

Минимизация объёма данных на выходе аналого-цифрового преобразователя при заданной погрешности преобразования

Ходоровский А.З.^{1*}, Назаров А. В.^{1}, Азаров А.В.^{2***},
Магомедгаджиев А.М.^{2****}**

¹*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ,*

Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия

²*Центральный научно-исследовательский радиотехнический институт имени академика А.И. Берга, ЦНИРТИ имени академика А.И. Берга, улица*

Новая Басманная, 20, Москва, 107078, Россия

**e-mail: ahazz@mail.ru*

***e-mail: a-v-naza@outlook.com*

****e-mail: andrey_91@bk.ru*

*****e-mail: Abdul_xxx@mail.ru*

Аннотация

Рассматривается проблема выбора параметров аналого-цифрового преобразователя (АЦП), применяемого в радиоаппаратуре военного и космического назначения, функционирующей в условиях жестких ограничений на погрешность преобразования. Получены расчётные соотношения и приведены результаты расчётов интенсивностей потоков на выходах АЦП при различных предъявляемых к нему требованиях. Найдена зависимость координат точек оптимальных параметров преобразования от суммарной погрешности преобразования. Произведена оценка эффективности перехода к оптимальным параметрам преобразователя.

Приведена методика и дан пример расчёта оптимальных параметров при кодировании конкретного типа сигнала. Намечены пути совершенствования методики за счёт учёта при выборе параметров инструментальных шумов, а также общесистемных показателей.

Ключевые слова: минимизация объема данных, аналого-цифровые преобразователи, выбор АЦП, точка оптимальных параметров, точка оптимальных параметров (ТОП) поиск ТОП, переход к ТОП.

Введение

Аналого-цифровые преобразователи (АЦП) являются неотъемлемой частью большинства систем сбора и передачи информации. Однако, до настоящего времени существует известная проблема построения информационно-измерительных систем на основе «систем на кристалле», имеющих низкие значения основных и дополнительных погрешностей преобразования аналогового сигнала. В первую очередь это касается аппаратуры специального назначения и, в частности, – аппаратуры, использующейся в авиации, космической технике, аппаратуры военного назначения и др.

Наибольший вклад в общую погрешность системы вносят блоки аналого-цифрового и цифроаналогового преобразователей. Обычно, величина суммарной погрешности АЦП фиксируется в техническом задании либо непосредственно, либо посредством фиксации числа разрядов и частоты опроса. При проектировании же аппаратуры решается задача выбора

остальных параметров АЦП, не нарушающих заданную погрешность. В данной работе предлагается решение задачи оптимизации параметров АЦП, по критерию минимума объёма формируемых данных.

В качестве основных параметров АЦП, указываемых в паспортных данных, для дальнейшего обсуждения выберем число разрядов и частоту опроса, которые, как известно, определяют погрешности квантования $\varepsilon_{\text{кв}}(t)$ и дискретизации $\varepsilon_{\text{д}}(t)$. Последние образуют методическую составляющую $\varepsilon_{\Sigma}(t)$, общей погрешности преобразования. Указанные параметры выбирают таким образом, чтобы выполнялось условие:

$$\varepsilon_{\text{кв}}(t) + \varepsilon_{\text{д}}(t) \leq \varepsilon_{\Sigma}(t), \quad (1)$$

На практике за число разрядов часто берут минимальное целое m , при котором $\varepsilon_{\text{кв}}(t) < \varepsilon_{\Sigma}(t)$. Оставшуюся часть относят к динамической составляющей: $\varepsilon_{\text{д}}(t) = \varepsilon_{\Sigma}(t) - \varepsilon_{\text{кв}}(t)$. Расчёт требуемой частоты производится исходя из величины этой ошибки, с учётом способа восстановления и динамических свойств кодируемого сигнала. Если имеющиеся в наличии микросхемы не обеспечивают требуемого быстродействия, то число разрядов увеличивают и соответственно пересчитывают в сторону уменьшения частоту. Эту процедуру можно повторять до тех пор, пока не найдется микросхема, отвечающая найденным параметрам. Такой подход гарантирует выполнение требований по точности, но не учитывает объёмов формируемых данных, от которого зависят: требуемая полоса пропускания каналов связи,

объёмы памяти регистрирующих и запоминающих устройств, мощности передатчиков, то есть – эффективность и стоимость всей системы.

Для выбора параметров микросхем, обеспечивающих при заданной погрешности преобразования наименьший объём формируемых данных, потребителю важно знать: а) значения частоты и разрядности преобразования (F_{opt} , n_{opt}), чтобы при заданной точности обеспечить минимальный объём формируемых данных; б) на сколько сокращается объём данных при переходе к оптимальным параметрам преобразования; в) какой ценой достигается переход к оптимальным параметрам и как одновременно учесть и полезный эффект и потери; г) какое влияние на стратегию выбора оказывают инструментальные составляющие суммарной погрешности.

Пути решения этих задач собственно и освещены в данной статье.

Предлагаемый метод. Вначале анализа сделаем следующий ряд допущений: 1) рассматриваются только квазиобратимые преобразования, при которых сигнал на приёмном конце восстанавливается с заданной вероятностью; 2) задача решается в классе АЦП, обеспечивающих цифровое представление сигналов регулярным потоком равномерно квантованных выборок; 3) на приёмном конце осуществляется восстановление сигналов с помощью интерполирующих полиномов Лагранжа 0-го 1-го порядков; 4) кодируемые сигналы имеют на интервале наблюдения конечные 1-ю и 2-ю производные; 5) оценка качества преобразования осуществляется по сумме максимальных значений составляющих ошибок; 6) ошибку квантования при анализе принимается равной шагу квантования.

Объём формируемых преобразователем данных можно оценить по скорости потока V на выходе АЦП, которая при регулярном выборочном представлении определяется произведением частоты опроса F на число разрядов n , затрачиваемых на кодирование каждой выборки:

$$V = F \cdot n \quad (2)$$

Текущая ошибка преобразования представляет собой разность между исходным сигналом $X(t)$ и интерполирующим полиномом $\bar{X}(t)$, восстановленным по квантованным выборкам $X(t_i)$:

$$\varepsilon_{\Sigma}(t) = \bar{X}(t) - X(t) \quad (3)$$

Учитывая равномерный характер показателя качества оценки, неравенство (1) заменяется на:

$$|\varepsilon_d|_{\max} + |\varepsilon_{\text{кв}}|_{\max} \leq |\varepsilon_{\Sigma}|_{\max} \quad (4)$$

Заменяя абсолютные ошибки их относительными значениями, выраженными в процентах к диапазону, получаем соответственно:

$$\delta_d + \delta_{\text{кв}} \leq \delta_{\Sigma} \quad (5)$$

Общая формула расчёта частоты дискретизации при интерполяции сигналов полиномом Лагранжа r -й степени и заданной ошибке дискретизации δ_d имеет вид [1,2]:

$$F_r = \frac{r+1}{\sqrt{\frac{|x^{(r+1)}(t)|_{\max} \cdot \beta(r) \cdot 100}{D \cdot \delta_d}}}, \quad (6)$$

где $x^{(r+1)}(t)$ – производная сигнала $(r+1)$ -го порядка на интервале наблюдения,

$\beta(r)$ – коэффициент, зависящий от степени аппроксимирующего полинома и расположения отсчётов на интервале интерполяции, D – диапазон преобразуемого сигнала.

Минимальная разрядность АЦП, при которой ошибка квантования не превышает некоторой величины δ , определяется выражением:

$$n = \text{int}[\log_2 \frac{100}{\delta} + 1] \quad (7)$$

где $\text{int}[A]$ – операция выделения целой части A .

Таким образом, поиск минимума функции (2) сводится к отысканию минимума произведений функций (6) и (7). Из формулы (6) видно, что частота опроса определяется: параметрами сигнала: $|x^{(r+1)}(t)|_{\max}$, D ; способом интерполяции: r , $\beta(r)$ и допустимой погрешностью дискретизации δ_d .

Представим выражение (6) в виде произведения двух сомножителей:

$$F_r = \sqrt{\frac{|x^{(r+1)}(t)|_{\max} \cdot \beta(r) \cdot 100}{D}} \cdot \frac{1}{r+1\sqrt{\delta_d}} \quad (8)$$

Первый сомножитель зависит только от параметров сигнала и выбранного способа восстановления и для конкретного класса сигналов является постоянной величиной а второй – зависит от величины ошибки дискретизации:

$$C_r = \sqrt{\frac{|x^{(r+1)}(t)|_{\max} \cdot \beta(r) \cdot 100}{D}} \quad (9)$$

Вводя коэффициент C_r в формулу (8) получаем:

$$F_r = C_r \cdot \frac{1}{r+1\sqrt{\delta_d}} \quad (10)$$

Подставив выражения (10) в формулу (2), получаем:

$$V_r = C_r \cdot \frac{1}{r+1\sqrt{\delta_d}} \cdot n \quad (11)$$

но $C_r = const$, то есть минимум функции (11) совпадает с минимумом функции:

$$V_{rH} = \frac{1}{r+1\sqrt{\delta_d}} \cdot n \quad (12)$$

Назовём эту функцию нормированной производительностью АЦП. Поскольку функция (11) не зависит от параметров конкретного сигнала, то полученные на её основе результаты, применимы к широкому классу сигналов.

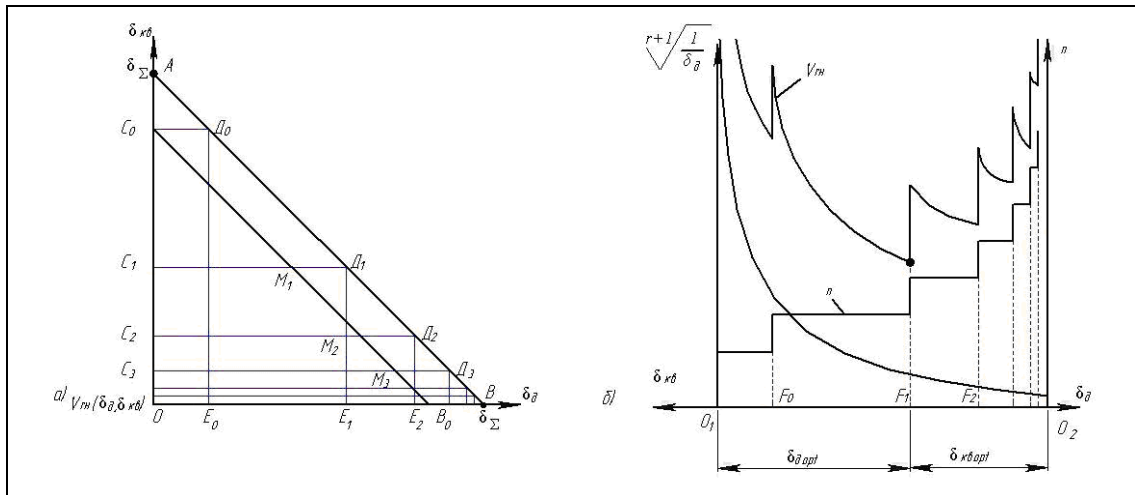


Рис. 1. К задаче поиска оптимальных параметров преобразования.

Таким образом, задача отыскания оптимальных параметров преобразования, при выполнении условия (5), сводится по существу к нахождению такого сочетания ошибок $\delta_{д\text{opt}}$ и $\delta_{кв\text{opt}}$, при которых функция (12) имеет наименьшее значение. На рисунке 1, поясняющем поставленную задачу, по оси абсцисс откладываются ошибки дискретизации, а по оси ординат – ошибки квантования. Равенству в выражении (5) соответствует отрезок АВ. Точка А имеет координаты $\delta_d = 0, \delta_{кв} = \delta_\Sigma$, а точка В – соответственно

координаты: $\delta_d = \delta_\Sigma$, $\delta_{кв} = 0$. Область параметров, отвечающих условию (5), заключена между отрезком АВ и координатными осями.

Определим минимальное число разрядов АЦП, при которых ошибка квантования $\delta_{кв}$ не превышает суммарной ошибки δ_Σ , для чего подставим в формулу (7) вместо δ значение δ_Σ . Полученное в результате целое число m является минимально допустимым числом разрядов АЦП при заданной суммарной ошибке δ_Σ . Ошибка квантования при этом максимальна и равна:

$$\delta_{квmax} = \frac{100}{2^m} \quad (13)$$

На рисунке 1 данному значению соответствует отрезок OC_0 . Допустимая ошибка дискретизации при этом ограничена отрезком AC_0 . В общем случае допустимые ошибки дискретизации ограничиваются неравенством:

$$\delta_d \leq \delta_\Sigma - \delta_{кв} \quad (14) \quad \text{Проведём из точки } C_0$$

горизонтальную прямую до пересечения с отрезком АВ (точка D_0). Очевидно, что треугольник AC_0D_0 равнобедренный, а следовательно, координаты δ_d точек отрезка $C_0 D_0$ также отвечают правой части неравенства (14). При этом равенство имеет место в точке D_0 . Поскольку в этой точке ошибка дискретизации достигает максимального значения, то, очевидно, что для данного числа разрядов именно в этой точке функция $V_{гн}$ имеет минимум. Увеличим выходной код АЦП на один разряд: $n = m+1$. Ошибка квантования при этом уменьшается вдвое:

$$\delta_{кв} = \frac{100}{2^{m+1}} \quad (15)$$

Этому значению на оси ординат соответствует точка C_1 . Проведём из этой точки горизонтальную прямую до пересечения с отрезком АВ (точка D_1). Отрезку C_1D_1 соответствует множество допустимых значений ошибок дискретизации при данной $\delta_{кв}$. Минимум функции (12) будет иметь место в точке D_1 . Увеличивая разрядность АЦП, можно построить множество отрезков:

$$\{C_i D_i\} / i \in [0,1,2,\dots], \quad (16)$$

координаты которых отвечают условию (5). Теоретически мощность данного множества бесконечна. Однако, в реальности параметры преобразования ограничиваются внутренними шумами и динамическими возможностями микросхем. Совокупность всех точек этих отрезков образует область допустимых параметров преобразования АЦП, которая представляет собой дискретно-аналоговое множество точек с координатами:

$$\left\{ \delta_d(m,i), \delta_{кв}(m,i) = \frac{100}{2^{m+i}} \right\}, \text{ при } \delta_d(m,i) + \delta_{кв}(m,i) \leq \delta_\Sigma \quad (17)$$

Координаты $\delta_{кв}(m,i)$ – это дискретный ряд чисел, а координаты $\delta_d(m,i)$ – непрерывное множество координат точек отрезков $\{C_i D_i\}$.

В работе [1] множество точек $\{D_i\}$; $i \in [0,1,2,\dots]$ названы реперными точками пространства параметров, в которых функция (12) имеет локальные минимумы. Та из них, в которой функция принимает наименьшее значение, и является точкой оптимальных параметров (ТОП) преобразования при заданной суммарной ошибке δ_Σ : $D_{i_{opt}}(\delta_{дi_{opt}}, \delta_{квi_{opt}})_{\delta_\Sigma}$. Таким образом, рис.1а даёт наглядное представление об области допустимых параметров преобразования. В свою очередь рис.1б служит для пояснения принципа

отыскания ТОП. С этой целью на рисунке совмещены графики трёх функций: функции n (7), функции $\varphi_r(\delta_d) = 1/r^{r+1}\sqrt{\delta_d}$ и функции $V_{гн}$. Отрезок O_1O_2 на рис. 1а равен отрезку O_1O_2 на рис 1б. Величина этого отрезка соответствует заданной величине суммарной ошибки преобразования δ_Σ . Вправо от точки O_1 по горизонтальной оси откладываются значения ошибок дискретизации δ_d , а влево от точки O_2 - ошибки квантования $\delta_{кв}$. Строго говоря, множеству $\delta_{кв}$ (n) на этой оси соответствует дискретный ряд точек: $\{ 100/2^{m+i} \}$. Значения функций $\varphi_r(\delta_d)$ и $V_{гн}(\delta_d, \delta_{кв})$ откладываются по вертикальной оси, проходящей через точку O_1 , а число разрядов преобразователя n – по оси, проходящей через точку O_2 . Проекции точек D_i на ось O_1O_2 (рис.1а) и O_1O_2 (рис.1б) обозначены соответственно буквами E_i и F_i . Очевидно, что отрезки O_1F_i и C_iD_i , равны максимальному значению ошибки дискретизации при данном числе разрядов $n = m+i$. Длина отрезка O_2F_i равна ошибке квантования, что следует из равенства отрезков O_1C_i ; E_iD_i ; BE_i и O_2F_i . Таким образом, координаты точек D_i равны расстоянию между точкой F_i и точками O_1 и O_2 на рисунке 1,б. График функции $\varphi_r(\delta_d)$ имеет на участке O_1O_2 вид убывающей гиперболической зависимости со значением $1/r^{r+1}\sqrt{\delta_\Sigma}$ в крайней правой точке. Ступенчатая функция n на этом участке возрастает от величины m на левой границе и стремится к бесконечности – на правой. Произведение этих функций даёт результирующую функцию $V_{гн}(\delta_d, \delta_{кв})$, подчиняющуюся гиперболической зависимости на участках, где n сохраняет

постоянное значение и скачкообразно увеличивающуюся на величину φ_r (δ_{di}) в точках F_i .

Поиск оптимальных параметров начнем для случая, когда максимально допустимая ошибка квантования совпадает с суммарной погрешностью. В этом случае точка А на рисунке 1,а совмещается с точкой C_0 , а отрезок АВ заменяется параллельным ему отрезком C_0B_0 . Множество точек D_i на отрезке АВ заменяются множеством точек M_i на отрезке $C_0 B_0$.

Преобразуем формулу (12) нормированной производительности АЦП к виду, удобному для расчётов. Для этого вычислим координату $\delta_d(m, i)$ i - ой реперной точки при $AC_0 = 0$. Ошибка квантования в этой точке равна:

$$\delta_{кв}(m, i) = \frac{100}{2^{m+i}}$$

Для $\delta_d(m, i)$ из соотношения (5) получаем:

$$\delta_{кв}(m, i) = \frac{100(2^i - 1)}{2^{m+i}} \quad (18)$$

Подставляя в первый сомножитель формулы (12) вместо δ_d его выражение из (18) и, заменяя второй сомножитель значением числа разрядов АЦП в этой точке – $(m+i)$, получаем:

$$V_{rH}(m, i) = r+1 \sqrt{\frac{2^{m+i}}{100(2^i - 1)}} \cdot (m + i) \quad (19)$$

Выполним расчёт V_{rH} для различных значений m и i при восстановлении сигналов полиномами 0-го и 1- го порядков по формулам:

$$V_{rH}(m, i) = \frac{2^{m+i}}{100(2^i - 1)} \cdot (m + i), \quad (\text{при } r=0) \quad (20)$$

$$V_{rH}(m, i) = 0,1 \cdot \sqrt{\frac{2^{m+i}}{(2^i-1)}} \cdot (m+i) \quad (\text{при } r=1) \quad (21)$$

Результаты расчётов представлены в табл.1, где строки отмечены значениями m , а столбцы – соответствующими номерами реперных точек.

Минимальные значения функции $V_{rH}(m)$ при различных значениях m выделены жирным шрифтом. Эти значения получены в ТОП преобразователя

$Mi_{opt}(m)$ ($\delta_{дорт}$, $\delta_{кворт}$) при различных m .

Таблица 1.

Значения функций $V_{0H}(m, i)$ и $V_{1H}(m, i)$

$m \setminus i$	$r = 0$					$r = 1$				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
1	0,08	0,08	0,091	0,107	0,12	0,4	0,49	0,6	0,73	0,86
2	0,24	0,213	0,229	0,256	0,289	0,85	0,92	1,07	1,24	1,42
3	0,64	0,533	0,549	0,597	0,661	1,6	1,63	1,8	2,04	2,3
4	1,6	1,28	1,28	1,365	1,486	2,83	2,77	2,99	3,3	3,66
5	3,84	2,987	2,926	3,072	3,303	4,8	4,57	4,8	5,3	5,75
6	8,96	6,827	6,583	6,827	7,267	7,9	7,4	7,7	8,3	8,9
7	20,48	15,36	14,629	15,019	15,855	12,8	11,76	12,1	12,9	13,8
8	46,08	34,133	32,183	32,768	34,354	20,4	18,48	18,82	19,83	21,1
9	102,4	75,09	70,22	70,997	73,992	32	28,74	29,03	30,38	31,76
10	225,28	163,84	152,14	152,92	158,55	49,78	44,34	44,47	46,27	48,77
11	491,52	354,99	327,68	327,68	338,25	76,8	67,93	67,73	70,11	73,57
12	1 065	764,59	702,17	699,05	718,78	117,66	103,46	102,6	105,76	110,54
13	2 294	1 638	1 498	1 485	1 522	179,2	156,75	154,82	158,9	165,5
14	4 915	3 495	3 183	3 146	3 213	271,52	236,47	232,6	238	247
15	10 485	7 427	6 741	6 641	6 765	409,6	355,3	348,3	355,2	367,8
16	22 282	15 729	14 231	13 981	14 207	615,5	532,1	520	528,8	546,2
17	47 186	33 205	29 959	29 360	29 766	921,6	794,3	774	785,2	809,2
18	99 615	69 905	62 915	61 616	62 238	1 375,7	1 182,4	1 149,4	1 164	1 196
19	209 715	146 801	131 821	128 625	129 888	2 048	1 756	1 703	1 720	1 766
20	440 402	307 582	275 626	268 435	270 600	3 041	2 601	2 518	2 538	2 601
21	922 747	643 127	575 219	559 241	562 849	4 506	3 846	3 716	3 739	3 825
22	1929380	1342177	1198373	1163220	1168993	6 662	5 676	5 474	5 499	5 618
23	4026532	2796203	2492615	2415199	2424578	9 830	8 361	8 050	8 075	8 239
24	8388608	5816102	5176970	5010795	5022341	14 482	12 297	11 823	11 845	12 068

Анализ приведенных в табл. 1 результатов позволяет:

1. Оценить относительный рост нормированных производительностей в ТОП при ступенчатой и линейной интерполяции и двукратном увеличении требований по точности и сравнить между собой нормированные производительности в ТОП при ступенчатой и линейной интерполяции.

2. Установить зависимость номера оптимальной реперной точки i_{opt} от m и r и оценить выигрыш, который обеспечивается за счёт перехода к оптимальным параметрам АЦП при ступенчатой и линейной интерполяции.

Увеличение производительности в ТОП при уменьшении вдвое суммарной ошибки преобразования можно оценить коэффициентом роста производительности:

$$\eta_r(m) = \frac{V_{r\text{min}}(m)}{V_{r\text{min}}(m-1)} \quad (22)$$

Результаты расчётов для $r = 0$ и $r = 1$ сведены в таблицу 2.

Таблица 2.

Значения коэффициентов $\eta_0(m)$ и $\eta_1(m)$

m	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$\eta_0(m)$	2,66	2,5	2,4	2,29	2,25	2,22	2,2	2,18	2,17	2,15	2,13	2,12	2,12	2,11
$\eta_1(m)$	2,12	1,88	1,73	1,65	1,62	1,59	1,57	1,56	1,54	1,53	1,51	1,51	1,5	1,5

m	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$\eta_0(m)$	2,11	2,1	2,1	2,1	2,09	2,09	2,08	2,08	2,07
$\eta_1(m)$	1,49	1,49	1,49	1,48	1,48	1,48	1,47	1,47	1,47

Из таблицы видно, что при уменьшении суммарной погрешности, производительность АЦП возрастает. При грубых преобразованиях ($m = 2$) производительность возрастает в 2,66 в случае ступенчатой и в 2,12 раза – в

случае линейной интерполяции. По мере увеличения точности коэффициент роста производительности снижается, асимптотически приближаясь к 2 при ступенчатой и к 1,47 – при линейной интерполяции. Снижение показателя роста производительности при повышении степени аппроксимирующего полинома связано в основном с более пологим характером изменения функции $\varphi_1(\delta_d)$ по сравнению с $\varphi_0(\delta_d)$ рис.2.

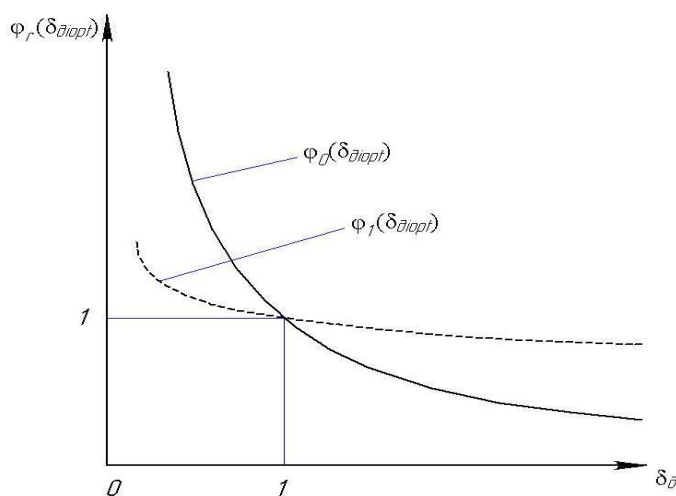


Рис. 2. Графики функций $\varphi_0(\delta_d)$ и $\varphi_1(\delta_d)$

Ситуация меняется на противоположную при грубых преобразованиях ($\delta_d \geq 4$). Действительно, погрешность квантования уменьшается вдвое при увеличении выходного кода всего на один разряд. Этот разряд при «грубых» преобразованиях ($m=2\div 4$) даёт прирост производительности на $50 \div 25\%$, для преобразователей «средней» точности ($m = 5\div 11$) – на $25 \div 9\%$, а для «точных и высокоточных» АЦП ($m = 12\div 24$) - всего на $9\div 4\%$.

Отсюда следует, что основной прирост скорости потока на выходах АЦП средней и высокой точности происходит за счёт увеличения частоты опроса.

Сравнивая между собой левую и правую части таблицы 1 легко убедиться, что в ТОП при $m < 7$ производительность АЦП с линейной интерполяцией превышает соответствующую производительность АЦП со ступенчатой интерполяцией. При $m \geq 7$ ситуация обратная. Данное обстоятельство также объясняется характером изменения функций $\varphi_0(\delta_d)$ и $\varphi_1(\delta_d)$ рис.2. Действительно, при низкой точности ($m < 7$), на рис. 2 этому соответствует участок $\delta_d > 1$, функция $\varphi_1(\delta_d)$ превышает $\varphi_0(\delta_d)$. С повышением точности (при $\delta_d < 1$) ситуация меняется на обратную. Смещение влево номеров ТОП при линейной интерполяции по сравнению со ступенчатой объясняется более быстрым выходом графика функции $\varphi_1(\delta_d)$ на пологий участок, где влияние этой функции на производительность существенно снижается.

Зависимость номеров ТОП преобразования от суммарной погрешности и порядка интерполирующего полинома $i_{opt}(m,r)$ сведены в табл. 3.

Таблица 3

Значения номеров ТОП $i_{opt}(m,r)$

m	$r = 0$	$r = 1$
1 - 4	2	1
5 - 11	3	2
12 - 24	4	3

Эффективность перехода к оптимальным параметрам преобразования целесообразно оценивать по отношению к стандартному способу выбора параметров, например, исходя из координаты первой реперной точки ($i=1$).

Процентное сокращение объёма данных при переходе от этой точки к ТОП можно оценить коэффициентом γ_r %, вида:

$$\gamma_r \% = \frac{V_{rH}(m,1) - V_{rH}(m, i_{opt})}{V_{rH}(m,1)} \cdot 100\% \quad (23)$$

где $V_{rH}(m,1)$, $V_{rH}(m, i_{opt})$ - нормированные производительности АЦП в первой и оптимальной реперных точках соответственно, при заданных m и g .

Результаты расчётов представлены в табл. 4. и на рисунке 3, анализ которых показывает, что эффект сжатия тем больше, чем выше точность преобразования. Это можно объяснить тем, что при высокой точности преобразования выбор частоты осуществляется по крутым участкам функций $\varphi_r(\delta_d)$.

Таблица 4.

Значения коэффициентов γ_0 % (m) и γ_1 % (m)

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
γ_0 %	0	11,3	16,7	20	23,8	26,5	28,6	30,2	31,4	32,5	33,3	34,4	35,3	36
γ_1 %	0	0	0	2,12	4,8	6,3	8,1	9,4	10,2	10,9	11,8	12,8	13,6	14,3

m	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
γ_0 %	36,7	37,3	37,8	38,2	38,7	39,1	39,4	39,7	40	40,3
γ_1 %	15	15,5	16	16,4	16,9	17,2	17,5	17,8	18,1	18,4

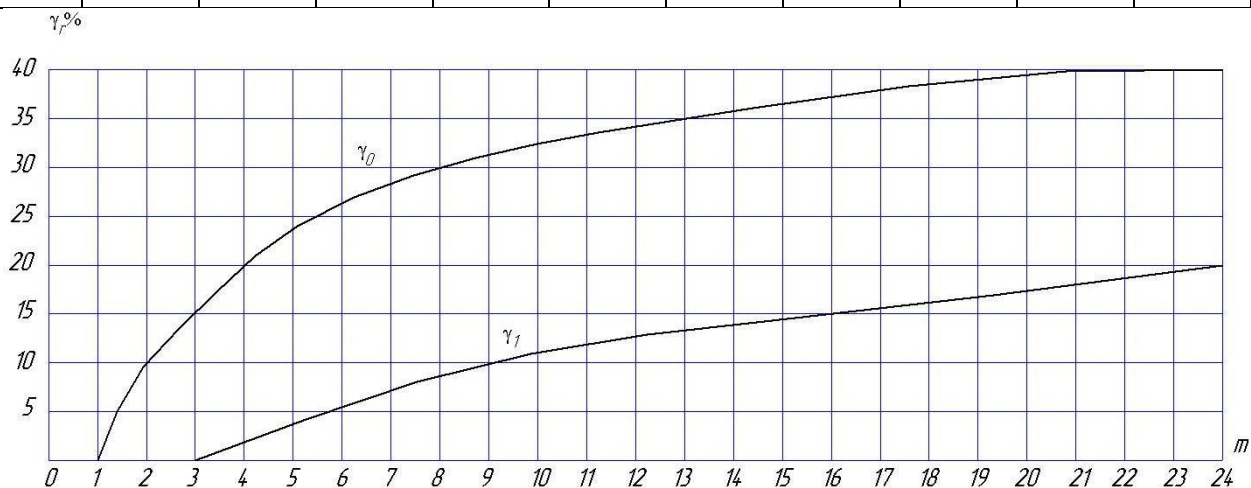


Рис.3. *Процент снижения скорости потока на выходе АЦП для ступенчатой и линейной интерполяции.*

При этом эффект сжатия существенно выше при ступенчатой интерполяции по сравнению с линейной. Так при $m = 24$ переход к ТОП уменьшает объём данных на 40 % при ступенчатой и лишь на 18,4 % - при линейной интерполяциях. Эти результаты также хорошо согласуются с видом функций $\varphi_0(\delta_d)$ и $\varphi_1(\delta_d)$. Следует отметить, что здесь речь идёт о нормированных производительностях, которые не учитывают значений коэффициентов C_r и и следовательно фактические производительности могут иметь иное соотношение. Далее мы попытаемся подтвердить данное положение на примерах.

Как следует из таблицы 3, по сравнению с минимальным числом разрядов, необходимым для выполнения требований по точности, переход к ТОП требует увеличения разрядности АЦП. Причём, чем выше точность преобразования, тем большее число разрядов необходимо добавить для перехода к ТОП. Стоимость микросхем напрямую связана с разрядностью преобразователей, то есть переход к ТОП требует дополнительных материальных затрат. Для высокоточных преобразователей этот переход может далеко выйти за пределы возможностей современных производств. В этих случаях можно попытаться выбрать параметры исходя из координат $(i_{орт} - 1)$ -ой реперной точки. а снижение эффективности сжатия по отношению к ТОП можно оценить так:

$$\Delta\% = \frac{V_{rH}(m, i_{opt-1}) - V_{rH}(m, i_{opt})}{V_{rH}(m, i_{opt})} \cdot 100\% \quad (24)$$

Расчёты показывают, что для точных и высокоточных АЦП ($m = 12 \div 24$) выбор параметров по $(i_{opt} - 1)$ -ым реперным точкам увеличивает скорости потоков по сравнению с ТОП соответственно на $0,45\% \div 3,3\%$ при ступенчатой и на $0,84\% \div 4\%$ - при линейной интерполяции. Как видим, общий эффект сжатия и в этом случае оказывается вполне значимым.

Требования к параметрам преобразования вытекают из соответствующих требований ко всей системе и, в общем случае, допустимые ошибки преобразования δ_Σ могут быть любыми. Чтобы воспользоваться результатами проведенных исследований при произвольных δ_Σ , следует сперва выбрать значение m , необходимое для расчёта оптимальной разрядности. Пусть, например, суммарная ошибка преобразования лежит между двумя соседними значениями шагов квантования:

$$\frac{100}{2^{k+1}} \leq \delta_\Sigma \leq \frac{100}{2^k} \quad (25)$$

Тогда целесообразно в качестве m выбирать показатель k , если заданная ошибка δ_Σ расположена ближе к правой границе интервала (25), и $(k+1)$ – в противном случае. Такой выбор обеспечивается при оценке m по формуле:

$$m = \text{int} \left[\log_2 \frac{100}{\delta_\Sigma} + 0,5 \right], \quad (26)$$

С учётом этого общую методику расчёта оптимальных параметров преобразования при заданных ошибках δ_Σ можно представить этапами:

- 1) Расчет коэффициентов C_r по формуле (9) на основе имеющихся сведений о кодируемых сигналах и способах их восстановления.
- 2) Расчёт значения параметра m по формуле (26).
- 3) Выбор номера оптимальной реперной точки $i_{opt}(m,r)$ по табл. 3.
- 4) Вычисление оптимальной разрядности АЦП по формуле: $n_{opt} = m + i_{opt}$
- 5) Расчёт ошибки дискретизации в ТОП по формуле: $\delta_{допт}^r = \delta_{\Sigma} - 100 / 2^{n_{opt}}$
- 6) Расчёт оптимальной частоты опроса $F_{гопт}$ по формуле (10).
- 7) Оценка производительности АЦП по формуле (2).

В качестве примера произведём расчёт оптимальных параметров АЦП:

- при кодировании сигнала: $X(t) = A \times \sin(\omega t)$, при $A = 1$ в и $f = 100$ кГц;
- с заданной методической составляющей ошибки АЦП: $\delta_{\Sigma} = 0,002$ %;
- при восстановлении сигналов ступенчатым полиномом;
- при восстановлении сигналов линейным полиномом.

Поэтапное выполнение методики приводит к следующим результатам.

- 1) $C_0 = 314 f$; $C_1 = 15,7 f$; 2) $m = 16$; 3) $i_{opt}(16,0) = 4$; $i_{opt}(16,1) = 3$.
- 4) $n_{0opt} = 20$; $n_{1opt} = 19$; 5) $\delta_{допт}^0 = 0,0019$; $\delta_{допт}^1 = 0,0018$
- 6) $F_{0opt} = 314 f / 0,0019 = 165\,263 \cdot 10^5$ Гц; $F_{1opt} = 15,7 f / 0,042 = 374 \cdot 10^5$ Гц
- 7) $V_0 = 314 \times 20 \times f / 0,0019 = 330526$ Мбод; $V_1 = 15,7 \times 19 \times f / 0,042 = 710$ Мбод.

Таким образом, при суммарной погрешности 0,002 % переход от ступенчатой интерполяции к линейной дал сокращение объёма данных более чем в 400 раз. Это обусловлено двадцатикратным снижением значения коэффициента C_r , и почти двадцатикратным уменьшением значения функции

$\varphi_r(\delta_d)$ при переходе от ступенчатой к линейной интерполяции. При грубых преобразованиях преимущества линейной интерполяции не столь значительны. Так при суммарной погрешности в 10 % переход к линейной интерполяции обеспечивает сокращение объёмов данных только в 10 раз. Поскольку значения коэффициентов C_r при этом не меняются, то, очевидно, что снижение эффекта обусловлено изменением соотношения функций φ_r при $\delta_d > 1$.

Расчёт эффективности сжатия по отношению к показателям в реперной точке с минимальным числом разрядов при $\delta_\Sigma = 0,002$ показывают, что в случае ступенчатой интерполяции сокращение объёма в процентном отношении составило 97 %, а в случае линейной – 94 %, причем рост эффективности связан с уменьшением ошибок дискретизации при минимальной разрядности и выходом на более крутой участок функций φ_r . В связи с этим, приведенные в табл. 3 значения коэффициентов γ_r %, можно считать нижними оценками эффективности перехода к ТОП при произвольных δ_Σ .

Весь предыдущий анализ мы проводили в предположении, что максимальная ошибка квантования равна шагу. На практике часто используются характеристики квантования, обеспечивающие величину ошибки квантования в пределах $\frac{1}{2}$ кванта. Формула расчёта нормированной производительности в этом случае принимает вид:

$$V_{rH}(m, i) = \sqrt[r+1]{\frac{2^{m+i}}{100(2^i-1)}} \cdot (m + i - 1) \quad (27)$$

Как было показано, основное влияние на производительность АЦП оказывает величина первых сомножителей в формулах (19 и 27). Поскольку они совпадают, то и основные выводы, сделанные по результатам исследований, справедливы и в данном случае. Отличие заключается лишь в том, что оптимальную разрядность при $\varepsilon_{\text{квmax}} = 1/2$ шага следует вычислять по формуле:

$$n_{\text{opt}} = m + i_{\text{opt}} - 1 \quad (28)$$

(при этом ошибка квантования составляет величину: $\delta_{\text{кв opt}} = 100 / 2^{n_{\text{opt}} + 1}$).

Кроме того, имеет место незначительное снижение эффективности перехода к ТОП. При суммарной погрешности $\delta_{\Sigma} = 100 / 2^m$ близкими оценками эффективности в этом случае могут служить данные, содержащиеся в столбце табл. 3 с номером (m-1).

Таким образом, в статье даны рекомендации по выбору частоты и разрядности АЦП, которые при заданной точности преобразования обеспечивают минимальный объём формируемых преобразователем данных. Критерием выбора являлся объём формируемых данных, а варьируемыми параметрами – методические составляющие суммарной ошибки.

На практике при выборе параметров может понадобиться учёт и других показателей. Это связано со следующими обстоятельствами.

1. Строго говоря, для потребителя может быть важен не сам объём данных как таковой, а общесистемные показатели с ним связанные. Такими

показателями, в частности, могут являться стоимостные и аппаратурные затраты на реализацию проекта.

2. Суммарная ошибка реальных АЦП зависит не только от методических, но и от инструментальных погрешностей. Наличие этих ошибок сужает область допустимых параметров преобразования и, следовательно, влияет на выбор.

В связи с этим, было бы целесообразно учесть эти факторы в дальнейших исследованиях.

Когда суммарная ошибка δ_{Σ} содержит и инструментальную составляющую, то она должна быть включена в виде дополнительного слагаемого в левую часть неравенства (5). Переноса эту составляющую в правую часть, мы тем самым мы можем свести задачу к уже рассмотренной. Отрезок АВ на рис. 1а смещается при этом к началу координат. Соответственно сужается и область допустимых параметров преобразования. Вопросы оценки, а также компенсации инструментальных погрешностей АЦП выходят за рамки настоящей работы. Различным аспектам решения данной проблемы посвящена обширная литература отечественных и зарубежных авторов.

Строго говоря, выбор параметров по критерию объёма формируемых данных должен производиться с учётом общесистемных показателей и, в частности, стоимости. Как ранее уже было отмечено, переход к ТОП связан, как правило, с дополнительными затратами либо на приобретение более дорогих микросхем, либо, при их отсутствии, - на разработку моделей, отвечающих требованиям. Естественно при этом, что принятие решения о

выборе параметров по ТОП должно приниматься как с учётом полезного эффекта, обеспечиваемого за счёт сокращения объёмов данных, так и дополнительных затрат, необходимых для реализации такого проекта. Данная постановка безусловно имеет теоретическое и практическое значение, однако не входила в круг решаемых в данной работе задач.

Библиографический список

1. Ходоровский А.З., Гришин Р.А. Выбор параметров аналого-цифрового преобразования, обеспечивающих при заданной погрешности преобразования минимальный объём формируемых данных // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2012. № 2.С. 3-8.
2. Мановцев А. П. Основы теории радиотелеметрии. М.: Энергия, 1973. 592 с.