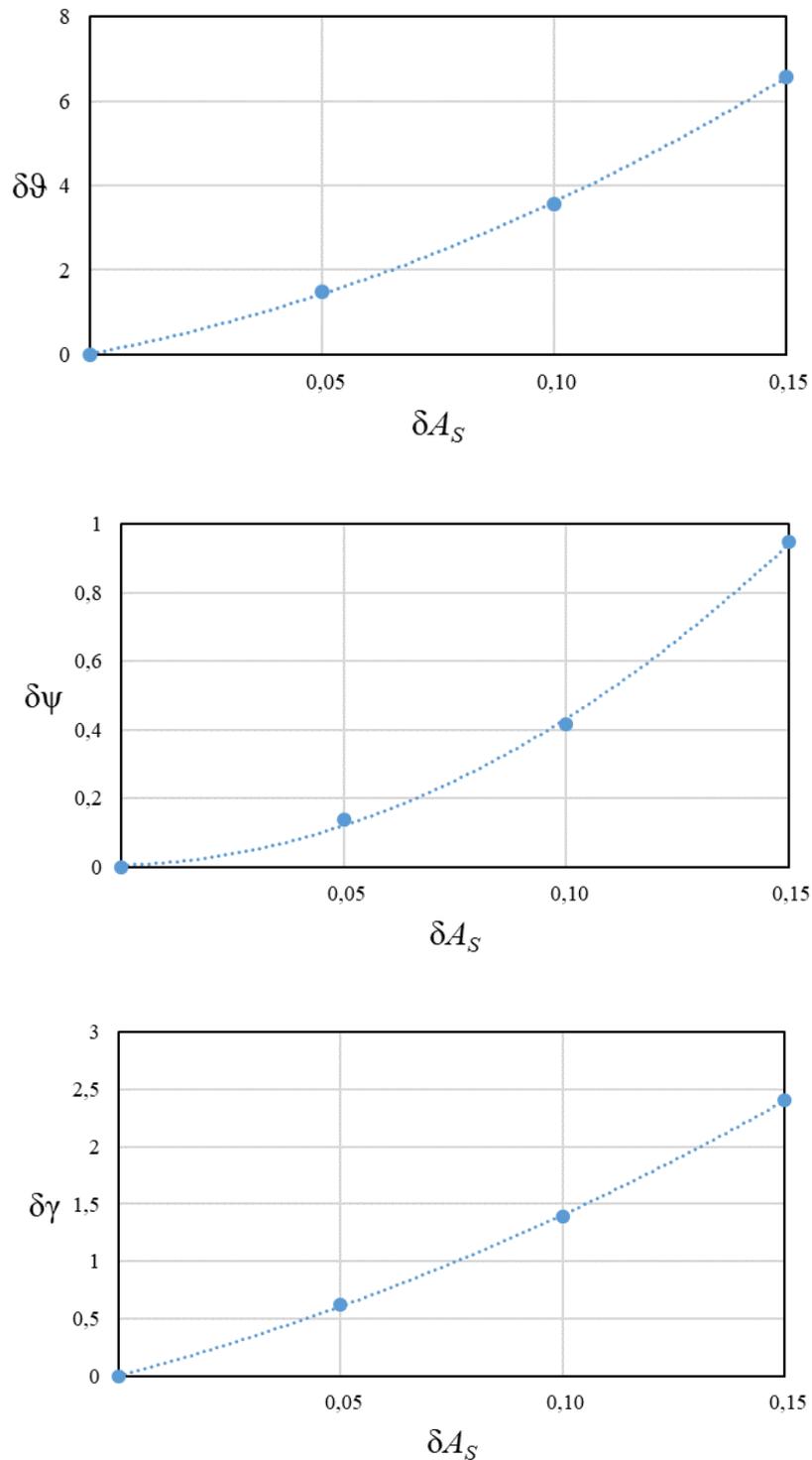


Рисунок 3.27 — Погрешности восстановления углового положения КА при наличии погрешностей в коэффициенте поглощения поверхности ДРТП

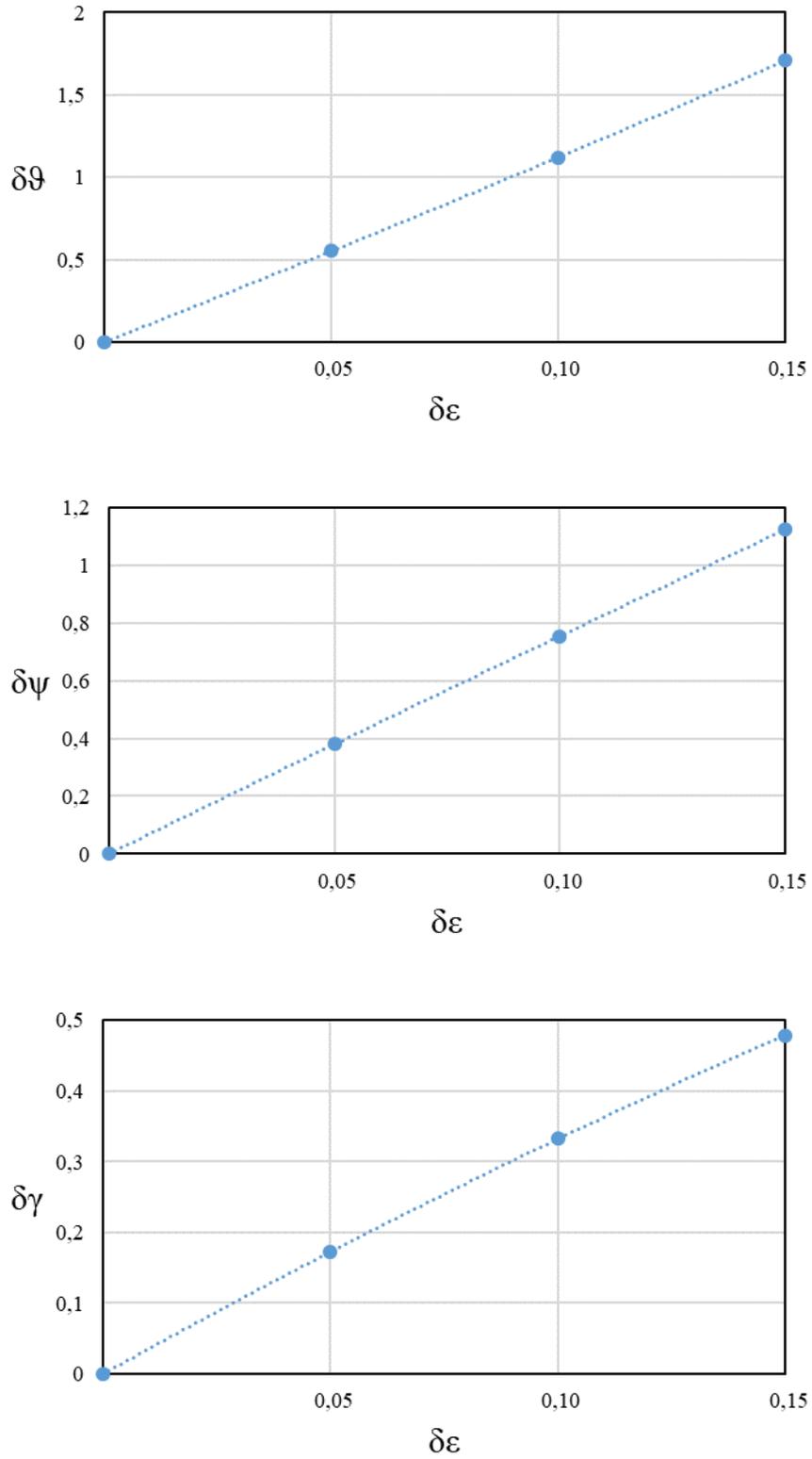


Рисунок 3.28 — Погрешности восстановления углового положения КА при наличии погрешностей в степени черноты поверхности ДРТП

Результаты численного моделирования для третьего расчётного случая приведён в Приложении В.

3.2.2.2. Влияние неопределённостей математической модели внешних тепловых потоков

В этом разделе рассматривается влияние погрешностей математических моделей внешних радиационных тепловых потоков на точность определения угловой ориентации КА. Этот тип погрешностей может быть минимизирован при использовании математической модели, учитывающей допущения, приведённые в Разделе 1.4.

Определение углового положения КА с учётом несовершенства математической модели состоит в следующем:

1) Задаются параметры орбиты и точные (истинные) значения углов ϑ , ψ и γ . Решается прямая задача теплообмена, по результатам которой определяются внешние тепловые потоки.

2) Зашумляется один из радиационных тепловых потоков q_{Sm} , q_{Rm} или q_{em} с погрешностью равной $\pm 5\%$, $\pm 10\%$ и $\pm 15\%$. Определяются зашумлённые поглощённые тепловые потоки без учёта собственных излучений ДРТП.

3) Зашумлённые значения поглощённых тепловых потоков без учёта собственного излучения ДРТП используются как экспериментально измеренные тепловые потоки q_m^{exp} , которые подставляются в решение радиационно-геометрической обратной задачи.

4) Решается радиационно-геометрическая обратная задача методом сопряжённых направлений.

1. Рассмотрим первый расчётный случай — круговую орбиту КА с высотой $H_{\text{орб}} = 500$ км и параметрами орбиты $\Omega = 30^\circ$, $i = 20^\circ$, $u = 0^\circ$. Время, прошедшее после весеннего равноденствия, равно $\Delta t = 0$. Заданы следующие углы ориентации КА: $\vartheta = 20^\circ$, $\psi = 70^\circ$, $\gamma = 10^\circ$. Результаты численного моделирования приведены на Рисунках 3.29–3.31.

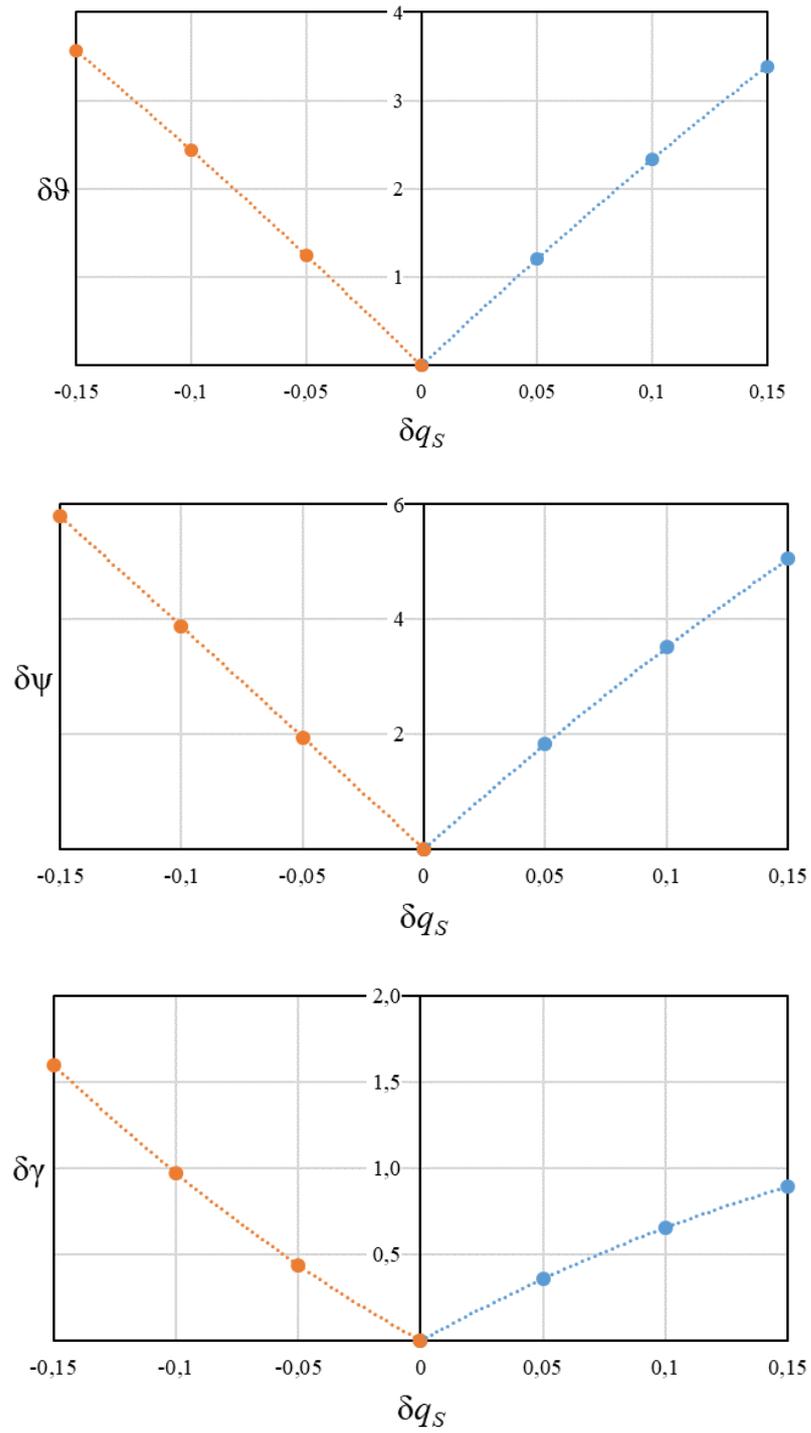


Рисунок 3.29 — Погрешности восстановления углового положения КА при наличии погрешностей в расчёте прямого солнечного излучения

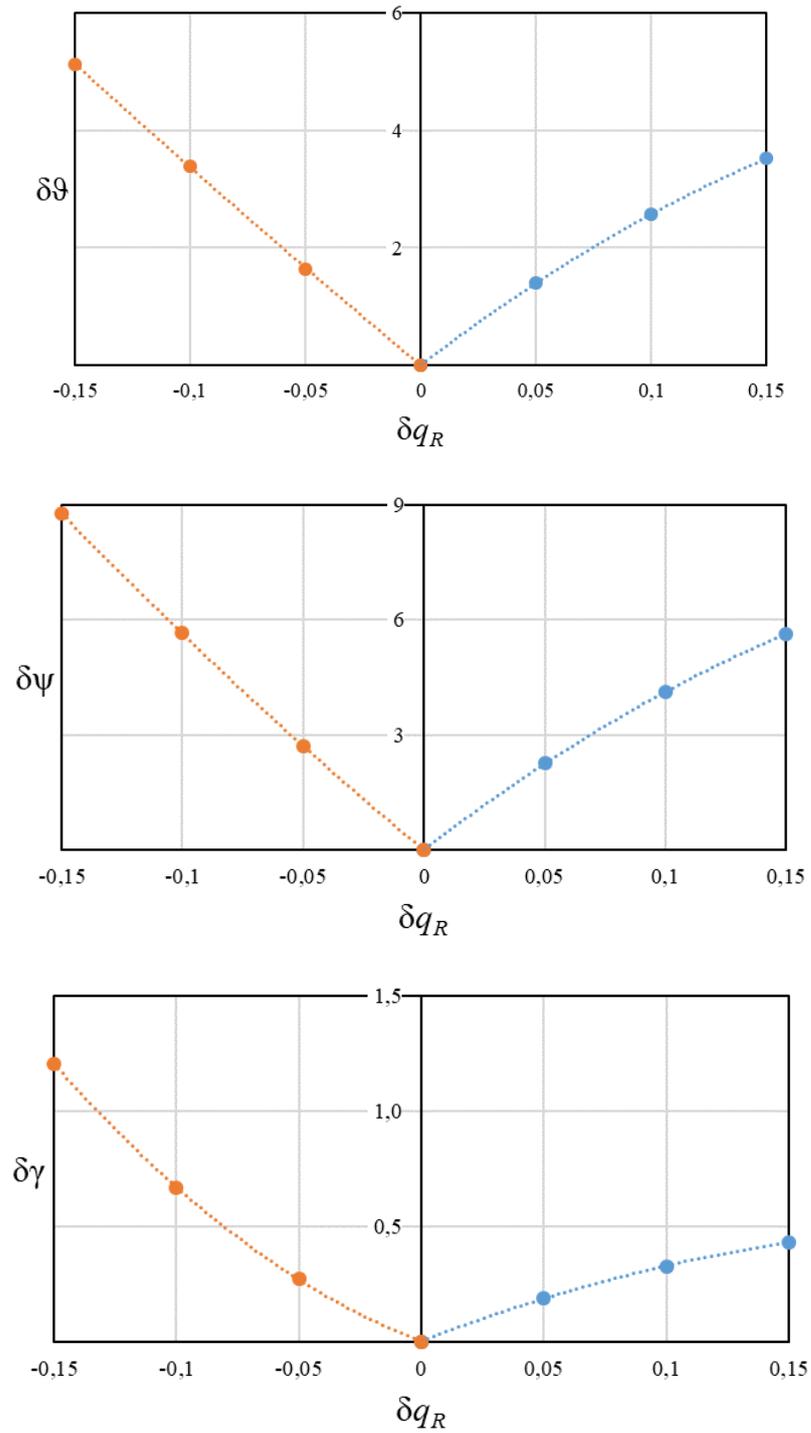


Рисунок 3.30 — Погрешности восстановления углового положения КА при наличии погрешностей в расчёте отражённого от Земли солнечного излучения

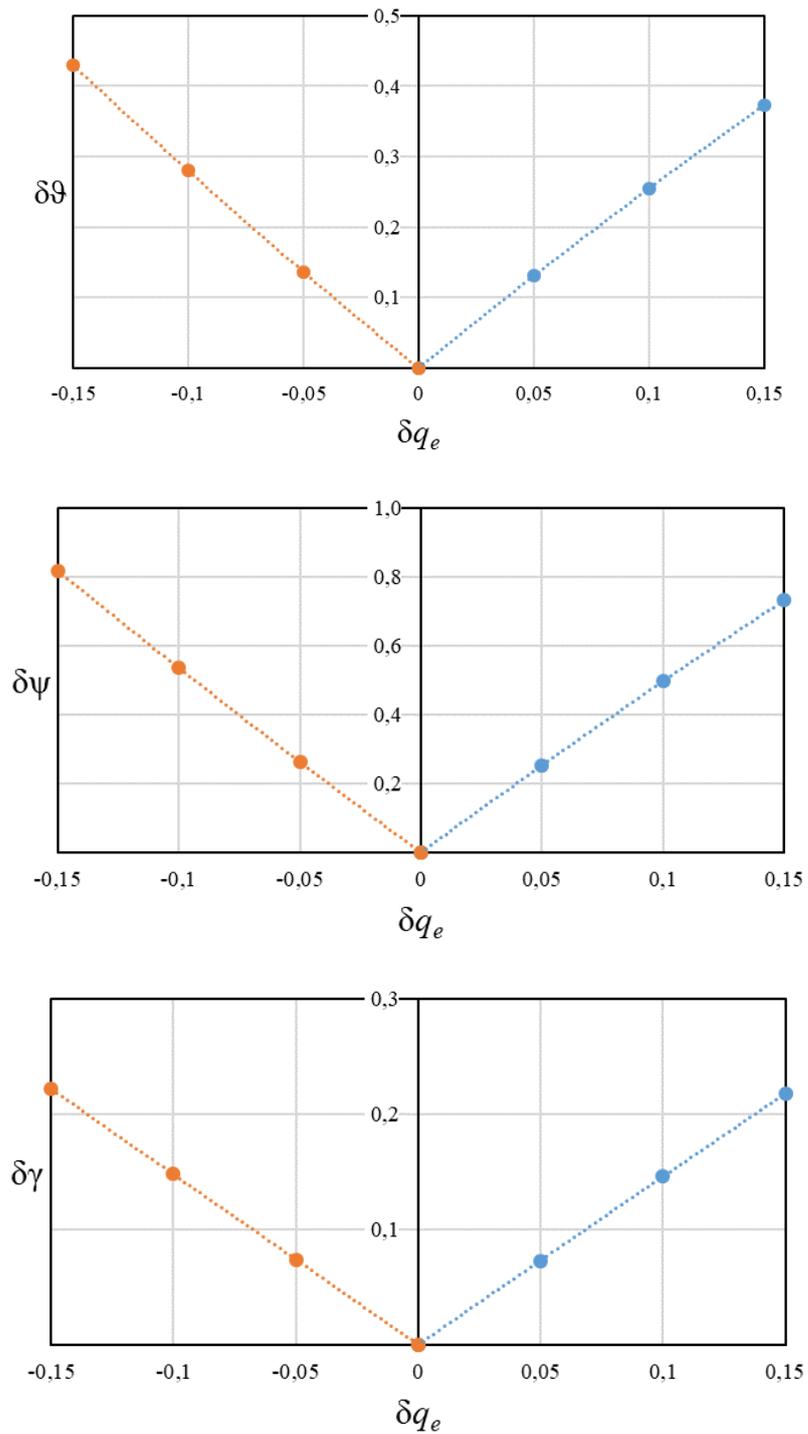


Рисунок 3.31 — Погрешности восстановления углового положения КА при наличии погрешностей в расчёте собственного излучения Земли

2. Рассмотрим второй расчётный случай — эллиптическую орбиту КА с высотой перигея $H_\pi = 400$ км, апогея $H_\alpha = 600$ км и следующими параметрами орбиты: $\Omega = 40^\circ$, $i = 50^\circ$, $\omega = 60^\circ$, $u = 81^\circ$. Положение Земли задаётся временем

$\Delta t = 0$. Для второго случая рассмотрим вариант, при котором углы ориентации КА равны $\vartheta = 50^\circ$, $\psi = 50^\circ$, $\gamma = 50^\circ$. Результаты приведены на Рисунках 3.32–3.34.

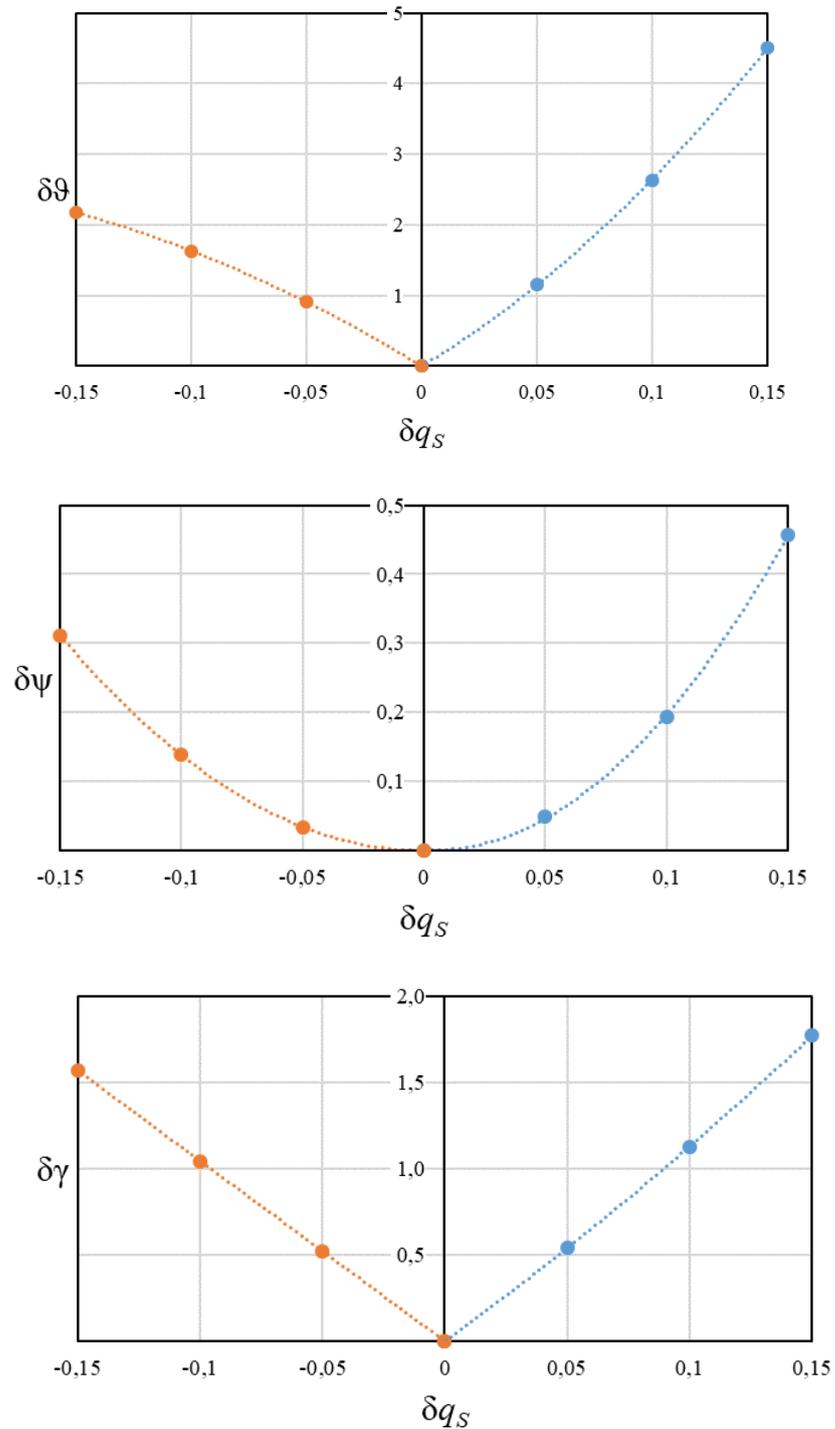


Рисунок 3.32 — Погрешности восстановления углового положения КА при наличии погрешностей в расчёте прямого солнечного излучения

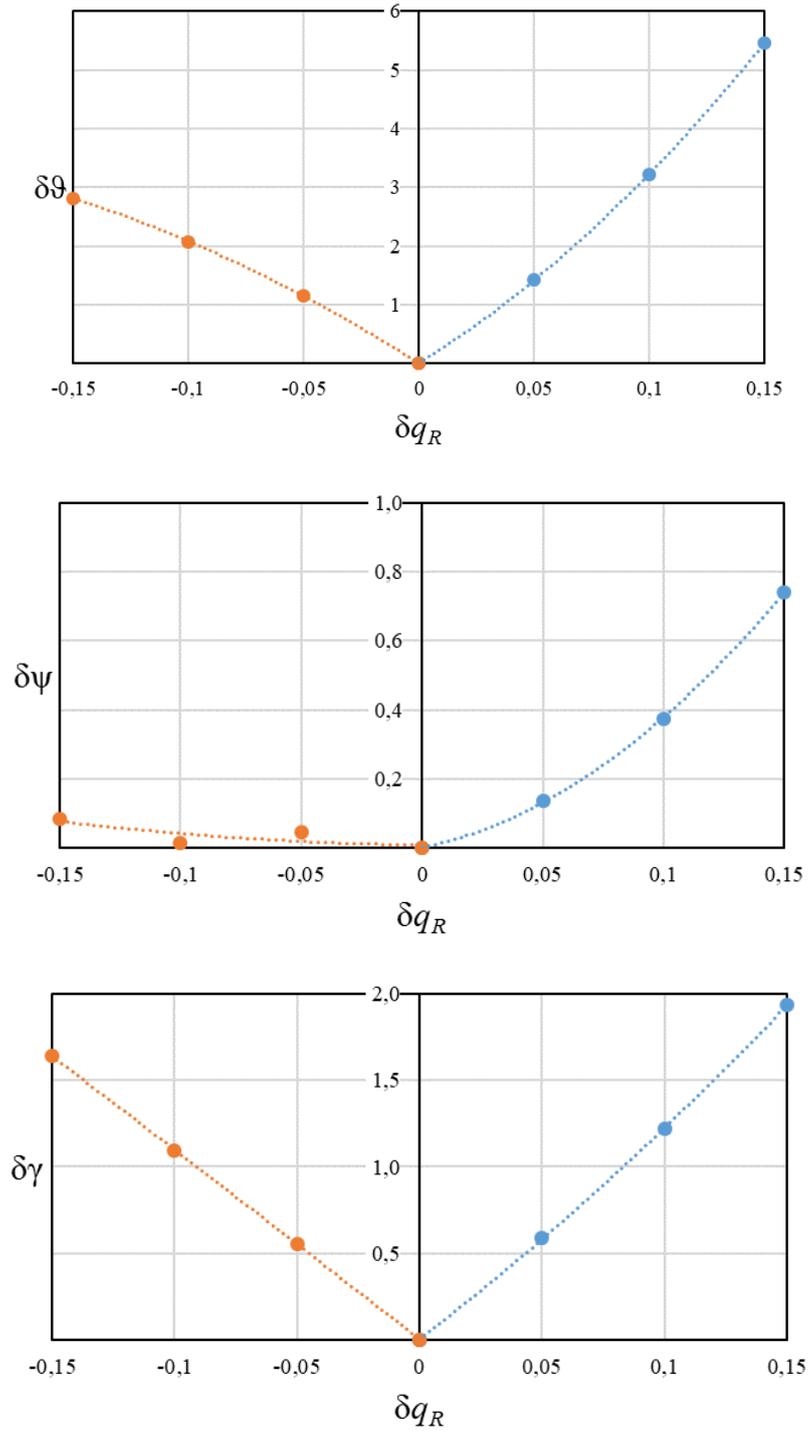


Рисунок 3.33 — Погрешности восстановления углового положения КА при наличии погрешностей в расчёте отражённого от Земли солнечного излучения

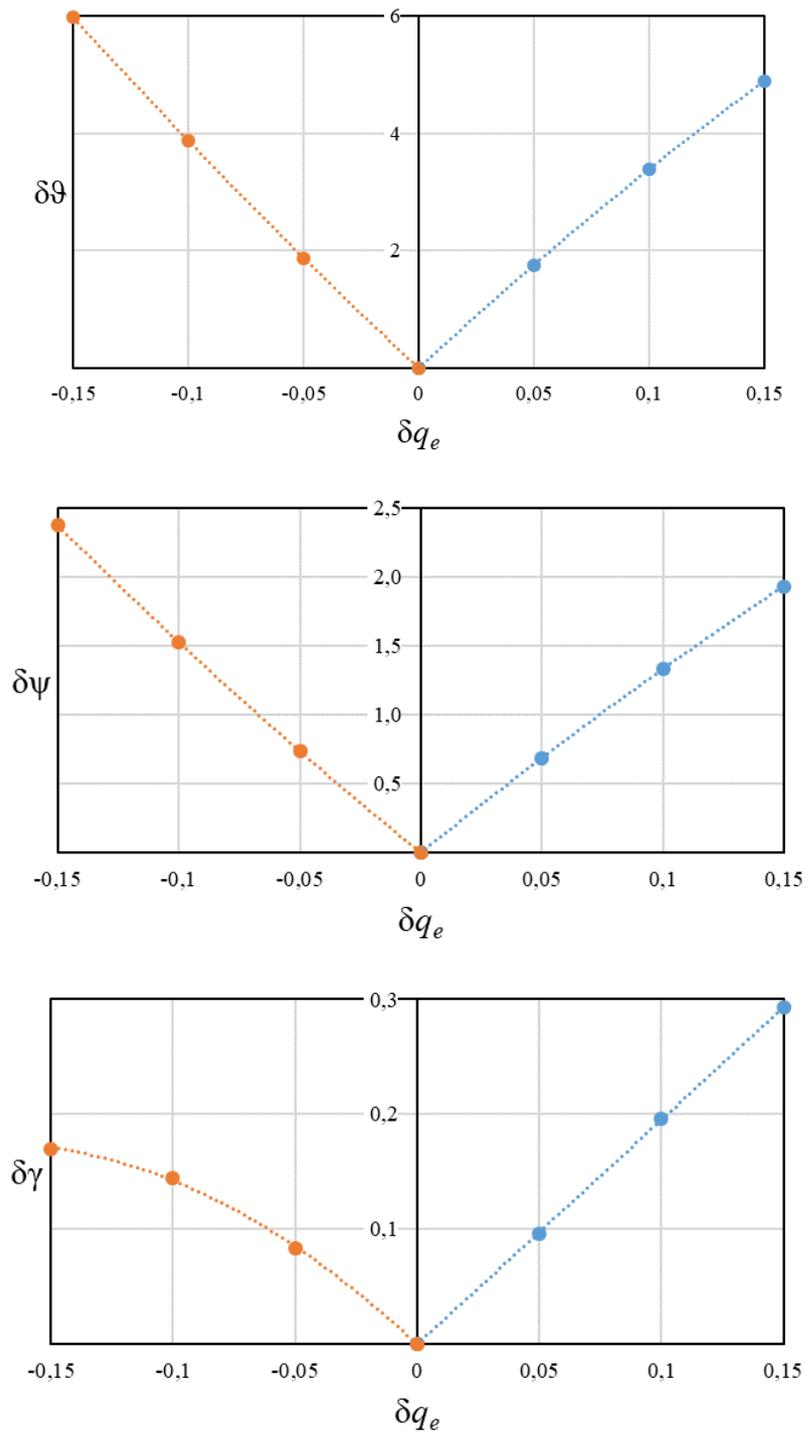


Рисунок 3.34 — Погрешности восстановления углового положения КА при наличии погрешностей в расчёте собственного излучения Земли

Результаты численного моделирования для третьего расчётного случая приведён в Приложении Г.

3.2.2.4. Влияние погрешностей определения параметров орбиты

Оценивание влияния неопределённостей параметров орбиты КА на определение углового положения КА заключается в следующем:

1) Задаются параметры орбиты и точные (истинные) значения углов ϑ , ψ и γ . Решается прямая задача теплообмена, по результатам которой определяются поглощённые тепловые потоки без учёта собственных излучений ДРТП.

2) Полученные значения поглощённых тепловых потоков без учёта собственных излучений ДРТП используются как экспериментально измеренные тепловые потоки q_m^{exp} , которые подставляются в решение радиационно-геометрической обратной задачи.

3.1) В алгоритме решения геометрической обратной задачи задаются погрешности параметров орбиты δu , $\delta \Omega$ и δi : 0.05° , 0.1° и 0.15° .

3.2) В алгоритме решения геометрической обратной задачи задаются погрешности параметров орбиты; Вычисленные «измеренные» тепловые потоки q_m^{exp} зашумляются заданным значением погрешности $\delta = \pm 5\%$ для всех ДРТП.

4) Решается радиационно-геометрическая обратная задача методом сопряжённых направлений.

1. Рассмотрим первый расчётный случай — круговую орбиту КА с высотой $H_{\text{орб}} = 500$ км и параметрами орбиты $\Omega = 30^\circ$, $i = 20^\circ$, $u = 0^\circ$. Время, прошедшее после весеннего равноденствия, равно $\Delta t = 0$. Моделирование было проведено для следующих углов ориентации КА: $\vartheta = 20^\circ$, $\psi = 70^\circ$, $\gamma = 10^\circ$. Результаты численного моделирования приведены на Рисунке 3.35, на котором приведены следующие обозначения: 1, 2 — с погрешностями определения параметров орбиты и измерения радиационных тепловых потоков $\delta = \pm 5\%$ для всех ДРТП; 3 — с погрешностью определения параметров орбиты.

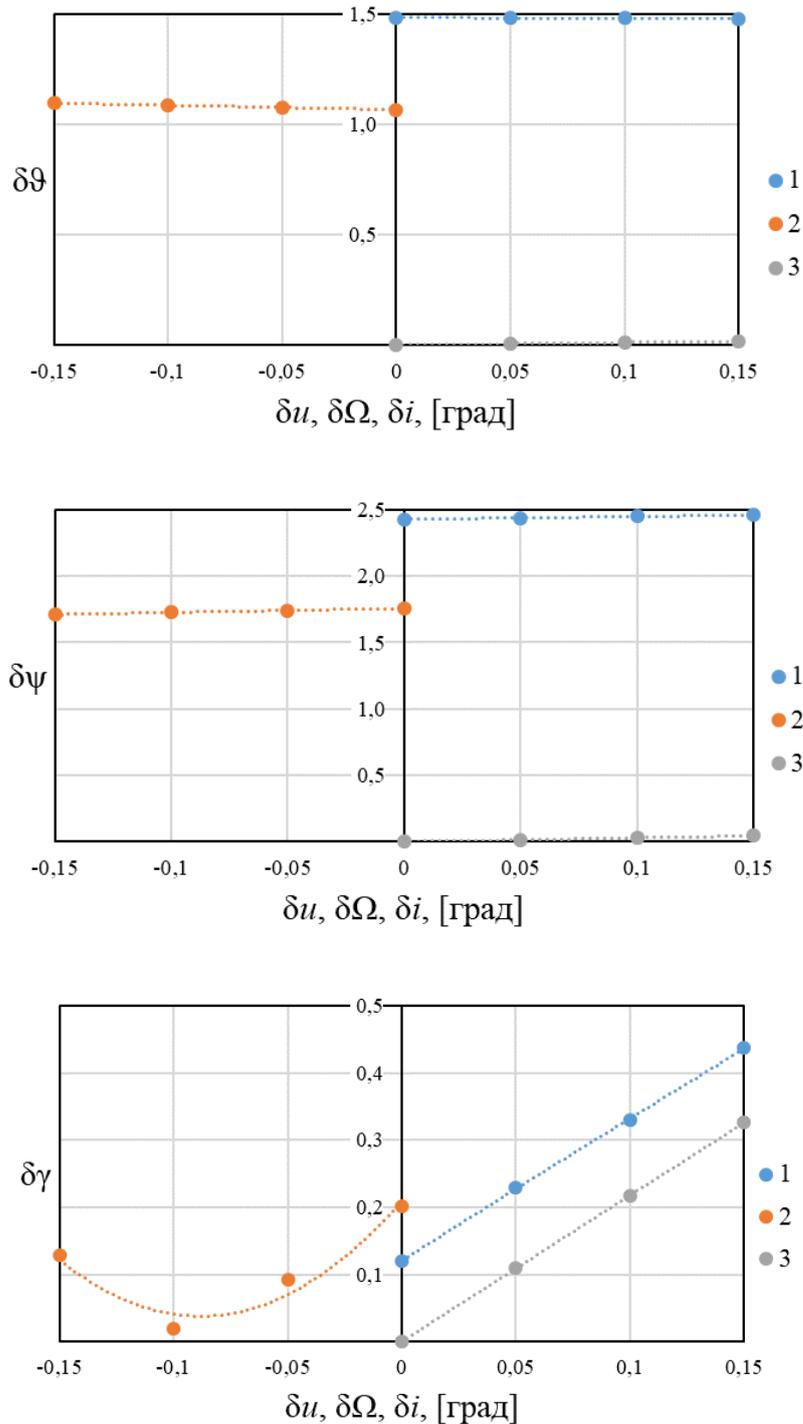


Рисунок 3.35 — Погрешности восстановления углового положения КА при наличии погрешностей определения параметров орбиты

2. Рассмотрим второй расчётный случай — эллиптическую орбиту КА с высотой перигея $H_{\pi} = 400$ км, апогея $H_{\alpha} = 600$ км и следующими параметрами орбиты: $\Omega = 40^{\circ}$, $i = 50^{\circ}$, $\omega = 60^{\circ}$, $u = 81^{\circ}$. Положение Земли задаётся временем $\Delta t = 0$. Для второго случая рассмотрим вариант, при котором углы ориентации КА

равны $\vartheta = 50^\circ$, $\psi = 50^\circ$, $\gamma = 50^\circ$. Результаты расчётов приведены на Рисунке 3.36, на котором приведены следующие обозначения: 1, 2 — с погрешностями определения параметров орбиты и измерения радиационных тепловых потоков $\delta = \pm 5\%$ для всех ДРТП; 3 — с погрешностью определения параметров орбиты.

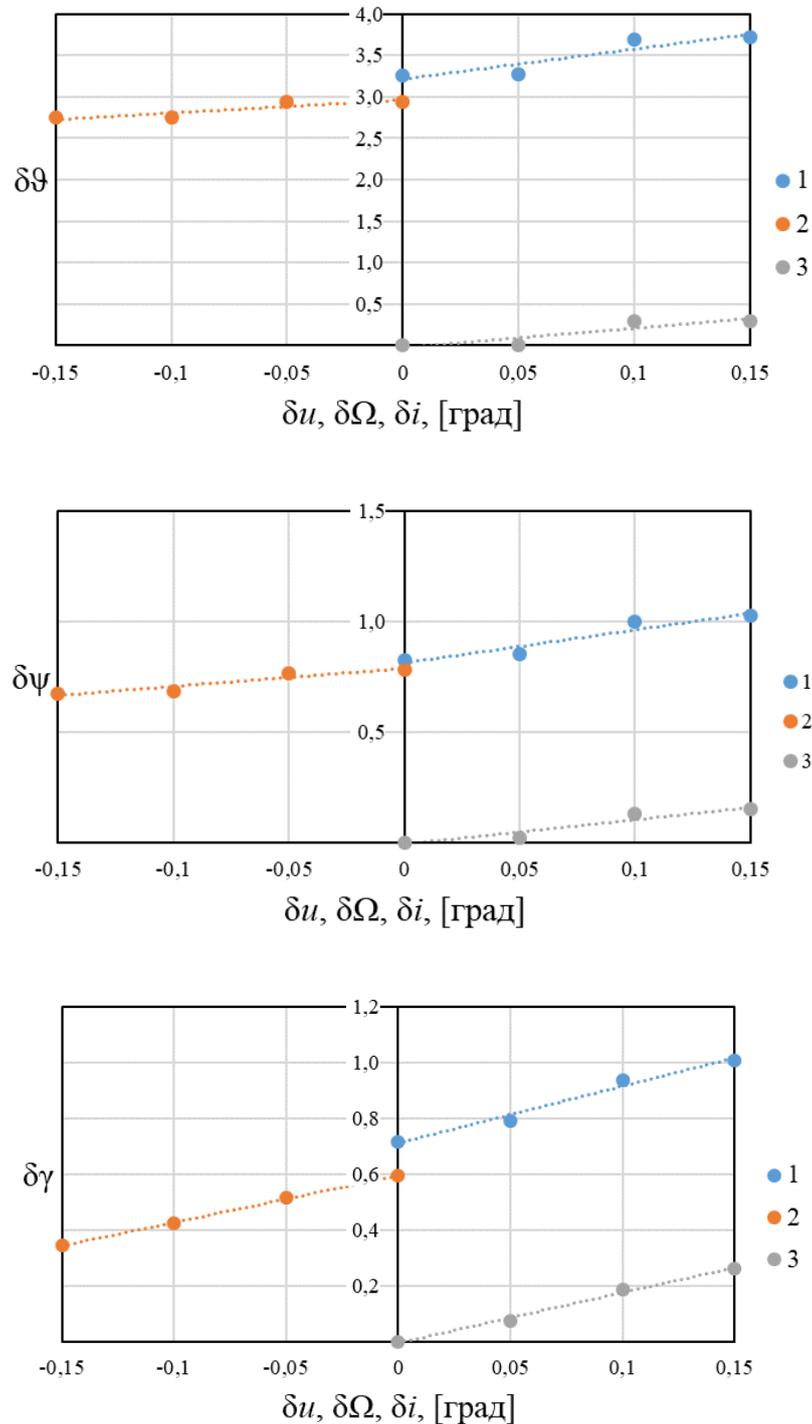


Рисунок 3.36 — Погрешности восстановления углового положения КА при наличии погрешностей определения параметров орбиты

Результаты численного моделирования для третьего расчётного случая приведён в Приложении Е.

3.2.2.3. Влияние внешних факторов и случайных возмущений

Этот раздел посвящён анализу влияния неопределённостей при определении внешних радиационных тепловых потоков на точность восстановления углового положения КА. Рассмотрим следующие факторы, которые могут влиять на точность определения лучистых потоков датчиками: влияние внешних факторов и случайных возмущений.

Определение углового положения КА с учётом влияния внешних факторов и случайных возмущений состоит в следующем:

1) Задаются параметры орбиты и точные (истинные) значения углов ϑ , ψ и γ . Решается прямая задача теплообмена, по результатам которой определяются поглощённые тепловые потоки без учёта собственных излучений ДРТП.

2) Полученные значения поглощённых тепловых потоков без учёта собственных излучений ДРТП используются как экспериментально измеренные тепловые потоки q_m^{exp} , которые подставляются в решение радиационно-геометрической обратной задачи.

3) Вычисленные «измеренные» тепловые потоки q_m^{exp} зашумляются заданными значениями погрешностей для одного датчика или двух-трёх смежных. Тем самым моделируются частичные затенения поверхностей элементов или отражённые тепловые потоки на элементы поверхности.

4) Решается радиационно-геометрическая обратная задача методом сопряжённых направлений.

1. Рассмотрим первый расчётный случай — круговую орбиту КА с высотой $H_{\text{орб}} = 500$ км и параметрами орбиты $\Omega = 30^\circ$, $i = 20^\circ$, $u = 0^\circ$. Время, прошедшее после весеннего равноденствия, равно $\Delta t = 0$. Моделирование было проведено для

следующих углов ориентации КА: $\vartheta = 20^\circ$, $\psi = 70^\circ$, $\gamma = 10^\circ$. Результаты расчётов показаны на Рисунках 3.37–3.39.

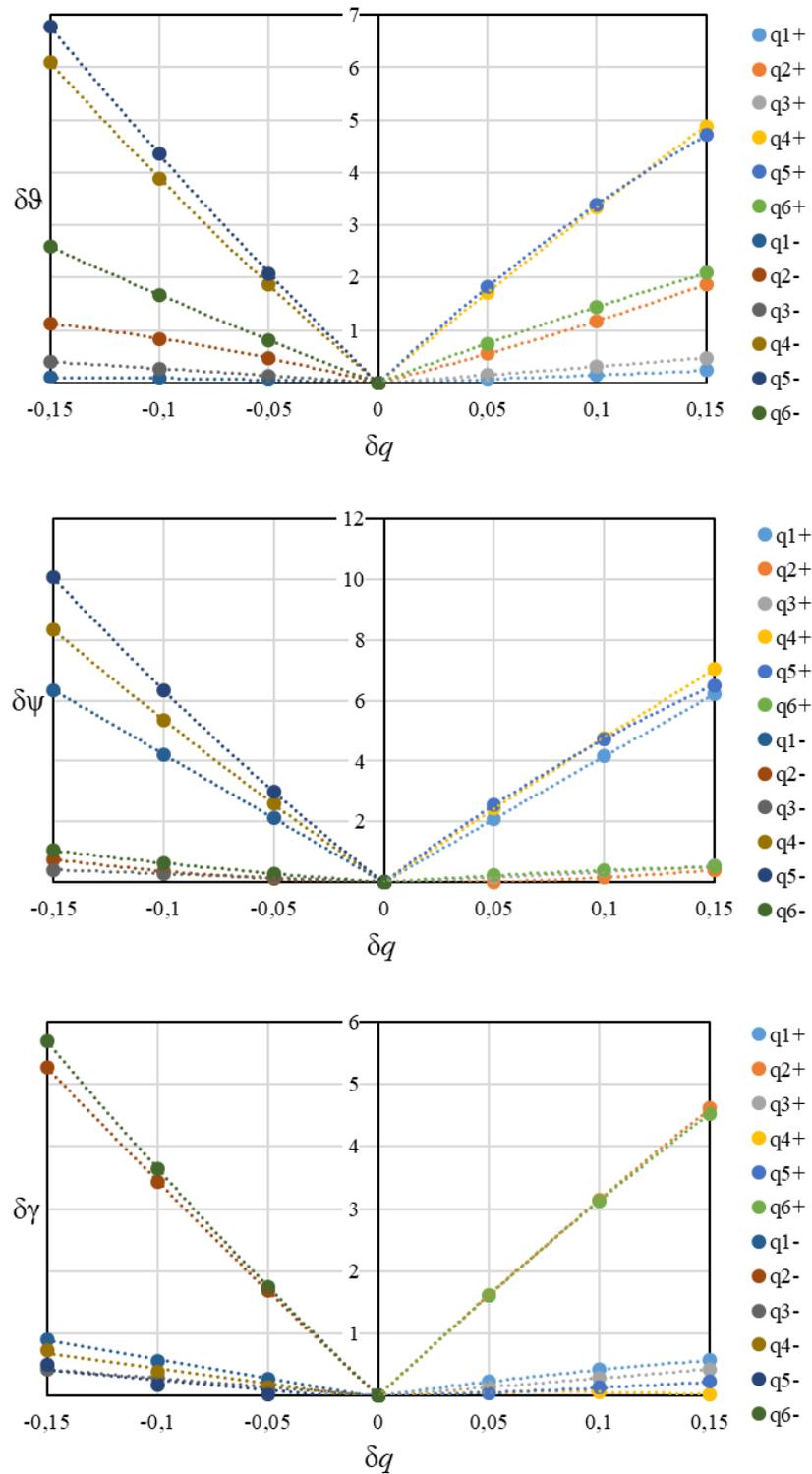


Рисунок 3.37 — Погрешности восстановления углового положения КА при наличии влияния внешних факторов на один датчик

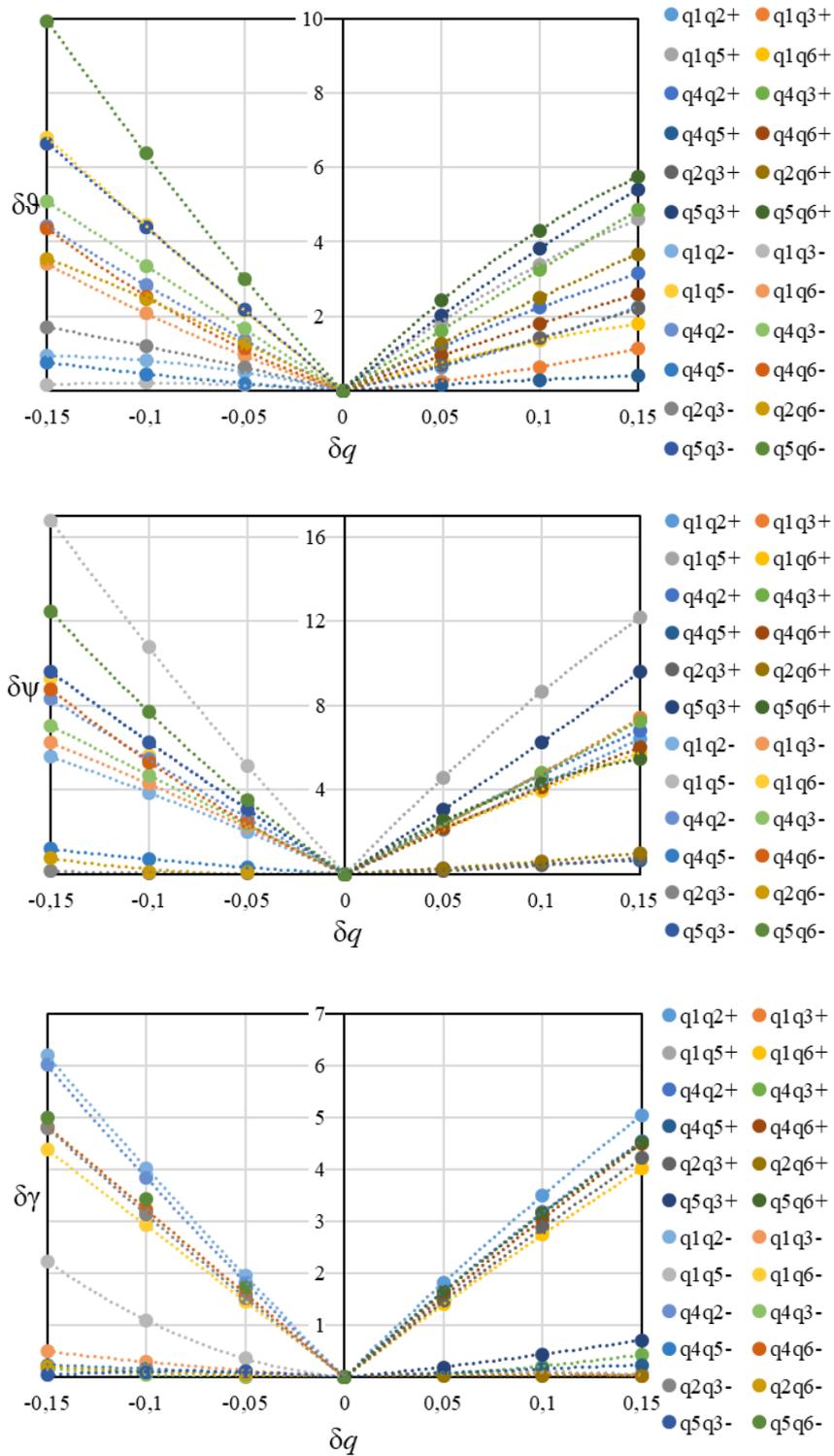


Рисунок 3.38 — Погрешности восстановления углового положения КА при наличии влияния внешних факторов на два датчика

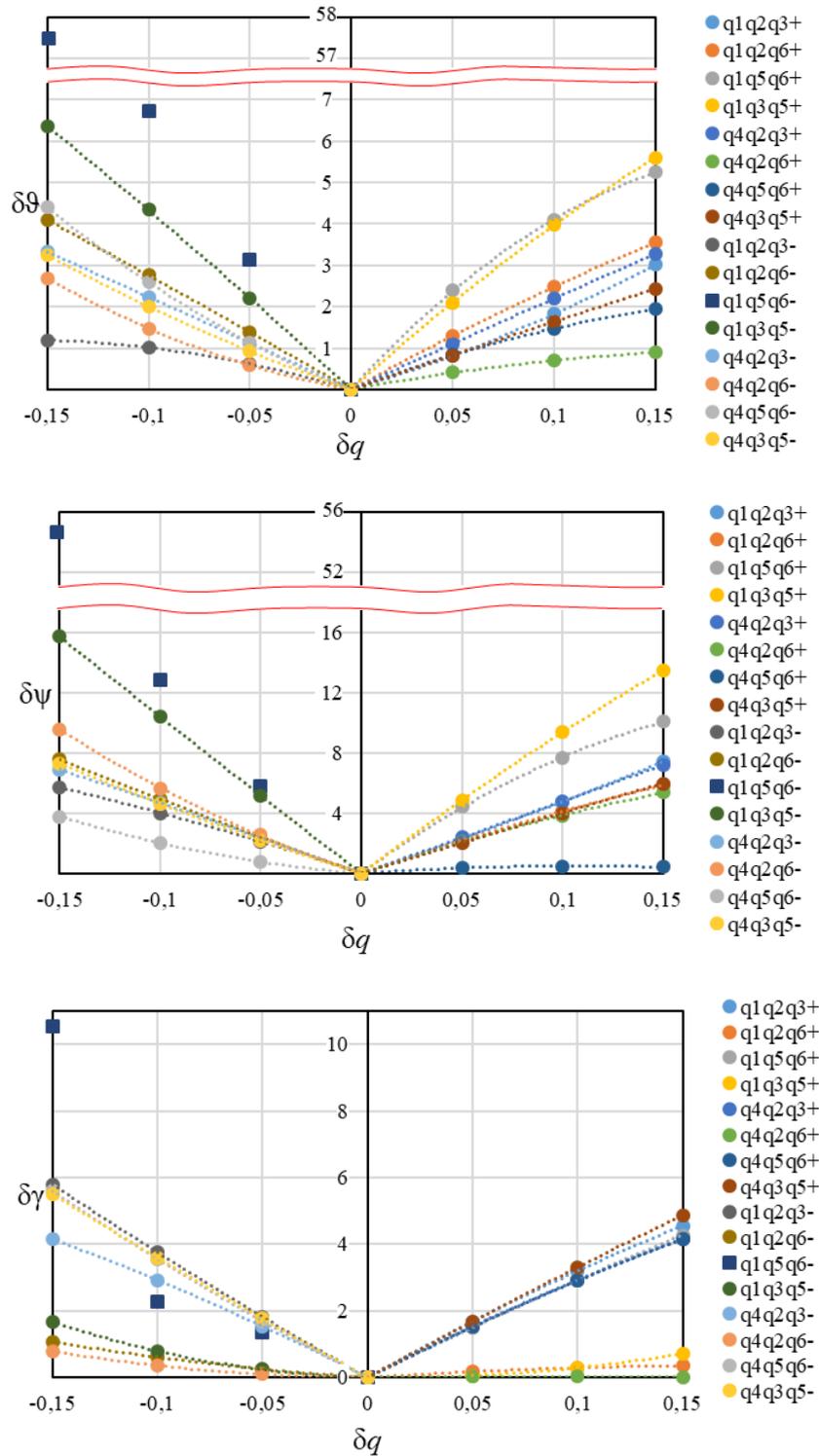


Рисунок 3.39 — Погрешности восстановления углового положения КА при наличии влияния внешних факторов на три датчика

2. Рассмотрим второй расчётный случай — эллиптическую орбиту КА с высотой перигея $H_\pi = 400$ км, апогея $H_\alpha = 600$ км и следующими параметрами орбиты: $\Omega = 40^\circ$, $i = 50^\circ$, $\omega = 60^\circ$, $u = 81^\circ$. Положение Земли задаётся временем

$\Delta t = 0$. Для второго случая рассмотрим вариант, при котором углы ориентации КА равны $\vartheta = 50^\circ$, $\psi = 50^\circ$, $\gamma = 50^\circ$. Результаты приведены на Рисунках 3.40–3.42.

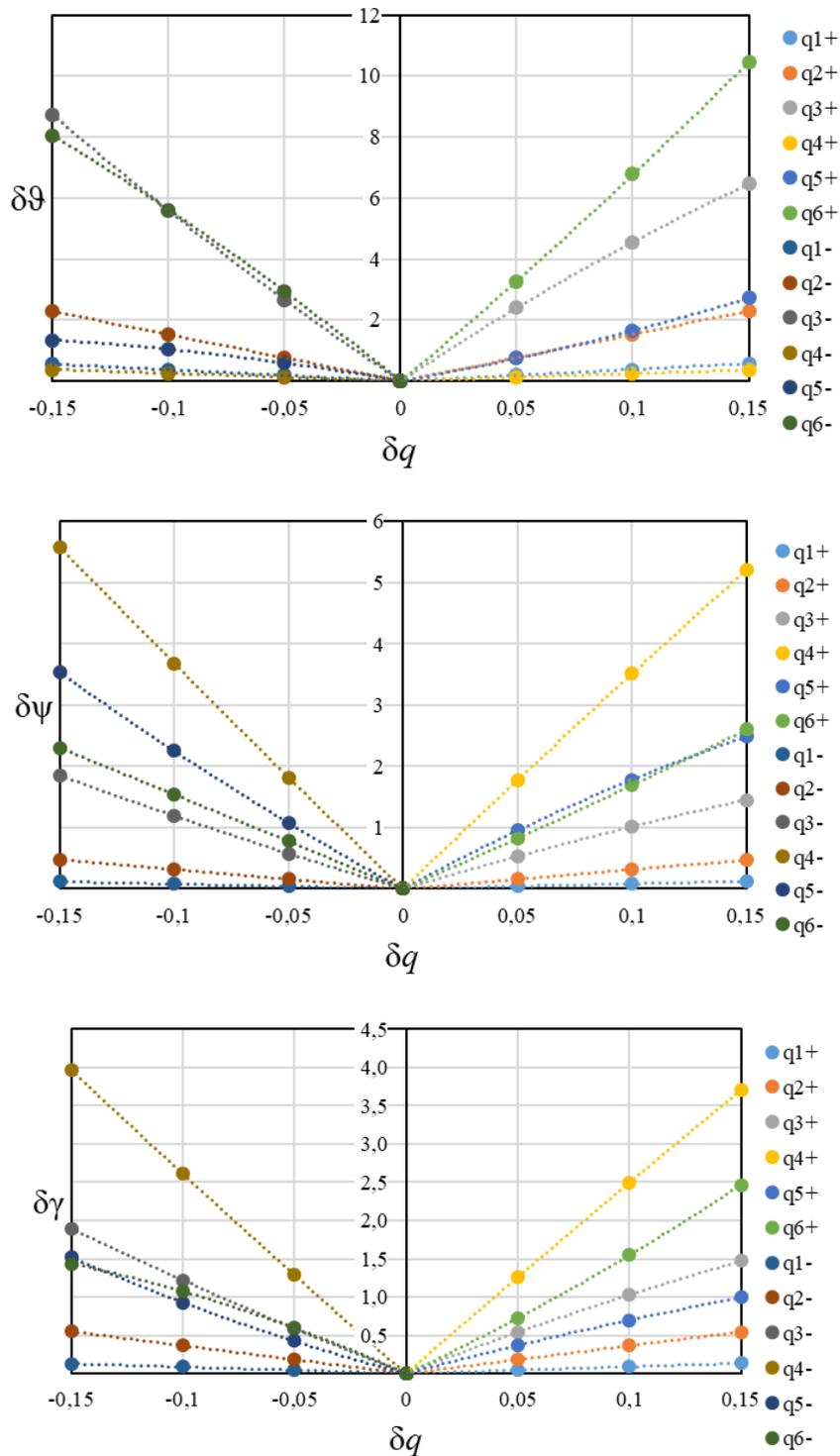


Рисунок 3.40 — Погрешности восстановления углового положения КА при наличии влияния внешних факторов на один датчик

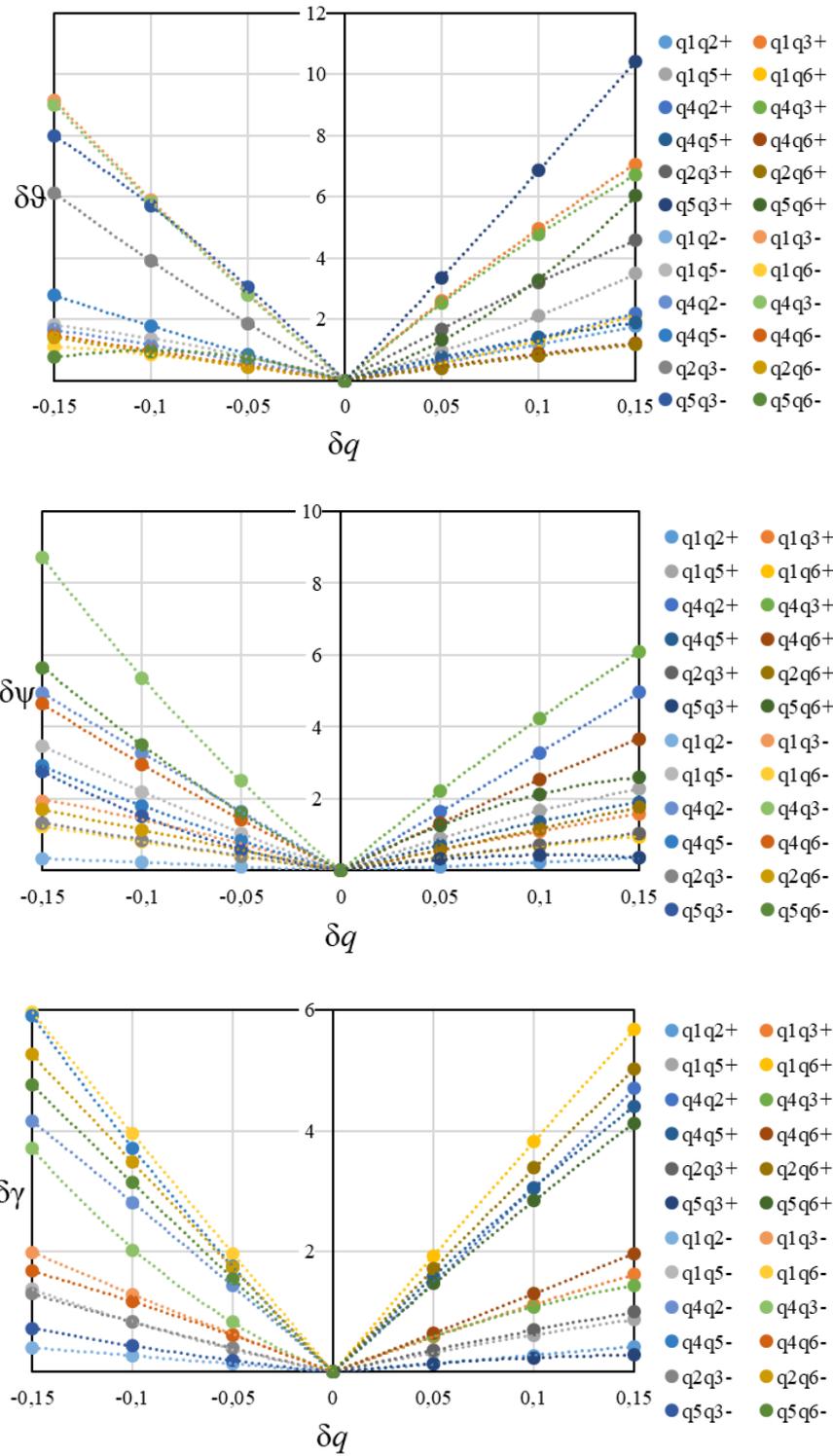


Рисунок 3.41 — Погрешности восстановления углового положения КА при наличии влияния внешних факторов на два датчика

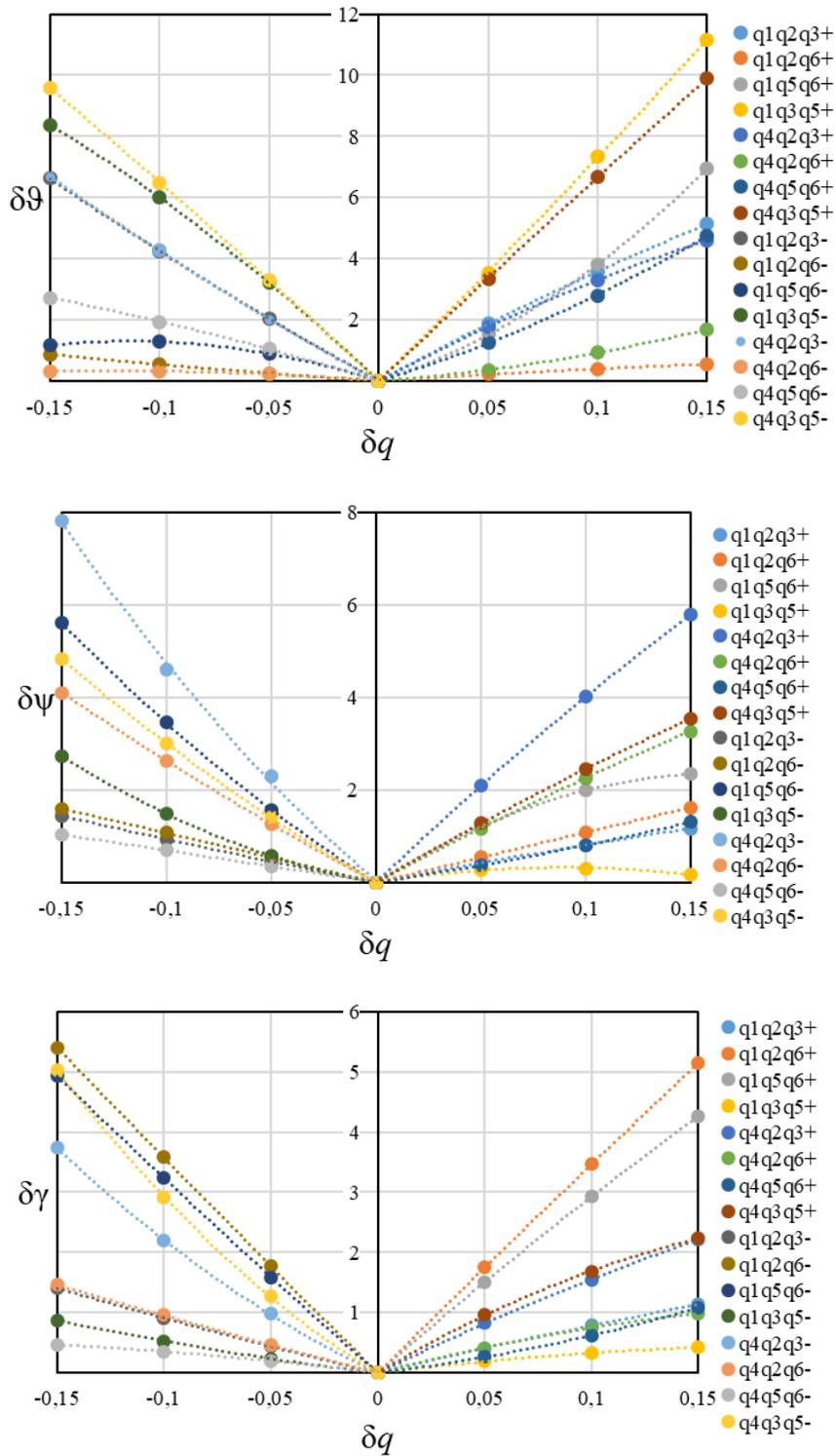


Рисунок 3.42 — Погрешности восстановления углового положения КА при наличии влияния внешних факторов на три датчика

Результаты численного моделирования для третьего расчётного случая приведён в Приложении Е.

Глава 4. Экспериментальная апробация разработанного метода

Автор выражает глубокую благодарность за подготовку и проведение термовакуумных испытаний сотрудникам кафедры 601 МАИ Буднику С. А., Меднову А. Г., Иванову Н. А., Самарину В. В., Титову Д. М., а также профессору кафедры 208 МАИ Надирадзе А. Б. за помощь в организации и проведении эксперимента.

Важным этапом проектирования системы ориентации КА на основе радиационных тепловых потоков является выбор типа датчика.

Целью испытаний является исследование тепловых режимов прототипов ДРТП и выбор датчика, удовлетворяющего требованиям, которые предъявляются к соответствующим ДРТП. В испытаниях оценивались зависимости тепловых потоков, поглощаемых датчиками, от угла облучения и влияние углового скорости на определение излучения. В экспериментах определяются характеристики теплового состояния — температура $T_w(\tau)$ на поверхности ДРТП и плотность поглощаемого радиационного теплового потока $q(\tau)$.

4.1. Датчики радиационных тепловых потоков

Практическое применение предлагаемого метода ориентации КА в значительной степени зависит от возможности технической реализации ДРТП.

Выбор типа ДРТП и его конструктивное решение определяются следующими факторами:

- Небольшая масса и габариты, технологичность конструкции;
- Использование в конструкции материалов и покрытий с требуемыми теплофизическими и радиационно-оптическими свойствами [25, 62, 84], устойчивых к воздействию условий космического пространства — космический вакуум, электромагнитное и корпускулярное излучение Солнца [31, 44, 45].

Деграция поглотательной способности различных терморегулирующих покрытий (ТРП) под воздействием солнечного излучения приведены на Рисунке 4.1.

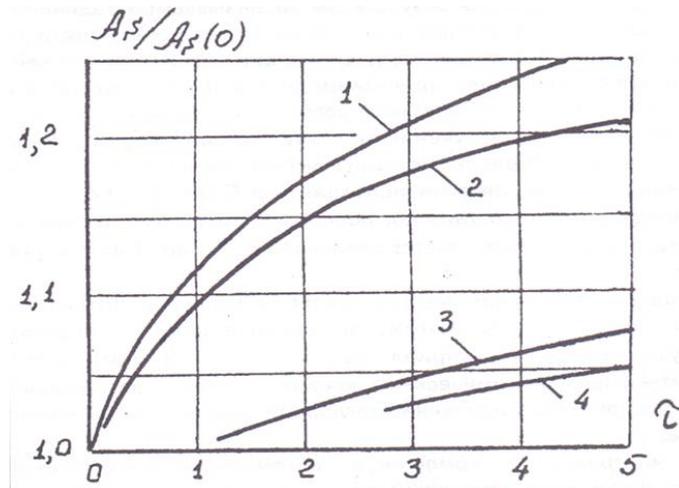


Рисунок 4.1 — Зависимость отношения A_S/A_{S0} от времени пребывания в космосе под воздействием солнечного излучения образцов покрытий, установленных на КА "Маринер VI" [43]

На Рисунке 4.1 представлены следующие обозначения:

A_S — поглотательная способность солнечного излучения, $A_S(0)$ — поглотательная способность солнечного излучения в начальный момент времени, τ — время в месяцах, 1 — белая эмаль, 2 — полированный алюминий, 3 — краска на основе алюминиевого порошка (пигмент) и силиконового связующего, 4 — чёрная краска.

Результаты расчёта температуры T облучаемых объектов при значении солнечной постоянной $S = 1400 \text{ Вт/м}^2$ и различных значений отношения A_S/ε представлены в Таблице 4.1. Значения $A_S/\varepsilon = 0,25$ и $A_S/\varepsilon = 0,35$ характерны для белого покрытия с A_S и ε равными (0,22; 0,88) и (0,31; 0,88) соответственно. Значение $A_S/\varepsilon = 1$ соответствует серому покрытию ($\varepsilon_\lambda = \text{const}$). В частности, чёрным эмалям и краскам. Значение $A_S/\varepsilon = 5$ может соответствовать облучаемому объекту, наружная поверхность которого является гладкой или полированной. Например, металлической — Al, Cu, Ag.

Таблица 4.1 — Результаты расчёта температуры облучаемых объектов [31]

Облучаемый объект	$T, ^\circ\text{C}$			
	$A_s / \varepsilon = 0,25$	$A_s / \varepsilon = 0,35$	$A_s / \varepsilon = 1$	$A_s / \varepsilon = 5$
Теплоизолированный элемент с нормалью, направленной на Солнце ($\gamma_s = 0$)	7	33	124	321
Теплопроводная пластина с направленной на Солнце нормалью и рассеивающая энергию в обе стороны ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2$)	-37	-17	60	227
Теплоизолированная пластина, быстро вращающаяся с одинаковыми угловыми скоростями относительно трёх взаимно перпендикулярных осей	-74	-57	7	147

В Таблице 4.2 представлена обобщённая информация, характеризующая отражение от планет солнечной радиации.

Таблица 4.2 — Обобщённая информация, характеризующая отражение от планет солнечной радиации [31]

Параметр	Земля	Луна	Венера	Марс	Меркурий
Расстояние от Солнца в а.е.	1	1	~0,72	~1,52	~0,38
Солнечная постоянная, Вт / м ²	1350 ÷ 1440	1350 ÷ 1440	2660 ÷ 2730	500 ÷ 740	6240 ÷ 12560
Средний радиус, км	6371	1736	6051	3400	2430
Радиус поверхности, эффективно отражающей солнечную радиацию, км	6377	1736	6120	3400	2430
Среднее по времени значение сферического альbedo	0,35 ÷ 0,39	0,073	0,77 ± 0,07	0,2 ± 0,05	0,07
Диапазон возможных значение локального альbedo	0,13 ÷ 0,7	0,05 ÷ 0,02	-	-	-
Средняя плотность потока, отраженного излучения, Вт / м ²	265	49	940	50	330

В Таблице 4.3 представлены оценки отношения плотности отражённого от планеты потока q_R к величине плотности потока прямого солнечного излучения q_S . Расчёты проведены для ориентированной на планету двухсторонней плоской пластины на круговой орбите с высотой 300 км, расположенной в плоскости, перпендикулярной к плоскости терминатора. Выбранная орбита является наиболее теплонапряжённой. В качестве источников отражённого излучения рассматривались Земля и Венера.

Таблица 4.3 — Результаты оценки отношения q_R/q_S для плоской пластины [31]

Облучаемый объект	q_R / q_S	
	Для Земли	Для Венеры
Пластина	0,32	0,7

В Таблице 4.4 представлены результаты оценки воздействия собственного излучения Земли и Луны $\tilde{q}_e / \tilde{q}_s$ на плоскую пластину, ориентированную на планету. Значения \tilde{q}_e и \tilde{q}_s описывают средние по времени и по поверхности значения поглощённого потока излучения. Расчёты проведены в предположении круговых орбит с высотой 300 км — для Земли и 80 км — для Луны, плоскости которых перпендикулярны плоскости терминатора. Для этого рассматриваются два покрытия тепловоспринимающей поверхности: серого ($A_S = A_\varepsilon = \varepsilon = 0,9$) и белого ($A_S = 0,3$ и $A_\varepsilon = \varepsilon = 0,9$). Для упрощения предполагалось, что относительное время пребывания КА в тени планеты составляет 0,5 периода обращения.

Таблица 4.4 — Результаты оценки соотношения ($\tilde{q}_e / \tilde{q}_s$) для плоской пластины [31]

Облучаемый объект	На околоземной орбите		На окололунной орбите	
	Серое покрытие	Белое покрытие	Серое покрытие	Белое покрытие
Ориентированная на планету пластина	0,48	1,27	0,91	3,00

Приведённые результаты свидетельствуют о существенном вкладе отражённого от планет солнечного излучения и собственного излучения планет в

тепловой баланс на поверхности плоского термочувствительного элемента (ТЧЭ) ДРТП, находящегося на околопланетных орбитах. Особенно значителен вклад собственного излучения планеты для поверхностей с белыми, хорошо отражающими солнечную радиацию неметаллическими покрытиями.

Для измерения радиационных тепловых потоков могут быть использованы датчики, построенные на различных принципах [14, 20, 83, 100]. Рассмотрим близкие по условиям эксплуатации датчики, которые используются в термовакуумных испытаниях (ТВИ) КА [6, 43, 63].

Для измерения плотности радиационных тепловых потоков при проведении ТВИ используются датчики, основанные на различных методах [6]: калориметрический, термоэлектрический и фотоэлектрический.

В калориметрическом методе используются датчики с теплоносителем, протекающим по внутреннему каналу теплоприёмника. Теплоноситель подогревается поглощённой лучистой энергией, падающей на внутреннюю площадь датчика. Внутренняя поверхность датчика зачернена, что обуславливает отсутствие избирательности по длинам волн принимаемого излучения. По известному расходу и разности температур теплоносителя на входе и выходе из датчика определяется количество поглощаемой лучистой энергии. Для того чтобы снизить утечки тепла, датчик покрывают теплоизоляцией. Недостатками этого метода являются большая инерционность и неудобство применения, связанное с необходимостью подвода гибких трубок для подачи теплоносителя [43].

Термоэлектрические датчики генерируют электрический сигнал, пропорциональный разности температур двух поверхностей. Наружная поверхность воспринимает измеряемый лучистый поток, а вторая (тыльная) поддерживается при постоянной температуре. Облучаемая поверхность датчика чернится для устранения частотной избирательности. Обратная сторона термостабилизируется с помощью циркулирующего теплоносителя или электрических нагревателей. Недостатком таких датчиков является их малая чувствительность [43].

Фотоэлектрические датчики — элементы солнечных батарей. Они преобразуют падающее на них излучение в электрический ток. Однако такие датчики обладают существенной избирательностью по спектру поглощаемого излучения, а их сигнал зависит от температуры элемента [43].

Известен способ измерения лучистого потока с помощью болометров. В этом методе используется чувствительный элемент из токопроводящего слоя металла, который нанесён на диэлектрическую подложку [39]. Чувствительный элемент болометра установлен в баллоне, в котором поддерживается определённое давление воздуха или инертного газа. Баллон имеет окно из материала, прозрачного для измеряемого спектра излучения. От концов токопроводящего слоя наружу выводят провода. Измерения проводят по сопротивлению чувствительного элемента болометра. Затем по величине этого сопротивления определяют температуру токопроводящего слоя. Таким образом, можно судить об интенсивности лучистого потока. Недостатком этого подхода является низкая чувствительность, избирательность к спектру излучения и необходимость термостабилизации тыльного элемента.

В качестве ТЧЭ лучистой энергии может быть использована плоская пластина с известными теплофизическими и радиационно-оптическими свойствами. Плотность радиационного теплового потока на поверхности пластины определяется по измерениям нестационарной температуры во внутренней точке и/или на тыльной поверхности пластины с использованием решения одномерной обратной задачи теплопроводности [2–5, 42]. Таким образом, значительная часть ДРТП построена на "тепловом" принципе, который предусматривает промежуточное преобразование теплового потока в температуру. Тепловой поток воспринимается ТЧЭ, нагревает его, а затем температурные измерения преобразуются в электрический сигнал.

Отметим, что многие сложные физические модели решения ОЗТ считаются до конца нерешёнными [2–5]. Поэтому на практике используются простейшие конструкции датчиков. В качестве измерителей температур в ДРТП обычно используются термоэлектрические и терморезистивные преобразователи.

Рассмотрим некоторые выпускаемые в промышленности датчики радиационного теплового потока.

1) Датчик суммарного теплового потока градиентного типа ФОА 020 и ФОА 036 (Рисунок 4.2а) [18]. В Таблице 4.5 приведены его технические характеристики. Датчик применяется для измерения теплового потока в ходе наземных испытаний и на этапах вывода.

Таблица 4.5 — Технические характеристики датчиков ФОА 020 и ФОА 036 [18]

Характеристика	Значение
Диапазон измерения, кВт / м ²	от 0 до 3,5
Спектральный диапазон измеряемого теплового потока, мкм	от 0,2 до 10
Чувствительность при 20 °С, мВ·м ² / кВт	от 3 до 7
Температурный коэффициент чувствительности, Ом ⁻¹ , не более	0,05
Сопротивление термобатареи при 20 °С, Ом	от 300 до 1000
Сопротивление терморезистора при 20 °С, Ом	от 150 до 500
Сопротивление нагревателя при 20 °С, Ом	от 40 до 160
Температурный коэффициент сопротивления терморезистора, 1/град	от 0,0012 до 0,0017
Предел допускаемого значения основной погрешности измерения теплового потока с вероятностью 0.95, %, не более	±5
Показатель термической инерции, не более, с	2
Время непрерывной работы/технический ресурс работы, час	500 / 1000
Соединитель (разъём)	розетка РС7ТВ с кожухом
Габаритные размеры, мм	Ø 38 × 30.4
Масса, не более, г	180

2) Датчик радиационного теплового потока компании САРТЕК (Рисунок 4.2б) [81]. В Таблице 4.6 приведены его технические характеристики.

Стандартные датчики лучистого потока САРТЕК — это устройства, реагирующие на радиационный поток в ИК диапазоне от 1 до 20 мкм. Эти датчики

используются в воздухе или в любой изолирующей среде. Они могут быть жёсткими или гибкими.

Специальные датчики лучистого потока САРТЕК — это устройства с повышенной чувствительностью к видимому спектру, имеющие защитную ИК-прозрачную плёнку. Они оптимизированы для использования до 380 °С.



Рисунок 4.2 — Датчики радиационного теплового потока.

- а) Датчик суммарного теплового потока ФОА 020, ФОА 036 [18]
 б) Датчики радиационного теплового потока компании САРТЕС [81]

Таблица 4.6 — Технические характеристики датчиков САРТЕК [81]

Характеристика	Значение
Толщина, менее, мм	0,25
Размеры, мм	от 5 × 5 до 50 × 50
Стандартная минимальная чувствительность, мкВ / Вт / м ² для каждого одностороннего восприятия (чувствительность датчика равна 0,25 для зонда площадью в см ²)	0,25
Стандартная минимальная чувствительность, мкВ / Вт / м ² для каждого двухстороннего дифференциального восприятия (чувствительность датчика равна произведению 0,4 на чувствительную область в см ²)	0,4
Диапазон температур, °С	от минус 200 до плюс 250
Средняя тепловая излучательная способность в диапазоне	от 0,3 до 0,7

3) Датчики теплового потока компании «Химик-Дизайн» (Рисунок 4.3) [19]. Это датчики термопарного типа для измерения поверхностной плотности теплового потока методом вспомогательной стенки [15]. Чувствительным элементом датчика является гипербатарея термопар типа медь-константан выполненных по гальванической технологии. Плотность установки термопар до 1500 шт/см³. Суммарный сигнал батареи термопар пропорционален разности температур по толщине датчика и, следовательно, пропорционален тепловому потоку через датчик. Размеры круглых датчиков — диаметр 23, 27, 40 и 110 мм, прямоугольных — 52×10 мм. Толщина датчиков — 2 мм. Для работы датчика в условиях радиационного теплообмена возможно применение ТРП. В Таблице 4.7 приведены основные технические характеристики.

Таблица 4.7 — Технические характеристики датчиков «Химик-Дизайн»

Характеристика	Значение
Диапазон измерения, Вт/м ²	от 10 до 1000
Пределы основной относительной погрешности, %	±5
Диапазон температур при штатной тарировке, °С	от минус 60 до плюс 80
Диапазон температур при специальной тарировке в расширенном диапазоне, °С	от минус 196 до плюс 170
Постоянная времени, не более, с	10
Коэффициент эффективной теплопроводности, Вт/м×К	0,5



Датчики круглой формы



Датчики прямоугольной формы

Рисунок 4.3 — Датчики тепловых потоков компании "Химик-Дизайн" [19]

4) Датчики теплового потока и температуры RHFS компании FluxTeq (Рисунок 4.4) [82]. RHFS-01e — датчик теплового потока, который заключён в медь, латунь или алюминий. Датчик выпускается с чёрным покрытием для измерения радиационного теплового потока. Он зарегистрирован метрологической службой NIST (США). Технические характеристики датчика приведены в Таблице 4.8.

Датчик RHFS-01e работает с измерительной системой FluxDAQ. Это система измерения сигналов, которая используется для точного измерения и записи аналоговых сигналов напряжения от датчиков.

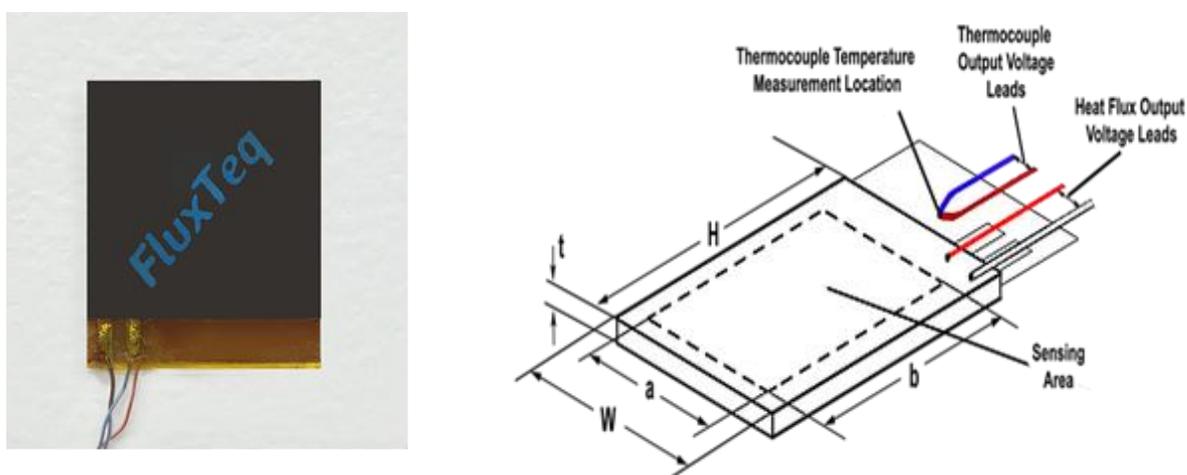


Рисунок 4.4 — Датчик теплового потока RHFS-01e компании FluxTeq [82]

Таблица 4.8 — Технические характеристики датчика RHFS-01e [82]

Характеристика	Значение
Тип датчика	С дифференциальной термопарой
Материал инкапсулирования	Медь (доступны другие материалы)
Номинальная чувствительность, мВ / (Вт / см ²)	~9,0
Толщина датчика, мкм	~600
Удельное тепловое сопротивление, К / (кВт / м ²)	~0,9
Абсолютное тепловое сопротивление RHFS, К / Вт	1,11
Диапазон теплового потока, кВт / м ²	±150
Диапазон температур**, °С	от минус 50 до плюс 120
Время отклика *, с	0,9

Продолжение Таблицы 4.8

Характеристика	Значение
Датчик температуры поверхности	Термопара тип Т
Размеры тепловоспринимающей области, см	$a = 2,54; b = 2,54$ (Рисунок 4.4)
Общие размеры датчика, см	$W = 3,0; H = 3,2$ (Рисунок 4.4)
Площадь тепловоспринимающей области, см ²	6,45
Общая площадь датчика, см ²	9,6

*Время отклика — однократная или 63% выходного сигнала датчика на вход шага теплового потока.

**Диапазон температур может быть больше указанного. Дальнейшие испытания проводятся.

Следует отметить, что не все из рассмотренных датчиков могут быть надёжно использованы для измерения радиационных тепловых потоков в условиях космического пространства. В первую очередь это связано с геометрическими и массовыми характеристиками. Во-вторых — с нестойкостью используемых в них материалов к воздействию вакуума, электромагнитного и корпускулярного облучения, а также восприимчивостью к большим перепадам температур.

В работах [59, 99] представлена система ориентации КА с использованием датчиков, имеющих простую малогабаритную конструкцию с малой массой (Рисунки 4.5, 4.6). ТЧЭ датчика выполнен из высокотеплопроводного металла с покрытием, имеющим тарированные оптические характеристики. Термометр сопротивления установлен в центре пластины так, чтобы тепловое сопротивление между ним и пластиной было минимальным. Опора выполнена из тонкой полосы металла с низким коэффициентом теплопроводности — нержавеющей сталь или титан. Она служит тепловой развязкой между ТЧЭ и конструкцией КА. Основание выполнено из стеклотекстолита.

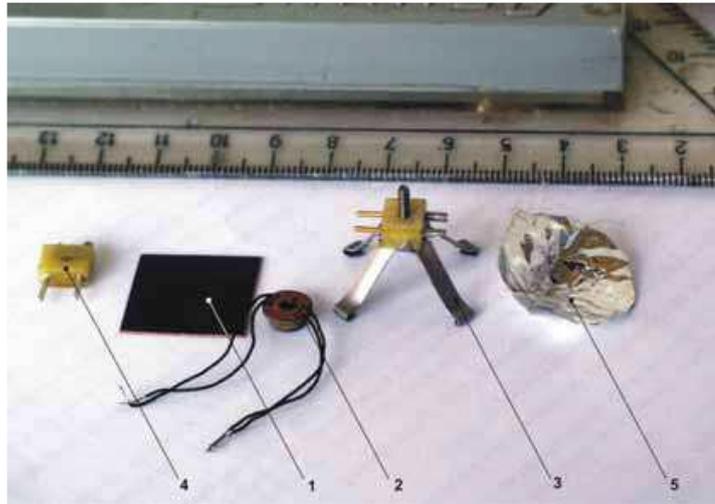


Рисунок 4.5 — Элементы датчика [59]

1 — ТЧЭ, 2 — термометр сопротивления, 3 — четырёхлучевая опора, 4 — основание с электровыводами термометра сопротивления, 5 — теплоизоляционный экран

На Рисунке 4.6 представлены солнечный и планетный датчики. ТЧЭ солнечного датчика имеет покрытие "чёрный никель" с $A_S=0,9$ и $\varepsilon=0,3$. Это покрытие обеспечивает повышенную чувствительность к видимому солнечному излучению. ТЧЭ планетного датчика покрыт эмалью АК-573 ($A_S=0,2$ и $\varepsilon=0,8$), имеющий повышенную чувствительность к ИК излучению Земли. Рассматривались ТЧЭ из алюминиевого сплава и меди с размерами $20 \times 20 \times 0,3$ мм и $40 \times 40 \times 0,3$ мм.



Рисунок 4.6 — Общий вид 1 — солнечного датчика, 2 — планетного датчика [59]

Проведённые экспериментальные исследования датчиков показали, что для повышения точности работы необходима индивидуальная калибровка каждого датчика. Использование алюминиевого сплава вместо меди в качестве материала ТЧЭ практически не влияет на чувствительность. Увеличение площади ТЧЭ повышает чувствительность датчика при угле между нормалью к пластине и направлением на Солнце менее 45° . Увеличение толщины ТЧЭ существенно снижает её реакцию на изменение направления солнечного излучения.

4.2. Исследуемые датчики радиационных тепловых потоков

При разработке прототипа датчика и выборе покрытия рассматривались следующие критерии:

- Простота конструкции ДРТП, небольшая масса и габариты.
- Материалы датчика должны быть устойчивы к условиям космического пространства.
- Обеспечение работы в диапазоне измеряемых температур и тепловых потоков с требуемой точностью и быстродействием. Точность и быстродействие датчика, кроме выбранного принципа работы и его конструкции, будут определяться характеристиками системы сбора и обработки информации.
- Возможность работы в видимом и инфракрасном (ИК) спектрах.
- Эксплуатация ДРТП длительное время в различных режимах: непрерывном или периодическом с ограниченным временем сеансов ориентации.

Поэтому в рамках экспериментальной отработки были проведены испытания датчиков трёх типов: датчика теплового потока компании «Химик-Дизайн», прототипа ДРТП-1 на основе тонкой медной пластины и прототипа ДРТП-2 на основе керамической пластины.

4.2.1. Датчик радиационного теплового потока компании «Химик-Дизайн»

Этот датчик был выбран в качестве контрольного. Для удобства описания было принято обозначение датчика в виде ДРТП ХД-7312.

Плотность теплового потока в ДРТП ХД-7312 определяется произведением суммарного сигнала на тарировочный коэффициент. Он является индивидуальной характеристикой каждого датчика, указывается в прилагаемом паспорте и имеет величину от 5 до 40 Вт / (м² × мВ).

Датчик тарируется производителем в условиях кондуктивного нагрева. К поверхности исследуемого объекта датчик крепится вязкой термопастой или термоклеем. Значения тарировочного коэффициента K в зависимости от температуры представлены на Рисунке 4.7.

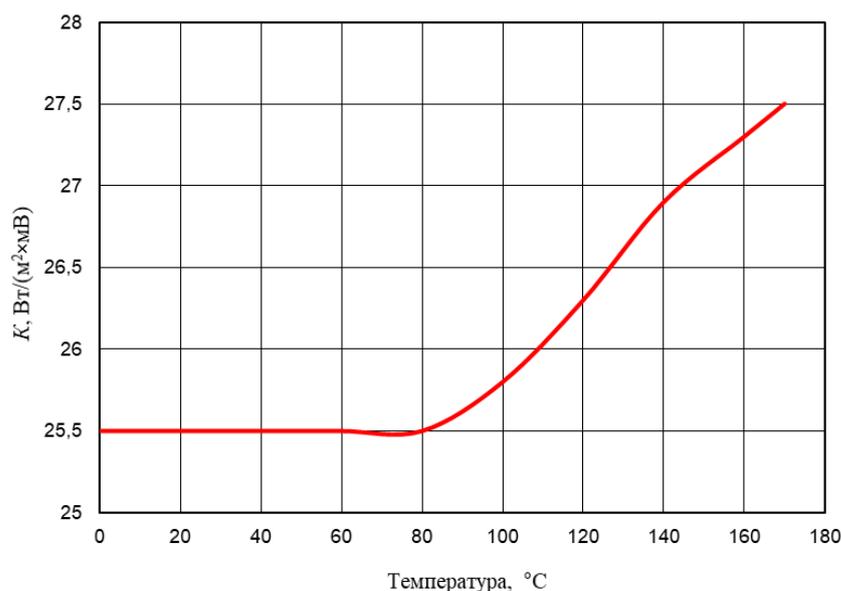


Рисунок 4.7 — Тарировочный коэффициент K в зависимости от температуры

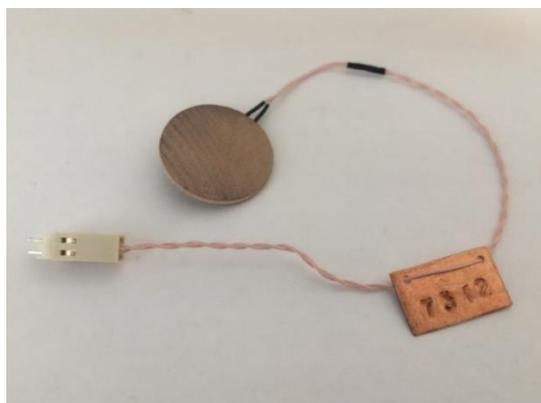
Для испытаний датчик был доработан. На облучаемую поверхность датчика был нанесён слой ТРП — чёрная эмаль ЭКОМ-2 ТУ 2313-394-56897835-2005 [64] производства ОАО "КОМПОЗИТ". Основные технические характеристики эмали представлены в Таблице 4.9.

Таблица 4.9 — Основные технические характеристики эмали ЭКОМ-2 [64]

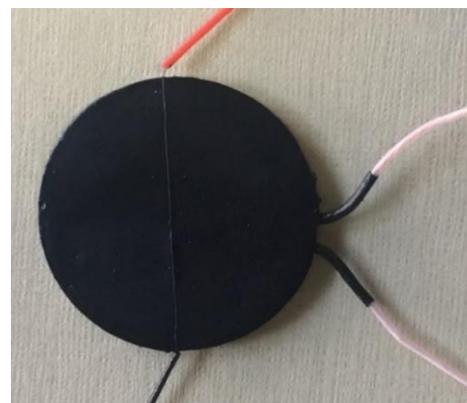
№ п/п	Характеристика	Норма по ТУ	Фактические значения
1	Цвет плёнки эмали	Чёрный	Соотв.
2	Внешний вид плёнки эмали	После высыхания матовая, однородная, без включений и потёков	Соотв.
3	Условная вязкость эмали по вискозиметру ВЗ-246 с диаметром сопла 4 мм при температуре (20±2) °С, с	от 25 до 50	45
4	Массовая доля нелетучих веществ, %	от 38 до 45	39,4
5	Время высыхания эмали до степени 3 при температуре (20±2) °С, ч не более	2	2
6	Адгезия, баллы, не более	2	2
7	Степень перетира, мкм, не более	40	35
8	Коэффициент теплового излучения, ϵ	от 0,92 до 0,95	0,92
9	Коэффициент поглощения солнечного излучения, A_s	0,95	0,96
10	Удельное объёмное электрическое сопротивление, Ом × м	7×10^3	5×10^2
11	Диапазон температур	от минус 150 до плюс 150	
12	Толщина, мкм	от 80 до 100	90
13	Связующее	Акриловый сополимер	

Поскольку тарировочный коэффициент ДРТП ХД-7312 зависит от температуры, то на нагреваемой поверхности датчика был установлен дополнительный температурный датчик. В качестве дополнительного датчика использовалась проволочная термопара Хромель-Алюмель с диаметром проволоки 100 мкм сваренная "встык". Термоэлектроды термопары электроизолировались фторопластовым кембриком. Для сварки термопар использовалось специальное устройство, разработанное в тепловой лаборатории НИО-601 МАИ [51].

Фотографии исходного и доработанного датчика ХД-7312 представлены на Рисунке 4.8.



Исходный датчик



Доработанный датчик

Рисунок 4.8 — ДРТП ХД-7312

4.2.2. Прототип ДРТП-1

Датчик представлен на Рисунке 4.9 — медная пластина толщиной 0,3 мм и размерами 30×30 мм. На поверхность датчика установлена проволочная термопара Хромель-Алюмель с диаметром проволоки 100 мкм сваренная "встык". Термоэлектроды термопары электроизолировались фторопластовым кембриком. Для сварки термопар использовалось устройство [51]. Нагреваемая поверхность пластины покрывалась слоем ТРП — эмаль ЭКОМ-2.

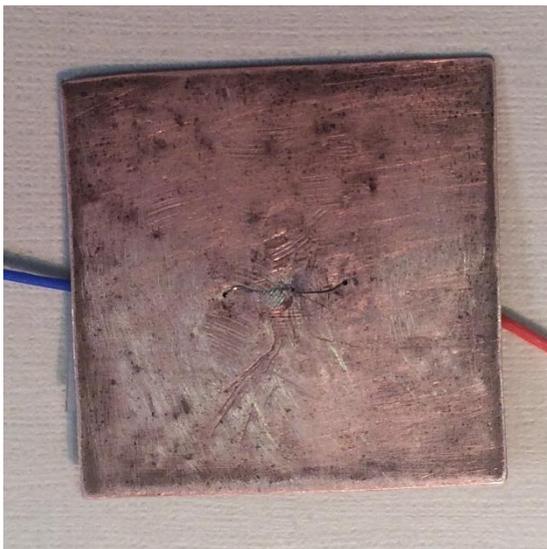
В Таблице 4.10 представлены теплофизические свойства меди.

Таблица 4.10 — Теплофизические свойства меди по данным [24]

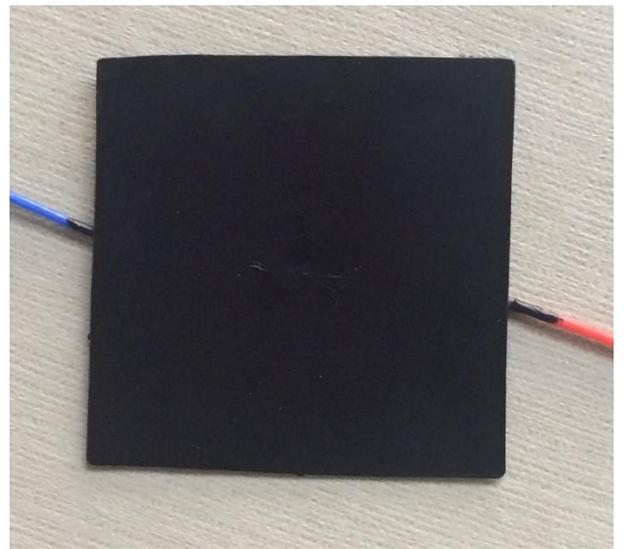
Температура, °К	Плотность, кг / м ³	Удельная теплоёмкость, кДж / (кг × град)	Теплопроводность, Вт / (м × град)	Удельное сопротивление, 10 ⁻⁸ , Ом × м	Коэффициент линейного расширения, 10 ⁻⁶ , 1 / град
83	9,00	0,259	480	-	-
293	8,93	0,381	395	1,68	16,70
373	8,90	0,399	392	2,34	17,10
573	8,84	0,422	373	3,89	17,98
873	8,70	0,456	344	5,76	19,52
1173	8,62	0,482	321	9,42	21,34

Продолжение Таблицы 4.10

Температура, °К	Плотность, кг / м ³	Удельная теплоёмкость, кДж / (кг × град)	Теплопроводность, Вт / (м × град)	Удельное сопротивление, 10 ⁻⁸ , Ом × м	Коэффициент линейного расширения, 10 ⁻⁶ , 1 / град
1356	8,51	0,533	-	9,89	22,31
1473	8,32	-	-	3,515	-



Исходный датчик



ДРТП-1 с ТРП

Рисунок 4.9 — Прототип ДРТП-1

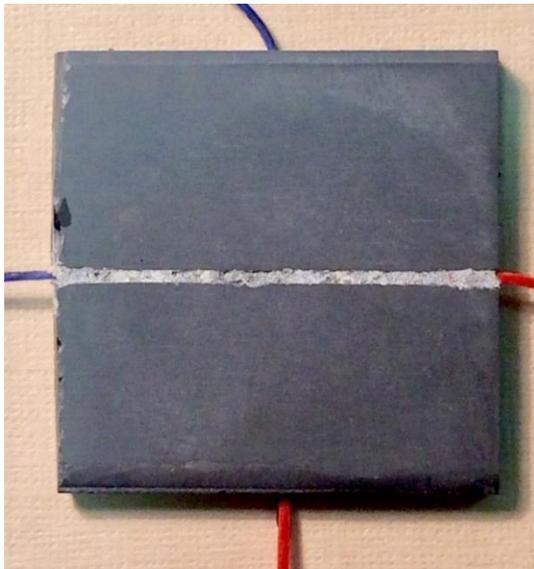
4.2.3. Прототип ДРТП-2

Датчик представлен на Рисунке 4.10 — керамическая пластина толщиной 3 мм и размерами 30×30 мм. Датчик изготовлен из высокотемпературной керамики ОТМ-931 на основе реакционно-связанного нитрида кремния производства ОНПО «Технология». Технические характеристики взяты из паспорта на материал [56] — кажущаяся плотность от 2600 до 2750 кг/м³, открытая пористость ≤14%. Теплофизические свойства материала ОТМ-931 представлены в Таблице 4.11.

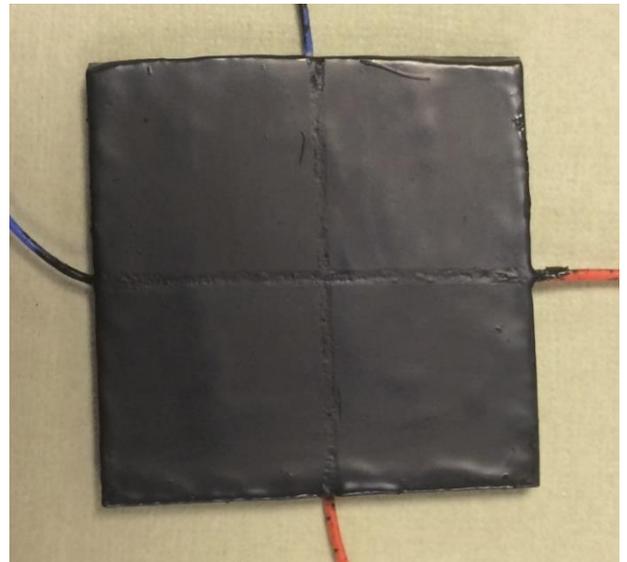
Таблица 4.11 — Теплофизические свойства материала ОТМ-931 [56]

Температура, °С	Коэффициент теплопроводности, Вт / (м × К)	Удельная теплоёмкость, Дж / (г × К)	Коэффициент температуропроводности, а 10 ⁶ , м ² / с	Средний коэффициент линейного расширения, α, 10 ⁷ , 1 / К
20	20,9 ± 2,1	0,69 ± 0,07	11,2 ± 1,1	22 ± 3
100	18,9 ± 1,9	0,81 ± 0,08	8,7 ± 0,9	27 ± 3
500	13,6 ± 1,4	1,16 ± 0,12	4,4 ± 0,4	31 ± 3
800	11,0 ± 1,1	1,24 ± 0,12	3,3 ± 0,3	33 ± 3
1100	9,0 ± 0,9	1,25 ± 0,12	2,7 ± 0,3	35 ± 3

На нагреваемой и обратной поверхностях пластины устанавливались проволочные термопары Хромель-Алюмель с диаметром проволоки 100 мкм сваренные "встык" [13]. Термопара на нагреваемой поверхности датчика использовалась в качестве контрольной. Термозлектроды термопары электроизолировались фторопластовым кембриком. Для сварки термопар использовалось устройство [51]. Нагреваемая поверхность пластины покрывалась эмалью ЭКОМ-2.



исходный датчик



ДРТП-2 с ТРП

Рисунок 4.10 — Прототип ДРТП-2

4.3. Экспериментальное оборудование и средства измерения

В экспериментальное оборудование и средства измерения входят следующие составляющие: установка инфракрасного нагрева, экспериментальные модули, средства сбора и обработки информации и термовакуумная камера (ТВК) с излучателями.

Для измерения геометрических размеров исследуемых образцов ДРТП использовался цифровой штангенциркуль с точностью измерения 0,01 мм. Для определения веса образца использовались лабораторные весы с точностью измерения 0,001 мг.

4.3.1. Установка инфракрасного нагрева

Предварительные тепловые испытания проводились на установке инфракрасного нагрева (УИКН) в Тепловой лаборатории НИО-601 МАИ. Для проведения предварительных испытаний был разработан экспериментальный модуль ЭМ-ДРТП-1 и ЭМ-ДРТП-2. Цель предварительных испытаний — выбор программы испытаний и отладка методики их проведения. Схема УИКН представлена на Рисунке 4.11. На Рисунке 4.12 представлены основные элементы УИКН.

В качестве ИК источника нагрева в УИКН использовался плоский керамический ИК излучатель ЕСР4 компании «ЭЛЕМАГ-ТПК» [29].

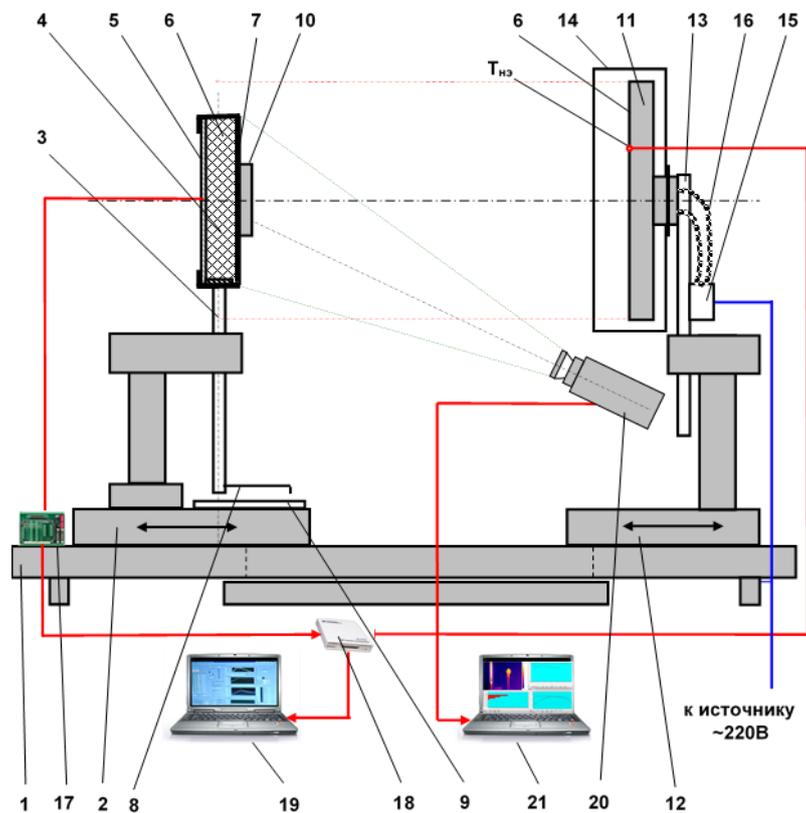
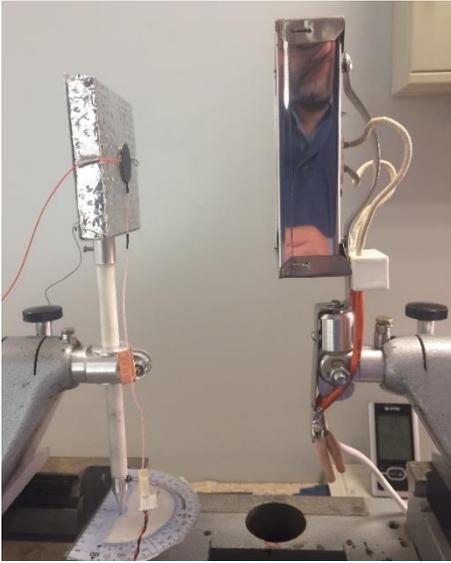


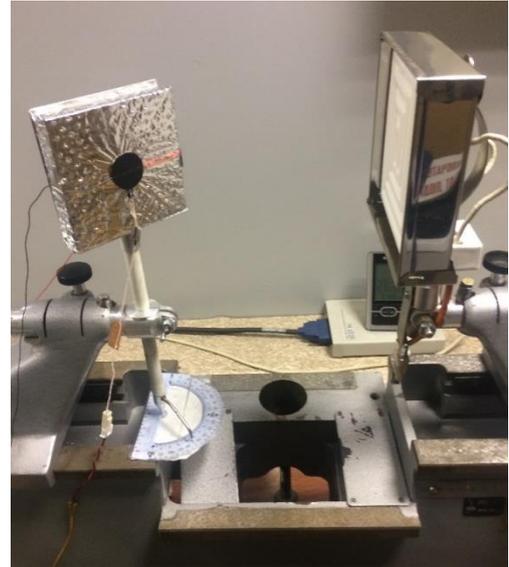
Рисунок 4.11 — Схема лабораторной установки ИК нагрева с образцом ДРТП

На Рисунке 4.11 приведены следующие обозначения:

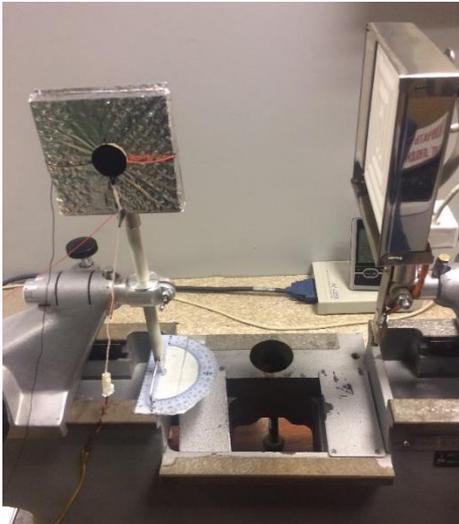
1 — основание, 2 — каретка, 3 — вал, 4 — макет конструкции КА, 5 — пластина, 6 — теплоизоляционный слой, 7 — майларовая плёнка, 8 — стрелка (указатель), 9 — транспортер, 10 — образец ДРТП, 11 — керамический ИК излучатель, 12 — каретка, 13 — вал, 14 — отражатель, 15 — термостойкий коннектор, 16 — термостойкие силовые провода, 17 — изотермический коннекторный блок NI ТВХ-68, 18 — измерительный блок NI 4350, 19 — компьютер, 20 — тепловизионная камера, 21 — компьютер для управления тепловизионной системой, $T_{нэ}$ — температура на нагреваемой поверхности излучателя.



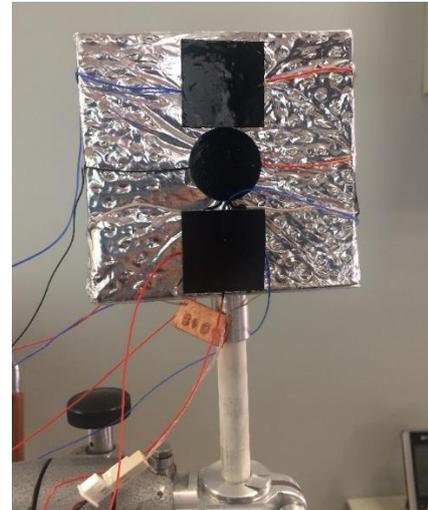
Модуль ЭМ-ДРТП-1 с одним ДРТП
под углом 0° к оси излучателя



Модуль ЭМ-ДРТП-1 с одним ДРТП
под углом 45° к оси излучателя



Модуль ЭМ-ДРТП-1 с одним ДРТП
под углом 90° к оси излучателя



Модуль ЭМ-ДРТП-2 с тремя ДРТП:
(снизу вверх) ДРТП-2, ХД-7312 и
ДРТП-1

Рисунок 4.12 — Основные элементы УИКН

4.3.2. Экспериментальный модуль ЭМ-ДРТП-3

Для испытания трёх образцов ДРТП в ТВК был разработан экспериментальный модуль ЭМ-ДРТП-3. На Рисунках 4.13 и 4.14 представлены фотографии модуля и его основных элементов.

Модуль ЭМ-ДРТП-3 состоит из макета элемента конструкции микроспутника с размерами 100×100 мм, распечатанного на 3D принтере. Макет

теплоизолирован ЭВТИ из 20 слоев. На облучаемой поверхности закреплены три ДРТП с помощью термостойкого клея (Рисунок 4.15). С обратной стороны макет также изолирован ЭВТИ. Макет панели крепится на вертикальном валу поворотного устройства с шаговым двигателем, который обеспечивает поворот на угол $\pm 180^\circ$ с шагом 15° . Поворотное устройство установлено на раме с основанием. Все элементы поворотного механизма закрываются ЭВТИ. Поворотное устройство контролируется блоком управления.

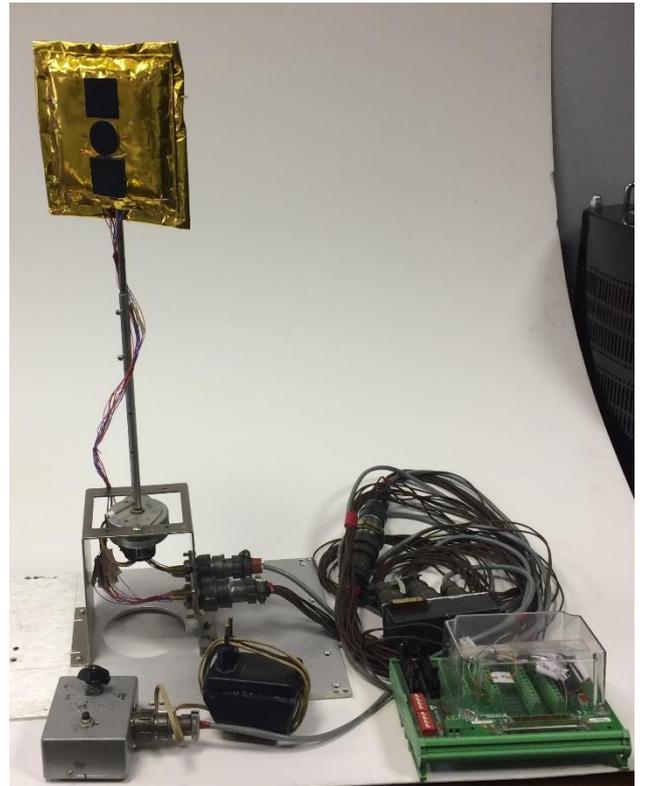
4.3.3. Средства сбора и обработки информации

Измерительно-управляющий узел состоит модулей и программного обеспечения компании National Instruments.

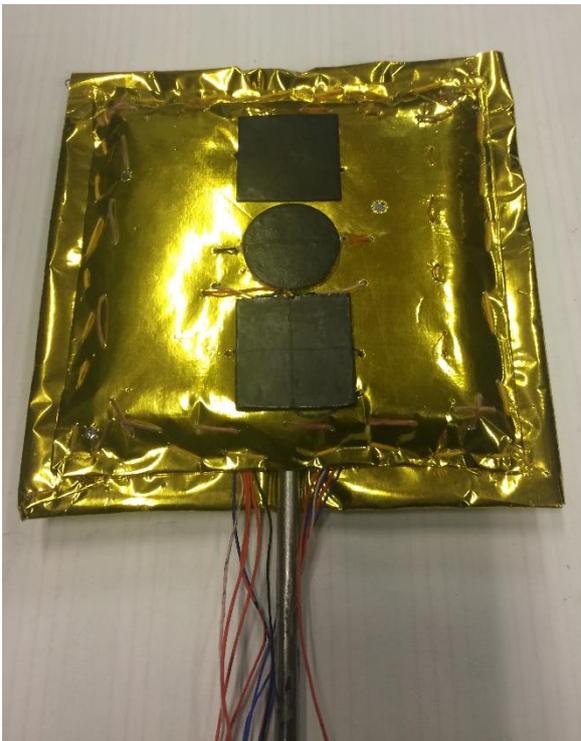
Измерения от ДРТП передаются на термостатированный коннекторный блок NI TBX-68. После этого сигнал поступает на высокоточный модуль измерения температур и напряжений NI-4350 (USB) мобильного измерительно-управляющего узла автоматизированной системы сбора и обработки данных. От модуля измерения информация передаётся на ноутбук, где обрабатывается с помощью программного обеспечения labVIEW и сохраняется.



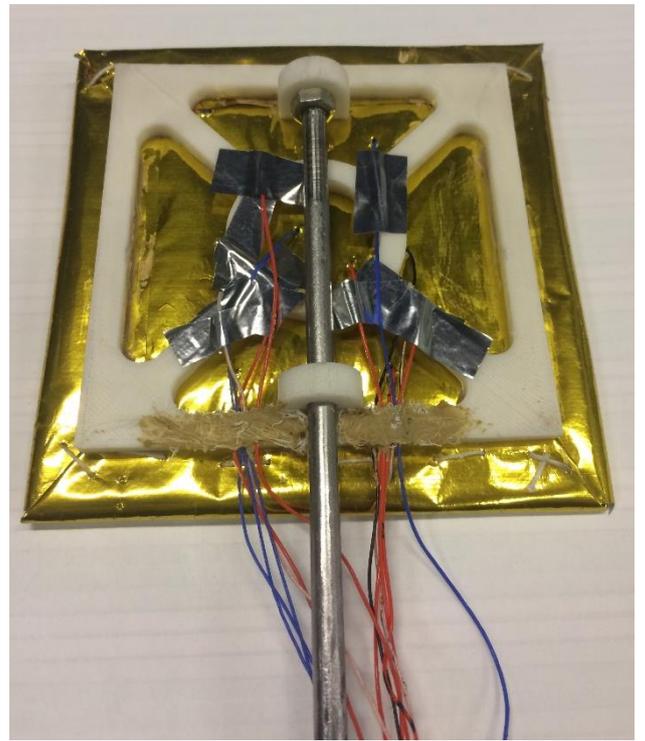
Общий вид ЭМ-ДРТП-3



Элементы модуля

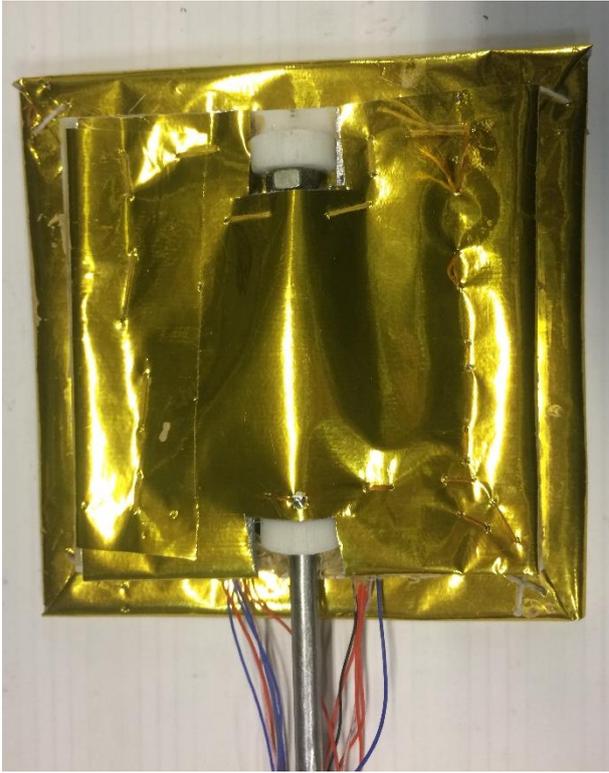


Облучаемая сторона макета с ДРТП

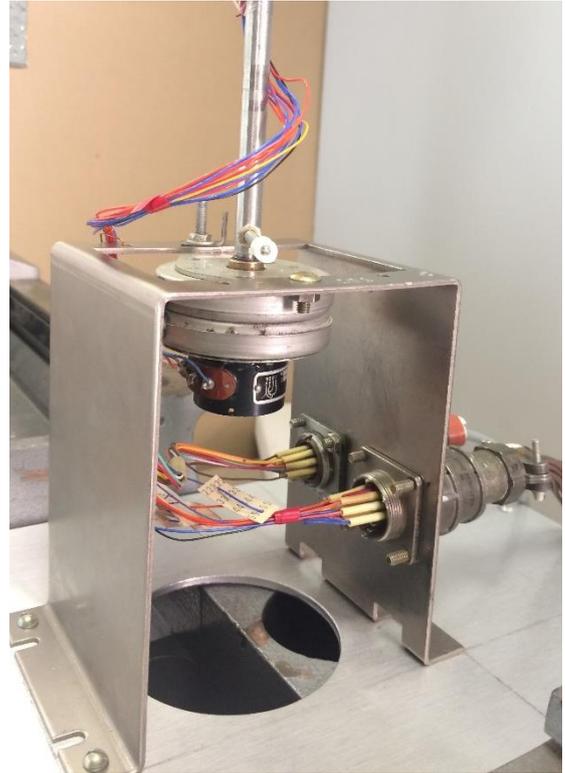


Обратная сторона макета без
теплоизоляции

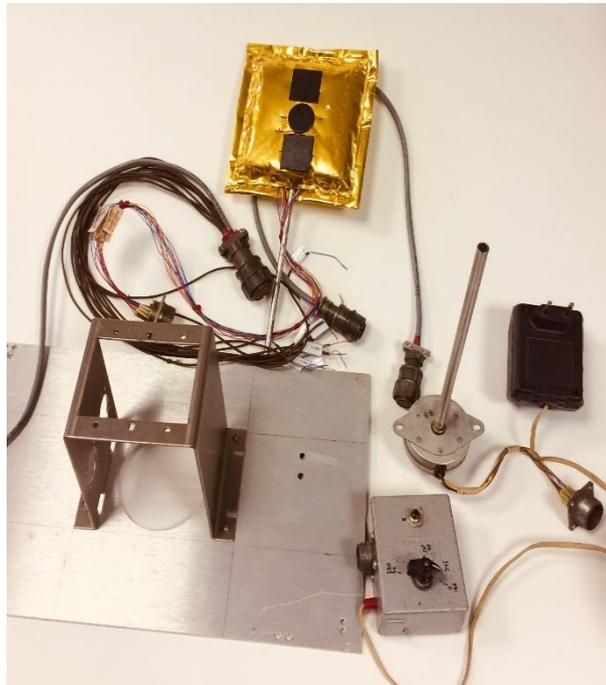
Рисунок 4.13 — Экспериментальный модуль ЭМ-ДРТП-3



Обратная сторона макета с
теплоизоляцией



Поворотный механизм модуля



Узлы и элементы модуля

Рисунок 4.14 — Экспериментальный модуль ЭМ-ДРТП-3 и его основные
элементы

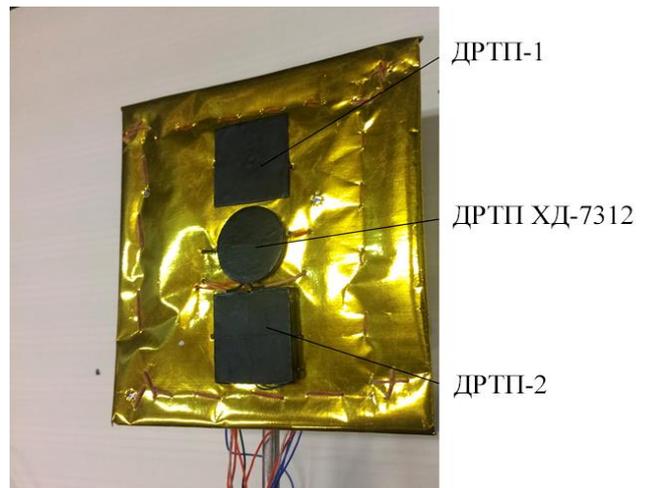


Рисунок 4.15 — Макет с датчиками радиационного теплового потока

4.3.4. Термовакuumная камера

Термовакuumная камера ПП-2 НИО-208 МАИ представлена на Рисунке 4.16.

Для испытаний использовались два источника облучения — ИК галогеновый излучатель с электрической мощностью 500 Вт и светодиодная лампа FST EF-100 с электрической мощностью 100 Вт.

На Рисунках 4.17, 4.18 представлены фотографии ТВК с установленным модулем ЭМ-ДРТП-3.

Кабели между модулем ЭМ-ДРТП-3 и средствами сбора и обработки информации подключаются через герморазъёмы ТВК.

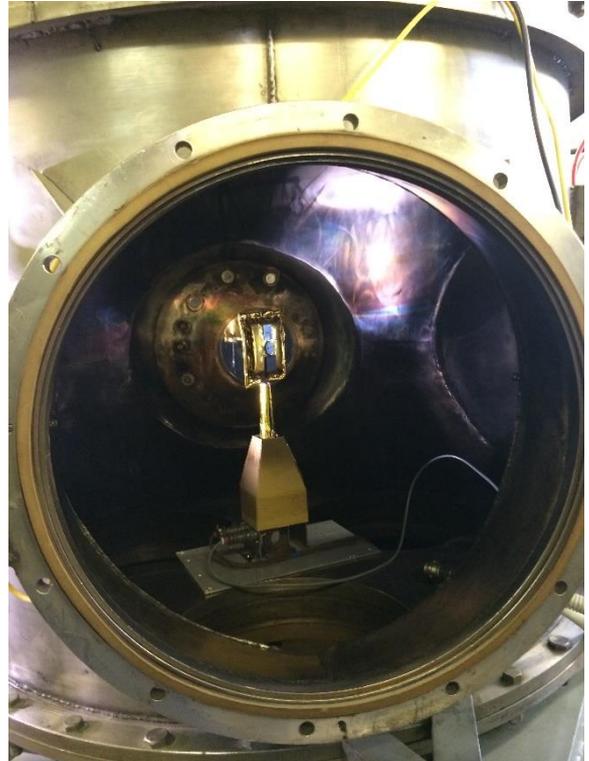
Галогеновый излучатель устанавливался в термовакuumную камеру. Светодиодная лампа размещалась вне камеры и облучала модуль через окно с кварцевым стеклом. Экспериментальный модуль ЭМ-ДРТП-3 устанавливался в центре камеры на пересечении оптических осей галогенового излучателя и светодиодной лампы (Рисунок 4.20).



Рисунок 4.16 — Общий вид ТВК

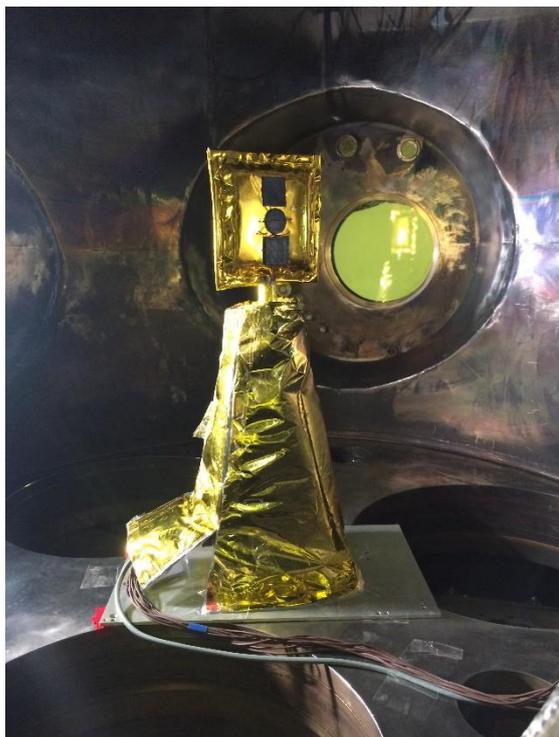


Подготовка модуля ЭМ-ДРТП-3 к
испытаниям

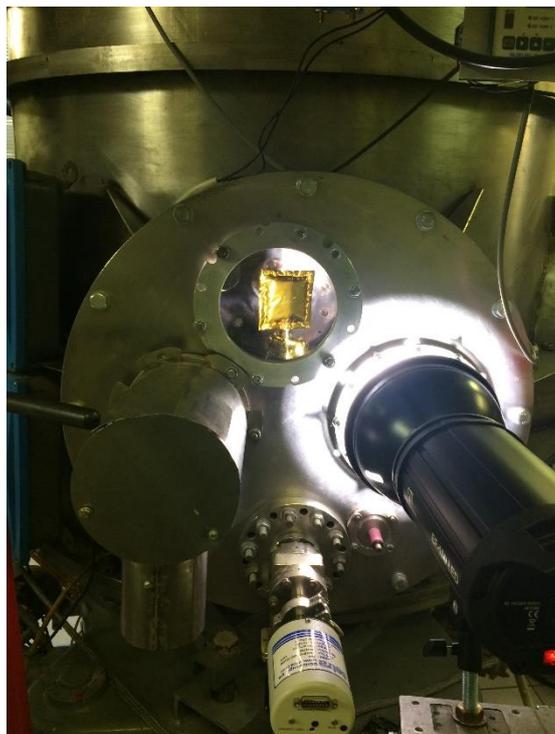


Модуль в ТВК

Рисунок 4.17 — Подготовка ЭМ-ДРТП-3 к ТВИ



Модуль в термовакуумной камере



Светодиодная лампа

Рисунок 4.18 — Модуль ЭМ-ДРТП-3 в ТВК

4.4. Методика подготовки и проведения испытаний

Экспериментальная апробация датчиков состояла из тепловых испытаний на УИКН для ЭМ-ДРТП-1 и ЭМ-ДРТП-2, а также ТВИ ЭМ-ДРТП-3.

4.4.1. Методика тепловых испытаний на установке инфракрасного нагрева

На установке инфракрасного нагрева УИКН проводились предварительные тепловые испытания ДРТП ХД-7312 и прототипов ДРТП-1 и ДРТП-2. Испытания проводились на воздухе при нормальных условиях окружающей среды.

При предварительных испытаниях проводилась тепловизионная съёмка поверхности ДРТП ХД-7312 с помощью тепловизионной системы FLIR SC660. Результаты ИК измерений представлены на Рисунках 4.23–4.25. ИК измерения проводились в центральной точке нагреваемой поверхности датчика и на двух линиях вертикальной и горизонтальной. При проведении эксперимента в датчиках

измерялись температура поверхности и рассчитывались поглощённые тепловые потоки по (4.1)–(4.8).

Экспериментальный модуль обеспечивал поворот макета на угол $\pm 110^\circ$ с возможностью выбора шага по углам.

4.4.2. Методика термовакуумных испытаний

Объектом ТВИ является ЭМ-ДРТП-3. Испытания проводились при давлении $\sim 1 \times 10^{-8}$ бар. Температура кожуха ТВК не термостабилизировалась.

В исследуемых датчиках используются разные схемы температурных измерений. Схемы температурных измерений в ДРТП представлены на Рисунке 4.19.

При проведении эксперимента в датчиках измерялись следующие параметры:

В датчике ХД-7312 измеряются: $T_1(\tau)$ при $0 \leq \tau \leq \tau_e$ — температура на нагреваемой поверхности датчика; $U(\tau)$ при $0 \leq \tau \leq \tau_e$ — напряжение на дифференциальной термопаре в мВ; τ_e — момент окончания измерений.

Плотность поглощённого теплового потока определяется из соотношения:

$$q(\tau) = K \times U(\tau) \text{ при } 0 \leq \tau \leq \tau_e, \quad (4.1)$$

где K — тарировочный коэффициент.

В датчике ДРТП-1 измеряется температура $T_{м1}(\tau)$ при $0 \leq \tau \leq \tau_e$. Плотность поглощённого теплового потока определяется по изменению теплосодержания медной пластины:

$$q(\tau) = \rho \times \delta \times c(T_{м1}(\tau)) \times \frac{\partial T_{м1}}{\partial \tau} \text{ при } 0 \leq \tau \leq \tau_e, \quad (4.2)$$

где ρ — плотность, δ — толщина, $c(T_{м1}(\tau))$ — удельная теплоёмкость материала чувствительного элемента. Принимались следующие значения указанных параметров: $\rho = 8930 \text{ кг/м}^3$ (при 20°C), $\delta = 0,0003 \text{ м}$, $c = (389 + 0,042 \times T_{м1}(\tau)) \text{ Дж / (кг} \times ^\circ\text{C)}$.

В датчике ДРТП-2 измеряются: $T_{к1}(\tau)$ при $0 \leq \tau \leq \tau_e$ — температура на нагреваемой поверхности датчика; $T_{к2}(\tau)$ при $0 \leq \tau \leq \tau_e$ — температура на обратной поверхности датчика. Плотность поглощённого теплового потока определяется из решения нелинейной граничной обратной задачи теплопроводности (1.4)–(1.7) [77].

Отметим, что в рамках решения граничной обратной задачи были сделаны следующие предположения:

- Теплоёмкость не зависит от $T(x, \tau)$,
- Коэффициент теплопроводности не зависит от $T(x, \tau)$.

Это позволило существенно упростить постановку задачи и её решение:

$$C \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right), \quad x \in (0, d), \tau \in [0, \tau_m] \quad (4.3)$$

$$T(x, 0) = \varphi(x), \quad x \in [0, d], \quad (4.4)$$

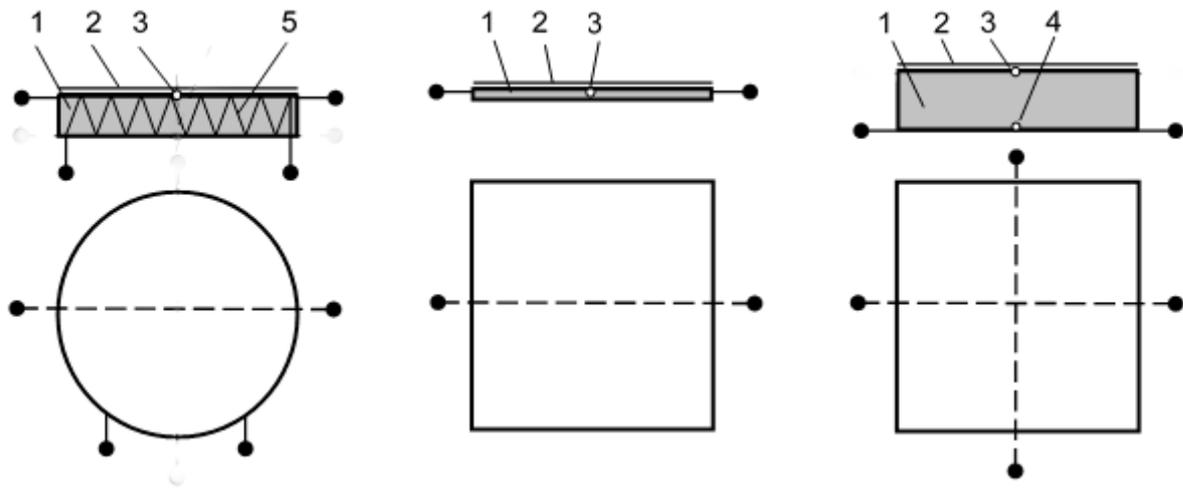
$$T(0, \tau) = f_1(\tau), \quad \tau \in [0, \tau_m], \quad (4.5)$$

$$T(d, \tau) = f_2(\tau), \quad \tau \in [0, \tau_m], \quad (4.6)$$

$$-\lambda \frac{\partial T(0, \tau)}{\partial x} = q(\tau), \quad (4.7)$$

$$-\lambda \frac{\partial T(d, \tau)}{\partial x} = 0, \quad \tau \in [0, \tau_m], \quad (4.8)$$

где C — удельная объёмная теплоёмкость, $f_1(\tau)$ — температурные измерения на облучаемой поверхности датчика, которые используются для верификации данных системы (4.3)–(4.8), $f_2(\tau)$ — температурные измерения на обратной поверхности датчика.



ДРТП ХД-7312

ДРТП-1

ДРТП-2

Рисунок 4.19 — Схемы температурных измерений в ДРТП при ТВИ
 1 — ТЧЭ датчика, 2 — ТРП, 3 — термопара на облучаемой поверхности датчика, 4 — термопара на обратной поверхности датчика, 5 — дифференциальная термопара

На Рисунке 4.20 представлена схема испытаний образцов ДРТП в ТВК.

Перед началом испытаний макет конструкции с датчиками находился в исходном положении — повернут обратной стороной к источникам излучения. Вакуумирование камеры проводилось в течении суток, затем включались источники излучения. После выхода излучателей на заданный режим с постоянными параметрами проводился эксперимент в соответствии с программой испытаний (см. Раздел 4.5). Значения шага по углу и времени выдержки определялись в предварительных испытаниях на УИКН.

Между испытаниями источники излучения выключались до выхода датчиков на стационарную температуру.

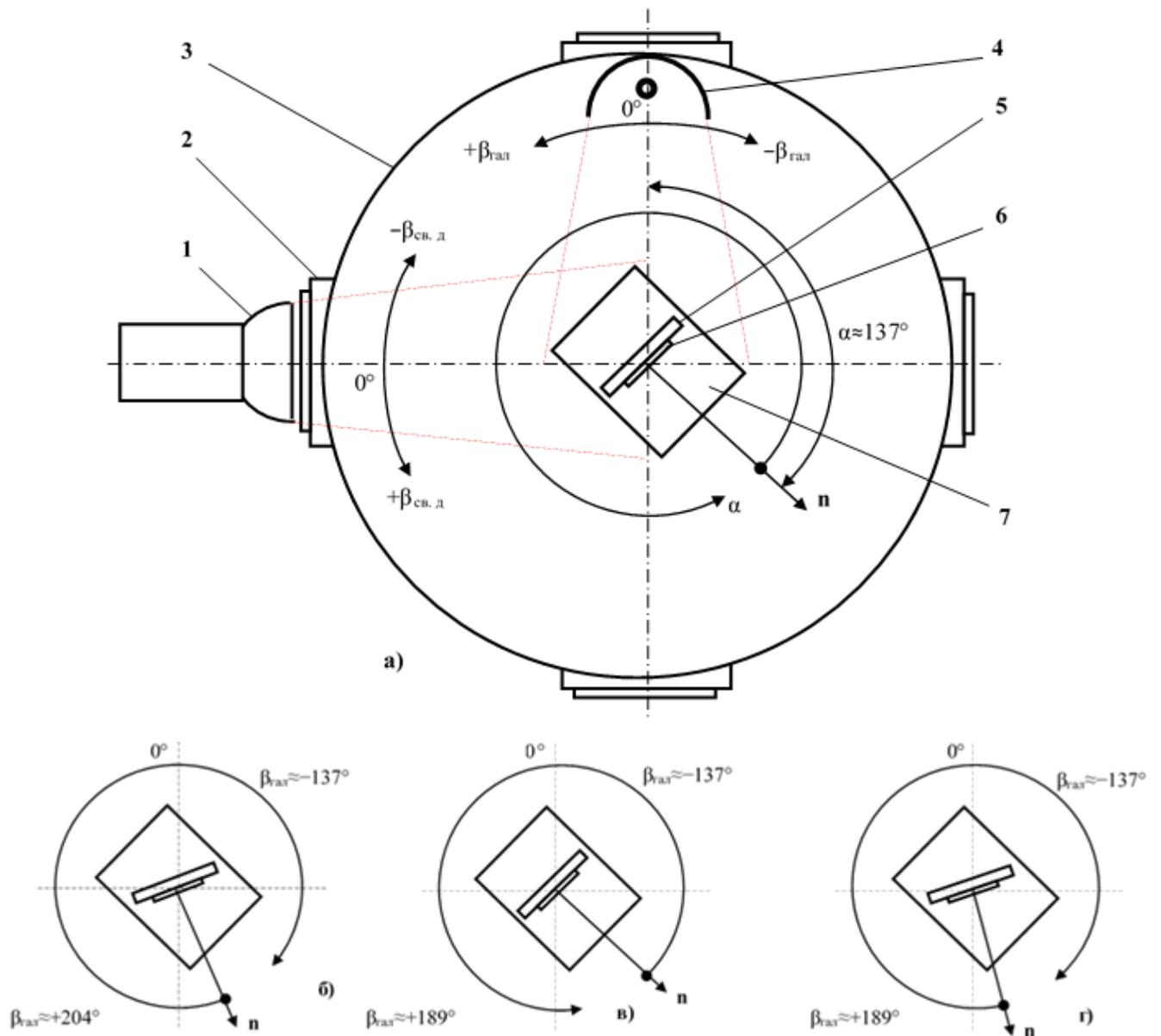


Рисунок 4.20 — Схема ТВИ

На Рисунке 4.20 показаны следующие обозначения:

а) Испытание №1: 1 — светодиодная лампа, 2 — оптическое окно ТВК, 3 — ТВК, 4 — галогеновый ИК излучатель, 5 — макет конструкции КА, 6 — ДРТП, 7 — основание ЭМ-ДРТП-2. б) Испытание №2, в) Испытание №3, г) Испытание №4

$\beta_{\text{гал}}$ — угол между нормалью n к нагреваемой поверхности ДРТП и осью галогенового излучателя;

$\beta_{\text{св. д}}$ — угол между нормалью n к нагреваемой поверхности ДРТП и осью светодиодного излучателя;

α — угол поворота ДРТП, отсчитываемый от исходного положения макета.

4.5. Проведение испытаний и анализ результатов

4.5.1. Тепловые испытания на установке инфракрасного нагрева

Тепловые испытания на УИКН состояли из 11 испытаний. В этом разделе представлены результаты трёх испытаний.

Испытание № 1 (У). Испытание заключалось в тестировании ЭМ-ДРТП-1. Исходное положение — нагреваемая поверхность датчика параллельна плоскости ИК нагревателя (угол $\alpha = 0^\circ$). Включается ИК излучатель. После достижения температуры поверхности датчика $T_1 = 150^\circ\text{C}$ начинается поворот ЭМ-ДРТП-1 с шагом по углу 10° и выдержкой при каждом значении угла ~ 2 мин. В этом испытании проводились ИК измерения температуры на нагреваемой поверхности датчика с использованием тепловизионной системы FLIR SC660. Результаты испытания №1 (У) представлены на Рисунках 4.21 и 4.22. На Рисунках 4.23–4.25 представлены результаты ИК измерений.

Испытание № 2 (У). Испытание проводилось для ЭМ-ДРТП-2. Исходное положение — нагреваемые поверхности датчиков параллельны плоскости ИК нагревателя (угол $\alpha = 0^\circ$). Включается ИК излучатель. После достижения температуры поверхности датчика $T_1 = 160^\circ\text{C}$ начинается поворот ЭМ-ДРТП-2 с шагом по углу 10° и увеличивающейся выдержкой при каждом значении угла в соответствии с Рисунком 4.26. Результаты испытания № 2 (У) представлены на Рисунках 4.26–4.27.

Испытание № 3 (У). Испытание проводилось для ЭМ-ДРТП-3. Исходное положение — панель с датчиками обращена обратной поверхностью к плоскости инфракрасного нагревателя (угол $\alpha = 180^\circ$). Включается ИК излучатель. После выхода излучателя на рабочий режим начинается поворот экспериментального модуля с шагом по углу 15° . Результаты испытания № 3 (У) представлены на Рисунках 4.28–4.29.

Результаты первого испытания показали, что ИК измерения хорошо совпадают с результатами измерений ДРТП ХД-7312. Распределение температур

на нагреваемой поверхности датчика показывает уменьшение температуры на краях датчика. При повороте датчика на угол -45° через 10 минут устанавливалась температура $T_1 = 130^\circ\text{C}$. Результаты предварительных тепловых испытаний на лабораторной установке подтвердили работоспособность прототипов ДРТП. Это позволило подобрать режим работы излучателя и подтвердить паспортное значение степени черноты используемого ТРП.

Результаты тепловых испытаний, проведённые на установке УИКН, были использованы при разработке экспериментального модуля ЭМ-ДРТП-3.

Испытание № 1 (У)

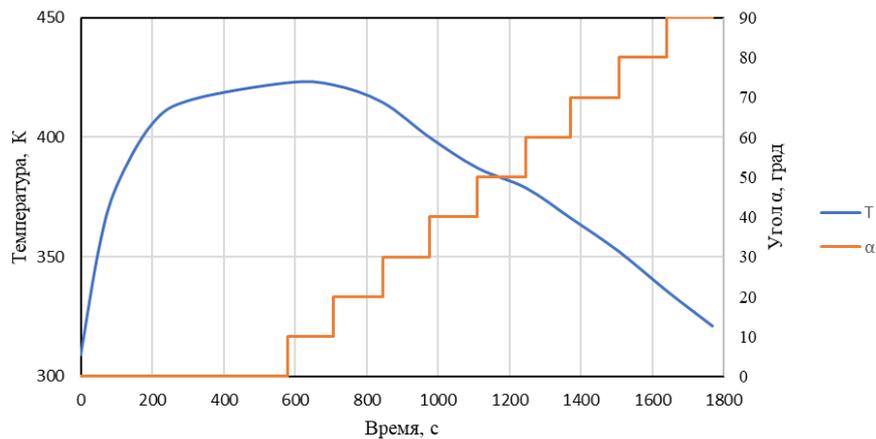


Рисунок 4.21 — Результаты температурных измерений ДРТП ХД-7312 для испытания №1 (У)

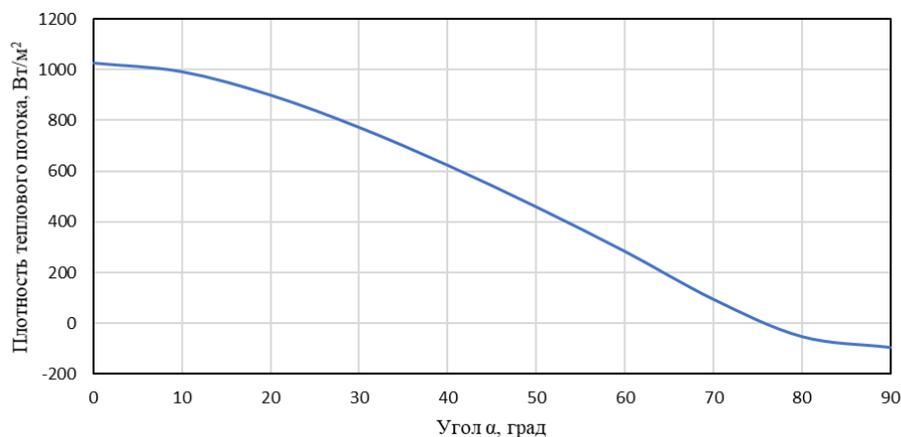


Рисунок 4.22 — Результаты определения теплового потока ДРТП ХД-7312 для испытания № 1 (У)

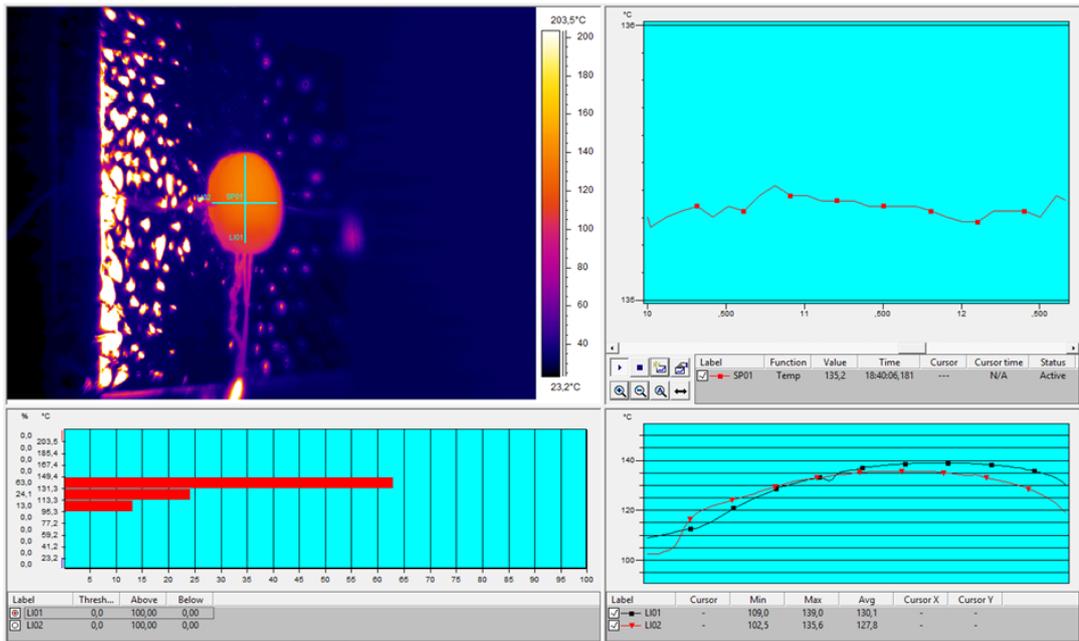


Рисунок 4.23 — Испытание № 1 (У). Результаты ИК измерений на поверхности ДРТП ХД-7312 при угле облучения 0° в момент времени 200 с

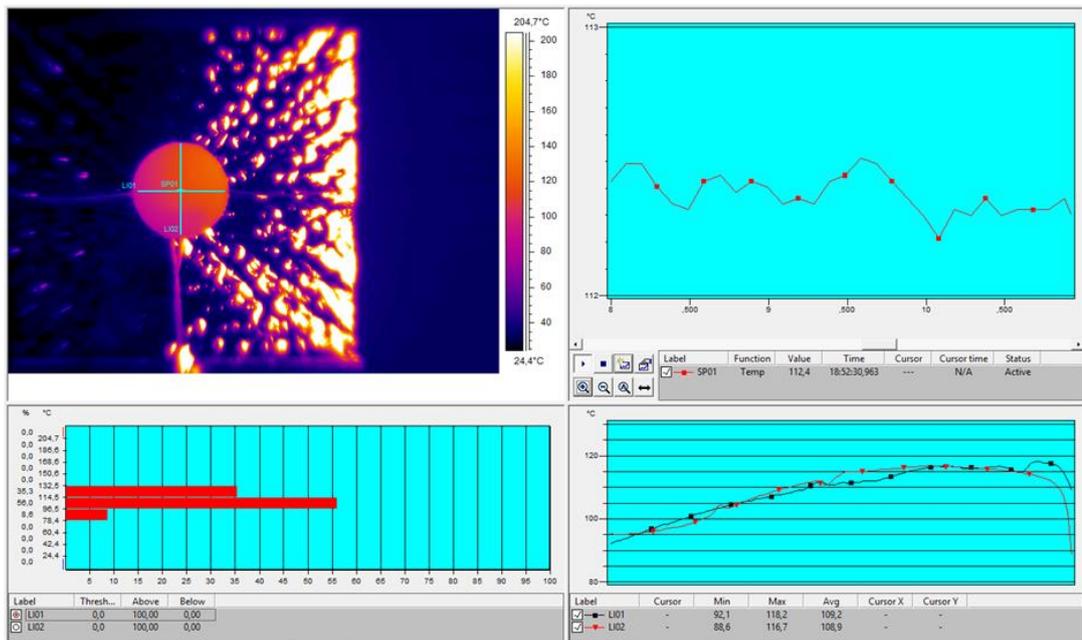


Рисунок 4.24 — Испытание № 1 (У). Результаты ИК измерений на поверхности ДРТП ХД-7312 при угле облучения 40° в момент времени 1050 с

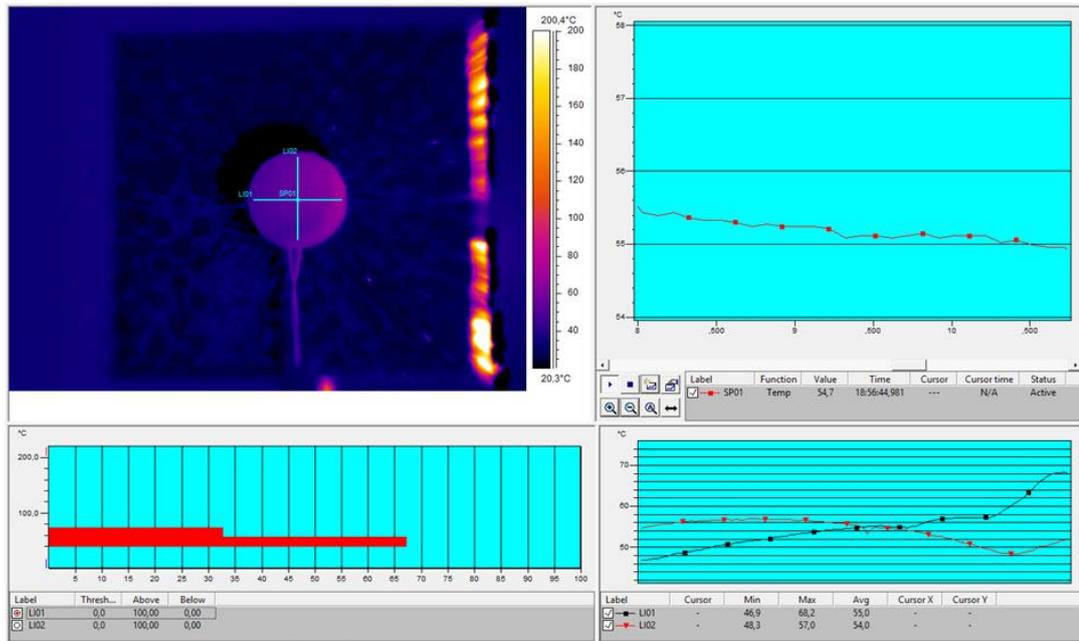


Рисунок 4.25 — Испытание № 1 (У). Результаты ИК измерений на поверхности ДРТП ХД-7312 при угле облучения 90° в момент времени 1700 с

Испытание № 2 (У)

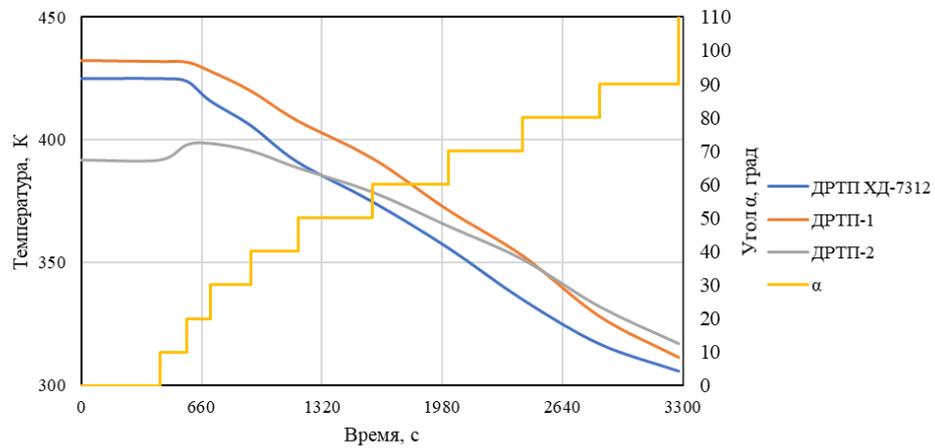


Рисунок 4.26 — Результаты температурных измерений ДРТП для испытания № 2 (У)

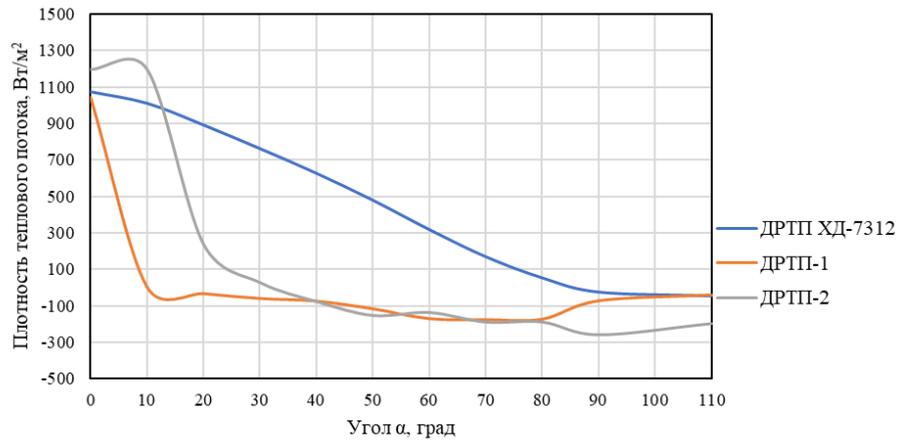


Рисунок 4.27 — Результаты определения теплового потока ДРТП для испытания № 2 (У)

Испытание № 3 (У)

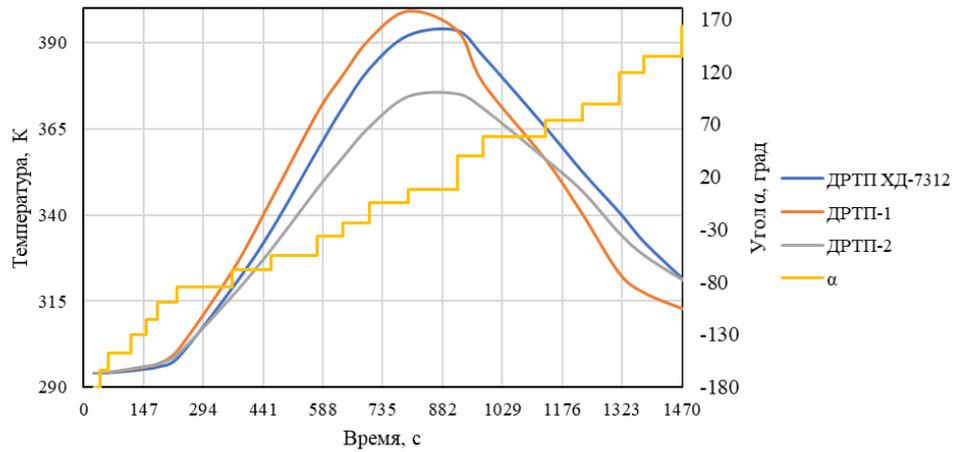


Рисунок 4.28 — Результаты температурных измерений ДРТП для испытания № 3 (У)

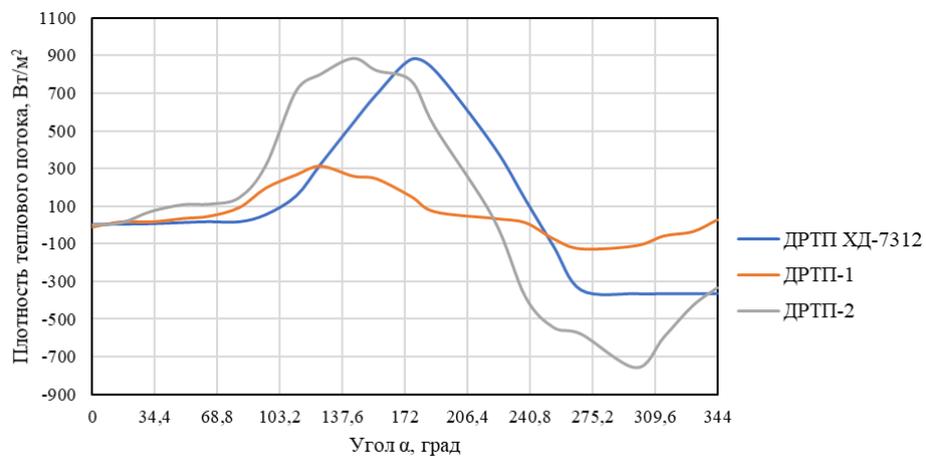


Рисунок 4.29 — Результаты определения теплового потока ДРТП для испытания № 3 (У)

4.5.2. Термовакuumные испытания

В рамках эксперимента было проведено 4 испытания. В них анализировались два датчика, третий использовался как контрольный. В первом испытании мощность галогенового излучателя была установлена на половину, в остальных — на 500 Вт. Мощность светодиодной лампы была установлена на максимальную.

Испытание № 1. Макет с образцами находится в исходном положении — $\beta_{\text{гал}} \cong -137^\circ$ (Рисунок 149а). Оба источника облучения включены. Макет с образцами поворачивается от исходного положения на угол $\alpha \cong 345^\circ$ с шагом 15° . Время выдержки на каждом шаге 2 минуты 30 секунд.

Испытание № 2. Макет с образцами находится в исходном положении — $\beta_{\text{гал}} \cong +204^\circ$ (Рисунок 149б). Включён галогеновый источник излучения. Макет с образцами поворачивается от $\beta_{\text{гал}} \cong +204^\circ$ до $\beta_{\text{гал}} \cong -137^\circ$ с шагом 15° . Время выдержки на каждом шаге 15 секунд.

Испытание № 3. Макет с образцами находится в исходном положении — $\beta_{\text{гал}} \cong -137^\circ$ (Рисунок 149в). Включён галогеновый источник излучения. Макет с образцами поворачивается от $\beta_{\text{гал}} \cong -137^\circ$ до $\beta_{\text{гал}} \cong +189^\circ$ с шагом 15° . Время выдержки на каждом шаге 6 секунд.

Испытание № 4. Макет с образцами находится в исходном положении — $\beta_{\text{гал}} \cong +189^\circ$ (Рисунок 149г). Включён галогеновый источник излучения. Макет с образцами поворачивается от $\beta_{\text{гал}} \cong +189^\circ$ до $\beta_{\text{гал}} \cong -137^\circ$ с шагом 15° непрерывно.

Результаты испытаний представлены на Рисунках 4.30–4.37. Для определения величины теплового потока на каждом шаге результаты потоков сглаживались.

Прототип ДРТП-1 имеет высокую чувствительность к изменению угла поворота и на различную угловую скорость. Погрешность в определении теплового потока между ДРТП-1 и контрольным датчиком связана с погрешностью заданных и фактических теплофизических свойств материала.

Прототип ДРТП-2 имеет меньшую чувствительность к видимому спектру, чем прототип ДРТП-1. Это связано с тем, что прототип ДРТП-2 имеет большую толщину ТЧЭ. Стоит отметить, что с увеличением угловой скорости точность определения излучения датчиком падает (Рисунок 4.37). Это связано с чувствительностью алгоритма к угловой скорости и к шагу измерения температуры. Уменьшение шага может привести к потере устойчивости решения, что повлечёт к некорректным результатам.

Исходя из требований и ограничений, которые накладываются на систему определения углового положения КА, оптимальным датчиком является прототип ДРТП-1. Исследование его на точность измерения радиационных тепловых потоков и применение в связке с радиационно-геометрической обратной задачей требует отдельных испытаний.

Испытание № 1

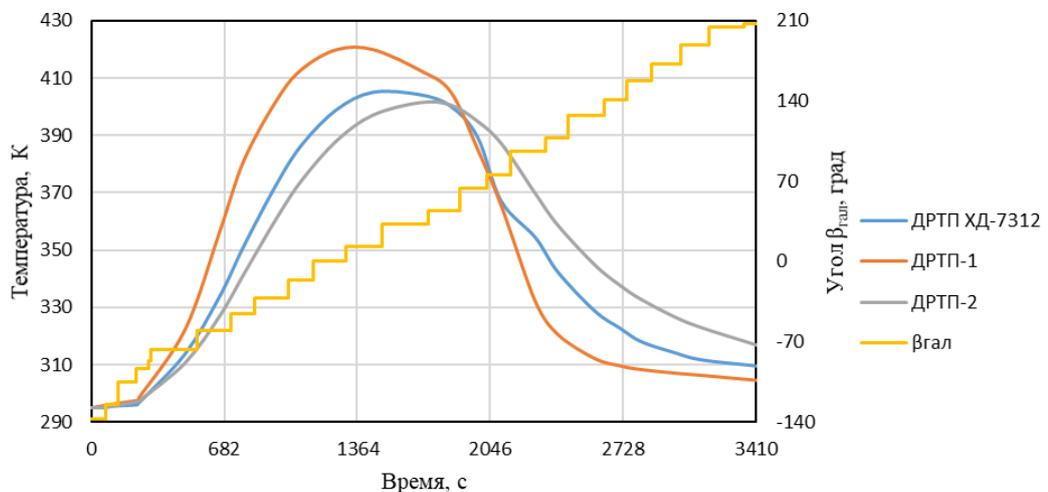


Рисунок 4.30 — Результаты температурных измерений датчиков для испытания № 1

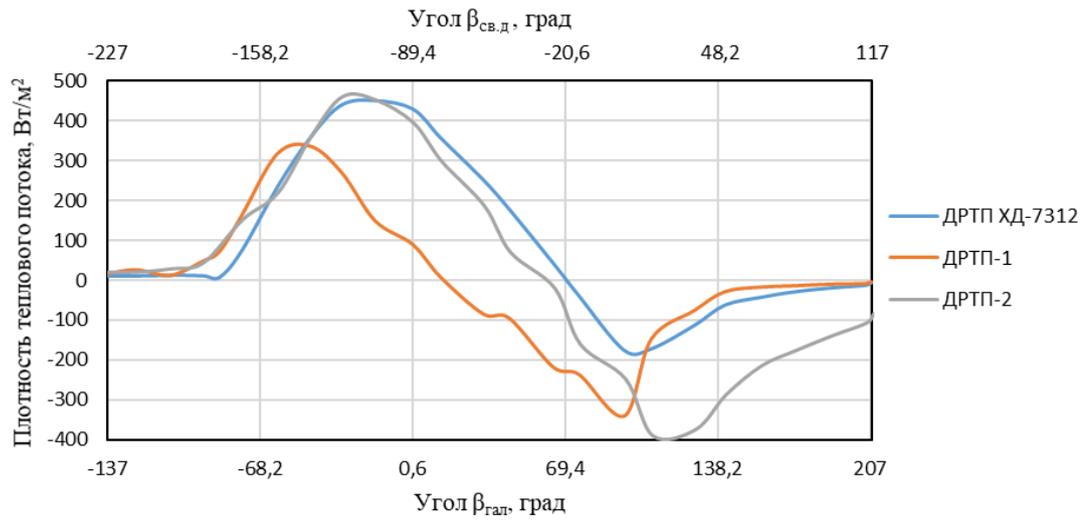


Рисунок 4.31 — Результаты восстановления плотности поглощённого теплового потока для испытания № 1

Испытание № 2

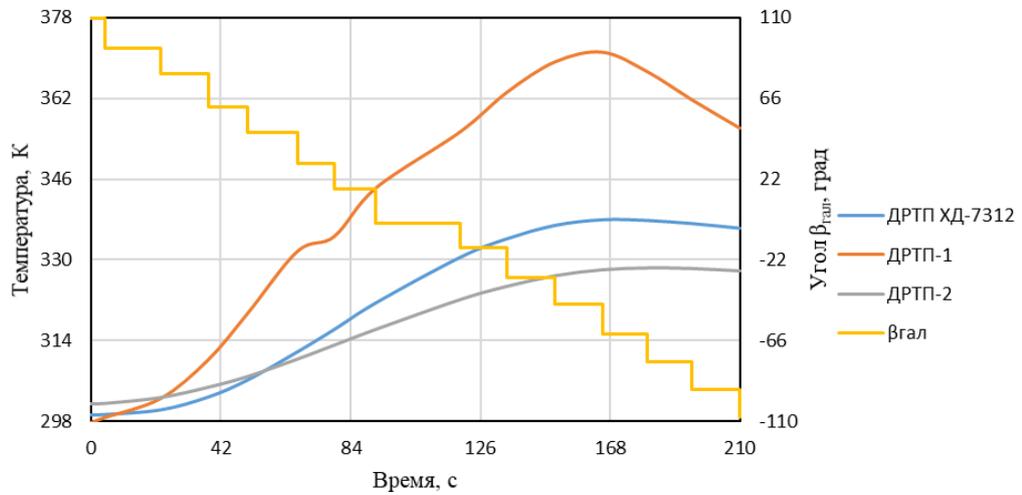


Рисунок 4.32 — Результаты температурных измерений датчиков для испытания № 2

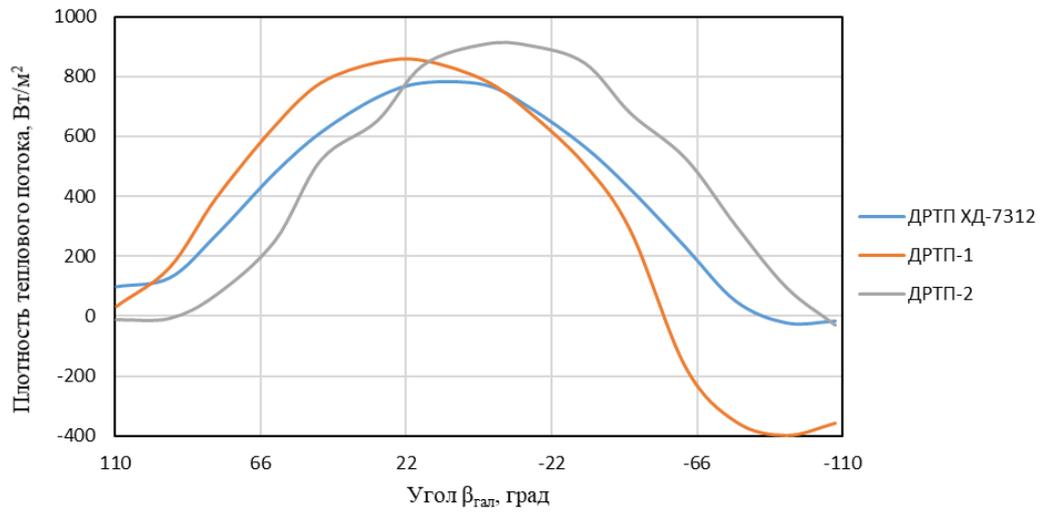


Рисунок 4.33 — Результаты восстановления плотности поглощённого теплового потока для испытания № 2

Испытание № 3

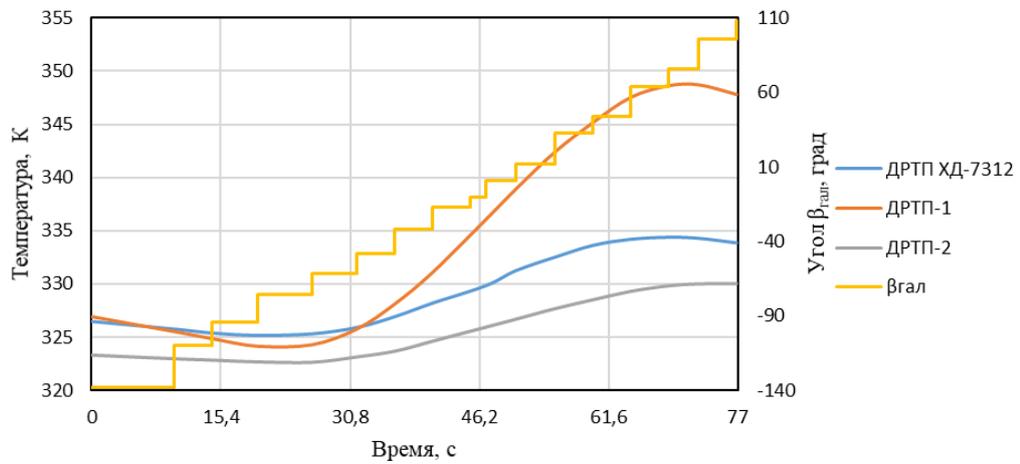


Рисунок 4.34 — Результаты температурных измерений датчиков для испытания № 3

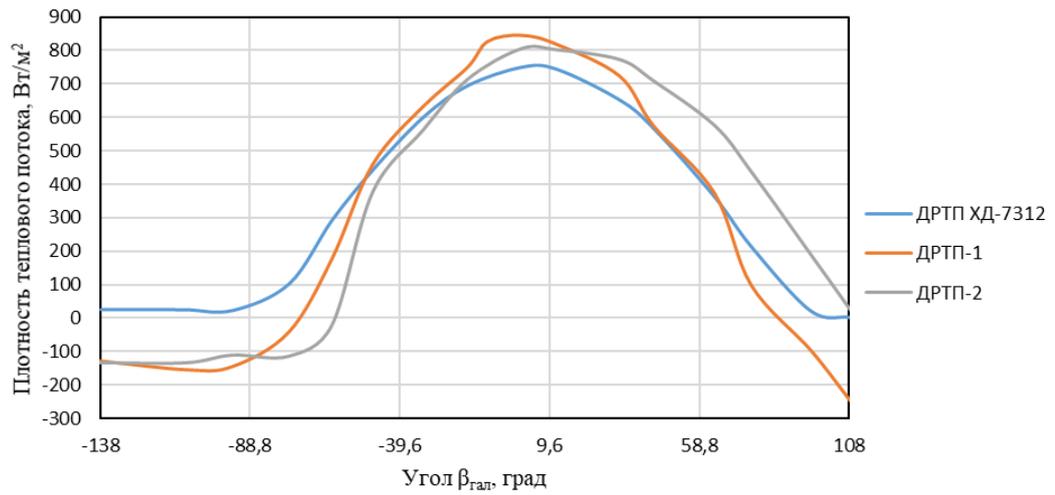


Рисунок 4.35 — Результаты восстановления плотности поглощённого теплового потока для испытания № 3

Испытание № 4

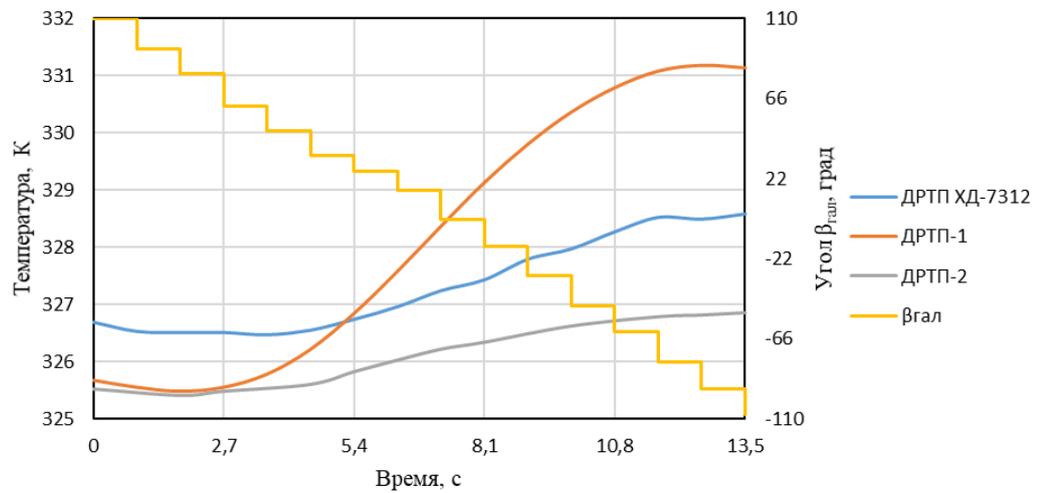


Рисунок 4.36 — Результаты температурных измерений датчиков для испытания № 4

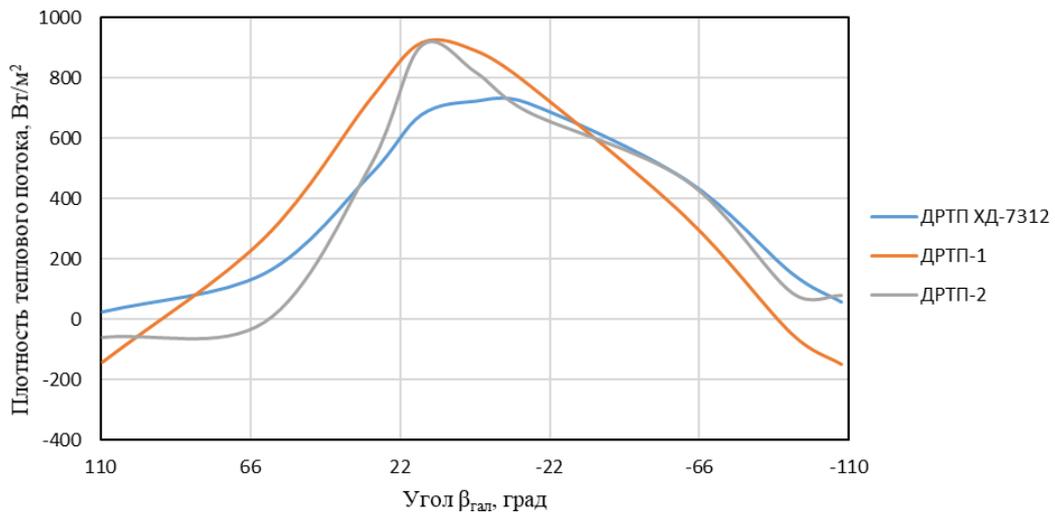


Рисунок 4.37 — Результаты восстановления плотности поглощённого теплового потока для испытания № 4

4.6. Сравнение систем измерения ориентации

Системы измерения ориентации КА можно разделить на две категории: контрольные и инерциальные. Инерциальные датчики не могут использоваться независимо, так как они измеряют лишь изменения ориентации, поэтому они всегда дополняются контрольными.

В зависимости от задач, поставленных перед КА, применяются те или иные контрольные датчики, имеющие свои достоинства и недостатки. Примерное руководство по степени сравнительной точности систем измерения ориентации КА приведено в Таблице 4.12.

Таблица 4.12 — Потенциальная степень точности контрольных датчиков [55]

Датчик	Точность, Ориентир	Достоинства	Недостатки
Звёздный датчик	1 угловая секунда, Звезды	- Высокая точность, - Может применяться при межпланетных перелётах	- Стоимость, - Масса и габариты, - Необходимость хранения звёздных карт, - Возможность засветки матрицы Солнцем или другими телами

Продолжение Таблицы 4.12

Датчик	Точность, Ориентир	Достоинства	Недостатки
Солнечный датчик	1 угловая минута, Солнце	- Высокая точность - Может применяться при межпланетных перелётах	- Не может выявить какое-либо вращение КА относительно вектора Солнца, - Не может быть использован в тени планеты, - Возможность засветки планетой или другими телами
ИК вертикаль	6 угловых минут, Планета (горизонт)	- Высокая точность - Может применяться в тени планеты	- Масса и габариты, - Применяется в основном на определённых высотах орбиты, - Не выявляет ошибки угла скольжения (вращения относительно местной вертикали)
РЧ-маяк	1 угловая минута, -	- Высокая точность - Высокая надёжность, - Может применяться при межпланетных перелётах	- Требуется наземная станция или другой КА (не может работать автономно)
Магнитометр	30 угловых минут, -	- Высокая надёжность, - Простота, - Не требуется ориентир	- Необходимость хранения электромагнитных карт планеты, - Аномалии в магнитном поле, - Применение только на орбите планеты
Navstar Global Positioning System (GPS)	6 угловых минут, -	- Высокая точность	- Требуется несколько GPS-спутников (не может работать автономно), - Возможны проблемы, связанные с локальными отражениями сигнала
Система ориентации на основе методологии обратных задач теплообмена	от 1 до 8 градусов, Планета и Солнце	- Высокая надёжность, - Простота, - Может применяться как в тени планеты, так и для межпланетных перелётов, - широкий «угол обзора» датчика	- Относительно низкая точность, - Влияния неопределённостей, - В тени планеты не может выявить угол рыскания, а на удалённом расстоянии от планеты ¹⁾ или при межпланетных перелётах не может выявить какое-либо вращение КА относительно вектора Солнца

¹⁾ Примечание: на удалённом расстоянии от планеты — расстояние, при котором значения отражённого солнечного излучения от планеты и собственного излучения планеты малы по сравнению с прямым солнечным излучением. Например, на высоте орбиты Земли около 10000 км отражённое солнечное излучение и собственное излучение планеты составляют десятки Ватт при облучении элемента поверхности под прямым углом.

Из Таблицы 4.12 видно, что предлагаемый автором метод имеет низкую точность по сравнению с другими контрольными датчиками. Однако в сочетании с высокой надёжностью он имеет широкий спектр применения. Он может применяться на освещённом участке орбиты, в тени планеты и для межпланетных перелётов.

Заключение

Тенденция к уменьшению размеров оборудования и габаритов КА привела к изменению парадигмы проектирования в сторону миниатюризации. Это направление получило значительный экономический эффект в производстве и выведении КА на орбиту. Тем не менее усложнение задач и ужесточение условий эксплуатации КА в космическом пространстве требует соответствующего увеличения надёжности. Эта работа посвящена анализу возможности разработки надёжной системы ориентации, основанной на определении внешних радиационных тепловых потоков.

В рамках исследования был разработан метод и программное обеспечение по измерению углового положения КА на основе анализа внешних радиационных тепловых потоков. Были проанализированы сходимость и устойчивость алгоритма. Анализ устойчивости алгоритма состоял из оценок влияния неопределённостей на точность решения граничной и радиационно-геометрической обратных задач. Результаты численного моделирования показали достаточную численную эффективность предложенного метода. Потенциальная точность ориентации КА на основе предложенного подхода может составлять от 1 до 8 градусов. Она зависит от различных неопределённостей, влияющих на устойчивость алгоритма. Стоит отметить высокую оперативность определения углового положения КА с использованием методологии обратных задач теплообмена. Время определения ориентации КА с помощью этого метода может занимать до 13 секунд.

Анализ моделирования показал, что для определения ориентации КА погрешность измерения радиационных тепловых потоков датчиками должна составлять не более $\pm 3\%$. Это накладывает определённые критерии для выбора типа датчика радиационного теплового потока. В экспериментальной части проводились испытания датчиков трёх типов: датчика тепловых потоков компании «Химик Дизайн» в качестве контрольного, датчика на основе тонкой медной пластины и датчика на основе керамической пластины. В рамках экспериментальной апробации разработанного метода исследовались влияния угла

облучения и угловой скорости на определение теплового потока. Результаты испытаний показали, что в качестве термочувствительного элемента датчика рекомендуется использовать тонкую медную пластину. Для устранения спектральной избирательности поверхность датчика необходимо покрывать чёрной эмалью.

По сравнению с имеющимися аналогами предлагаемый автором метод имеет широкий спектр применения. Однако он обладает относительно низкой точностью. Эта система может быть использована в качестве основной в МКА, которые не требуют точной ориентации. В комбинации с другими системами она может существенно их дополнить.

Как правило, для того чтобы КА оказался в целевых параметрах ориентации, используют широкоугольные датчики с низкой степенью точности. Они направляют аппарат в положение, при котором более точный датчик получит заданные ориентиры (Солнце или планету) в поле видимости. Например, применяться это может в начальный момент функционирования КА — после этапа выведения. Может использоваться при переориентации КА либо при каких-либо нештатных ситуациях, когда произошла потеря ориентации. Использование предлагаемого автором подхода для оценки ориентации КА позволит сократить время наведения на Солнце и/или планету. Это может сэкономить ресурсы топлива и увеличить срок активного существования КА.

Систему ориентации КА на основе методологии обратных задач теплообмена можно использовать для измерения углового положения в тени планеты. Недостатком в этом случае является то, что она не может выявить угол рыскания. В перспективе эту систему можно будет использовать при межпланетных перелётах, что повышает её актуальность. Однако здесь она не может выявить какое-либо вращение КА относительно вектора Солнца.

Эта система может использоваться в качестве резервной. Она имеет высокую надёжность, небольшие массу, габариты и энергопотребление. По сравнению с аналогичной резервной системой ориентации КА [59] предлагаемый автором метод имеет большую точность.

Список литературы

1. Адрианов, В. Н. Основы радиационного и сложного теплообмена / В. Н. Адрианов. — М.: Энергия, 1972. — 464 с.
2. Алифанов, О. М. Идентификация процессов теплообмена летательных аппаратов: Введение в теорию обратных задач теплообмена / О. М. Алифанов. — М.: Машиностроение, 1979. — 216 с.
3. Алифанов, О. М. Обратные задачи теплообмена / О. М. Алифанов. — М.: Машиностроение, 1988. — 280 с.
4. Алифанов, О. М. Обратные задачи в исследовании сложного теплообмена / О. М. Алифанов, Е. А. Артюхин, А. В. Ненарокомов. — М.: Янус-К, 2009. — 300 с.
5. Алифанов, О. М. Экстремальные методы решения некорректных задач и их приложения к обратным задачам теплообмена / О. М. Алифанов, Е. А. Артюхин, С. В. Румянцев. — М.: Наука, 1988. — 288 с.
6. Андрейчук, О. Б. Тепловые испытания космических аппаратов / О. Б. Андрейчук, Н. Н. Малахов — М.: Машиностроение, 1982. — 143 с.
7. Бортовые системы управления космическими аппаратами: Учебное пособие / А. Г. Бровкин, Б. Г. Бурдыгов, С. В. Гордийко [и др.]; под редакцией А.С. Сырова. — М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2010. — 304 с.: ил.
8. Библиотека boost C++: официальный сайт. — URL: <http://www.boost.org> (дата обращения: 02.09.2017). — Текст: электронный.
9. Васильев, Ф. П. Численные методы решения экстремальных задач: Учеб. пособие для вузов. / Ф. П. Васильев. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. — 552 с.
10. Викулов, А. Г. Экстремальный метод идентификации тепловых математических моделей с сосредоточенными параметрами / А. Г. Викулов, А. В. Ненарокомов // Тепловые процессы в технике. — 2015. — № 7. — С. 307–317.

11. Викулов, А. Г. Вариационный метод идентификации тепловых математических моделей с сосредоточенными параметрами / А. Г. Викулов, А. В. Ненарокомов // Тепловые процессы в техники. — 2016 — № 5. — С. 214–226.
12. Викулов, А. Г. Идентификация редуцированной модели экранно-вакуумной тепловой изоляции / А. Г. Викулов, А. В. Ненарокомов // Тепловые процессы в техники. — 2016. — № 11. — С. 488–499.
13. Влияние способа заделки поверхностных термопар на погрешность определения температуры при испытаниях керамических материалов на установках радиационного нагрева / С. А. Анучин, А. В. Ланин, П. В. Просунцов [и др.] // Инженерно-физический журнал. — 2018. — Т. 91, № 3. — С. 628–636.
14. Геращенко, О. А. Основы теплотрии / О. А. Геращенко. — Киев: Наукова думка, 1970. — 286с.
15. Геращенко, О. А. Тепловые и температурные измерения / О. А. Геращенко. — Киев: Наукова думка, 1965 г. — 302с.
16. Грицевич, И. В. Перенос тепла излучением в экранно-вакуумной тепловой изоляции космических аппаратов / И. В. Грицевич, Л. А. Домбровский, А. В. Ненарокомов // Тепловые процессы в техники. — 2013. — Т. 5, № 1. — С. 12–21.
17. Грицевич, И. В. Определение внешнего теплового воздействия на поверхность орбитального космического аппарата / И. В. Грицевич, А. В. Ненарокомов // Тепловые процессы в технике. — 2013. — Т. 5, № 10. — С. 445–457.
18. Датчик суммарного теплового потока ФОА 020, ФОА 036: сайт. — URL: <http://www.teploizmerenie.ru/print/3768.htm> (дата обращения: 13.12.2017). — Текст: электронный.
19. Датчики теплового потока компании «Химик-Дизайн»: сайт. — URL: <http://teplomer.msk.ru> (дата обращения: 04.06.2018). — Текст: электронный.
20. Довгяло, Д. А. Типовые компоненты и датчики контрольно-диагностических средств / Д. А. Довгяло. — Новополюцк: УО «ПГУ», 2004. — 420 с.

21. Залетаев, В. М. К расчёту собственного излучения Земли на космический аппарат / В. М. Залетаев // Космические исследования. — 1968. — Т. 6, № 6. — С. 897–903.
22. Залетаев, В. М. Расчёт теплообмена космического аппарата / В. М. Залетаев, Ю. В. Капинос, О. В. Сургучев. — М.: Машиностроение, 1979. — 208 с.
23. Зигель, Р. Теплообмен излучением / Р. Зигель, Дж. Хауэлл. — М.: Мир, 1975. — 934 с.
24. Зиновьев, В. Е. Теплофизические свойства металлов при высоких температурах: Справочник / В. Е. Зиновьев. — М.: Машиностроение, 1989. — 382 с.
25. Излучательные свойства твердых материалов: справочник / под ред. А. Е. Шейндлина. — М.: Энергия, 1974. — 472 с.
26. Использование систем измерения температур для определения ориентации микроспутника / В. И. Костенко, Н. П. Семена, С. П. Логвиненко, В. С. Мотузко // Препринт ИКИ РАН. Пр-1964, 1997. — 23 с.
27. Кабанихин, С. И. Обратные и некорректные задачи: Учебник для студентов высших учебных заведений / С. И. Кабанихин. — Новосибирск: Сибирское научное издательство, 2009. — 457 с.
28. Казаковцев, В. П. Расчёт условий освещённости в процессе выведения космического аппарата на геостационарную орбиту / В. П. Казаковцев, В. В. Корянов, П. В. Просунцов, А. Г. Топорков // Инженерный журнал: наука и инновации. — 2016. — № 12. — 12 с.
29. Керамические излучатели «ЭЛЕМАГ-ТПК»: официальный сайт. — Москва. — URL: <http://elemag-tpk.ru> (дата обращения: 05.06.2018). — Текст: электронный.
30. Колесников, А. В. Численный метод моделирования внешнего теплообмена космического аппарата с произвольной формой наружных поверхностей / А. В. Колесников, А. В. Палешкин // Вестник МАИ. — 2010. — Т. 17. — №4. С. 81–89.

31. Колесников, А.В. Моделирование условий внешнего теплообмена космических аппаратов / А. В. Колесников, В. И. Сербин М. — М.: Информация — XXI век, 1997. — 170 с.
32. Кудрявцева, Н. С. Основы проектирования эффективных систем терморегулирования космических аппаратов / Н. С. Кудрявцева — М.: Изд-во МАИ, 2012. — 228 с.
33. Майорова, И. А. Оптимальное тепловое проектирование мультиэкранной системы тепловой защиты многоразовых космических аппаратов / И. А. Майорова, П. В. Просунцов, А. В. Зуев // Инженерно-физический журнал. — 2016. — Т. 89, № 2. — С. 512–517.
34. Малозёмов, В. В. Тепловой режим космических аппаратов / В. В. Малозёмов. — М.: Машиностроение, 1980. — 232 с.
35. Малозёмов, В. В. Системы терморегулирования космических аппаратов / В. В. Малозёмов, Н. С. Кудрявцева. — М.: Машиностроение, 1995. — 112 с.
36. Малозёмов, В. В. Оптимизация систем терморегулирования космических аппаратов / В. В. Малозёмов, Н. С. Кудрявцева. — М.: Машиностроение, 1988. — 108 с.
37. Малозёмов, В. В. Системы жизнеобеспечения экипажей летательных аппаратов / В. В. Малозёмов, В. Ф. Рожнов, В. Н. Правецкий. — М.: Машиностроение, 1986. — 584 с.
38. Малозёмов, В. В. Выбор проектных параметров перспективных систем обеспечения теплового режима ЛА / В. В. Малозёмов, С. Н. Кутепов, С. Н. Логинов. — М.: Изд-во МАИ, 1989. — 68 с.
39. Марков, М. Н. Приёмники инфракрасного излучения / М. Н. Марков — М.: Наука, 1968. — 254 с.
40. Математическое моделирование теплового состояния изотермического элемента с учётом лучистого теплообмена между частями космического аппарата / О. М. Алифанов, А. В. Палешкин, В. В. Терентьев, С. О. Фирсюк // Инженерно-физический журнал. — 2016. — Т. 89, № 1. — С. 170–176.

41. Механика космического полёта: Учебник для вузов / М. С. Константинов, Е. Ф. Каменков, Б. П. Перельгин, В. К. Безвербый; под ред. В. П. Мишина. — М.: Машиностроение, 1989. — 408с.: ил.

42. Михайловский, К. В. Влияние внедренных измерительных датчиков на температурное и напряжённно-деформированное состояния деталей из углерод-керамического композиционного материала / К. В. Михайловский, С. В. Резник // Тепловые процессы в техники. — 2014. — № 7. — С. 324–328.

43. Моделирование тепловых режимов космического аппарата и окружающей его среды / Л. В. Козлов, М. Д. Нусинов, А. И. Акишин [и др.]; под ред. акад. Г. И. Петрова. — М.: Машиностроение, 1971. — 382 с.

44. Модель космоса: Научно-информационное издание: в 2 т. Т 1: Физические условия в космическом пространстве 1 / под ред. М. И. Панасюка, Л. С. Новикова. — М.: КДУ, 2007. — 872 с.

45. Модель космоса: Научно-информационное издание: в 2 т. Т 2: Воздействие космической среды на материалы и оборудование космических аппаратов / под ред. М. И. Панасюка, Л. С. Новикова. — М.: КДУ, 2007. — 1144 с.

46. Ненарокомов, А. В. Геометрическая обратная задача радиационного теплообмена применительно к разработке резервных систем ориентации космических аппаратов / А. В. Ненарокомов, Е. В. Чебаков, И. В. Крайнова [и др.] // Инженерно-физический журнал. — 2019. — Т. 92, № 4. — С. 979–987.

47. Ненарокомов, А. В. Геометрическая обратная задача радиационного теплообмена / А. В. Ненарокомов, Е. В. Чебаков, И. В. Крайнова [и др.] // Труды Седьмой Российской национальной конференции по теплообмену. — 2018. — Т. 3. — С. 65–68.

48. Ненарокомов, А. В. Определение углового положения космического аппарата, основанное на решении обратных задач теплообмена / А. В. Ненарокомов, Е. В. Чебаков, И. В. Крайнова [и др.] // Сборник трудов XXI международной конференции: проблемы управления и моделирования в сложных системах. — 2019. — Т. 1. — С. 400–404.

49. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике: Учебник для авиационных специальностей вузов / В. С. Авдучевский, Б. М. Галицейский, Г. А. Глебов [и др.]; под общ. ред. В. С. Авдучевского, В. К. Кошкина. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Машиностроение, 1992. — 528 с.
50. Патент РФ № 2126137, 10.02.1999, Семена Н. П., Костенко В. И., Логвиненко С. П. Способ определения углового положения космического аппарата при помощи измерения температур термочувствительных пластин.
51. Патент РФ № RU 2681859 С2, 13.03.2019. Алифанов О. М., Будник С. А., Клименко Б. М., Самарин В. В., Яроцкий В. Н. Устройство для изготовления микротермопар // Патент России № 2660325. 2018 Бюл. № 19.
52. Прата, С. Язык программирования C++. Лекции и упражнения / С. Прата. — 6-е изд.: Пер. с англ. — М.: ООО «И. Д. Вильямс», 2012. — 1248 с.: ил.
53. Просунцов, П. В. Математическая модель коэффициентной обратной задачи радиационно-кондуктивного теплообмена в полупрозрачной рассеивающей среде / П. В. Просунцов, С. В. Резник // Известия Сибирского отделения Академии наук СССР. Серия технических наук. — 1986. — Т. 10, № 2. — С. 3–9.
54. Просунцов, П. В. Определение теплофизических свойств полупрозрачных материалов / П. В. Просунцов, С. В. Резник // Инженерно-физический журнал. — 1985. — Т. 49, № 6. — С. 971.
55. Разработка систем космических аппаратов / Под ред. П. Фортескью, Г. Суайнерда, Д. Старка; Пер. с англ. — М.: Альпина Паблишер, 2016. — 764 с.
56. Реакционно-связанный нитрид кремния ОТМ-931: Паспорт №268 / ОНПП «Технология» им. А. Г. Ромашина, 2014. — 12 с.
57. Резник, С. В. Определение характеристик теплопереноса материалов тепловой защиты многоразовых космических аппаратов по результатам тепловых испытаний / С. В. Резник, П. В. Просунцов. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015. — 90 с.
58. Резник, С. В. Прогнозирование теплофизических и термомеханических характеристик пористых углерод-керамических композиционных материалов тепловой защиты аэрокосмических летательных аппаратов / С. В. Резник,

П. В. Просунцов, К. В. Михайловский // Инженерно-физический журнал. — 2015. — Т. 88, № 3. — С. 577–583.

59. Семена, Н. П. Определение ориентации космического аппарата на основе анализа поля температур его внешней поверхности / Н. П. Семена // Теплофизика и аэромеханика. — 2009. — Т. 16, №1. — С. 129–140.

60. Семена, Н. П. Математическая интерпретация теплового эксперимента, имитирующего условия космического пространства / Н. П. Семена, Д. В. Сербинов // Тепловые процессы в технике. — 2016. — №9. — С. 423–431.

61. Система обеспечения теплового режима малых космических аппаратов / В. А. Бондаренко, С. Н. Устинов, С. А. Немыкин, В. С. Финченко // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2013. № 3. С. 37–42.

62. Соколов, А. В. Оптические свойства металлов / А. В. Соколов. — М.: Физматгиз, 1961. — 464 с.

63. Тепловое проектирование и пофрагментарная наземная отработка системы обеспечения теплового режима космического аппарата негерметичного исполнения на базе сотопанелей с тепловыми трубами / В. В. Альтов, В. М. Гуля, Р. М. Копяткевич [и др.] // Космонавтика и ракетостроение. — 2010. — № 3. — С. 33–41.

64. Терморегулирующие покрытия компании «Композит»: официальный сайт. — URL: <http://www.kompozit-mv.ru/index.php/ru/nemetallicheskie-materialy/lakokrasochnye-termoreguliruyushchie-pokrytiya> (дата обращения: 21.05.2018). — Текст: электронный.

65. Тихонов, А. Н. Метода решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. — изд. 2-е. — М.: Наука, 1979. — 284 с.

66. Фаворский, О. Н. Вопросы теплообмена в космосе / О. Н. Фаворский, Я. С. Каданер. — М.: Высшая школа, 1967. — 248 с.

67. Формалев, В. Ф. Численные методы / В. Ф. Формалев, Д. Л. Ревизников. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. — 400 с.

68. Чебаков, Е. В. Определение углового положения космического аппарата, основанное на решении обратных задач теплообмена / Е. В. Чебаков // Сборник

аннотаций конкурсных работ 10-ого межотраслевого молодёжного конкурса научно-технических работ и проектов «Молодёжь и будущее авиации и космонавтики». — 2018. — С. 192–193.

69. Чебаков, Е. В. Определение углового положения космического аппарата на основе анализа внешних тепловых потоков / Е. В. Чебаков // Сборник тезисов XLII академических чтений по космонавтике «Королёвские чтения». — 2018. — С. 432–433.

70. Чебаков, Е. В. Система ориентации космического аппарата, основанная на анализе внешних тепловых потоков / Е. В. Чебаков // Сборник тезисов XLV Международной молодёжной научной конференции «Гагаринские чтения». — 2019. — С. 578.

71. Чебаков, Е. В. Система ориентации космического аппарата, основанная на методологии обратных задач теплообмена / Е. В. Чебаков // Сборник аннотаций конкурсных работ 11-ого межотраслевого молодёжного конкурса научно-технических работ и проектов «Молодёжь и будущее авиации и космонавтики». — 2019. — С. 153–154.

72. Чебаков, Е. В. Система тепловой диагностики для определения углового положения космического аппарата на основе анализа внешних тепловых потоков / Е. В. Чебаков // Тезисы докладов XXI научно-технической конференции молодых учёных и специалистов «РКК «Энергия». — 2018. — Т. 2. — С. 297.

73. Чебаков, Е. В. Система тепловой диагностики для определения углового положения космического аппарата на основе обратных задач теплообмена / Е. В. Чебаков // Сборник тезисов 17-ой Международной конференции «Авиация и космонавтика». — 2018. — С. 356–357.

74. Чебаков, Е. В. Определение углового положения космического аппарата на основе определения внешнего теплового воздействия на аппарат / Е. В. Чебаков, И. В. Крайнова // Тезисы докладов юбилейной конференции Национального комитета РАН по тепло- и массообмену. — 2017. — Т. 2. — С. 201–202.

75. Чебаков, Е. В. Система ориентации космического аппарата, основанная на методологии обратных задач теплообмена / Е. В. Чебаков, А. В. Ненарокомов,

И. В. Крайнова, Д. Л. Ревизников // Тепловые процессы в технике. — 2020. — Т. 12, № 2. — С. 65–77.

76. Чебаков, Е. В. Разработка наноспутника-инспектора / Е. В. Чебаков // Сборник НИРС МАИ 2015: Сборник научных статей студентов МАИ. — 2016. — С. 39–46.

77. Экспериментально-вычислительный комплекс для исследования теплофизических свойств теплотехнических материалов / О. М. Алифанов, С. А. Будник, В. В. Михайлов, А. В. Ненарокомов // Тепловые процессы в технике. — 2009. — Т. 1, № 2. — С. 49–60.

78. Юдин, В. М. Комбинированный метод расчёта температурных полей в конструкции летательных аппаратов / В. М. Юдин // Инженерно-физический журнал. — 2000. — Т. 73, №1. — С. 101–106.

79. Abouel-Fotouh, A. M. The effect of satellite orientation on satellite surface temperature distribution / A. M. Abouel-Fotouh, A. I. Elsharkawy, I. Shabaka, A. Elfar // Journal of Applied Sciences Research. — 2006. — V. 2, N. 12. — P. 1286–1292.

80. Alifanov, O. M. Study of multilayer thermal insulation by inverse problems method / O. M. Alifanov, A. V. Nenarokomov, Gonzalez V. M. // Acta Astronautica, 2009. — V. 65. — P. 1284–1291. doi: <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2009.03.053>

81. CAPTEC Entreprise: официальный сайт. — Lille. — URL: <https://www.cartec.fr> (дата обращения: 13.12.2017). — Текст: электронный.

82. FluxTeq: официальный сайт. — Blacksburg. — URL: <https://www.fluxteq.com> (дата обращения: 13.12.2017). — Текст: электронный.

83. Giilhan, A. Heat flux measurements in high enthalpy flows / A. Giilhan // RTO EN-8. — 1999. — 18 p.

84. Gryvnaк, D. A. Optical and infrared properties of Al₂O₃ at elevated temperatures / D. A. Gryvnaк, D. E. Burch // J. Opt. Soc. Am. — 1965. — V. 55, N. 6. — P. 625–629.

85. Hovenier, J. W. Light scattering in the Solar System: an introductory review / J. W. Hovenier, O. Munoz // Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer. — 2009. — 110 (14–16). — P. 1280–1292.

86. Howell, J. R. Thermal radiation heat transfer / J. R. Howell, M. Pinar Menguc, R. Siegel — 5th ed. — Taylor & Francis, New York. — 2010. — 987 p.
87. Kuznetsov, G. V. Heat Transfer in the Instrument Modules of Space Vehicles / G. V. Kuznetsov, A. N. Kozlobrodov, S. F. Sandu // Heat Transfer Research. — 2003. — V. 34, N. 1&2. — P. 135–141.
88. Modest, M. F. Solar flux incident on an orbiting surface after reflection from a planet / M. F. Modest // AIAA Journal. — 1980. — V.18, N.6.— P. 727–730.
89. Nenarokomov, A. V. Identification of mathematical model of multilayer thermal insulation / A. V. Nenarokomov, O. M. Alifanov, V. M. Gonzalez // Proceedings of 6th International Symposium on Radiative Transfer. New York, Wallingford (UK), Begell House. — 2010. — 10 p. doi: 10.1615/ICHMT.2010.RAD-6.70
90. Nenarokomov, A. V. Estimation of environmental influence on spacecraft materials radiative properties by inverse problems technique / A. V. Nenarokomov, O. M. Alifanov, I. V. Krainova et al. // Acta Astronautica. —2019. — T. 160. — P. 323–330. doi: <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2019.04.014>
91. Nenarokomova, A. V. A backup system of spacecraft orientation based on heat flux measurement at the structure elements of various orientations / A. V. Nenarokomova, E. V. Chebakov, I. V. Krainova et al. // Proceedings of the 16th International Heat Transfer Conference. — 2018. — P. 2617–2624. doi: 10.1615/IHTC16.cip.023443
92. Nenarokomov, A. V. A backup system of a satellite orientation based on inverse problems technique / A. V. Nenarokomov, E. V. Chebakov, I. V. Krainova et al. // Proceedings of the 69th International Astronautical Congress (IAC 2018): Involving Everyone. Bremen, Germany. — 2018. — V. 13. — P. 9310–9319.
93. Nenarokomov, A. V. A backup orientation system based on inverse problems technique / A. V. Nenarokomov, E. V. Chebakov, I. V. Krainova et al. // Computer Assisted Methods in Engineering and Science. — 2019. — V. 26, N. 2. — P. 79–91. doi: 10.24423/comes.250
94. Nenarokomov, A. V. A backup system of a satellite orientation based on radiative inverse problems approach / A. V. Nenarokomov, E. V. Chebakov,

S. A. Budnik et al. // Proceedings of the 9th International Symposium on Radiative Transfer. — 2019. — P. 221–228. doi: 10.1615/RAD-19.270

95. Nenarokomov, A. V. A backup system of a satellite orientation based on radiative inverse problems approach / A. V. Nenarokomov, E. V. Chebakov, S. A. Budnik et al. // Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer. — 2020. — V. 254. — 14 p. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2020.107174>

96. Ozisik, M. N. Heat transfer: a basic approach / M. Necati Ozisik. — McGraw-Hill, 1985. — 780 p.

97. Park, H.M. Solution of the inverse radiation problem using a conjugate gradient method / H.M. Park, T.Y. Yoon // International Journal of Heat and Mass Transfer. — 2000. — V. 43 — P. 1767–1776.

98. Prosuntsov, P. V. Parametric identification of thermophysical properties of highly porous partially transparent materials based on the solution of a two-dimensional problem of radiative-conductive heat transfer / P. V. Prosuntsov // Heat Transfer Research. — 2005. — T. 36, N 6. — P. 481–499.

99. Semena, N. P. Use of space thermal factors by spacecraft / N. P. Semena / Advances in Spacecraft Technologies, Dr. J. Hall (Ed.). — INTECH, 2011. — P. 157–174.

100. Sumin, M. Heat flux measurement inside internal combustion engine with gradient heat flux sensor / M. Sumin — Lappeenranta University of Technology. Faculty of Technology, 2013. — 79 p.

101. Sun, X. The inverse blackbody radiation problem: a regularization solution / X. Sun, D. L. Jaggard // Journal of Applied Physics. — 1987. — V. 62, N. 11. — P. 4382–4386.

Приложение А

1. На Рисунках А.1–А.6 приведены сечения функционала (3.5) для следующих параметров: круговая орбита с высотой $H_{\text{орб}} = 500$ км, $\Omega = 30^\circ$, $i = 20^\circ$, $u = 0^\circ$. Положение Земли задано временем $\Delta t = 0$. Углы ориентации КА равны $\vartheta = 20^\circ$, $\psi = 70^\circ$, $\gamma = 10^\circ$.

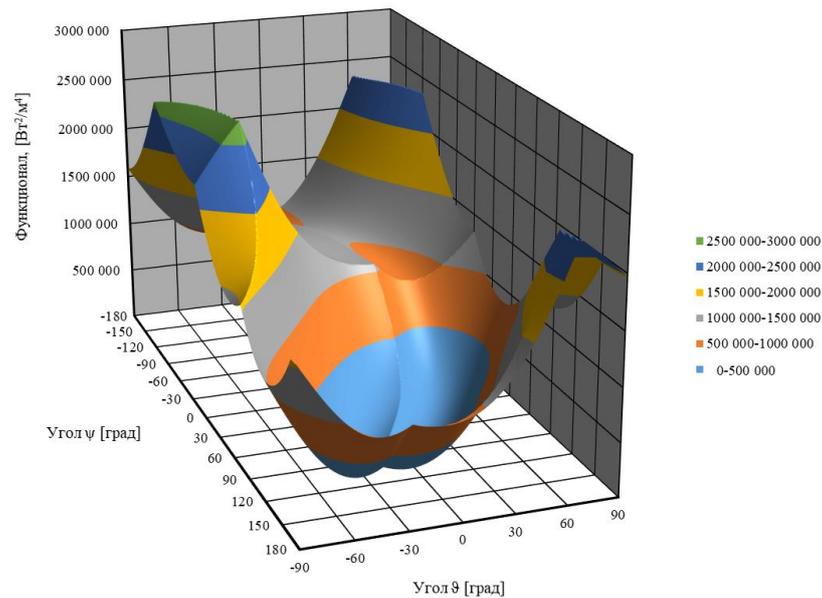


Рисунок А.1 — Сечение функционала по углам ϑ и ψ , при $\gamma = 10^\circ$

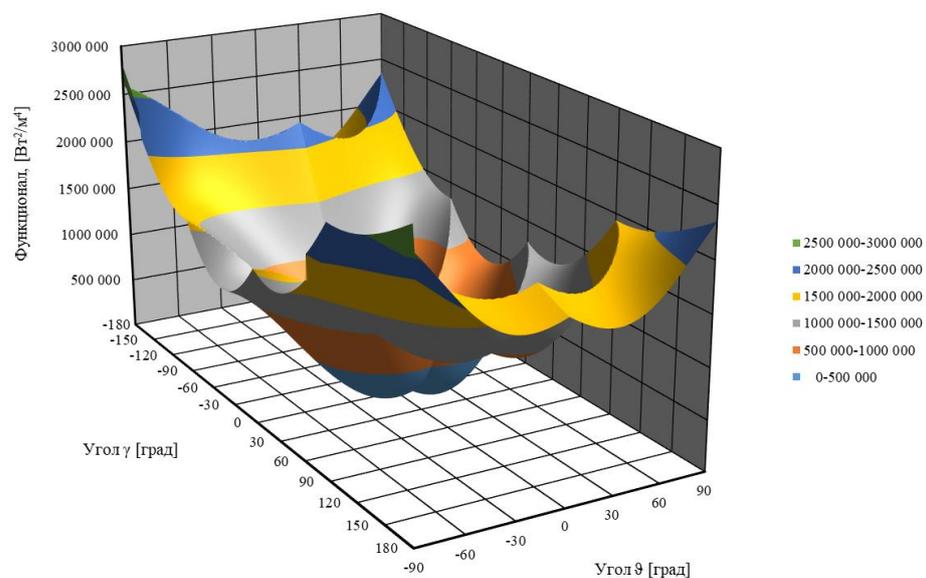


Рисунок А.2 — Сечение функционала по углам ϑ и γ , при $\psi = 70^\circ$

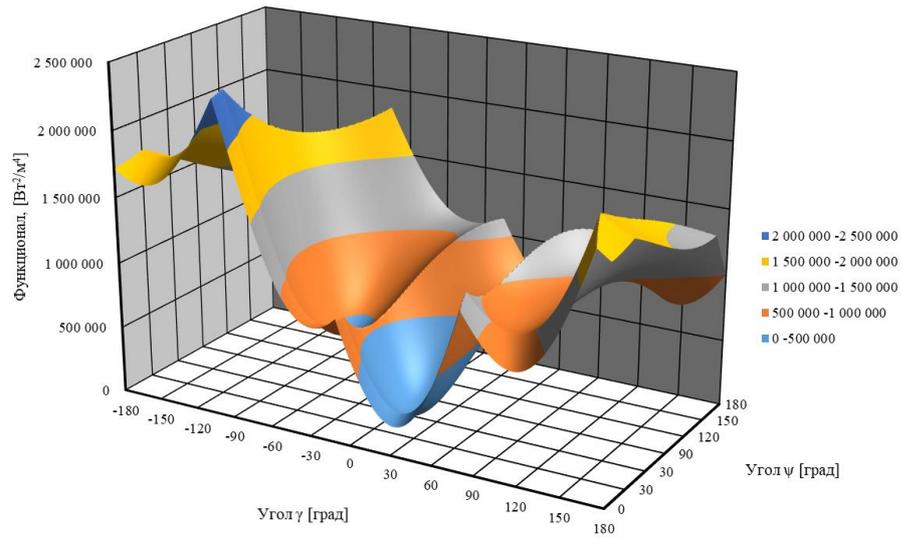


Рисунок А.3 — Сечение функционала по углам ψ и γ , при $\vartheta = 20^\circ$

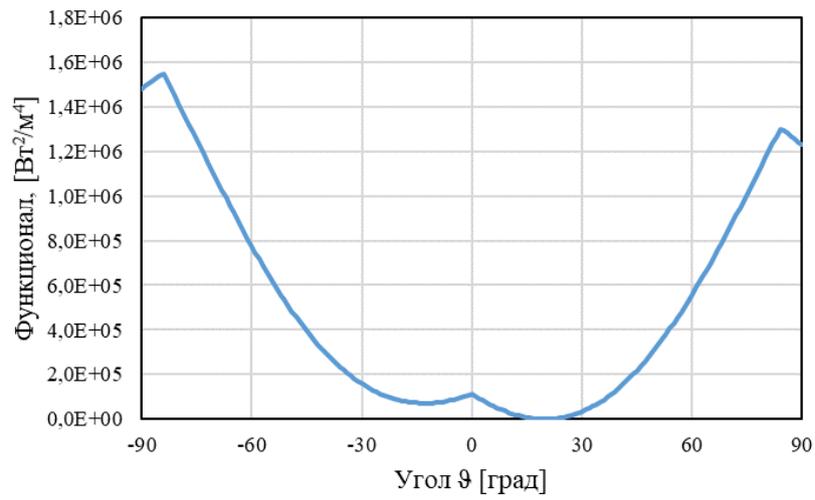


Рисунок А.4 — Сечение функционала по углу ϑ , при $\psi = 70^\circ$, $\gamma = 10^\circ$

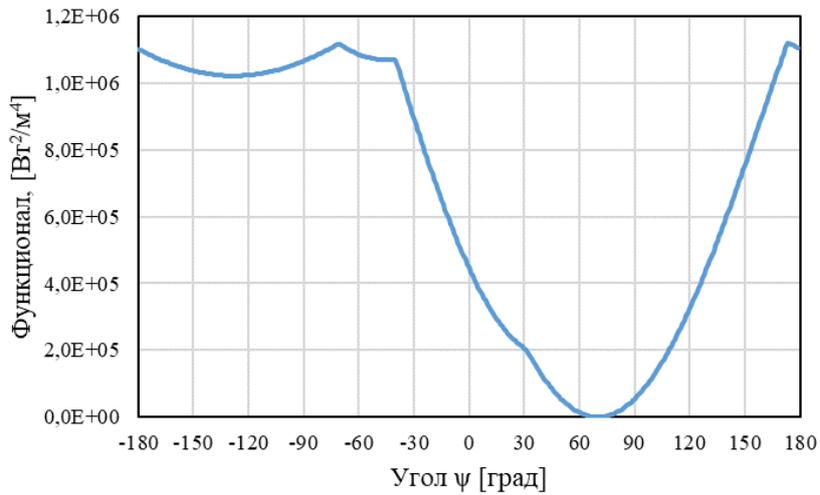


Рисунок А.5 — Сечение функционала по углу ψ , при $\vartheta = 20^\circ$, $\gamma = 10^\circ$

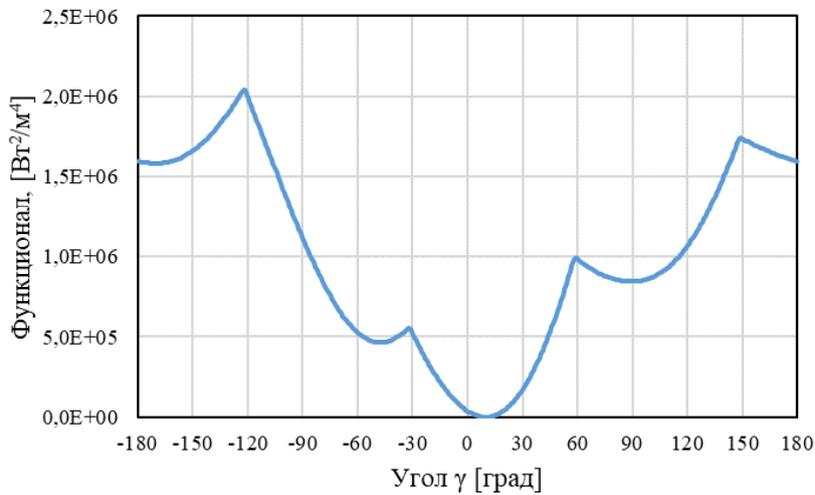


Рисунок А.6 — Сечение функционала по углу γ , при $\vartheta = 20^\circ$, $\psi = 70^\circ$

2. На Рисунках А.7–А.12 показаны сечения функционала (3.5) для эллиптической орбиты с высотой перигея $H_\pi = 400$ км, апогея $H_\alpha = 600$ км и следующими параметрами орбиты $\Omega = 40^\circ$, $i = 50^\circ$, $\omega = 60^\circ$, $u = 81^\circ$. Положение Земли задано временем $\Delta t = 0$. Углы ориентации КА равны $\vartheta = 50^\circ$, $\psi = 50^\circ$, $\gamma = 50^\circ$.

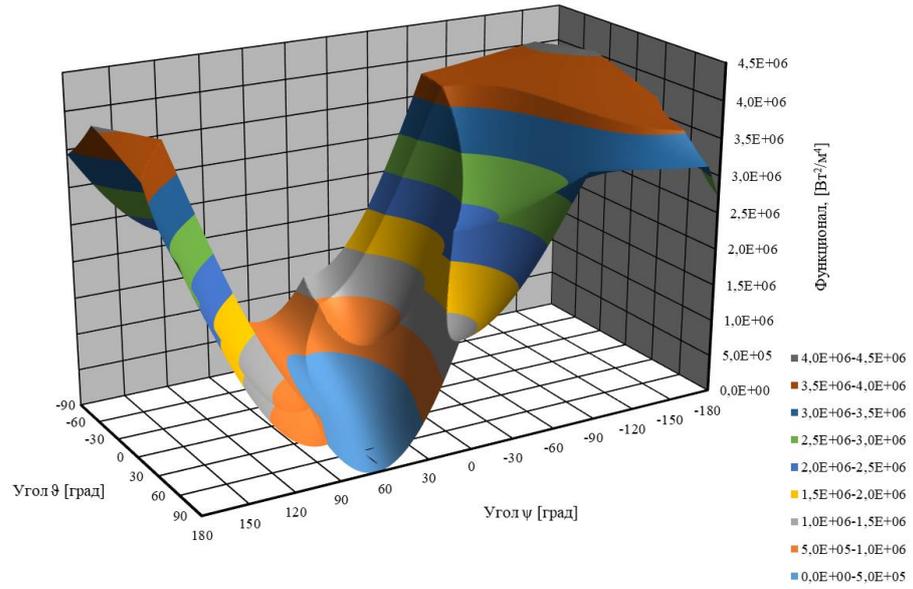


Рисунок А.7 — Сечение функционала по углам θ и ψ , при $\gamma = 50^\circ$

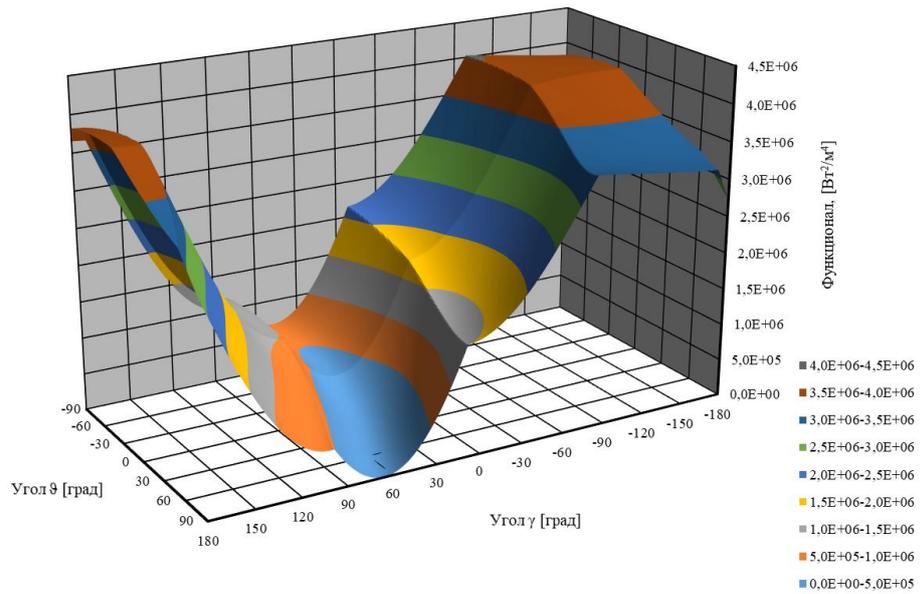


Рисунок А.8 — Сечение функционала по углам θ и γ , при $\psi = 50^\circ$

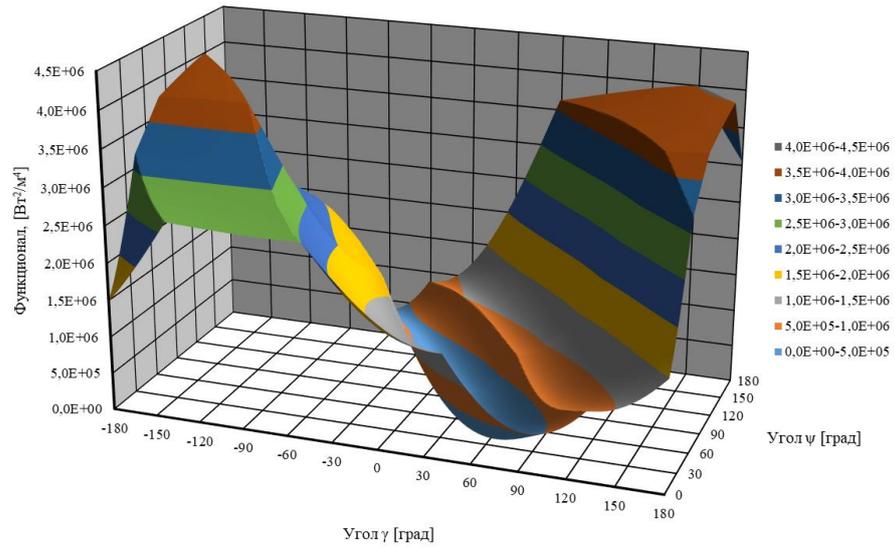


Рисунок А.9 — Сечение функционала по углам ψ и γ , при $\vartheta = 50^\circ$

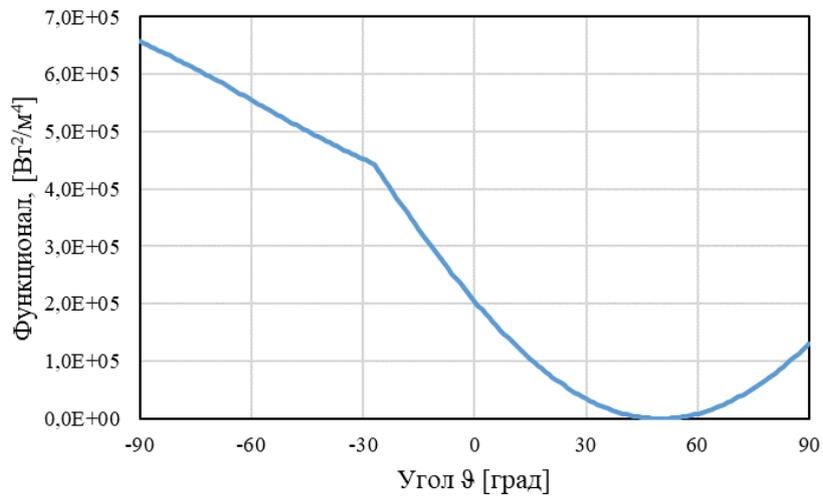


Рисунок А.10 — Сечение функционала по углу ϑ , при $\psi = 50^\circ$, $\gamma = 50^\circ$

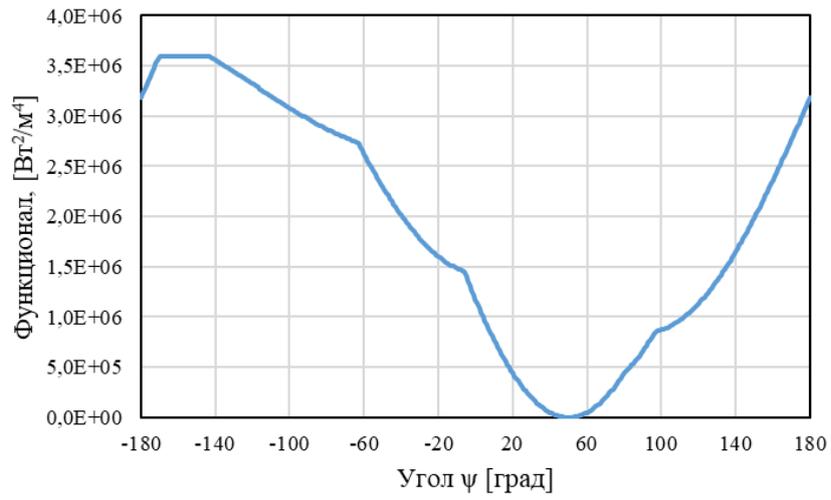


Рисунок А.11 — Сечение функционала по углу ψ , при $\vartheta = 50^\circ$, $\gamma = 50^\circ$

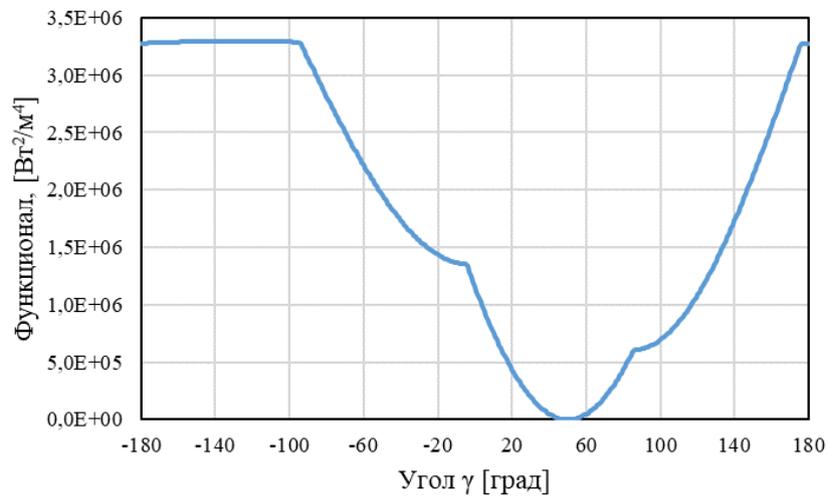


Рисунок А.12 — Сечение функционала по углу γ , при $\vartheta = 50^\circ$, $\psi = 50^\circ$

Приложение Б

На Рисунке Б.1 приведены результаты анализа при наличии неопределённостей решения граничной обратной задачи. Моделирование проводилось для следующих параметров: эллиптическая орбита КА с высотой перигея $H_{\pi} = 350$ км, апогея $H_{\alpha} = 850$ км, $\Omega = 0^{\circ}$, $i = 70^{\circ}$, $\omega = 90^{\circ}$, $u = 90^{\circ}$. Положение Земли задано временем $\Delta t = 150$ дней. Углы ориентации КА равны $\vartheta = 45,5^{\circ}$; $\psi = -63^{\circ}$; $\gamma = 7^{\circ}$.

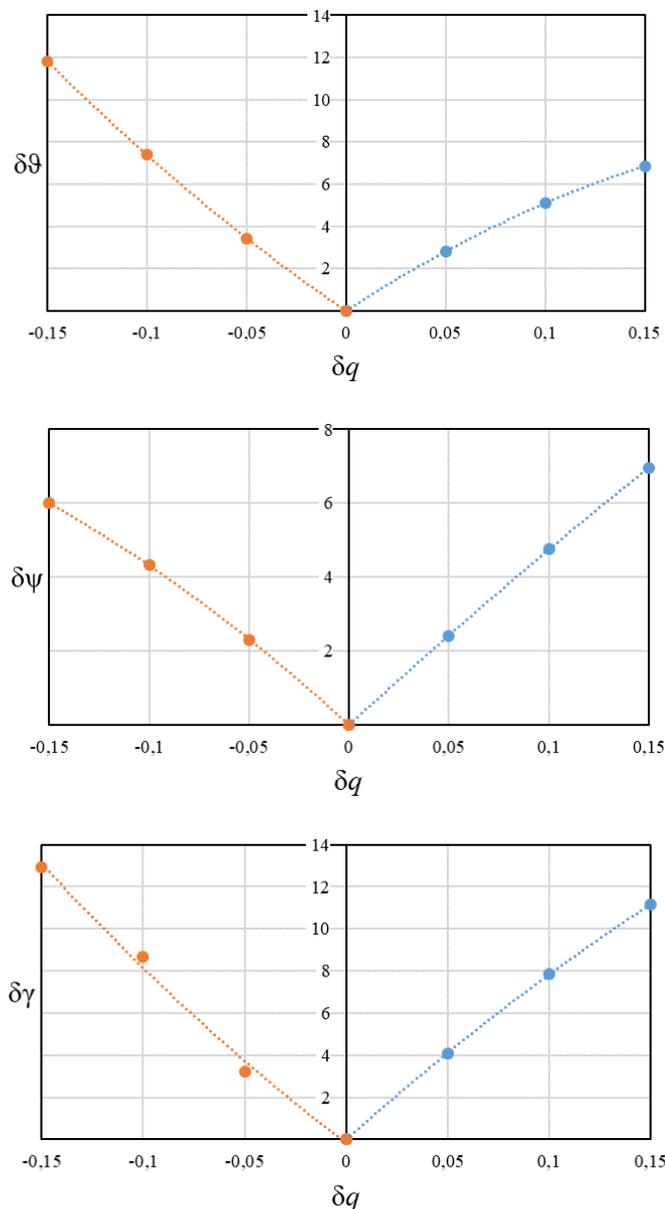


Рисунок Б.1 — Погрешности восстановления углового положения КА при наличии неопределенностей решения граничной обратной задачи

Приложение В

На Рисунках В.1 и В.2 приведены результаты численного моделирования для следующих параметров: эллиптическая орбита КА с высотой перигея $H_{\pi} = 350$ км, апогея $H_{\alpha} = 850$ км, $\Omega = 0^{\circ}$, $i = 70^{\circ}$, $\omega = 90^{\circ}$, $u = 90^{\circ}$. Положение Земли задано временем $\Delta t = 150$ дней. Углы ориентации КА равны $\vartheta = 45,5^{\circ}$; $\psi = -63^{\circ}$; $\gamma = 7^{\circ}$.

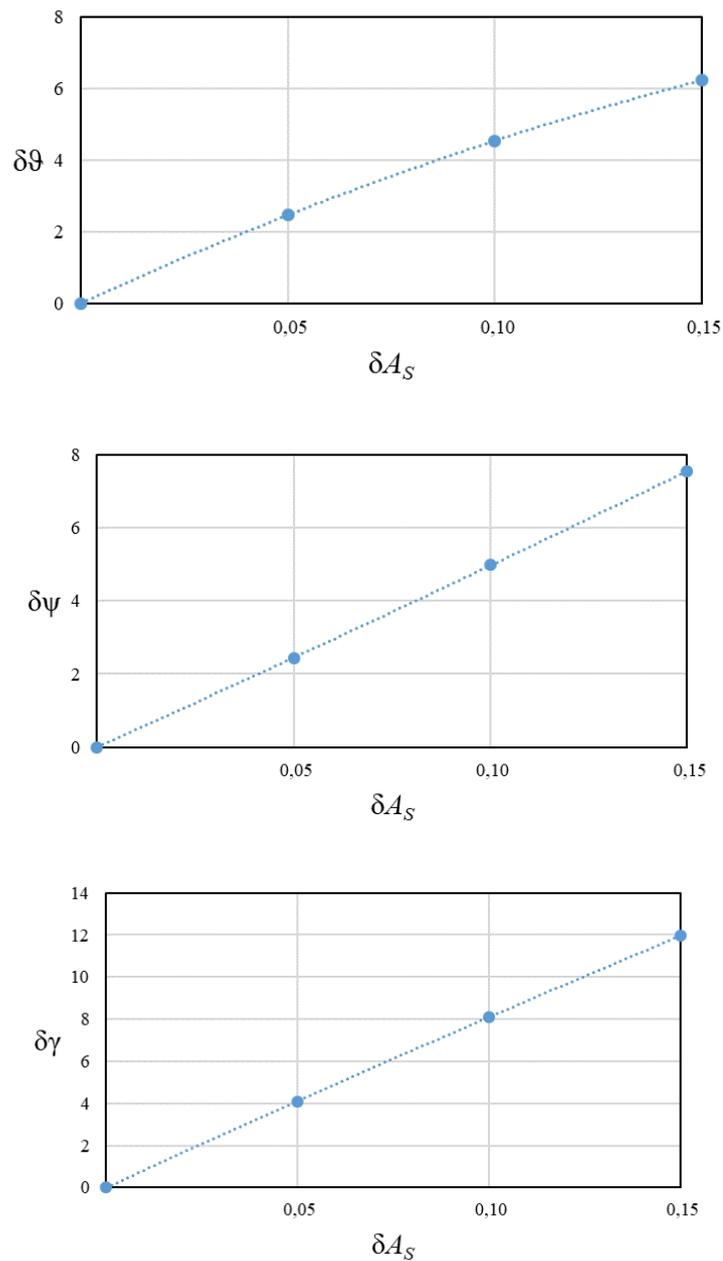


Рисунок В.1 — Погрешности восстановления углового положения КА при наличии погрешностей в коэффициенте поглощения поверхности ДРТП

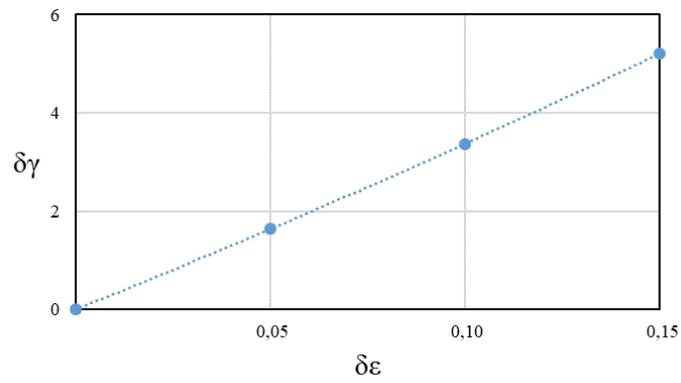
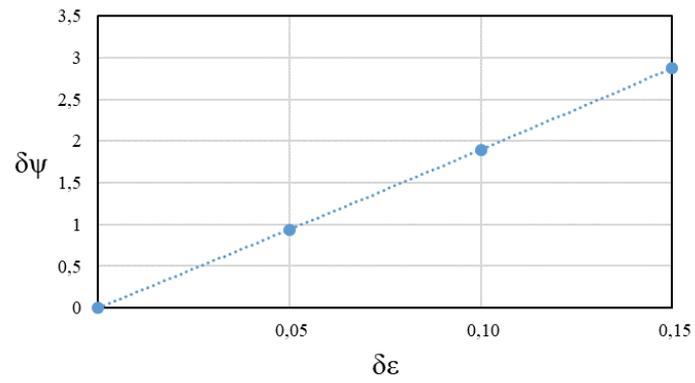
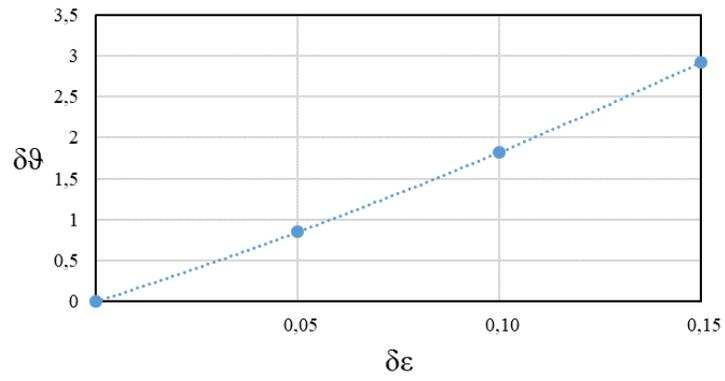


Рисунок В.2 — Погрешности восстановления углового положения КА при наличии погрешностей в степени черноты поверхности ДРТП

Приложение Г

На Рисунках Г.1–Г.3 приведены результаты численного моделирования для следующих параметров: эллиптическая орбита КА с высотой перигея $H_{\pi} = 350$ км, апогея $H_{\alpha} = 850$ км, $\Omega = 0^{\circ}$, $i = 70^{\circ}$, $\omega = 90^{\circ}$, $u = 90^{\circ}$. Положение Земли задано временем $\Delta t = 150$ дней. Углы ориентации КА равны $\vartheta = 45,5^{\circ}$; $\psi = -63^{\circ}$; $\gamma = 7^{\circ}$.

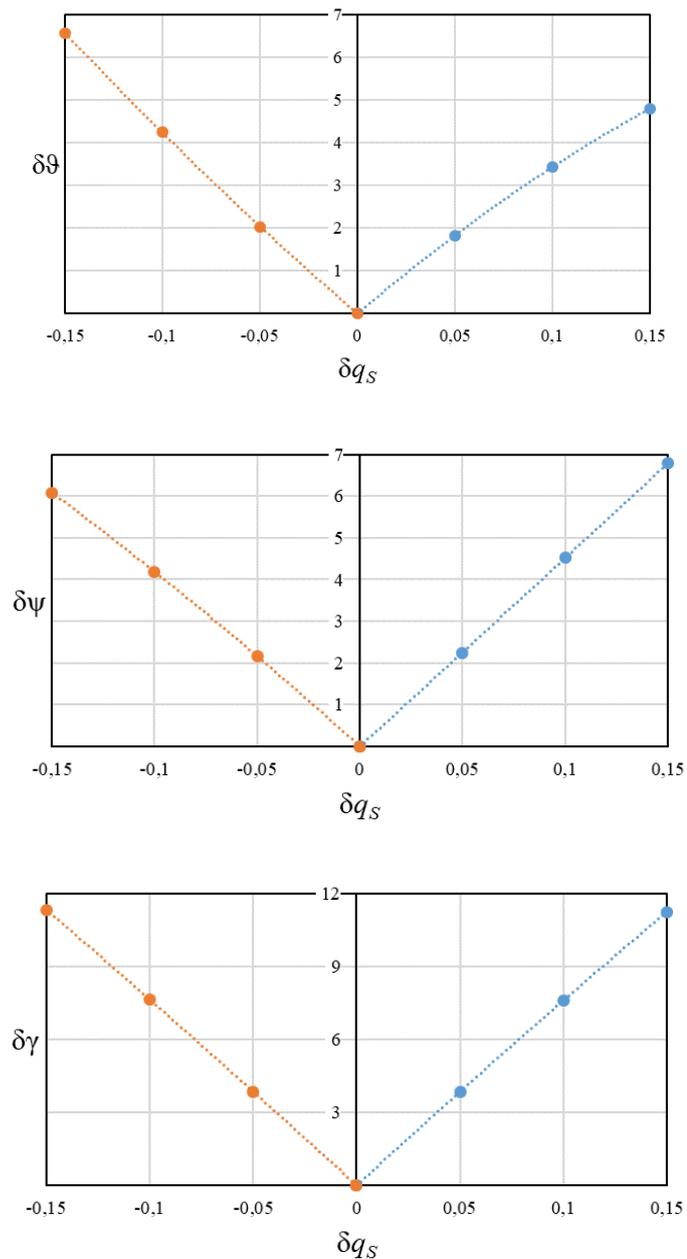


Рисунок Г.1 — Погрешности восстановления углового положения КА при наличии погрешностей в расчёте прямого солнечного излучения.

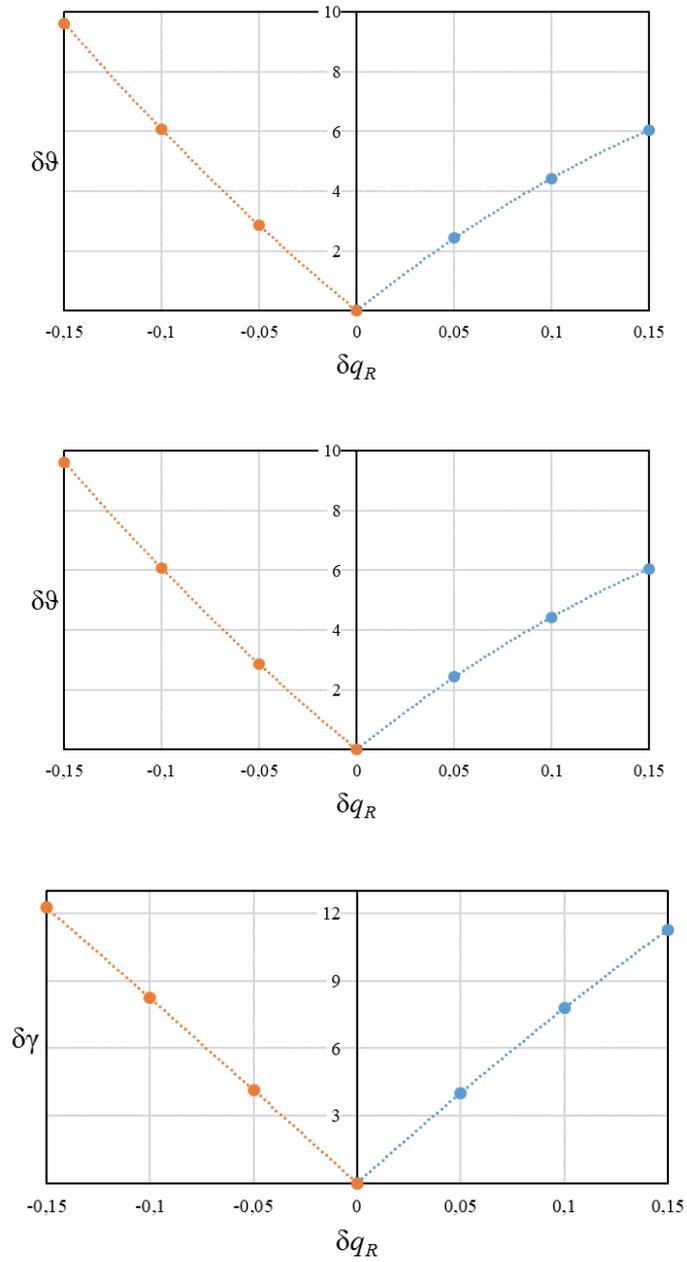


Рисунок Г.2 — Погрешности восстановления углового положения КА при наличии погрешностей в расчёте отраженного от Земли солнечного излучения

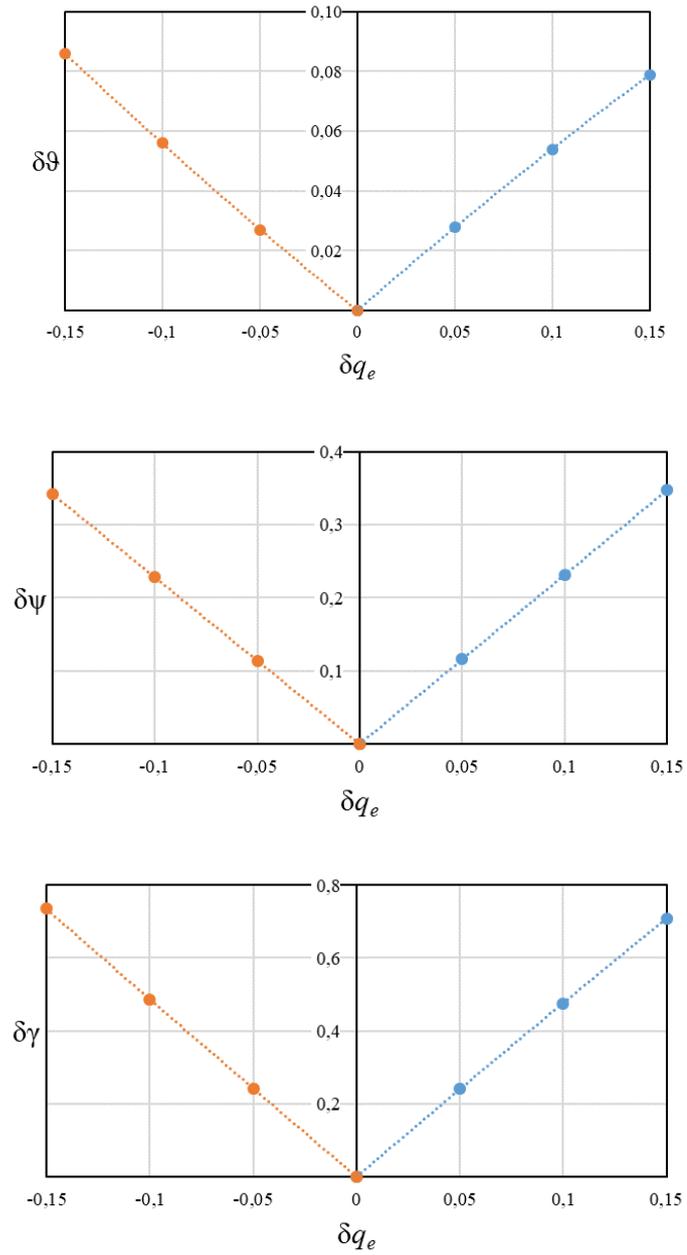


Рисунок Г.3 — Погрешности восстановления углового положения КА при наличии погрешностей в расчёте собственного излучения Земли

Приложение Д

На Рисунке Д.1 приведены результаты анализа на погрешность определения параметров орбиты. Моделирование проводилось для следующих параметров: эллиптическая орбита КА с высотой перигея $H_{\pi} = 350$ км, апогея $H_{\alpha} = 850$ км, $\Omega = 0^{\circ}$, $i = 70^{\circ}$, $\omega = 90^{\circ}$, $u = 90^{\circ}$. Положение Земли задано временем $\Delta t = 150$ дней. Углы ориентации КА равны $\vartheta = 45,5^{\circ}$; $\psi = -63^{\circ}$; $\gamma = 7^{\circ}$.

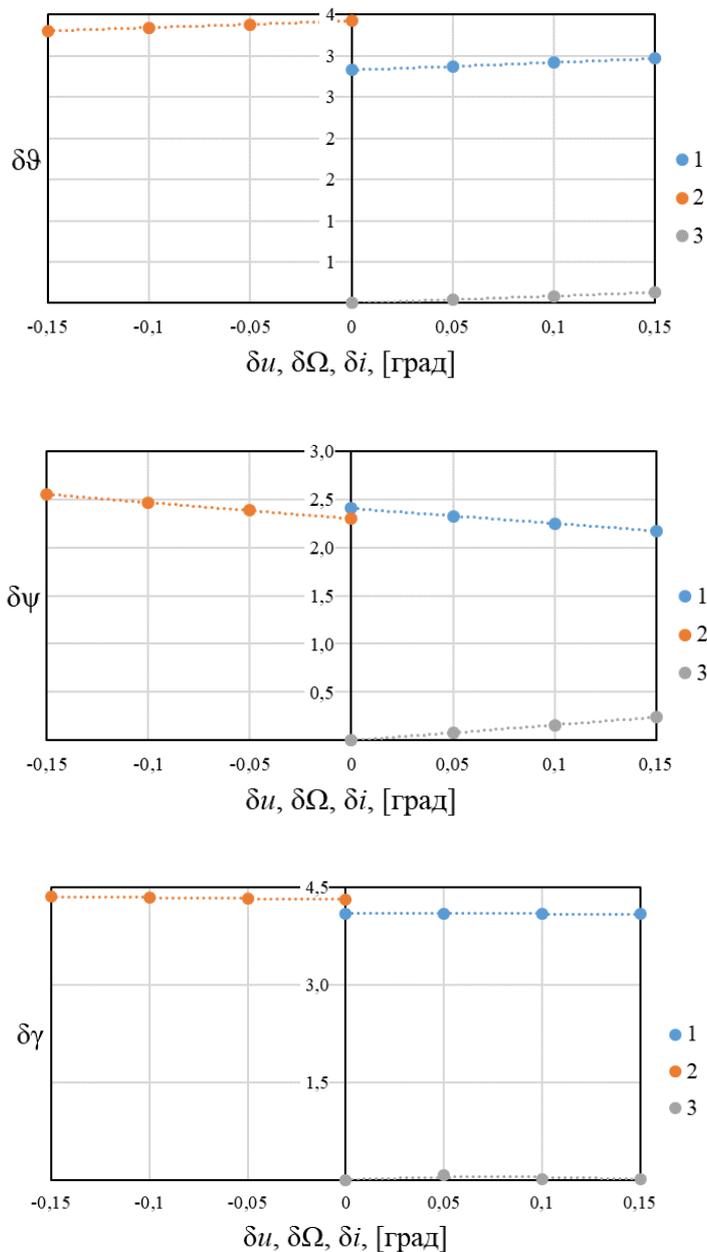


Рисунок Д.1 — Погрешности восстановления углового положения КА при наличии погрешностей определения параметров орбиты

На Рисунке Д.1 приведены следующие обозначения: 1, 2 — с погрешностями определения параметров орбиты и измерения радиационных тепловых потоков $\delta = \pm 5\%$ для всех ДРТП; 3 — с погрешностью определения параметров орбиты.

Приложение Е

На Рисунках Е.1–Е.3 приведены результаты анализа на влияние внешних факторов и случайных возмущений. Моделирование проводилось для следующих параметров: эллиптическая орбита КА с высотой перигея $H_{\pi} = 350$ км, апогея $H_{\alpha} = 850$ км, $\Omega = 0^{\circ}$, $i = 70^{\circ}$, $\omega = 90^{\circ}$, $u = 90^{\circ}$. Положение Земли задано временем $\Delta t = 150$ дней. Углы ориентации КА равны $\vartheta = 45,5^{\circ}$; $\psi = -63^{\circ}$; $\gamma = 7^{\circ}$.

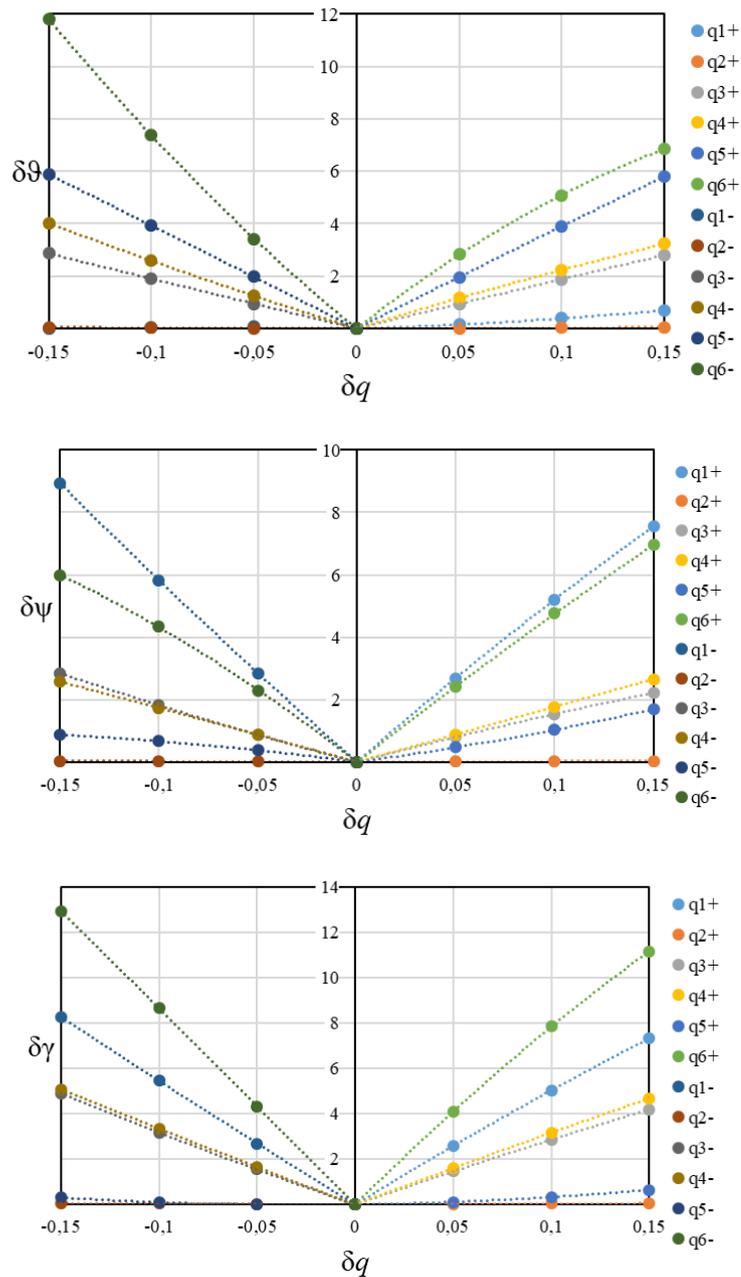


Рисунок Е.1 — Погрешности восстановления углового положения КА при наличии влияния внешних факторов на один датчик

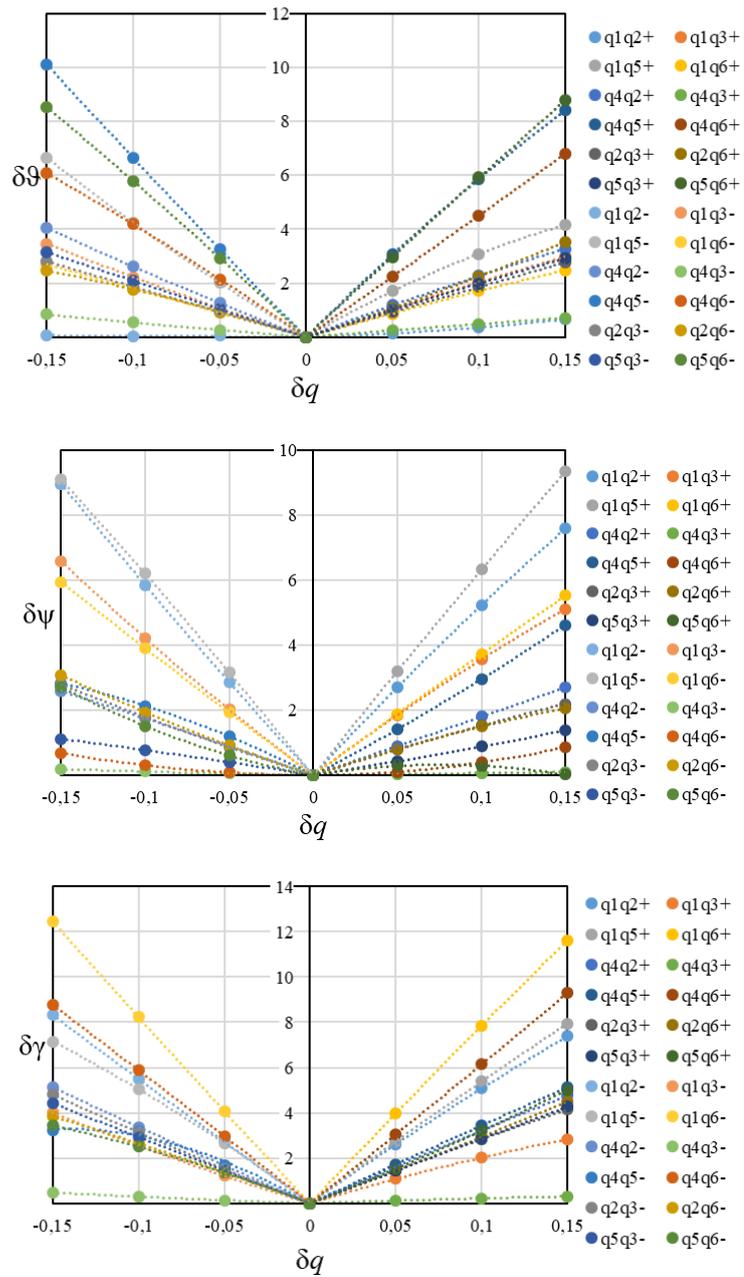


Рисунок Е.2 — Погрешности восстановления углового положения КА при наличии влияния внешних факторов на два датчика

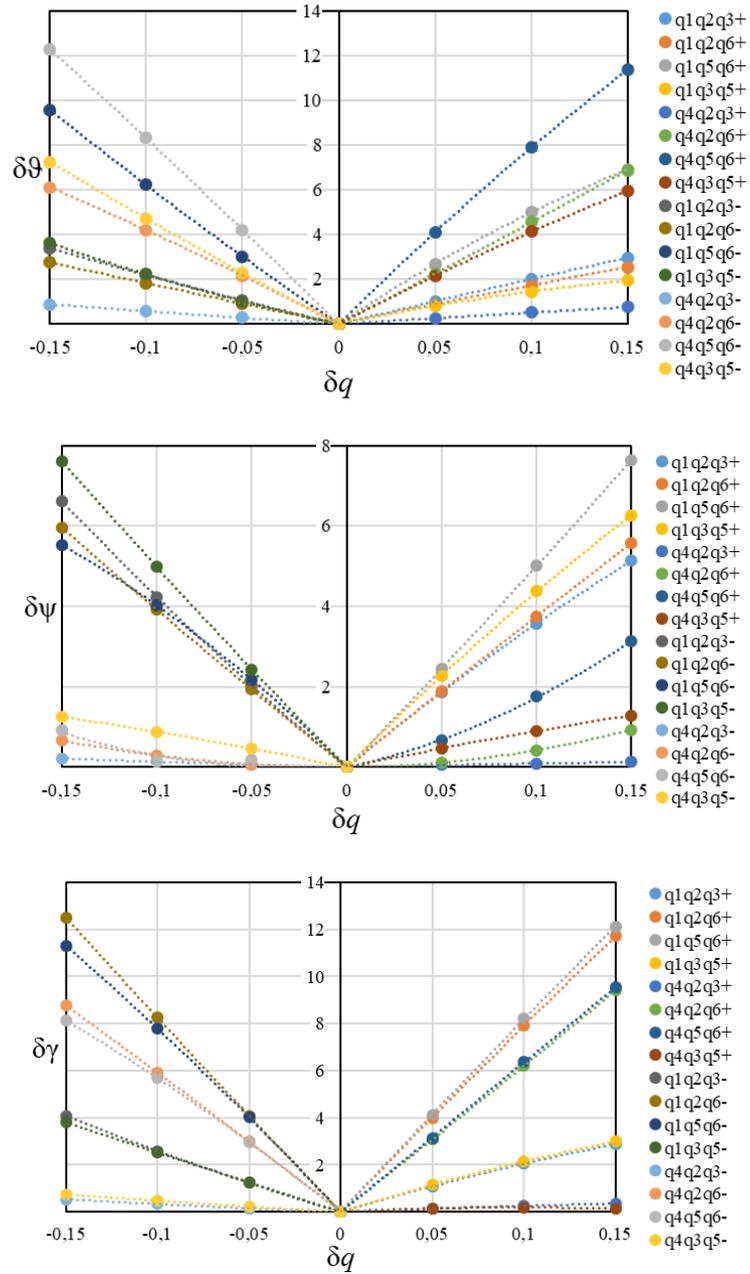


Рисунок Е.3 — Погрешности восстановления углового положения КА при наличии влияния внешних факторов на три датчика