УДК 629.7.05

Робастно-адаптивный регулятор для продольного движения высокоскоростного летательного аппарата

И.В.Чубарев, В.А. Леонов

Аннотация

Эта работа посвящена разработке нелинейного регулятора для высокоскоростного (сверхзвукового) летательного аппарата с прямоточным воздушно-реактивным двигателем. Для построения регулятора используется второй (прямой) метод теории устойчивости А.М. Ляпунова.

Ключевые слова

высокоскоростной летательный аппарат; прямоточный воздушно-реактивный двигатель; продольное движение; система управления; регулятор; второй метод Ляпунова; робастность; адаптивность.

1. Введение

В качестве объекта для проектирования робастно-адаптивного регулятора продольного движения рассматривается сверхзвуковой летательный аппарат, оснащённый прямоточным воздушно-реактивным двигателем (ПВРД) и способный совершать полёт на высотах до Н $\leq$ 25 км и скоростях полёта, соответствующим числам Маха $M \leq 5$.

Предварительный анализ [1, 2] показывает, что вследствие большой вариабельности аэродинамических, тяговых, массовых и инерционных характеристик высокоскоростного летательного аппарата (ВЛА), существенной нелинейности и нестационарности обтекания воздушным потоком, особенно при работающем прямоточном воздушно-реактивном двигателе, а также влияния углового положения на тягу двигателя, проектируемая система автоматического управления (САУ) должна обеспечивать требуемые условия по точности регулирования в условиях существенных неопределенностей, с учетом реальных технических ограничений, обусловленных работой приводов, информационно-измерительной системы. Общая оценка проблем навигации, управления и наведения ВЛА с учетом сценария его использования и типами решаемых задач приводит к заключению, что система стабилизации на крейсерском и переходном участке (с работающем двигателем) должна быть как часть общей интегрированной системы управления полетом и двигателем, обеспечивающей высокоточное управление в различных условиях применения.

Для решения задач, связанных с разработкой САУ движения ВЛА на маршевом участке полета имеют место следующие требования к проектированию такой системы:

1. Вследствие больших возможных неопределенностей аэродинамических, тяговых характеристик, неточностей в значениях массы, характера упругих колебаний конструкции и ветровых воздействий, неточностей выведения в начальную точку маршевого участка, погрешностей работы информационно-измерительных систем, использование традиционных подходов построения САУ, основанных на линеаризованных моделях движения и линейных законах управления, обеспечивающих устойчивость «в малом», т.е. при малых возмущениях, могут являться не всегда приемлемыми.

2. Возможные большие отклонения (в силу выше перечисленных причин) от программной траектории вынуждают исследовать и обеспечивать гарантированную устойчивость движения, следовательно, надежную работу САУ в широком диапазоне возмущений и отклонений по начальным условиям, т.е. устойчивость «в большом».

3. В силу того, что априори невозможно точно определить значения параметров, отнесенных к категории неопределенных, то при проектировании регулятора необходимо учитывать, что регулируемые переменные при работе САУ должны иметь слабую зависимость или малую чувствительность к изменению параметров в замкнутой области.

4. При построении робастной САУ планируется на основе результатов измерений в полете производить оценку неопределенных параметров.

5. Вследствие указанных ранее в пункте 1 причин, целесообразно в исследованиях применять нелинейные математические модели возмущенного движения и, кроме того, адаптацию коэффициентов обратных связей, зависящих от оценок неопределенных параметров и фазовых переменных.

2. Математическая модель движения ВЛА, используемая при разработке законов управления

Отметим, что на различных этапах исследования используются различные математические модели движения ВЛА. При построении законов управления робастно-адаптивного регулятора применяются упрощенные уравнения движения в вертикальной плоскости относительно плоской невращающейся Земли в спокойной атмосфере. При построении регулятора используются нелинейные уравнения возмущенного движения, а для анализа - второй (прямой) метод А.М.Ляпунова [3, 4].

Примем уравнения движения центра масс относительно плоской невращающейся Земли в спокойной атмосфере в проекциях на оси траекторной системы координат, а уравнение вращательного движения жесткого ВЛА в проекции на ось OZ связанной системы координат. Запишем уравнения движения совместно с кинематическими уравнениями в следующей форме [5] (обозначения соответствуют ГОСТ 20058-80):

$$\begin{aligned}
&1.\quad \dot{V} = \frac{P\cos\alpha - X_a}{m} - g\sin\theta;\\
&2.\quad \dot{H} = V\sin\theta;\\
&3.\quad \dot{\theta} = \frac{P\sin\alpha + Y_a}{mV} - \frac{g}{V}\cos\theta;\\
&4.\quad \dot{\alpha} = \omega_z - \dot{\theta};\\
&5.\quad \dot{\omega}_z = \frac{M_z}{I_z},
\end{aligned} \tag{1}$$

где приняты зависимости для следующих сил и моментов:

$$\begin{aligned}
&X_a = qSC_{xa}(M,\alpha,\delta_в); Y_a = qSC_{ya}(M,\alpha,\delta_в);\\
&M_z = qSb_A m_z(M,\alpha,\delta_в); P = C_{p,\delta}(\alpha)\delta_p + C_p(\alpha),
\end{aligned} \tag{2}$$

а также аппроксимирующие многочлены:

$$\begin{aligned}
&C_{xa}(M,\alpha,\delta_в) = C_{xa}^{\alpha^2}\alpha^2 + C_{xa}^{\alpha}\alpha + C_{xa}^{\delta_в^2}\delta_в^2 + C_{xa}^{\delta_в}\delta_в + C_{xa0};\\
&C_{ya}(M,\alpha,\delta_в) = C_{ya}^{\alpha}\alpha + C_{ya}^{\delta_в}\delta_в + C_{ya0};\\
&m_Z(M,\alpha,\delta_в) = m_Z^{\alpha^2}\alpha^2 + m_Z^{\alpha}\alpha + m_Z^{\delta_в}\delta_в + m_{Z0};\\
&C_{p,\delta}(\alpha) = C_p^{\delta\alpha^2}\alpha^2 + C_p^{\delta\alpha}\alpha + C_p^{\delta};\\
&C_p(\alpha) = C_p^2\alpha^2 + C_p^1\alpha + C_p^0.
\end{aligned} \tag{3}$$

Здесь обозначены: C_{xa} – коэффициент силы лобового сопротивления; C_{ya} – коэффициент подъёмной силы; m_Z - коэффициент момента тангажа; C_p – коэффициент тяги двигателя; $\delta_в$ -

угол отклонения руля высоты; δ_p - коэффициент относительного расхода топлива (коэффициент отношения топливо/воздух), и приняты следующие допущения: о «стационарности» аэродинамических характеристик, малых изменениях $\dot{\alpha}$ и ω_z в уравнении для $m_z(M,\alpha,\delta_в)$, о незначительности момента от потери входного импульса при работе ПВРД в выражении для M_z (2) и др. Эффекты упругости конструкции, особенности динамики и переходных процессов установления тяги ПВРД, взаимозависимость нестационарного изменения аэродинамических и тяговых характеристик в принятой модели движения $(1)\div(3)$ на первом этапе рассматриваются в упрощенном варианте в виде «неопределенностей» в коэффициентах сил и моментов, массы m летательного аппарата. При этом планируется уточнять степень неопределенностей по мере усложнения математических моделей движения на этапе моделирования работы регулятора. Ограничения, связанные с использованием реальных приводов рассматриваются предварительно при настройке коэффициентов обратных связей.

3. Робастно-адаптивный регулятор

Здесь будем пользоваться терминологией, принятой при использовании теории устойчивости А.М.Ляпунова. Обозначим параметры невозмущенной (опорной, программной), траектории $x^0(t)=\left[V^0(t)\vdots H^0(t)\vdots\theta^0(t)\vdots\alpha^0(t)\vdots\omega_z^0(t)\right]^T$, где (верхний индекс «Т»- означает операцию транспонирования). В нашем случае – это изменение по времени указанных параметров траектории на планируемом маршевом участке и соседних с ним при работающем двигателе. Вводятся понятия «желаемого» и «эталонного» изменения некоторых из параметров, в частности, например, изменения по времени эталонного угла наклона траектории $\theta_э(t)$, такого, чтобы при приближении возмущенных значений $\theta(t)$ к $\theta_э(t)$ ошибка «слежения» по высоте полета стремилась бы асимптотически к нулю. Желаемые изменения соответствующих параметров будут указаны позже.

Пусть в возмущенном движении задан вектор-столбец начальных условий фазовых переменных $x(t_0)=x_0=\left[V(t_0)\vdots H(t_0)\vdots\theta(t_0)\vdots\alpha(t_0)\vdots\omega_z(t_0)\right]^T=\left[V_0\vdots H_0\vdots\theta_0\vdots\alpha_0\vdots\omega_{z0}\right]^T$, в общем случае, отличающийся по значениям, заданным на программной траектории

$$x^0(t_0)=\left[V^0(t_0)\vdots H^0(t_0)\vdots\theta^0(t_0)\vdots\alpha^0(t_0)\vdots\omega_z^0(t_0)\vdots\right]^T=\left[V_0^0\vdots H_0^0\vdots\theta_0^0\vdots\alpha_0^0\vdots\omega_{z0}^0\right]^T,$$

которые не обязательно должны быть сбалансированными. Примем также, что $\theta(t_0)$ отличается от $\theta_э(t_0)$. Предполагается, что все отклонения компонент фазового вектора по начальным условиям ограничены и численные значения этих предельных отклонений могут быть уточнены путем моделирования работы регулятора по полной наиболее точной модели движения аппарата.

Управляющими переменными в данной постановке являются: δ_p и $\delta_в$. Площади сечений входного воздухозаборника, выходного сопла ПВРД выбраны оптимальными и остаются неизменными.

«Робастность» регулятора будет обеспечиваться по отношению к неопределенным коэффициентам аэродинамических сил и моментов, к параметрам, характеризующим изменение тяги двигателя, к массе аппарата. Коэффициенты аэродинамических сил и моментов считаются функциями числа Маха, угла атаки, угла отклонения рулей высоты, высоты полёта, а параметры $C_p^{(\cdot)}$ являются функциями угла атаки, изменяющегося с течением времени.

Введем новые фазовые переменные, как разность соответствующих возмущенных и невозмущенных значений:

$$x(t) - x^0(t) = \Delta x(t) = \left[V(t) - V^0(t) \vdots H(t) - H^0(t) \vdots \theta(t) - \theta^0(t) \vdots \alpha(t) - \alpha^0(t) \vdots \omega_z(t) - \omega_z^0(t)\right]^T =$$
$$= \left[\Delta V(t) \vdots \Delta H(t) \vdots \Delta\theta(t) \vdots \Delta\alpha(t) \vdots \Delta\omega_z(t)\right]^T.$$

Здесь $\Delta x(t)$ обозначен новый вектор переменных, который по модулю может быть произвольным и не обязательно малым, также как и его компоненты.

Регулятор разрабатывается с помощью второго метода Ляпунова, благодаря которому обеспечивается:

- гарантия, что в пределах заданной ограниченной области отклонений по начальным условиям фазовых переменных «ошибка слежения» за программной траекторией остается в ограниченной области и равномерно стремится к нулевой;
- оценки неопределенных параметров сходятся к их номинальным значениям;
- обеспечивается улучшение сходимости регулируемых параметров к программным благодаря введению эталонных и желаемых (командных) поведений по времени некоторых из компонент фазового вектора: $V_э(t); H_э(t); \theta_ж(t); \alpha_ж(t)$ и желаемого момента тангажа $M_{Zж}(t)$;
- с помощью частных функций Ляпунова (функций типа Ляпунова) производится декомпозиция каналов управления, которые на заключительном этапе построения регулятора проверяются по общей функции Ляпунова.

3.1. Адаптивный регулятор для скорости

Подставляя выражение для тяги из (2) в первое уравнение (1), для возмущенного движения, получаем:

$$m\dot{V}=\left[C_{p,\delta}(\alpha)\delta_p+C_p(\alpha)\right]\cos\alpha-X_a-mg\sin\theta .$$

Вычтем из уравнения возмущенного движения аналогичное для эталонного изменения скорости $m\dot{V}_э$. При этом будем предполагать, что эталонное поведение скорости и других фазовых переменных стремится к параметрам невозмущенного (программного) движения:

$$\lim_{t\to\infty}V_э(t)=V^0(t);\ \lim_{t\to\infty}H_э(t)=H^0(t);\ \lim_{t\to\infty}\theta_{ж}(t)=\theta^0(t);\ \lim_{t\to\infty}\omega_{zэ}(t)=\omega_z^0(t).$$

В качестве программной траектории часто принимается режим горизонтального полета с постоянной скоростью без крена и скольжения. В этом случае будем иметь:

$$\lim_{t\to\infty}V_э(t)=V^0=const;\ \lim_{t\to\infty}H_э(t)=H^0=const;\ \lim_{t\to\infty}\theta_{ж}(t)=\theta^0=const;\ \lim_{t\to\infty}\omega_{zэ}(t)=0.$$

Значения программной траектории задаются, а параметры желаемой траектории вычисляются. Условно оставим прежними обозначения в отклонениях от программной траектории:

$$x_э(t)-x^0(t)=\Delta x(t)=\left[V_э(t)-V^0(t)\vdots H_э(t)-H^0(t)\vdots\theta_{ж}(t)-\theta^0(t)\vdots\alpha_{ж}(t)-\alpha^0(t)\vdots\omega_{zэ}(t)-\omega_z^0(t)\right]^T=$$
$$=\left[\Delta V(t)\vdots\Delta H(t)\vdots\Delta\theta(t)\vdots\Delta\alpha(t)\vdots\Delta\omega_z(t)\right]^T.$$

В результате будем иметь:

$$m\Delta\dot{V}=\left[C_{p,\delta}(\alpha)\delta_p+C_p(\alpha)\right]\cos\alpha-X_a-mg\sin\theta-m\dot{V}_э, \qquad (4)$$

где выражение справа $m\dot{V}_э$ представляет собой известную функцию времени для программной траектории. Введем вектор неопределенных параметров θ_1, вектор коэффициентов модели (регрессор) ψ_1 и матрицу входа (управляемости) B_1 в следующем виде:

$$\theta_1=\left[C_p^{\delta\alpha^2}\vdots C_p^{\delta\alpha}\vdots C_p^{\delta}\vdots C_p^2\vdots C_p^1\vdots C_p^0\vdots SC_{xa}^{\alpha^2}\vdots SC_{xa}^{\alpha}\vdots SC_{xa}^{\delta_в^2}\vdots SC_{xa}^{\delta_в}\vdots SC_{xa0}\vdots m^0\right]^T;$$

$$\psi_1(x,u)=[0\vdots0\vdots0\vdots-\alpha^2\cos\alpha\vdots-\alpha\cos\vdots-\cos\alpha\vdots q\alpha^2\vdots q\alpha\vdots q\delta_в^2\vdots$$
$$q\delta_в\vdots q\vdots g\sin\theta+\dot{V}^0]^T;$$

$$B_1(\alpha)=\left[\alpha^2\cos\alpha\vdots\alpha\cos\vdots\cos\alpha\vdots0\vdots0\vdots0\vdots0\vdots0\vdots0\vdots0\vdots0\right]^T.$$

Уравнение (4) в новых обозначениях запишем как

$$m\Delta\dot{V} = \theta_1^T B_1(\alpha)\delta_p - \psi_1^T(x,u)\theta_1 . \tag{5}$$

Полагаем $\theta_1^T B_1(\alpha) \neq 0$ для всех возможных величин α в пределах допустимой области их изменения в полете и для всех возможных принятых величин θ_1 из ограниченной области значений. Обозначим $\hat{\theta}_1$ вектор оценок θ_1 и вектор ошибок оценок $\Delta\theta_1 = \hat{\theta}_1 - \theta_1$.

Введем частную функцию Ляпунова как положительно определённую квадратичную форму, в виде:

$$W_1(\Delta V, \Delta\theta_1) = \frac{m}{2}\Delta V^2 + \frac{1}{2}\Delta\theta_1^T \Gamma_1^{-1}\Delta\theta_1 ,$$

где Γ_1 - симметричная положительно определенная матрица.

Выберем закон управления δ_p и оценку $\hat{\theta}_1$ таким образом, чтобы производная функции Ляпунова была отрицательной полуопределенной (отрицательной во всем фазовом пространстве и нулевой при $\Delta V = 0$, $\Delta\theta_1$=0). Этим условиям удовлетворяет следующий закон управления δ_p:

$$\delta_p = \frac{1}{\hat{\theta}_1^T B_1(\alpha)}\left[-k_1\Delta V + \psi_1^T(x,u)\hat{\theta}_1\right] \tag{6}$$

и дифференциальное уравнение для оценок вектора неопределенных параметров $\hat{\theta}_1$

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = \Delta V \Gamma_1\left[B_1(\alpha)\delta_p - \psi_1(x,u)\right], \tag{7}$$

где k_1>0 коэффициент обратной связи.

Проверим знак производной функции Ляпунова вдоль возмущенной траектории с учетом (5) ÷ (7)

$$\dot{W}_1 = m\Delta V\Delta\dot{V} + \Delta\theta_1^T\Gamma_1^{-1}\left(\dot{\hat{\theta}}_1 - \dot{\theta}_1\right) =$$

$$= -k_1\Delta V^2 + \Delta\theta_1^T\left\{\Delta V\left[\psi_1(x,u) - B_1(\alpha)\delta_p\right] + \Gamma_1^{-1}\dot{\hat{\theta}}_1\right\} = -k_1\Delta V^2 \leq 0$$

для всех k_1>0, где δ_P и $\dot{\hat{\theta}}_1$ выбираются так, чтобы обнулить вторую составляющую справа.

3.2. Робастно-интегральный регулятор для подсистемы (ΔH, $\Delta\theta$)

Задавая эталонное изменение высоты полета как $H^0(t)$, соответствующая производная ошибки регулирования удовлетворяет уравнению

$$\Delta\dot{H} = \dot{H} - \dot{H}^0 \approx V\theta - \dot{H}^0 .$$

Выберем желаемое значение угла наклона траектории в виде:

$$\theta_{ж} = -k_H\left(H - H^0\right) + \frac{\dot{H}^0}{V^0}, \tag{8}$$

где $k_H > 0$ коэффициент обратной связи. Если в результате управления угол наклона траектории будет следовать за желаемым $\theta_{ж}$, то ошибка регулирования высоты полета будет экспоненциально быстро стремиться к нулю.

Используя третье уравнение системы (1), можно получить выражение для динамики ошибки регулирования угла наклона траектории в следующем виде:

$$\Delta\dot{\theta} = \dot{\theta} - \dot{\theta}_{ж} = \frac{1}{mV}[(C_{p,\delta}(\alpha)\delta_p + C_p(\alpha))\sin\alpha + qSC_{ya} - mg\sin\left(\Delta\theta + \theta_{ж}\right) - mV\dot{\theta}_{ж}]. \tag{9}$$

В том случае, когда в качестве программной траектории принимается режим горизонтального полета с постоянной скоростью без крена и скольжения, то на небольшом отрезке времени при $m \approx const$, $\alpha^0 \approx const$ будем иметь балансировочные условия:

$$x^0(t) = \left[V^0 \vdots H^0 \vdots \theta^0 \vdots \alpha^0 \vdots \omega_Z^0\right]^T = const;$$

$$u^0(t) = \left[\delta_p^0 \vdots \delta_в^0\right]^T = const,$$

где δ_p^0, $\delta_в^0$ - соответствующие балансировочные значения управляющих органов, в частности, в соответствии с (6):

$$\delta_p^0 = \frac{1}{\theta_1^{0T} B_1\left(\alpha^0\right)}\left[\psi_1^T\left(x^0, u^0\right)\theta_1^0\right].$$

Для определения балансировочного угла атаки разложим правую часть уравнения (9) в ряд Тейлора относительно балансировочного значения α^0:

$$\Delta\dot{\theta} = f_0\left(\alpha^0, \Delta\theta, \theta_{ж}, q, \delta_p, \delta_в\right) + f_1\left(\alpha^0, q, \delta_p\right)\left(\alpha - \alpha^0\right) + R\left(\alpha - \alpha^0\right), \tag{10}$$

где $R\left(\alpha - \alpha^0\right)$ - остаточный член ряда Тейлора. Полагаем, что для балансировочного режима полета должно соблюдаться условие (обозначая $q^0 = \dfrac{\rho\left(H^0\right)V^{02}}{2}$):

$$\begin{aligned} &f_0\left(\alpha^0, 0, 0, q^0, \delta_p^0, \delta_в^0\right) = \left(q - q^0\right)S\left(C_{ya}^{\alpha}\alpha^0 + C_{ya}^0\right) + C_{p,\delta}\left(\alpha^0\right)\sin\alpha^0\left(\delta_p - \delta_p^0\right) - \\ &- mV\dot{\theta}_{ж} - mg\cos\theta_{ж} + mg\left[\left(1 - \cos\Delta\theta\right)\cos\theta_{ж} + \sin\Delta\theta\sin\theta_{ж}\right] = 0 \end{aligned} \tag{11}$$

и, кроме того, в соответствии с пятым уравнением системы (1):

$$M_z^0 \approx q^0 S b_A m_Z\left(\alpha^0, \delta_в^0\right) = 0. \tag{12}$$

Функция $f_1\left(\alpha^0, q, \delta_p\right)$ в (10) имеет вид:

$$f_1(\alpha^0,q,\delta_p)=\frac{1}{mV}[\frac{\partial}{\partial\alpha}(C_{p,\delta}(\alpha)\sin\alpha)\Big|_{\alpha=\alpha^0}\delta_p+\frac{\partial}{\partial\alpha}(C_p(\alpha)\sin\alpha)\Big|_{\alpha=\alpha^0}+qSC_{ya}^{\alpha}].$$

Определение балансировочных значений $\alpha^0,\delta_в^0$ из уравнений (11), (12) аналитически затруднительно, т. к. эти уравнения содержат неизвестные аэродинамические коэффициенты и значение массы летательного аппарата. Для преодоления этой трудности в условиях системы с замкнутой обратной связью, с целью определения асимптотического значения α^0, к системе присоединяется дифференциальное уравнение следующего вида

$$\dot{\xi}=\nu, \tag{13}$$

где вход $\nu=\nu(\Delta\theta)$ - выбирается как функция $\Delta\theta$ и обнуляется при $\Delta\theta=0$. Введем обозначение $\Delta\xi=\xi-\alpha^0$ и рассмотрим совместно уравнения (10) и в преобразованной форме (13):

$$\begin{aligned}&\Delta\dot{\theta}=f_0(\alpha^0,\Delta\theta,\theta_{ж},q,\delta_p,\delta_в)+f_1(\alpha^0,q,\delta_p)(\alpha-\alpha^0)+R(\alpha-\alpha^0);\\&\Delta\dot{\xi}=\nu(\Delta\theta),\end{aligned} \tag{14}$$

где угол атаки играет роль виртуального входного воздействия в этой системе и $\nu(\Delta\theta)$ должно быть таким, чтобы равновесное состояние $[\Delta\theta\vdots\Delta\xi]^T=[0\vdots 0]^T$ становилось асимптотически устойчивым. Для желаемого угла атаки выбирается астатический закон регулирования:

$$\begin{aligned}&\alpha_{ж}=\xi-k_2\Delta\theta;\\&\xi=-\int_0^t k_\theta\Delta\theta\cdot dt,\end{aligned} \tag{15}$$

где k_2>0 коэффициент обратной связи, и k_θ>0. Предполагая сходимость $\xi(t)\to\alpha^0$, первый член справа (15) способствует условию балансировки, в то время как второй - обладает стабилизирующим эффектом, т.к. $f_1(\alpha^0,q,\delta_p)$>0 в области изменения входящих в эту функцию параметров. Поэтому на основании (15) имеем:

$$\alpha-\alpha^0=\Delta\xi-k_2\Delta\theta+\Delta\alpha, \tag{16}$$

где $\Delta\alpha$ - ошибка регулирования $(\alpha-\alpha_{ж})$, т.е. обеспечения желаемой динамики изменения угла атаки, а $\nu(\Delta\theta)$ выбрана как $\nu(\Delta\theta)=-k_2\Delta\theta$. Проверим, существуют ли k_2>0 и $\Delta\alpha=\alpha-\alpha_{ж}\to 0$, для которых система (14) , преобразованная к виду:

$$\begin{aligned}&\Delta\dot{\theta}=f_0(\alpha^0,\Delta\theta,\theta_э,q,\delta_p,\delta_в)+f_1(\alpha^0,q,\delta_p)(\Delta\xi-k_2\Delta\theta)+R(\Delta\xi-k_2\Delta\theta);\\&\Delta\dot{\xi}=-k_2\Delta\theta,\end{aligned} \tag{17}$$

будет асимптотически устойчивой. Для этой цели введем преобразование координат в уравнениях (17) вида $\chi = \Delta\xi - \dfrac{1}{f_1(\alpha^0, q, \delta_p)}\Delta\theta$. Принимая во внимание, что изменение скорости происходит медленнее чем угловое движение, можно предположить постоянным значение δ_p. Тогда, дифференцируя χ, получаем:

$$\dot{\chi} = -k_2\Delta\theta - \frac{1}{f_1(\alpha^0, q, \delta_p)}\Delta\dot{\theta}$$

и система (17) приводится к новой форме (аргументы у функций f_0 и f_1 здесь опускаются)

$$\begin{aligned}
&\dot{\chi} = -\chi - k_2\Delta\theta + \left(k_2 - \frac{1}{f_1}\right)\Delta\theta - \frac{f_0}{f_1} - \frac{1}{f_1}R\left(\chi - \left(k_2 - \frac{1}{f_1}\right)\Delta\theta\right);\\
&\Delta\dot{\theta} = f_0 - (f_1 k_2 - 1)\Delta\theta + f_1\chi + R\left(\chi - \left(k_2 - \frac{1}{f_1}\right)\Delta\theta\right).
\end{aligned} \tag{18}$$

Линеаризуем эти уравнения относительно нулевых значений и представим в виде:

$$\begin{aligned}
&\dot{\chi} = -\chi + \left(-\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_1}mg\sin\theta_э(t)\right)\Delta\theta;\\
&\Delta\dot{\theta} = -(f_1 k_2 - 1 - mg\sin\theta_э(t))\Delta\theta + f_1\chi,
\end{aligned} \tag{19}$$

откуда видно, что когда $\Delta\theta = 0$ первая подсистема (χ) экспоненциально устойчивая, а при $\chi = 0$ вторая подсистема $(\Delta\theta)$ будет также экспоненциально устойчивая, но при достаточно больших значениях k_2 (учитывая, что f_1>0) и чем больше k_2 тем лучше. Полная система также экспоненциально устойчивая. Этот вывод справедлив только для линейной системы (19). В нелинейных системах (17), (18) большую роль играет остаточный член ряда $R(\Delta\xi - k_2\Delta\theta)$ и проверку устойчивости следует производить, например, с помощью второго метода А.М. Ляпунова. Если ввести векторно-матричное обозначение для переменных $[\Delta\theta \vdots \chi]^T = z$ и подставить (16) в первое уравнение (14), то поведение системы $(\Delta\theta, \chi)$ в новых обозначениях описывается уравнением

$$\dot{z} = \varphi_1(z) + \widetilde{\varphi}_1(z, \Delta\alpha)\Delta\alpha\,. \tag{20}$$

Предполагается, что за счет подбора коэффициента обратной связи k_2>0 можно добиться локальной экспоненциальной устойчивости системы $\dot{z} = \varphi_1(z)$ в точке $z = 0$ и для частной функции Ляпунова $W_2(\Delta\theta, \chi) = \dfrac{1}{2}(\Delta\theta^2 + \chi^2)$ во всей области неопределенных параметров получаем

$$\frac{\partial W_2}{\partial z}\varphi_1(z) \le -r_1(z), \tag{21}$$

где $r_1(z)$ - непрерывная положительно определенная функция и аналогично для частной функции Ляпунова $\widetilde{W}_2(\Delta\theta,\chi) = \widetilde{W}_2(z) = c_1\dfrac{W_2(\Delta\theta,\chi)}{c_1 + 1 - W_2(\Delta\theta,\chi)}$, (где $c_1 \ge 1$)

$$\frac{\partial \widetilde{W}_2}{\partial z}\widetilde{\varphi}_1(z,0) \le -\widetilde{r}_1(z),$$

где $\widetilde{r}_1(z)$ - также непрерывная положительно определенная функция, следовательно, система (14) является устойчивой.

3.3. Робастный регулятор для подсистемы ($\Delta\alpha$, ω_z)

Рассматривается проблема управления угловым движением таким образом, чтобы ошибка регулирования угла атаки $\Delta\alpha$ стремилась бы к нулю. Для этой цели в качестве входного воздействия выбран момент тангажа. Введем коэффициент обратной связи $k_3 > 0$ по $\dot{\omega}_z$ и рассмотрим преобразованные координаты:

$$[\alpha \vdots \omega_z]^T \to \varsigma = [\varsigma_1 \vdots \varsigma_2]^T = \left[\Delta\alpha \vdots \frac{\omega_z}{k_3}\right]^T, \tag{22}$$

приводящие систему $[\varsigma_1 \vdots \varsigma_2]^T$ к виду

$$\dot{\varsigma} = k_3 F_0 \varsigma + G_1 \varphi_2(\varsigma, z) + G_2 M_z, \tag{23}$$

где $F_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; G_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}; G_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{I_z k_3} \end{bmatrix}$

и функция $\varphi_2(\varsigma, z)$, обращающаяся в нуль в начале координат. Выберем желаемый момент тангажа как:

$$M_{zж} = -k_3^2 a_0 \Delta\alpha - k_3 a_1 \omega_z; \tag{24}$$

или

$$M_{zж} = k_3^2(-a_0\varsigma_1 - a_1\varsigma_2), \tag{25}$$

где a_0, a_1 таковы, что обеспечивают устойчивость системы с характеристическим многочленом $\lambda^2 + a_0\lambda + a_1 = 0$. Уравнение (23) преобразуем к следующей форме:

$$\dot{\varsigma} = k_3 F \varsigma + G_1 \varphi_2(\varsigma, z) + G_2(M_z - M_{zж}), \tag{26}$$

где $F = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\dfrac{a_0}{I_z} & -\dfrac{a_1}{I_z} \end{bmatrix}$.

Приведенная матрица F обеспечивает устойчивость системы, следовательно, существует симметричная положительно определенная матрица P такая, что удовлетворяет уравнению Ляпунова $F^T P + PF \le -E$ в ограниченном диапазоне изменения момента инерции $I_z > 0$. Теперь можно сгруппировать две подсистемы (20) и (26):

$$\dot{z} = \varphi_1(z) + \widetilde{\varphi}_1(z, \varsigma_1)\varsigma_1; \tag{27}$$

$$\dot{\varsigma} = k_3 F\varsigma + G_1\varphi_2(\varsigma, z) + G_2(M_z - M_{zж}) \tag{28}$$

и рассмотреть суммарную функцию Ляпунова вида $W_3(z,\varsigma) = \widetilde{W}_2(z) + \varsigma^T P\varsigma$. Поскольку $\widetilde{W}_2(z)$ является положительно определенной, то можно показать, что сумма двух положительно определенных функций является положительно определенной. Производная функции Ляпунова вдоль решений (27) и (28) такова, что

$$\dot{W}_3(z,\varsigma) \le -r_2(z,\varsigma) + 2\varsigma^T PG_2(M_z - M_{zж}) \tag{29}$$

для всех реальных (z,ς) из допустимой области значений и в пределах областей значений неизвестных параметров.

3.4. Адаптивный регулятор для момента тангажа

Последним шагом в конструировании закона отклонения руля высоты является критерий $|M_z - M_{zж}| \to 0$. Введем обозначения в выражении для момента тангажа:

$$M_z = qSb_A[m_z^{\alpha^2}\alpha^2 + m_z^{\alpha}\alpha + m_z^{\delta_в}\delta_в + m_{z0}];$$

$$M_z = \theta_2^T B_2\delta_в - \psi_2^T\theta_2,$$

где $\theta_2^T = [Sb_A m_z^{\alpha^2} \vdots Sb_A m_z^{\alpha} \vdots Sb_A m_z^{\delta} \vdots Sb_A m_{z0}]$; $B_2^T = [0 \vdots 0 \vdots q \vdots 0]$; $\psi_2^T = [-q\alpha^2 \vdots -q\alpha \vdots 0 \vdots -q]$.

Для исследования устойчивости введем полную функцию Ляпунова с учетом данных предыдущих разделов: $W = W_1 + W_3 + \Delta\theta_2^T\Gamma_2^{-1}\Delta\theta_2$; $W_1(\Delta V, \Delta\theta_1) = \dfrac{m}{2}\Delta V^2 + \dfrac{1}{2}\Delta\theta_1^T\Gamma_1^{-1}\Delta\theta_1$; $W_3(z,\varsigma) = \widetilde{W}_2(z) + \varsigma^T P\varsigma$; $F^T P + PF \le -E$ и производных функции вдоль соответствующих фазовых траекторий

$$\dot{W} \le -\kappa_1\Delta V^2 - r_2(z,\varsigma) + 2\varsigma^T PG_2(\theta_2^T B_2\delta_в - \psi_2^T\theta_2 - M_{zж}) + 2\Delta\theta_2^T\Gamma_2^{-1}\Delta\dot{\theta}_2. \tag{30}$$

Выбирая закон управления

$$\delta_в = \frac{\psi_2^T \hat{\theta}_2 + M_{zж}}{\hat{\theta}_2^T B_2} \tag{31}$$

и уравнение для оценок неопределенных параметров θ_2

$$\dot{\hat{\theta}}_2 = \Gamma_2\left[\left(B_2\delta_в - \psi_2\right)G_2^T P\varsigma\right], \tag{32}$$

производная функции Ляпунова (30) приводится к виду

$$\dot{W} \le -k_1\Delta V^2 - r_2(z,\varsigma).$$

Принимая во внимание, что функция $r_2(z,\varsigma)$ является непрерывной положительно определенной для всех реальных (z,ς) из допустимой области значений и в пределах областей изменения неопределенных параметров, производная функции будет всюду отрицательной и равняться нулю в начале координат.

Приведенные доказательства построения функций Ляпунова и на основе их регулятор теоретически обеспечивают сходимость всех возмущенных траекторий к программной (невозмущенной) формально асимптотическую. В целях проверки «скорости» сходимости, а также влияния на это различных неопределенностей в значениях параметров планируется широкое моделирование всех процессов.

4. Моделирование

Для регулятора стабилизации высоты выполнено динамическое моделирование в среде Matlab/Simulink для прототипа летательного аппарата, используемого в работах [1-4]. Ставилась задача по смене эшелона полёта с высоты 21000 м на 25000 м. Летательный аппарат балансировался в установившемся горизонтальном полёте на высоте 21000 м и скорости 1470 м/с. В вектор оценок неопределённых параметров θ_2 вводилась 30% ошибка. В качестве управляющего сигнала (желаемого изменения высоты $H_{жел}$) на 10 секунде моделирования в систему подавался ступенчатый сигнал (ΔH = 4000 м) пропущенный через фильтр третьего порядка. По результатам моделирования построены переходные процессы, представленные ниже на рис. 1 - 2.

Значения коэффициентов регулятора представлены в таблице 1. Также следует отметить, что на данном этапе работы, коэффициенты подбирались методом перебора.

Таблица 1

Коэффициент	Значение
Γ_1	0.01
Γ_2	E x 1*10^-5

$\mathbf{a_0}$	10
$\mathbf{a_1}$	25
$\mathbf{k_H}$	0.005
$\mathbf{k_\theta}$	0.75
$\mathbf{k_1}$	3
$\mathbf{k_2}$	7
$\mathbf{k_3}$	3

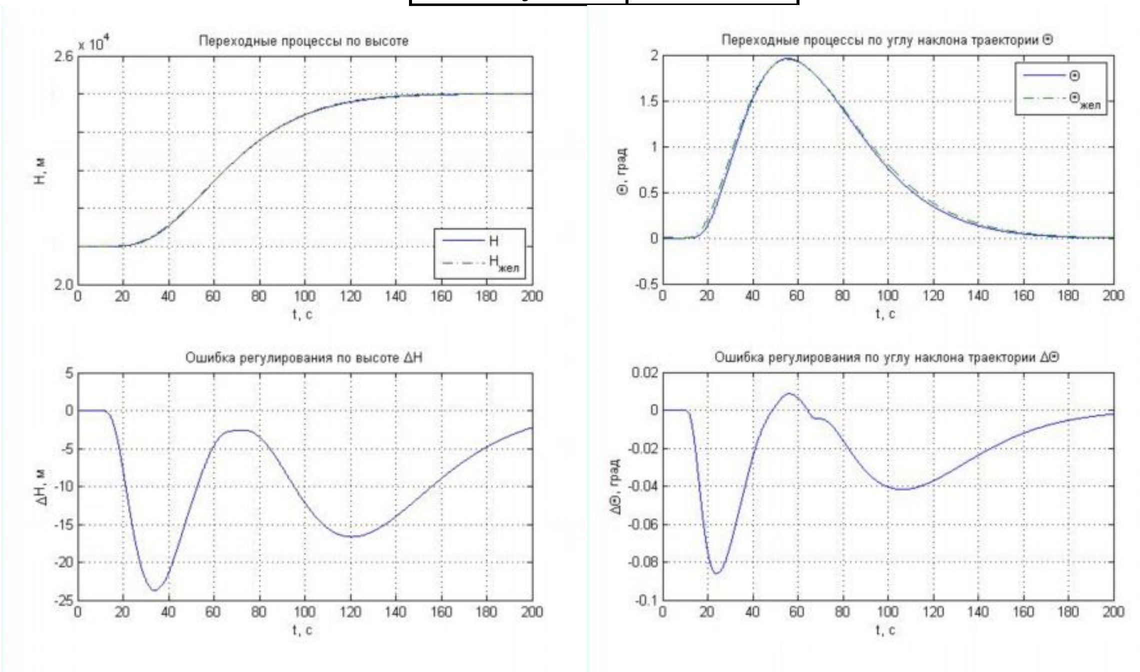

Рис. 1. Результаты переходных процессов по высоте H, ошибке регулирования высоты ΔH, углу наклона траектории θ и по ошибке регулирования угла наклона траектории $\Delta\theta$

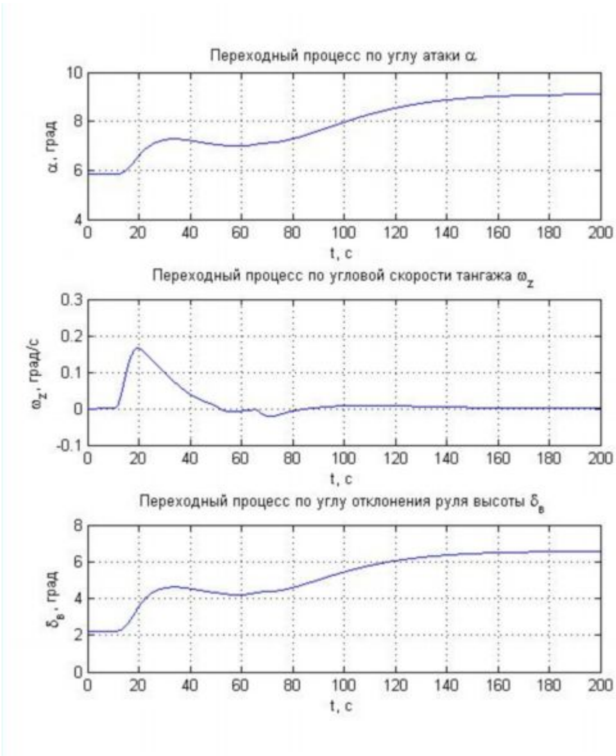

Рис. 2. Результаты переходных процессов по углу атаки α , по угловой скорости тангажа ω_z и по отклонению руля высоты $\delta_в$

5. Заключение

1. Разработан нелинейный робастно-адаптивный регулятор для стабилизации параметров программного маневра ВЛА на маршевой траектории и соседних переходных участках в продольном возмущенном движении.

2. Основное назначение системы автоматического управления - обеспечивать требуемые условия по точности регулирования в условиях существенных неопределенностей, неточностей в значениях массы с учетом реальных технических ограничений, обусловленных работой приводов, информационно-измерительной системы. Области неопределенных параметров выбираются таким образом, чтобы максимально учесть эффекты, связанные с нестационарностью и нелинейностью аэродинамических и тяговых характеристик двигателя и их взаимозависимости.

3. Построение регулятора проводилось на основе нелинейных уравнений возмущенного движения с помощью второго (прямого) метода А.М.Ляпунова. Поэтому в законах управления предусмотрена возможность «отработки» достаточно больших возмущений и отклонений по начальным условиям, т.е. гарантируется устойчивость программной траектории не только в малой окрестности от нее, но и при больших отклонениях - «в большом».

4. САУ разработана инвариантной (независимой) или практически инвариантной к целой замкнутой области возможных изменений неопределенных параметров, поскольку в законе управления отсутствует явная зависимость от них, т.е. закон управления является гарантированно удовлетворительным для целой области неопределенных параметров.

5. При работе регулятора, на борту летательного аппарата предусмотрено вычисление оценок неопределенных параметров.

Библиографический список

1. M.A. Bolender, D.B. Doman, “A Nonlinear Longitudinal Dynamical Model of an Air-breathing Hypersonic Vegicle,” Submitted to AIAA Journal of Spacecraft and Rockets, 2006.

2. M.A. Bolender, D.B. Doman, “Flight path angle dynamics of air-breathing hypersonic vehicles,” in Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Keystone, CO, 2006, AIAA Paper 2006-6692.

3. L. Fiorentini, A. Serrani, M. Bolender, D. Doman. Robust Nonlinear Sequential Loop Closure Control Design for an Air-breathing Hypersonic Vehicle Model. 2008, American Control Conference, Westin Seattle Hotel, Seattle, Washington, USA, June 11-13, 2008.

4. L. Fiorentini, A. Serrani, M. Bolender, D. Doman. Nonlinear Robust/Adaptive Controller Design for an Air-breathing Hypersonic Vehicle Model. 2006, the report Air Force Research Laboratory. AFRL-VA-WP-TP-2007-305.

5. Аэромеханика самолёта: динамика полёта: учебник для авиационных вузов/ А.Ф. Бочкарёв, В.В. Андреевский и др. М.: Машиностроение, 1985. 360 с.

Сведения об авторах

Чубарев Иван Владимирович, аспирант Московского авиационного института (государственного технического университета).

e-mail: ivrus@yandex.ru

Леонов Владимир Артемиевич, профессор Московского авиационного института (государственного технического университета), к.т.н.

e-mail: vad@yandex.ru