

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

*Московский авиационный институт*

(национальный исследовательский университет)

На правах рукописи

УДК 629.783

НГУЕН НАМ КУИ



**МЕТОДИКА ОПТИМИЗАЦИИ ОРБИТАЛЬНОГО ПОСТРОЕНИЯ  
ДВУХЪЯРУСНЫХ СПУТНИКОВЫХ СИСТЕМ  
НЕПРЕРЫВНОГО ОБЗОРА СФЕРИЧЕСКОГО СЛОЯ  
ОКОЛОЗЕМНОГО КОСМИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА**

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук

Специальность 05.07.09

Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов

Научный руководитель:

Доктор технических наук, профессор

Разумный Юрий Николаевич

Москва, 2018 г.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ГЛАВА 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ОРБИТАЛЬНОГО ПОСТРОЕНИЯ ДВУХЪЯРУСНЫХ СПУТНИКОВЫХ СИСТЕМ НЕПРЕРЫВНОГО ОБЗОРА СФЕРИЧЕСКОГО СЛОЯ ОКОЛОЗЕМНОГО КОСМИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА, ЕЕ ДЕКОМПОЗИЦИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ .....	13
1.1. Постановка задачи оптимизации орбитального построения двухъярусных спутниковых систем непрерывного обзора сферического слоя околоземного космического пространства .....	13
1.1.1. Основные понятия проектной баллистики спутниковых систем непрерывного обзора сферического слоя околоземного космического пространства .....	13
1.1.2. Постановка оптимизационной задачи.....	21
1.2. Декомпозиция задачи оптимизации орбитального построения двухъярусных спутниковых систем непрерывного обзора сферического слоя околоземного космического пространства .....	23
1.3. Методический подход к решению оптимизационной задачи .....	26
1.4. Ограничения на исходные данные и оптимизируемые параметры .....	28
1.4.1. Диапазоны возможных значений исходных данных.....	28
1.4.2. Диапазоны возможных значений оптимизируемых параметров .....	30
1.5. Выводы .....	32
ГЛАВА 2. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ МЕТОДИКИ ОПТИМИЗАЦИИ ОРБИТАЛЬНОГО ПОСТРОЕНИЯ ДВУХЪЯРУСНЫХ СПУТНИКОВЫХ СИСТЕМ НЕПРЕРЫВНОГО ОБЗОРА СФЕРИЧЕСКОГО СЛОЯ ОКОЛОЗЕМНОГО КОСМИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА.....	33
2.1. Определение критических значений углового радиуса зон обзора спутников верхнего яруса.....	33
2.2. Определение критических значений углового радиуса зон обзора спутников нижнего яруса.....	37
2.3. Алгоритм оптимизации двухъярусного орбитального построения.....	42
2.3.1. Расчет характеристик обзора сферы единичного радиуса с помощью	

однорусной дельта-системы .....	42
2.3.2. Расчет оптимальных вариантов двухъярусного орбитального построения.....	69
2.4. Автоматизированная процедура решения задачи оптимизации орбитального построения двухъярусных спутниковых систем непрерывного обзора сферического слоя околоземного космического пространства .....	71
2.5. Выводы .....	75
ГЛАВА 3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ОРБИТАЛЬНОГО ПОСТРОЕНИЯ ДВУХЪЯРУСНЫХ СПУТНИКОВЫХ СИСТЕМ НЕПРЕРЫВНОГО ОБЗОРА СФЕРИЧЕСКОГО СЛОЯ ОКОЛОЗЕМНОГО КОСМИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА .....	76
3.1. Архитектура и общая характеристика программного комплекса решения задачи оптимизации двухъярусного орбитального построения .....	76
3.1.1. Архитектура программного комплекса.....	76
3.1.2. Графический интерфейс .....	78
3.2. Описание электронного каталога оптимальных вариантов орбитального построения двухъярусных спутниковых систем непрерывного обзора сферического слоя околоземного космического пространства .....	93
3.3. Анализ областей локализации оптимальных вариантов орбитального построения спутниковых систем непрерывного обзора сферического слоя околоземного космического пространства .....	96
3.3.1. Анализ характеристик оптимальных вариантов однорусных дельта-систем... ..	96
3.3.2. Области локализации оптимальных вариантов двухъярусных спутниковых систем	106
3.4. Сравнительный анализ возможностей двухъярусных и однорусных орбитальных построений .....	111
3.5. Выводы .....	126
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	128
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ.....	131
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	132

## ВВЕДЕНИЕ

В связи с интенсивным развитием космических средств решения задач глобальной навигации, обеспечения безопасности космической деятельности, мониторинга засорённости космического пространства и ряда других перспективных задач в настоящее время остро встает вопрос определения рациональных вариантов орбитального построения спутниковых систем, осуществляющих в абстрактной постановке обзор заданных районов околоземного космического пространства.

Под *спутниковой системой* (СС) понимают группировку спутников, совместно решающих единую целевую задачу. Повышение эффективности СС неразрывно связано с дальнейшим совершенствованием теории их технического проектирования и, в первую очередь, баллистического проектирования – важнейшего этапа, на котором осуществляется выбор (оптимизация) орбитального построения СС.

*Орбитальное построение СС* определяется числом спутников и параметрами их орбит. Важность задачи оптимизации орбитального построения обусловлена тем, что многие показатели эффективности СС зависят не только от технических характеристик СС, но и в значительной мере от того, насколько правильно выбраны орбиты и организовано движение по ним спутников.

Задача выбора орбитального построения – одна из важнейших задач, решаемых при баллистическом проектировании СС. Баллистическое проектирование СС – сложный многоуровневый процесс, требующий учета множества факторов и дающий в конечном итоге вариант орбитального построения, обеспечивающий требуемую эффективность решения целевой задачи при минимуме затрат (или наибольшую эффективность решения целевой задачи при фиксированных затратах). Сложность данного процесса не позволяет сразу, с учетом всех факторов, получить необходимое решение. Поэтому задача баллистического проектирования СС решается поэтапно.

На начальном этапе оптимизация орбитального построения СС осуществляется по критериям обзора. Функция обзора заключается в обеспечении

видимости спутниками заданных областей. Обзор может быть постоянным или разрывным во времени. Обзору могут подлежать отдельные районы Земли, вся земная поверхность и (или) прилегающее к ней космическое пространство. При этом дополнительно может ставиться условие одновременной видимости определенного числа спутников. В этом случае говорят о необходимости многократного или  $L$ -кратного обзора. Например, для осуществления навигационных определений требуется видимость не менее чем 4-х спутников.

Объектом исследований в настоящей работе являются СС непрерывного обзора сферического слоя околоземного космического пространства (ОКП). При этом изучается общий случай  $L$ -кратного ( $L \geq 1$ ) обзора сферического слоя, когда для каждой точки сферического слоя в любой момент времени активного функционирования СС обеспечивается обзор не менее чем  $L$  спутниками системы.

Предметом исследований являются методы оптимизации орбитального построения СС непрерывного обзора сферического слоя ОКП.

Актуальность темы исследований определяется постановкой задачи оптимизации СС непрерывного обзора сферического слоя ОКП, недостаточностью проработки вопросов проектирования СС подобного типа и необходимостью совершенствования методологии оптимизации орбитального построения таких систем.

Степень разработанности темы исследований, вопросов оптимизации СС обзора сферического слоя РКП определяется следующими факторами. Подлежащий обзору сферический слой ОКП по сути является множеством (бесконечным множеством) концентрических сфер. Так же как у земного сфероида центром у этих сфер является центр Земли. Следовательно, задача оптимизации орбитального построения для СС обзора Земли и для СС обзора сферического слоя ОКП должна иметь единое методическое основание.

Исследования в данном направлении начались в 60-х годах прошлого века с изучения вопросов оптимизации орбитального построения СС непрерывного однократного глобального землеобзора [12, 13, 15-17, 19-20, 44, 59, 73, 94, 97-99].

Л. Варго для оптимизации орбитального построения таких систем предложил использовать метод *спутниковых цепочек* [97]. В основу данного метода был

положен принцип формирования СС из спутниковых "цепочек" – спутников, движущихся по одной круговой орбите на равном удалении друг от друга. Каждой такой цепочке ставится в соответствие непрерывно наблюдаемая ее спутниками на "неподвижной" Земле полоса обзора, являющаяся местом пересечения зон обзора отдельных спутников, а оптимизация орбитального построения заключается в определении состава цепочек и их относительного расположения при условии сплошного покрытия Земли полосами обзора.

Ф. Гобетц в [59] усовершенствовал данный метод, предложив синхронизировать движение спутников в соседних орбитальных плоскостях (в соседних цепочках), фазируя их в "шахматном" порядке. Такая синхронизация позволила подключить к выполнению функции обзора части зон обзора отдельных спутников, выступающие за границы полос обзора, и повысила качество орбитального построения таких систем. Ф. Гобетц исследовал также возможности СС с орбитами, проходящими через вершины правильных многогранников, но получил неудовлетворительные результаты.

Метод спутниковых цепочек ограничен в применении – он может использоваться лишь для СС, число спутников в которых имеет кратность, позволяющую создавать достаточное число цепочек с достаточным числом спутников в них. Кроме того, метод цепочек не дает удовлетворительного решения в случае многократного обзора, а также в случае, когда зоны обзора спутников имеют значительные размеры.

Указанные недостатки требовали для их устранения применения альтернативных, более точных, методов оптимизации, перехода от рассмотрения упрощенной стационарной картины покрытия сферы полосами обзора к исследованию реальной динамики ее покрытия круговыми зонами обзора спутников. Если задача оптимизации орбитального построения методом цепочек решалась аналитически и не требовала больших вычислительных затрат, то при переходе к более точным, численным, методам оптимизации эти затраты существенно возрастали. Поэтому для применения численных методов необходимо было кардинальное сужение области оптимизации, сведение ее к узким классам спутниковых построений, обладающим выгодными качествами для непрерывного

глобального обзора.

Дж. Уолкер, занимаясь вопросами непрерывного одно- и двукратного обзора, открыл так называемые "дельта-системы", рассчитал характеристики лучших из них для числа спутников от 5 до 15 и для кратности обзора от 1 до 4. На основе анализа полученных результатов он обосновал высокое качество дельта-систем в задаче непрерывного глобального землеобзора [98, 99].

Дельта-системы строятся на круговых орбитах одинакового радиуса и наклона, имеют одинаковое количество спутников в орбитальных плоскостях, характеризуются равномерным распределением спутников вдоль орбиты и равномерным распределением восходящих узлов орбит вдоль экватора. При этом спутники, находящиеся в соседних орбитальных плоскостях, либо одновременно пересекают экватор, либо делают это с определенным сдвигом по времени – с "расфазировкой".

А. Баллард примерно в одно время с Дж. Уолкером открыл системы с аналогичными свойствами, назвав их "розеточными построениями" [44]. Г.В. Можаяев, работая параллельно с Дж. Уолкером и А. Баллардом над проблемой оптимизации СС непрерывного глобального обзора, в 1960-70-х годах теоретически, на основе применения теоретико-группового подхода (теории групп и теории симметрии), обосновал широкий класс рациональных вариантов орбитальных структур – класс кинематически правильных систем (КПС) [12, 13, 15-17, 19, 20], в дальнейшем развил теорию КПС, расширил данный класс спутниковых структур и изучил эффективность их применения в задаче непрерывного обзора [10, 11, 14, 18, 21-26]. При этом оказалось, что дельта-системы Дж. Уолкера представляют собой подкласс кинематически правильных систем.

Таким образом, к 1980-м годам была найдена предпочтительная область оптимизации орбитальных построений СС непрерывного глобального обзора – класс КПС, а задача оптимизации орбитальных построений сведена к анализу различных вариантов КПС и выбору из них наилучших (оптимальных).

Для КПС, в том числе – для дельта-систем (как, впрочем, для любых СС, построенных на круговых равновысотных орбитах), универсальным показателем

качества непрерывного глобального покрытия сферы круговыми зонами обзора спутников является  $\alpha$ -характеристика  $L$ -кратного обзора  $\alpha^L$  – минимальный угловой радиус зон обзора  $\alpha$ , обеспечивающий непрерывное сплошное  $L$ -кратное покрытие ими сферы. Используя данный показатель, выбор наилучшего варианта сводится к нахождению варианта с наименьшей  $\alpha$ -характеристикой.

Изучению вопросов глобального непрерывного землеобзора посвящены также работы таких известных ученых в области системно-баллистических исследований, как Дж. Дрейм [52-55], Ш.И. Галиев [3-6], Р. Людерс [73, 74], М. Уллок [94], В. Адамс [41], Т. Лэнг [65-68], Ю.Н. Разумный [86], А.А. Гутенев [61], Ю.П. Улыбышев [95, 96], А. Ченсинер [47], Ф. Дюфуа [56, 57], Т. Талейб [91, 92], В.К. Саульский [39], В. Кайдонг [64], О. Де Век [50].

Задача непрерывного обзора ОКП появилась в последние годы в связи с возникновением новых актуальных вопросов космической деятельности, в частности в области глобальной навигации космических потребителей, мониторинга загрязненности космического пространства, решения задач инспекции спутников и их орбитального обслуживания и др.

Изучению вопросов, касающихся СС связи, навигации, контроля засоренности космического пространства и др., сводящихся к непрерывному обзору ОКП, посвящены следующие работы других авторов: [2, 27-36, 51, 58, 63, 70, 76, 79, 80, 88-90, 100, 101]. При этом вопросы оптимизации орбитального построения СС непрерывного обзора ОКП практически не рассматривались.

Задачу обзора ОКП можно интерпретировать как задачу обзора каждой сферы в заданном сферическом слое ОКП. При такой интерпретации очевидна не только аналогия, но и родство задачи непрерывного обзора Земли с задачей непрерывного обзора ОКП. Аналогичны и основные методические принципы решения обеих задач. Поэтому в качестве области оптимизации орбитальных построений для СС непрерывного обзора ОКП принято также рассматривать класс КПС (дельта-систем), а для поиска рациональных вариантов орбитальных построений использовать понятие  $\alpha$ -характеристик.

До сих пор, изучая вопросы непрерывного глобального обзора, исследователи ограничивались выбором традиционного, одноярусного, способа



построения СС, например, в [38]. Известны подходы к оптимизации многоярусных (разновысотных) СС непрерывного обзора поверхности Земли [86, 40], а также подходы к оптимизации заданных районов ОКП с помощью традиционных одноярусных СС [38]. Автору не известны работы по оптимизации многоярусных (разновысотных) орбитальных построений СС непрерывного обзора ОКП.

Цель настоящих исследований – разработка методического и программно-алгоритмического аппарата для решения задачи оптимизации двухъярусного орбитального построения СС непрерывного обзора сферического слоя ОКП.

Для достижения поставленной цели в работе проводятся исследования по следующим направлениям (решаются следующие частные задачи):

1. Разработка методического подхода к решению задачи оптимизации орбитального построения двухъярусных СС непрерывного обзора сферического слоя ОКП.

2. Разработка теоретических положений, определяющих способ оптимизации двухъярусных орбитальных построений с использованием  $\alpha$ -характеристик дельта-систем.

3. Разработка алгоритмов и программ для расчета требуемых характеристик и оптимизации орбитального построения двухъярусных СС (программное обеспечение должно быть разработано на языке программирования C++).

4. Формирование электронного каталога оптимальных вариантов орбитального построения двухъярусных СС непрерывного обзора сферического слоя ОКП, их сравнение с одноярусными вариантами.

Исследования в указанных направлениях позволили, с одной стороны, сформулировать и обосновать новые научные положения в области оптимизации орбитального построения двухъярусных СС, а с другой стороны – разработать основные положения методики, алгоритмы решения частных задач и вычислительные программы, дающие необходимые для практики инструментальные средства оптимизации орбитального построения СС непрерывного обзора сферического слоя ОКП.

Научная новизна работы заключается в следующем:

1. Предложен новый способ формирования орбитального построения СС непрерывного обзора сферического слоя ОКП на основе использования двухъярусных орбитальных структур при оснащении спутников верхнего и нижнего ярусов разнонаправленной бортовой аппаратурой наблюдения.

2. Впервые показано, что задача проектирования орбитального построения двухъярусной СС может быть решена на основе рационального определения и изучения так называемых зон ответственности каждого из двух ярусов системы при обслуживании (мониторинге) заданного сферического слоя ОКП.

3. Разработаны теоретические положения, определяющие способ оптимизации предложенного в работе нового класса двухъярусных орбитальных построений СС непрерывного обзора сферического слоя ОКП.

Теоретическая значимость работы состоит в следующем:

1. На основе декомпозиции задачи оптимизации орбитального построения двухъярусных СС непрерывного обзора ОКП по критерию минимума затрат характеристической скорости на развёртывание таких СС разработаны теоретические положения по оптимизации зон ответственности (выбору зон обслуживания) каждого из двух ярусов системы в пределах наблюдаемого сферического слоя ОКП.

2. Сформулированы теоретические положения, позволяющие рассматривать подлежащий обзору сферический слой как совокупность соприкасающихся слоев, обслуживаемых каждым из двух ярусов. Отдельно для верхнего и нижнего ярусов получено аналитическое решение задачи определения оптимальной высоты орбит и минимально необходимого углового радиуса зон обзора спутников яруса для фиксированной высоты разделения наблюдаемого сферического слоя на зоны ответственности каждого яруса. Разработан численный алгоритм определения оптимальной высоты разделения наблюдаемого сферического слоя на зоны ответственности каждого из двух ярусов по критерию минимума потребных затрат суммарной характеристической скорости на формирование двухъярусной СС.

3. С целью проведения глобальной оптимизации двухъярусных СС

теоретически обоснован быстродействующий способ расчета  $\alpha$ -характеристик непрерывного обзора сферы и выбора оптимального варианта двухъярусной СС обзора требуемого сферического слоя ОКП на основе создания электронной базы (электронного каталога) рациональных вариантов СС в широком диапазоне изменения параметров орбит и характеристик обзора и их целенаправленного сканирования с использованием заданных исходных данных.

Практическая значимость работы состоит в создании методического и программно-алгоритмического аппарата, позволяющего значительно повысить эффективность решения задачи выбора орбитального построения СС непрерывного обзора сферического слоя ОКП на начальной стадии баллистического проектирования целевых космических систем.

Методы исследования – методы системного анализа, численные методы оптимизации, теория симметричных систем.

Положения, выносимые на защиту:

1. Постановка задачи оптимизации орбитального построения двухъярусных СС непрерывного обзора ОКП и ее декомпозиция.

2. Методический подход и основные положения методики оптимизации орбитального построения двухъярусных СС непрерывного обзора сферического слоя ОКП.

3. Аналитические соотношения для определения оптимальной высоты формирования нижнего и верхнего ярусов двухъярусной СС непрерывного многократного обзора сферического слоя ОКП.

4. Комплекс компьютерных программ и автоматизированная система для оптимизации орбитального построения двухъярусных СС непрерывного многократного обзора сферического слоя ОКП.

5. Предложения по применению двухъярусного орбитального построения для СС непрерывного обзора сферического слоя ОКП, результаты сравнения двухъярусного и одноярусного вариантов орбитального построения, предпочтительные варианты двухъярусного орбитального построения СС непрерывного обзора сферического слоя ОКП.

### Степень достоверности полученных результатов.

Достоверность полученных результатов подтверждается их сопоставлением с известными частными решениями, полученными другими авторами (Т. Лэнг, Г.В. Можаяев, Дж. Уолкер) в области непрерывного глобального покрытия сферы.

### Апробация результатов и публикации.

Результаты диссертационной работы докладывались и получили одобрение на следующих научных конференциях:

1. 15-я Международная конференция «Авиация и космонавтика - 2016». 14-18 ноября 2016 года. Москва.
2. 21-я Международная научная конференция «Системный анализ, управление и навигация». 3-10 июля 2016 года. г.Евпатория (Крым).
3. Гагаринские чтения - 2017: XLIII международная молодёжная научная конференция. 5-20 апреля 2017 года. Москва.
4. 3-я Международная конференция по динамике и управлению космическими системами (3rd IAA Conference on Dynamics and Control Systems - DyCoSS'2017), с 30 мая по 1 июня 2017 года. Москва. РУДН.

Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 6 печатных работах, в том числе в двух журналах из перечня ВАК [28, 30] и в одном источнике, индексируемом в базе данных Scopus [80], а также использованы при подготовке пяти заявок на получение патентов РФ на изобретения [31-35] (получено положительное решение о выдаче патентов).

### Структура и объем диссертации.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы из 105 наименований. Она содержит 142 страницы текста, включающего 46 рисунков и 5 таблиц.

# ГЛАВА 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ОРБИТАЛЬНОГО ПОСТРОЕНИЯ ДВУХЪЯРУСНЫХ СПУТНИКОВЫХ СИСТЕМ НЕПРЕРЫВНОГО ОБЗОРА СФЕРИЧЕСКОГО СЛОЯ ОКОЛОЗЕМНОГО КОСМИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА, ЕЕ ДЕКОМПОЗИЦИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ

## 1.1. Постановка задачи оптимизации орбитального построения двухъярусных спутниковых систем непрерывного обзора сферического слоя околоземного космического пространства

### 1.1.1. Основные понятия проектной баллистики спутниковых систем непрерывного обзора сферического слоя околоземного космического пространства

Подлежащий обслуживанию (обзору) *сферический слой ОКП* представляет собой пространственную область, находящуюся над Землей в заданном диапазоне высот  $[H_1, H_2]$ , где  $H_1$  и  $H_2$  – высоты нижней и верхней границы слоя соответственно (рисунок 1).

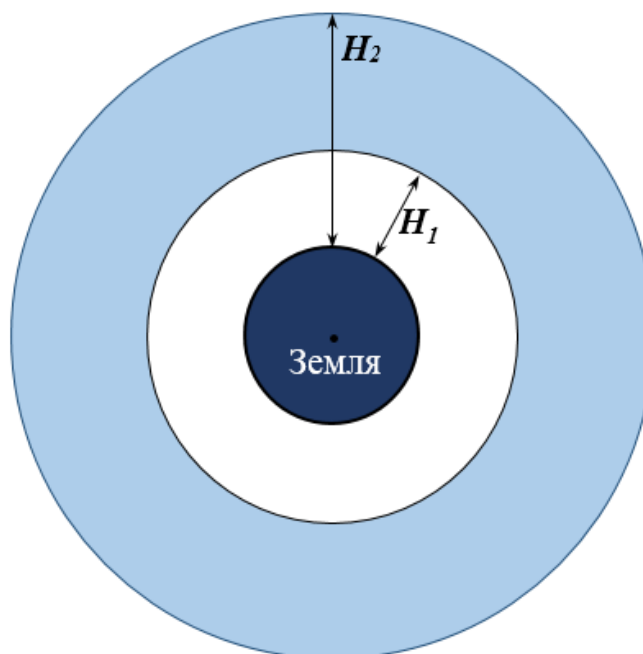


Рисунок 1. Сферический слой околоземного космического пространства

Сферический слой ОКП может быть интерпретирован как множество концентрических *сфер обзора* с центром, совпадающим с центром Земли, и высотами нахождения над Землей в диапазоне  $[H_1, H_2]$ . Понятно, что если  $H_1=0$ , то

нижней границей слоя (нижней сферой обзора) является земная поверхность, а если  $H_1=H_2=0$ , то задача обзора сферического слоя вырождается в задачу землеобзора.

Сферический слой ОКП будем для краткости называть сферическим слоем  $(H_1, H_2)$ , а его нижнюю и верхнюю граничные сферы называть нижней сферой  $H_1$  и верхней сферой  $H_2$  соответственно.

Область пространства, обслуживаемую (видимую) отдельно взятым спутником, называют *областью обзора спутника*, а часть сферы обзора, видимую этим спутником, называют *зоной обзора спутника* (рисунок 2).

Форму (геометрию) и размеры областей обзора и зон обзора определяют *условия обзора*. В большинстве случаев условия обзора задаются набором следующих параметров:

- угол полураствора бортовой аппаратуры (конуса обзора)  $\beta$  – максимально допустимый угол между направлением на точку обзора и местной вертикалью;
- дальность обзора  $D$  – максимально допустимая дальность действия бортовой аппаратуры;
- предельный угол места спутника  $\gamma$  – минимально допустимый угол места спутника над горизонтом точки обзора.

На сфере обзора зона обзора чаще всего (на Земле – всегда) имеет форму кругового сегмента с центром в подспутниковой точке, иначе говоря – форму подспутникового круга. Угловой радиус подспутникового круга принято обозначать символом  $\alpha$  (рисунок 2).

Величина углового радиуса зон обзора  $\alpha$  на Земле всегда меньше  $90^\circ$ , а в космосе (на космической сфере обзора) может быть как меньше, так и больше  $90^\circ$ . Пример зоны обзора с угловым радиусом, превышающим  $90^\circ$ , приведен на рисунке 3.

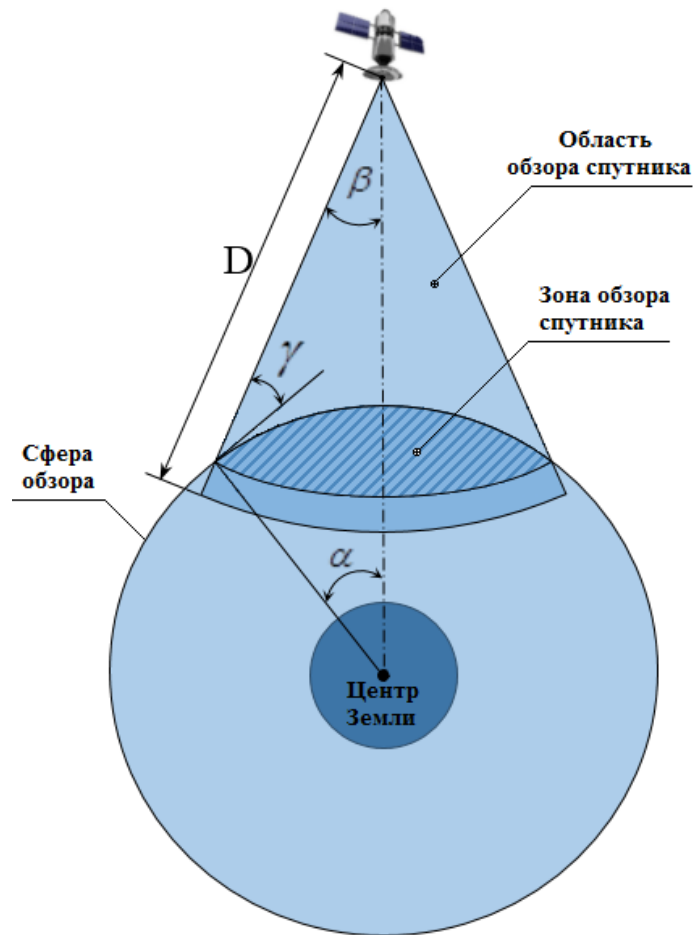


Рисунок 2. Параметры спутникового обзора

В космосе при определенных условиях форма зоны обзора может отличаться от круговой – на рисунке 4 показана кольцевая зона обзора (кольцо), а на рисунке 5 – составная зона обзора (круг и кольцо).

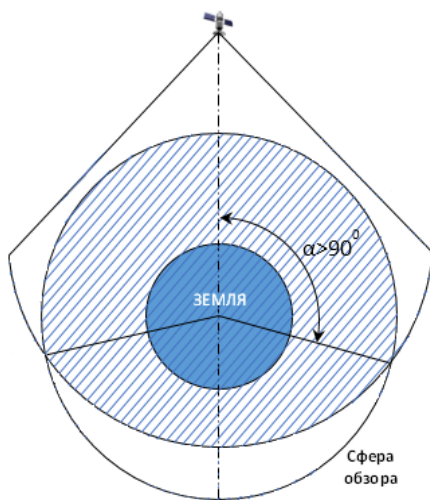


Рисунок 3. Круговая зона обзора с угловым радиусом больше  $90^\circ$

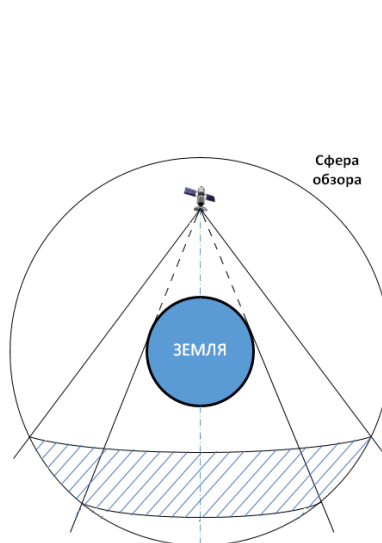


Рисунок 4. Кольцевая зона обзора

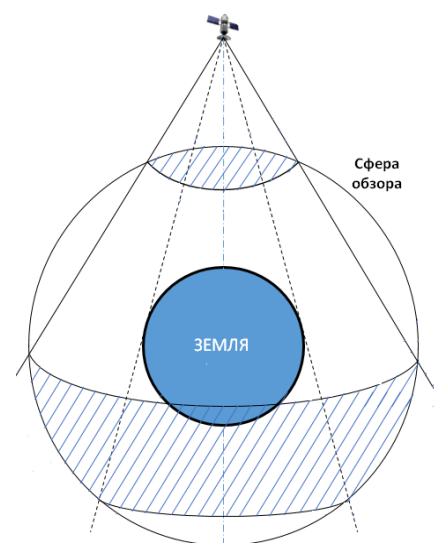


Рисунок 5. Составная зона обзора

В данной работе ограничимся рассмотрением круговых зон обзора (см. рисунки 2 и 3).

Для кольцевых и составных зон обзора вопросы оптимизации спутниковых систем лежат вне рамок настоящих исследований и требуют отдельного изучения.

Центральное место в проектной баллистике отводится выбору типа орбитального построения СС.

Тип орбитального построения определяется двумя факторами:

- 1) типом орбит (круговые или эллиптические);
- 2) соотношением параметров орбит.

В настоящей работе будем рассматривать спутниковые системы, построенные на круговых орбитах одинакового радиуса и наклона, или *системы на одинаковых круговых орбитах*.

Выбор данного типа орбитального построения имеет следующее объяснение.

Во-первых, большинство СС непрерывного глобального обзора построено на одинаковых круговых орбитах. Данное обстоятельство объясняется однотипностью динамики функционирования всех спутников, что позволяет:

- гарантировать более высокую структурную устойчивость таких систем и обеспечить тем самым меньшие расходы на проведение коррекции орбитального движения спутников;
- обеспечить создание унифицированной, и потому более дешевой, спутниковой аппаратуры;
- упростить работу наземного комплекса управления орбитальной группировкой;
- обеспечить равномерность движения спутников и постоянство высоты их расположения над обслуживаемыми районами и, соответственно, реализовать наиболее простой и надежный режим работы целевой аппаратуры.

Во-вторых, исследования возможностей эллиптических орбит в задаче непрерывного обзора показали [8, 22], что при равном числе спутников системы на эллиптических орбитах имеют значение большой полуоси, соизмеримое с радиусом орбит в системах на круговых орбитах. То есть, по уровню механической энергии орбит, от которой в значительной степени зависят затраты на выведение



спутников, системы на эллиптических орбитах не обнаружили превосходства перед системами на круговых орбитах. Но системы на круговых орбитах имеют существенное преимущество перед системами на эллиптических орбитах с точки зрения качества их баллистического функционирования. Данное обстоятельство при прочих равных условиях имеет решающее значение.

Введем в рассмотрение следующие понятия:

✓ *начальное фазовое состояние спутника:*

$$\phi_j = \{\Omega_j, u_j\}, \quad (1)$$

где  $j$  – номер спутника,  $\Omega_j$  – прямое восхождение восходящего узла орбиты, а  $u_j$  – аргумент широты  $j$ -го спутника в фиксированный момент времени);

✓ *фазовая структура системы* как полный набор начальных фазовых состояний всех ее спутников:

$$\Phi = \Phi(N) = \{\phi_1, \dots, \phi_N\}, \quad (2)$$

где  $N$  – количество спутников в системе.

С учетом введенных обозначений орбитальное построение системы на одинаковых круговых орбитах можно записать как

$$s = s(N, H, i) = \{\Phi(N), H, i\}, \quad (3)$$

где  $H$  – высота орбит,  $i$  – наклонение орбит.

Среди всего множества возможных вариантов построения системы на одинаковых круговых орбитах выберем для исследования класс так называемых *дельта-систем*.

Дельта-системы были открыты Дж. Уолкером в 1970-х годах [98, 99]. Они показали высокое качество в задаче непрерывного глобального землеобзора. В классе дельта-систем находятся, например, орбитальные построения СС глобальной навигации ГЛОНАСС и NAVSTAR.

Согласно Дж. Уолкеру [98, 99], дельта-системы задаются тремя числами

$$T, P, F, \quad (4)$$

где  $T$  – количество спутников в системе,

$P$  – количество плоскостей орбит (один из делителей числа  $T$ ),

$F=0...(P-1)$  – коэффициент расфазировки движения спутников в соседних плоскостях.

Дельта-системы различаются фазовой структурой, определяемой по алгоритму [98, 99]:

$$\left. \begin{aligned} \Omega &= \Omega_1 + \frac{2\pi}{P} \cdot (j-1) \\ u &= u_1 + \frac{2\pi}{T} \cdot [F \cdot (j-1) + P \cdot (i-1)] \end{aligned} \right\}, \quad (6)$$

где  $\Omega_1, u_1$  – начальное фазовое состояние первого спутника;

$j=1...P$  – номер орбитальной плоскости;

$i=1...T/P$  – номер спутника в плоскости.

Дельта-системы являются частью (подклассом) более широкого класса кинематически симметричных систем Г.В. Можяева. А именно: дельта-системы – это кинематически правильные системы с группами симметрии первого типа и циклическими компонентами. Согласно Г.В. Можяеву, *символы симметрии* таких систем состоят только из групп вращений вокруг одной оси и имеют вид [22, 25]:

$$/H/C_n C_m \alpha \text{ и } /H/C_n C_m, \quad (7)$$

где  $/H/$  – порядок группы симметрии;

$C_n$  и  $C_m$  – компоненты символа симметрии, являющиеся группами вращений правильной  $n$ -угольной и  $m$ -угольной пирамиды ( $n$  и  $m$  поворотов вокруг некоторых осей на углы, кратные  $2\pi/n$  и  $2\pi/m$  соответственно), причем  $n$  – один из делителей числа  $/H/$ , а  $m$  – один из делителей числа  $n$ ;

$\alpha$  – число, взаимно простое с частным  $n/m$ .

Четверка чисел, определяющая символы симметрии (7), имеет следующий физический смысл: порядок группы симметрии  $/H/$  численно равен количеству спутников в системе, число  $n$  равно количеству орбитальных плоскостей, а числа  $m$  и  $\alpha$  (их сочетание) определяют расфазировку движения спутников в соседних орбитальных плоскостях.

Б.П. Бырков, поддержавший предложенный Г.В. Можяевым симметричный (теоретико-групповой) подход, кинематически правильные системы (7) предложил называть кинематически правильными моноструктурами, а, учитывая физический смысл символаобразующей четверки, вместо двух символов симметрии предложил

использовать более удобный, единый для систем типа (7), шифр [1]:

$$NC_n C_m \mathcal{A}. \quad (8)$$

По заданному шифру (по шифрообразующей четверке чисел  $N, n, m, \mathcal{A}$ ) начальных фазовых состояний спутников рассчитываются по следующему алгоритму [1]:

$$\left. \begin{aligned} \Omega &= \Omega_1 + 2\pi \cdot \left[ \mathcal{A} \cdot \frac{\mu-1}{n} + \frac{\xi-1}{m} \right] \\ u &= u_1 + \frac{2\pi}{N} \cdot [m \cdot (\mu-1) + n \cdot (v-1)] \end{aligned} \right\}, \quad (9)$$

где  $\mu=1\dots n/m, \xi=1\dots m, v=1\dots N/n$ .

В настоящей работе для задания дельта-системы будем использовать и тройку чисел Дж. Уолкера и шифр Г.В. Можяева (8).

Для дельта-систем (как, впрочем, для любых систем, построенных на равновысотных круговых орбитах) показателем качества орбитального построения в задаче непрерывного глобального  $L$ -кратного обзора является минимальное значение  $\alpha^L$  углового радиуса  $\alpha$  подспутниковых зон обзора, при котором обеспечивается непрерывное сплошное не менее чем  $L$ -кратное покрытие ими сферы обзора.

Показатель  $\alpha^L$  носит название  *$\alpha$ -характеристики  $L$ -кратного обзора*.

Для традиционного одноярусного варианта создания системы непрерывного глобального обзора  $\alpha$ -характеристика является универсальным показателем. Используя данный показатель, можно найти орбитальное построение, в котором либо 1) минимальное число спутников при заданной высоте орбит, либо 2) минимальная высота орбит при заданным числе спутников.

Для многоярусных систем – систем, состоящих из нескольких разноуровневых (разновысотных) подсистем (ярусов) – необходим другой критерий выбора лучшего орбитального построения, ведь, например, система с меньшим числом спутников может, в общем случае, не быть лучшей по причине гораздо большего количества спутников на более высоких орбитах, требующих больших затрат на выведение и формирование орбит.

Поэтому для многоярусных систем в качестве основного критерия

оптимизации используется суммарная характеристическая скорость, необходимая для выведения спутников на орбиты и развертывания орбитальной группировки (далее – СХС). Рассмотрим, как рассчитывается данный показатель [84].

Общая характеристическая скорость  $\Delta V^*$ , необходимая для выведения одного спутника на круговую орбиту с высотой  $H$  и наклоном  $i$ , рассчитывается как сумма  $\Delta V^* = \Delta V + V_\omega$  собственно характеристической скорости  $\Delta V$ , необходимой для выведения спутника на орбиту, и составляющей  $V_\omega$ , учитывающей вращения Земли.

Составляющая  $V_\omega$ , учитывающая вращение Земли, для заданного наклона орбиты  $i$  и произвольной угловой широты точки запуска спутника  $\varphi \in [0, i]$ , определяется по формуле:

$$V_\omega = \omega \cdot R_E \cdot \cos i,$$

где  $R_E$  – средний радиус Земли,  $R_E=6371$  км; подлежащий обзору сферический слой  $\omega$  – угловая скорость вращения Земли,  $\omega=7,2921159 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1}$ .

Общая характеристическая скорость  $\Delta V^*$ , необходимая для выведения спутника на орбиту и отсчитываемая от точки запуска спутника с поверхности Земли (от пусковой площадки), может быть определена с использованием закона сохранения энергии. Для этого приравняем энергию спутника, находящегося на пусковой площадке, и энергию спутника, выведенного на орбиту (энергию спутника на орбите):

$$\frac{(\Delta V^*)^2}{2} - \frac{\mu}{R_E} = \frac{V_H^2}{2} - \frac{\mu}{R_E + H},$$

где  $V_H = \sqrt{\frac{\mu}{R_E + H}}$  – скорость спутника на круговой орбите высотой  $H$ ,  $\mu$  – гравитационный параметр Земли,  $\mu=398\,600,4415 \text{ км}^3 \cdot \text{c}^{-2}$ .

Решив данное уравнение, получим:

$$\Delta V^* = \sqrt{\frac{\mu}{R_E} \left( \frac{R_E + 2H}{R_E + H} \right)}.$$

Таким образом, затраты энергии  $\Delta V$  на выведение одного спутника на орбиту с высотой  $H$  и наклонением  $i$  определяются как

$$\Delta V = \sqrt{\frac{\mu}{R_E} \left( \frac{R_E + 2 \cdot H}{R_E + H} \right)} - \omega \cdot R_E \cdot \cos i$$

Следовательно, СХС одноярусной системы  $V$  из  $N$  спутников определяется по формуле:

$$V = V(s) = V(N, H, i) = N \cdot \left( \sqrt{\frac{\mu}{R_E} \left( \frac{R_E + 2 \cdot H}{R_E + H} \right)} - \omega \cdot R_E \cdot \cos i \right), \quad (10)$$

где  $s = \{\Phi(N), H, i\}$  – одноярусное орбитальное построение (см. формулу (3)).

Тогда совокупная СХС  $\Sigma V$  многоярусной, в частности – двухъярусной, системы  $S$  определяется как сумма СХС всех ярусов:

$$\Sigma V = \Sigma V(S) = \sum_j V_j = \sum_j [V(s_j)], \quad (11)$$

где  $V_j = V(s_j)$  – СХС  $j$ -го яруса  $s_j$ .

### 1.1.2. Постановка оптимизационной задачи

Для решения задачи непрерывного обзора сферического слоя ОКП предлагается использовать *двухъярусную спутниковую систему* – систему, состоящую из двух разноуровневых подсистем – нижнего яруса (подсистемы с большей высотой орбит) и верхнего яруса (подсистемы с меньшей высотой орбит).

При этом будем полагать следующее:

- ✓ на спутниках обоих ярусов установлена однотипная бортовая (обзорная) аппаратура и геометрические параметры обзора – дальность обзора  $D$  и угол полураствора  $\beta$  – для всех спутников системы одинаковы;
- ✓ направленность обзора в верхнем и в нижнем ярусах противоположна – конусы обзора в верхнем ярусе направлены вниз, на Землю, а в нижнем ярусе – вверх, от Земли (рисунок 6);
- ✓ каждый ярус имеет структуру дельта-системы.

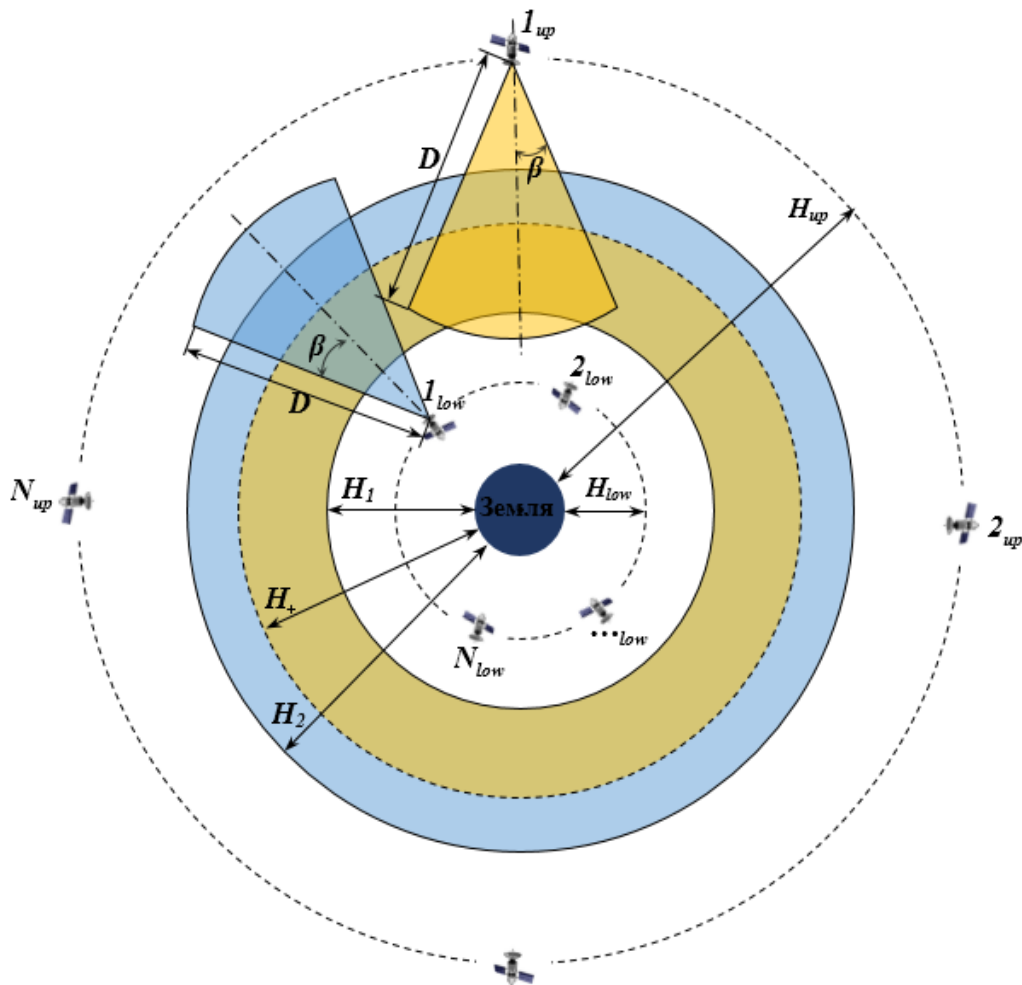


Рисунок 6. Схема действия двухъярусной спутниковой системы

Количество спутников, высоту и наклонение орбит нижнего яруса обозначим символами  $N_{low}$ ,  $H_{low}$ ,  $i_{low}$ , а верхнего яруса – символами  $N_{up}$ ,  $H_{up}$ ,  $i_{up}$ .

Высоту орбит будем еще называть *высотой яруса*.

Орбитальное построение нижнего  $s_{low}$  и верхнего  $s_{up}$  ярусов запишем как:

$$s_{low} = \{\Phi_{low}(N_{low}), H_{low}, i_{low}\} \text{ и } s_{up} = \{\Phi_{up}(N_{up}), H_{up}, i_{up}\}, \quad (12)$$

где  $\Phi_{low}$  и  $\Phi_{up}$  – фазовые структуры нижнего и верхнего ярусов, находящиеся в классе дельта-систем  $K_{\Delta}$ , заданные шифром (8) и рассчитанные по алгоритму (9).

Таким образом, орбитальное построение двухъярусной системы (двухъярусное орбитальное построение) может быть записано как

$$S_{II} = \{s_{low}; s_{up}\} = \{\Phi_{low}(N_{low}), H_{low}, i_{low}; \Phi_{up}(N_{up}), H_{up}, i_{up}\}, \quad (13)$$

а задача оптимизации орбитального построения двухъярусной системы непрерывного обзора сферического слоя в общей постановке сформулирована следующим образом.

### Оптимизационная задача

Для заданного сферического слоя  $(H_1, H_2)$  при заданных параметрах бортовой аппаратуры  $(\beta, D)$  и кратности обзора  $L$  требуется найти в классе дельта-систем  $K_\Delta$  оптимальное орбитальное построение  $S_{II}$  двухъярусной спутниковой системы, обеспечивающее непрерывный  $L$ -кратный обзор слоя с минимальным значением суммарной характеристической скорости  $\Sigma V$ .

То есть,

Дано:

$$H_1, H_2, \beta, D, L, K_\Delta$$

Требуется найти:

$$S_{II} = \arg \min_{\{S_{II}\}} \left[ \Sigma V(S_{II}) \mid H_1, H_2, L, \beta, D, K_\Delta \right]. \quad (14)$$

### **1.2. Декомпозиция задачи оптимизации орбитального построения двухъярусных спутниковых систем непрерывного обзора сферического слоя околоземного космического пространства**

Существенно упростит решение поставленной оптимизационной задачи ее декомпозиция и сведение к известной и хорошо изученной задаче оптимизации покрытия сферической поверхности зонами обзора спутников. Для этого примем следующее допущение.

Каждому ярусу двухъярусного построения определим в заданном сферическом слое  $(H_1, H_2)$  свою зону обслуживания. Учитывая направленность обзорной аппаратуры, нижнему ярусу определим для обслуживания верхнюю часть слоя  $(H_+, H_2)$ , а верхнему ярусу – нижнюю часть слоя  $(H_1, H_+)$ , где  $H_+$  – высота разделения зон обслуживания,  $H_1 < H_+ < H_2$  (рисунок б). Сферу, делящую слой на части на высоте  $H_+$ , будем называть разделительной сферой или сферой  $H_+$ .

Разделение слоя на зоны обслуживания целесообразно еще и с той точки зрения, что на практике добиться синхронизации движения спутников в разных ярусах, а, значит, обеспечить их устойчивое (прогнозируемое) совместное использование, крайне затруднительно.

Таким образом, в результате принятого допущения задача обзора сферического слоя двухъярусной системой разделена (декомпозирована) на две составляющие:

Задача 1. Обеспечить обзор нижней части слоя спутниками верхнего яруса.

Задача 2. Обеспечить обзор верхней части слоя спутниками нижнего яруса.

Каждая из этих задач в отдельности представляет собой задачу обзора сферического слоя (слоя  $(H_1, H_+)$  или слоя  $(H_+, H_2)$ ) одноярусной системой спутников (системой верхнего или нижнего ярусов соответственно).

Для решения задачи обзора сферического слоя одноярусной системой, в свою очередь, необходимо решить две подзадачи:

Подзадача 1. Найти в сферическом слое критическую сферу – сферу с наилучшими условиями обзора, то есть сферу, на которой спутниковые зоны обзора имеют наименьшие размеры.

Подзадача 2. Обеспечить непрерывный глобальный L-кратный обзор критической сферы минимальным числом спутников.

В результате решения подзадачи 1 в задачах 1 и 2 определяются:

✓ значение  $\alpha_{low}(H_{low})$  углового радиуса зон обзора спутников нижнего яруса на критической сфере верхней части слоя (задача 2),

✓ значение  $\alpha_{up}(H_{up})$  углового радиуса зон обзора спутников верхнего яруса на критической сфере нижней части слоя (задача 1).

Значения  $\alpha_{low}(H_{low})$  и  $\alpha_{up}(H_{up})$  в дальнейшем будем называть *критическими значениями углового радиуса зон обзора*.

Если подзадача 1 решена и критические значения  $\alpha_{low}(H_{low})$  и  $\alpha_{up}(H_{up})$  известны, то дальнейшие действия (по решению подзадачи 2) сводятся к проведению следующих операций:

✓ поиск в классе дельта-систем  $K_\Delta$  (в каталоге дельта-систем) подходящих орбитальных построений – построений, у которых  $\alpha$ -характеристики L-кратного обзора  $\alpha^L$  не превышают критических значений углового радиуса зон обзора;

✓ выбор среди подходящих орбитальных построений наиболее подходящих вариантов  $s_{low}(H_{low})$  и  $s_{up}(H_{up})$  для нижнего и верхнего ярусов соответственно – вариантов, состоящих из минимального числа спутников N:

$$s_{low}(H_{low}) = \arg \min_{s(H_{low}) \in K_\Delta} \left[ N(s(H_{low})) \mid \alpha^L(s(H_{low})) \leq \alpha_{low}(H_{low}) \right], \quad (15)$$



$$s_{up}(H_{up}) = \arg \min_{s(H_{up}) \in K_{\Delta}} \left[ N(s(H_{up})) \mid \alpha^L(s(H_{up})) \leq \alpha_{up}(H_{up}) \right].$$

Необходимо отметить, что в некоторых случаях найдется несколько подходящих вариантов, имеющих одинаковое число спутников. В таких случаях для выбора единственного (наилучшего) варианта принято использовать дополнительный показатель. Например, при равенстве числа спутников предпочтение отдается тому варианту, который имеет наименьшую  $\alpha$ -характеристику, и, следовательно, обладает наибольшей структурной устойчивостью.

Напомним, что, согласно постановке оптимизационной задачи (см. пункт 1.1.2), высоты ярусов заранее не известны и требуют определения (оптимизации).

Будем полагать, что оптимальная высота яруса выбирается также по критерию минимума числа спутников  $N$ . С использованием данного критерия определяются оптимальные высоты нижнего и верхнего ярусов

$$\begin{aligned} H_{low}^{opt} &= \arg \min_{H_{low}} \left[ N(s_{low}(H_{low})) \right], \\ H_{up}^{opt} &= \arg \min_{H_{up}} \left[ N(s_{up}(H_{up})) \right] \end{aligned} \quad (16)$$

и оптимальные орбитальные построения ярусов на этих высотах:

$$\begin{aligned} s_{low}^{opt} &= s_{low}(H_{low}^{opt}), \\ s_{up}^{opt} &= s_{up}(H_{up}^{opt}). \end{aligned} \quad (17)$$

Необходимо отметить, что использование в формулах (15) и (16) критерия минимума числа спутников  $N$  вместо критерия минимума СХС не имеет принципиального значения – для оптимизируемых одноярусных построений данные критерии равнозначны и найденные в результате оптимизации варианты наряду с минимальным числом спутников обладают также и минимальной СХС. В случае оптимизации по формулам (15) это достаточно очевидно, а в случае оптимизации по формулам (16) можно в этом убедиться, проанализировав зависимость критических значений углового радиуса зон обзора от высоты орбит (см. параграфы 2.1 и 2.2) и (или) проведя соответствующие оценочные расчеты.

Объединенные вместе оптимальные варианты  $s_{low}^{opt}$  и  $s_{up}^{opt}$  составляют лучшее

двухъярусное орбитальное построение  $S_{II}$ , обеспечивающее непрерывный L-кратный обзор заданного сферического слоя  $(H_1, H_2)$  при фиксированной (произвольно взятой) высоте  $H_+$  разделения слоя на зоны обслуживания:

$$S_{II}(H_+) = \{s_{low}^{opt}(H_+); s_{up}^{opt}(H_+)\}. \quad (18)$$

Поэтому оптимизация орбитальных построений  $S_{II}(H_+)$  (теперь уже по критерию минимума СХС) на всем множестве допустимых значений высоты разделения слоя  $H_+$  позволит найти оптимальную высоту разделения  $H_+^{opt}$  и, в конечном итоге, решить поставленную оптимизационную задачу (14):

$$H_+^{opt} = \arg \min_{H_+} \Sigma V(S_{II}(H_+)), \quad (19)$$

$$S_{II} = S_{II}(H_+^{opt}). \quad (20)$$

Таким образом, в результате декомпозиции задача оптимизации орбитального построения двухъярусной спутниковой системы непрерывного L-кратного обзора сферического слоя сведена к традиционной задаче выбора в классе дельта-систем одноярусных орбитальных построений и их оптимизации по критерию минимума СХС.

### 1.3. Методический подход к решению оптимизационной задачи

С учетом проведенной декомпозиции, методический подход к решению поставленной оптимизационной задачи заключается в следующем.

В основу методического подхода заложен принцип разделения сферического слоя ОКП на две независимые зоны обслуживания для каждого из двух ярусов проектируемой двухъярусной СС. Опираясь на принцип разделения сферического слоя на зоны обслуживания, в предыдущем параграфе проведена декомпозиция решаемой задачи. В результате декомпозиции оптимизационная задача сведена к отбору одноярусных орбитальных построений, обеспечивающих непрерывный L-кратный обзор критической сферы, и оптимизации отобранных вариантов по критерию минимума СХС.

Способ определения способности одноярусного орбитального построения обеспечить непрерывный L-кратный обзор сферы известен – он основан на использовании  $\alpha$ -характеристики L-кратного обзора  $\alpha^L$ .  $\alpha$ -характеристика –

универсальный показатель, зависящий только от фазовой структуры системы  $\Phi$  и наклона орбит ее спутников  $i$ . Для исследований выбран класс дельта-систем, имеющий ограниченный перечень вариантов фазовой структуры при фиксированном числе спутников. Поэтому одно из важных направлений исследований – формирование электронного каталога  $\alpha$ -характеристик дельта-систем, позволяющего автоматизировать и, тем самым, существенно повысить оперативность отбора подходящих вариантов орбитальных построений для каждого яруса в отдельности.

Для формирования такого каталога требовалось разработать методический и программно-алгоритмический аппарат, позволяющий эффективно (с высокой быстродействием) осуществлять расчет  $\alpha$ -характеристик в широком диапазоне значений числа спутников (до 100 и более) и кратности обзора (от 1 до 6), в максимальном диапазоне значений наклона орбит (как прямого, так и обратного) и углового радиуса зон обзора (как меньше, так и больше  $90^\circ$ ).

Выбор одноярусного орбитального построения для нижнего и верхнего ярусов (см. соотношения (15)) осуществляется на основании сравнения  $\alpha$ -характеристик дельта-систем с критическими значениями углового радиуса зон обзора  $\alpha_{low}(H_{low})$  и  $\alpha_{up}(H_{up})$ . Поэтому важным направлением исследований является построение и изучение зависимостей  $\alpha_{low}(H_{low})$  и  $\alpha_{up}(H_{up})$  – определение их характера и закономерностей, влияющих на формирование экстремальных вариантов и оптимизацию орбитальных построений.

Решение оптимизационной задачи в конечном итоге зависит от того, насколько удачно сферический слой  $(H_1, H_2)$  разделен на зоны обслуживания  $(H_1, H_+)$  и  $(H_+, H_2)$ . Выбор оптимального значения  $H_+^{opt}$  высоты разделения  $H_+$  осуществляется на завершающей стадии решения оптимизационной задачи (см. формулу (19)).

Для автоматизации процесса решения оптимизационной задачи на базе электронного каталога  $\alpha$ -характеристик дельта-систем разработана специализированная компьютерная программа выбора двухъярусных орбитальных построений СС непрерывного обзора сферического слоя ОКП.

## 1.4. Ограничения на исходные данные и оптимизируемые параметры

### 1.4.1. Диапазоны возможных значений исходных данных

Исходными данными для оптимизационной задачи являются (см. постановку оптимизационной задачи, параграф 1.1):

- $H_1$  – высота нижней границы сферического слоя;
- $H_2$  – высота верхней границы сферического слоя;
- $D$  – дальность обзора (дальность действия бортовой аппаратуры);
- $\beta$  – угол полураствора конуса обзора;
- $L$  – кратность обзора;
- $K_\Delta$  – класс дельта-систем, ограничивающий перечень возможных вариантов фазовых структур орбитального построения для обоих ярусов.

Для начала необходимо отметить, что нижняя граница высоты орбит спутников имеет определенное "физическое" ограничение – она не может быть меньше некоторого порогового значения  $H_{\min}^{orbit}$ , определяемого технической возможностью спутников и запасом энергии (топлива), имеющимся у них для поддержания орбит. Высоты менее 300 км редко применяются, поскольку время существования спутников на столь низких орбитах незначительно, а затраты на поддержание орбит неоправданно высоки. Поэтому будем считать, что

$$H_{\min}^{orbit} = 300 \text{ км} \quad (21)$$

С учетом данного ограничения область допустимых значений высот нижней и верхней границ сферического слоя  $H_1$  и  $H_2$  имеет вид:

$$H_1 > H_{\min}^{orbit}, H_2 > H_1. \quad (22)$$

Определим область допустимых значений для дальности обзора  $D$ .

Ограничение на минимальные значения дальности обзора  $D$  очевидно – для обеспечения обзора только двумя ярусами дальность обзора не должна быть меньше половины толщины сферического слоя (в противном случае двух ярусов будет недостаточно), то есть

$$D > (H_2 - H_1)/2. \quad (23)$$

Максимальное значение дальности обзора  $D$  имеет ограничение,

обусловленное требованием к форме спутниковых зон обзора – в настоящей работе рассмотрению подлежат исключительно зоны обзора круговой формы (составные и кольцевые зоны не рассматриваются, см. постановку оптимизационной задачи, пункт 1.1.1).

Составные зоны обзора появляются в случае двойного пересечения сферы обзора конической поверхностью области обзора спутника. Для исключения таких случаев достаточно обеспечить их отсутствие на нижней границе сферического слоя – на сфере  $H_1$ . Анализ показал (см. рисунок 7), что гарантированное отсутствие двойного пересечения области обзора со сферой  $H_1$  дает выполнение условия

$$D < D_{max}, \quad (24)$$

где

$$D_{max} = \frac{R_e + H_1}{\operatorname{tg} \beta} \quad (25)$$

( $R_e$  – средний радиус Земли).

Таким образом, область допустимых значений дальности обзора  $D$  имеет вид:

$$(H_2 - H_1)/2 < D < \frac{R_e + H_1}{\operatorname{tg} \beta}. \quad (26)$$

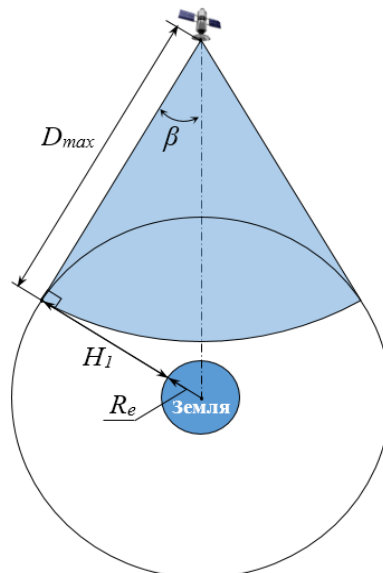


Рисунок 7

Ограничение на угол полураствора конуса обзора  $\beta$  определяет условие

$$\frac{R_e + H_1}{\operatorname{tg} \beta} > (H_2 - H_1)/2, \quad (27)$$

вытекающее из соотношения (26). Следовательно, область допустимых значений угла полураствора конуса обзора  $\beta$  определяет неравенство:

$$\beta < \arctg \frac{2 \cdot (R_e + H_1)}{H_2 - H_1}. \quad (28)$$

Область допустимых значений кратности обзора  $L$  ограничим диапазоном:

$$1 < L < 4. \quad (29)$$

Здесь при выборе значения  $L=4$  для максимальной кратности обзора ориентиром послужила задача спутниковой навигации, для решения которой требуется одновременная видимость не менее 4-х спутников.

Область допустимых значений параметров дельта-систем  $K_\Delta$  ограничим только максимальным числом спутников в рассматриваемых вариантах:

$$N \leq 110. \quad (30)$$

Это означает, что созданный в ходе работы электронный каталог  $\alpha$ -характеристик содержит полный перечень вариантов дельта-систем с числом спутников до 110 включительно.

#### 1.4.2. Диапазоны возможных значений оптимизируемых параметров

Оптимизируемыми параметрами в решаемой задаче являются:

- $H_+$  – высота разделительной сферы;
- $H_{low}$  – высота нижнего яруса;
- $H_{up}$  – высота верхнего яруса;
- $N_{low}$  – количество спутников в нижнем ярусе;
- $N_{up}$  – количество спутников в верхнем ярусе;
- $i_{low}$  – наклонение орбит спутников нижнего яруса;
- $i_{up}$  – наклонение орбит спутников верхнего яруса.

Начнем с высоты разделительной сферы  $H_+$ . Разделительная сфера должна находиться внутри сферического слоя. Поэтому:

$$H_1 < H_+ < H_2. \quad (31)$$

При этом, если дальность обзора  $D$  меньше толщины сферического слоя  $(H_1, H_2)$ , то высота разделительной сферы имеет дополнительное ограничение:

$$H_2 - D < H_+ < H_1 + D. \quad (32)$$

Следовательно, область допустимых значений высоты разделительной сферы  $H_+$  может быть записана как

$$\max\{H_2 - D; H_1\} < H_+ < \min\{H_1 + D; H_2\}. \quad (33)$$

Нижний и верхний ярусы по отношению к разделительной сфере должны располагаться соответствующим образом: нижний ярус должен лежать под разделительной сферой, а верхний ярус – над ней. То есть

$$H_{low} < H_+, H_{up} > H_+. \quad (34)$$

Понятно также, что расстояние от спутников нижнего яруса до верхней границы слоя и расстояние от спутников верхнего яруса до нижней границы слоя должно быть меньше дальности действия бортовой аппаратуры:

$$H_2 - H_{low} < D, H_{up} - H_1 < D. \quad (35)$$

Соотношения (34)-(35) с учетом ограничения (21) определяют область допустимых значений высоты орбит нижнего и верхнего ярусов  $H_{low}$  и  $H_{up}$ :

$$\max\{H_{min}^{orbit}; H_2 - D\} < H_{low} < H_+ \quad (36)$$

$$\text{и} \quad H_+ < H_{up} < H_1 + D. \quad (37)$$

Количество спутников в каждом ярусе ограничено рамками созданного каталога дельта-систем. С учетом условия (30) область допустимых значений количества спутников в нижнем и верхнем ярусах  $N_{low}$  и  $N_{up}$  имеет вид:

$$2 \leq N_{low} \leq 110 \quad (38)$$

$$\text{и} \quad 2 \leq N_{up} \leq 110. \quad (39)$$

Область допустимых значений наклонений орбит спутников нижнего и верхнего ярусов  $i_{low}$  и  $i_{up}$  не ограничена. То есть

$$0 \leq i_{low} \leq 180^\circ \quad (40)$$

$$\text{и} \quad 0 \leq i_{up} \leq 180^\circ. \quad (41)$$

## 1.5. Выводы

Сформулирована постановка оптимизационной задачи, решаемой в диссертационной работе как задачи оптимизации орбитального построения СС непрерывного многократного обзора заданного сферического слоя ОКП по критерию минимума суммарной характеристической скорости, требуемой для выведения спутников на орбиты и развертывания орбитальной группировки.

Предложен новый способ формирования двухъярусного орбитального построения на основе оснащения спутников верхнего и нижнего ярусов разнонаправленной бортовой аппаратурой наблюдения. Проведена декомпозиция решаемой оптимизационной задачи на основе теоретически обоснованного предположения о том, что подлежащий обзору сферический слой может быть разделен на две зоны ответственности – два соприкасающихся слоя, каждый из которых обслуживается своим ярусом. Показано, что в этом случае задача проектирования двухъярусного орбитального построения может быть решена за счет рационального разделения наблюдаемого сферического слоя на зоны ответственности ярусов и изучения этих зон ответственности.

Разработан методический подход к решению поставленной задачи оптимизации орбитального построения СС непрерывного L-кратного обзора сферического слоя ОКП. В результате проведенной декомпозиции методический подход решения оптимизационной задачи заключается в оптимальном разделении слоя на зоны ответственности (обслуживания) и определение такой (оптимальной) высоты разделения сферического слоя, при которой достигается минимум СХС двухъярусного орбитального построения при условии обеспечения каждым ярусом непрерывного L-кратного обзора своей зоны обслуживания при минимальном числе спутников в ярусе. При этом предполагается, что для каждого яруса оптимальное решение отыскивается в классе дельта-систем по критерию минимума  $\alpha$ -характеристики системы – минимальной величины углового радиуса зон обзора, обеспечивающей непрерывное сплошное L-кратное покрытие сферы зонами видимости спутников.



## ГЛАВА 2. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ МЕТОДИКИ ОПТИМИЗАЦИИ ОРБИТАЛЬНОГО ПОСТРОЕНИЯ ДВУХЪЯРУСНЫХ СПУТНИКОВЫХ СИСТЕМ НЕПРЕРЫВНОГО ОБЗОРА СФЕРИЧЕСКОГО СЛОЯ ОКОЛОЗЕМНОГО КОСМИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА

### 2.1. Определение критических значений углового радиуса зон обзора спутников верхнего яруса

Напомним (параграф 1.2): критическое значение углового радиуса зон обзора спутников верхнего яруса  $\alpha_{up}(H_{up})$  – это наименьшее значение углового радиуса зон обзора спутников верхнего яруса в обслуживаемой этим ярусом нижней части  $(H_1, H_+)$  заданного сферического слоя  $(H_1, H_2)$ .

Возьмем в нижней части слоя  $(H_1, H_+)$  произвольную сферу обзора  $H$  (сферу обзора на высоте  $H \in [H_1, H_+]$ ).

Обозначим:  $R_e$  – радиус Земли,  $R = R_e + H$  – радиус произвольной сферы  $H$ ,  $R_{up} = R_e + H_{up}$  – радиус орбит спутников верхнего яруса.

Отметим, что зоны обзора на сфере  $H$  существуют при значениях высоты орбит  $H_{up}$  в диапазоне  $(H, H + D)$ . При  $H_{up} = H + D$  область обзора только касается сферы  $H$ . Но как только высота орбит  $H_{up}$  становится меньше  $H + D$ , область обзора пересекает сферу  $H$  своей нижней (сферической) поверхностью (рисунок 8)

и появляется зона обзора с угловым радиусом  $\alpha = \arccos\left(\frac{R^2 + R_{up}^2 - D^2}{2R \cdot R_{up}}\right)$ .

При  $H_{up}$ , равном величине  $H_{up}^* = \sqrt{R^2 - D^2 \sin^2 \beta} + D \cdot \cos \beta - R_e$ , область обзора пересекает сферу  $H$  по линии соединения нижней (сферической) и боковой (конической) поверхностей (рисунок 9), и радиус  $\alpha$  достигает максимального значения  $\alpha_{up}^* = \arcsin\left(\frac{D \cdot \sin \beta}{R}\right)$ .

При дальнейшем снижении высоты орбит, при  $H_{up} < H_{up}^*$ , область обзора спутника пересекает сферу  $H$  боковой (конической) поверхностью (рисунок 10),

радиус  $\alpha$  уменьшается и рассчитывается по формуле  $\alpha = \arcsin\left(\frac{R_{up} \cdot \sin \beta}{R}\right) - \beta$ .

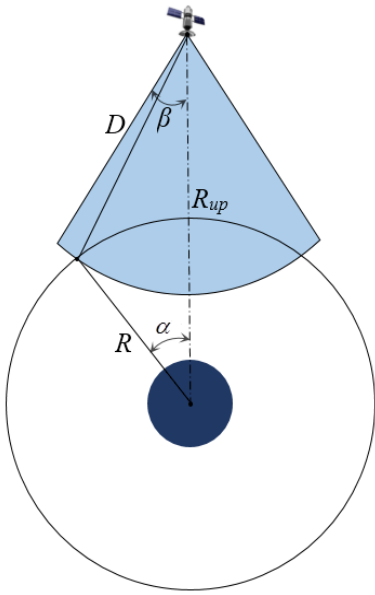


Рисунок 8

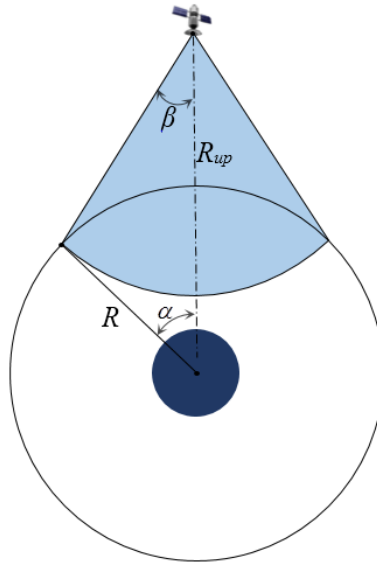


Рисунок 9

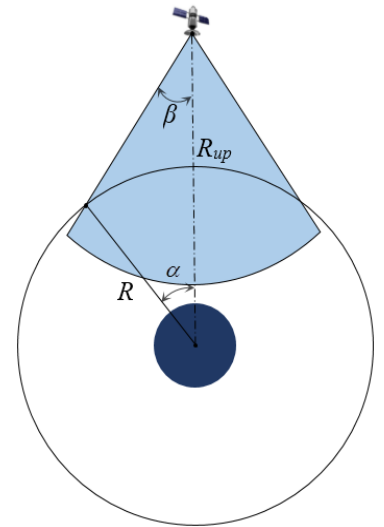


Рисунок 10

Таким образом, на произвольно взятой сфере величина углового радиуса зон обзора спутников верхнего яруса рассчитывается по формулам:

$$\alpha(H_{up}) = \begin{cases} f_1 = \arccos\left(\frac{(R_e + H)^2 + (R_e + H_{up})^2 - D^2}{2(R_e + H)(R_e + H_{up})}\right) & \text{при } H_{up} \in (H_{up}^*, H + D), \\ \alpha_{up}^* = \arcsin\left(\frac{D \cdot \sin \beta}{R_e + H}\right) & \text{при } H_{up} = H_{up}^*, \\ f_2 = \arcsin\left(\frac{(R_e + H_{up}) \cdot \sin \beta}{R_e + H}\right) - \beta & \text{при } H_{up} \in (H, H_{up}^*), \end{cases} \quad (42)$$

где  $H_{up}^* = \sqrt{(R_e + H)^2 - D^2 \sin^2 \beta} + D \cdot \cos \beta - R_e$ .

Характерный вид функция  $\alpha(H_{up})$  показан на рисунке 11.

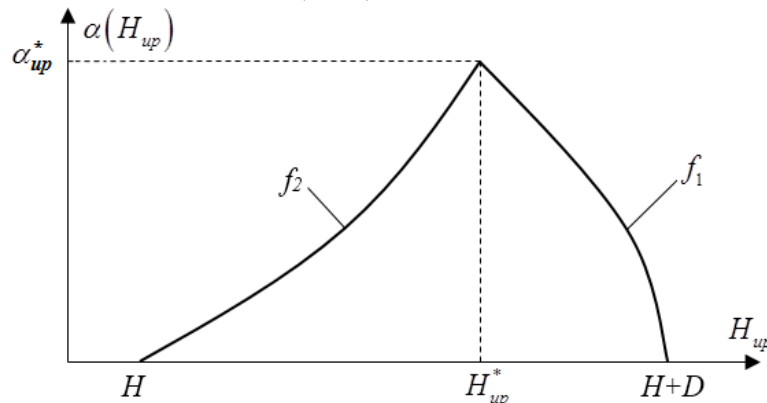


Рисунок 11

От отдельно взятой сферы  $H$  перейдем к рассмотрению всех сфер в обслуживаемом слое  $(H_1, H_+)$ . Анализ геометрической картины обзора показал, что угловой радиус зон обзора имеет наименьшее значение на границах слоя – либо на сфере  $H_1$  либо на сфере  $H_+$ . Значит:

$$\alpha_{up}(H_{up}) = \min\{\alpha_{up_1}(H_{up}); \alpha_{up_+}(H_{up})\}, \quad (43)$$

где  $\alpha_{up_1}(H_{up})$  и  $\alpha_{up_+}(H_{up})$  – угловые радиусы зон обзора спутников верхнего яруса на сферах  $H_1$  и  $H_0$  соответственно.

Для вычисления  $\alpha_{up_1}(H_{up})$  и  $\alpha_{up_+}(H_{up})$  воспользуемся формулами (42):

$$\alpha_{up_1}(H_{up}) = \begin{cases} f_1^{H_1} = \arccos\left(\frac{(R_e + H_1)^2 + (R_e + H_{up})^2 - D^2}{2(R_e + H_1)(R_e + H_{up})}\right) & \text{при } H_{up} \in (H_{up_1}^*, H_1 + D), \\ \alpha_{up_1}^* = \arcsin\left(\frac{D \cdot \sin \beta}{R_e + H_1}\right) & \text{при } H_{up} = H_{up_1}^*, \\ f_2^{H_1} = \arcsin\left(\frac{(R_e + H_{up}) \cdot \sin \beta}{R_e + H_1}\right) - \beta & \text{при } H_{up} \in (H_1, H_{up_1}^*), \end{cases} \quad (44)$$

где  $H_{up_1}^* = \sqrt{(R_e + H_1)^2 - D^2 \sin^2 \beta} + D \cdot \cos \beta - R_e$ ;

$$\alpha_{up_+}(H_{up}) = \begin{cases} f_1^{H_+} = \arccos\left(\frac{(R_e + H_+)^2 + (R_e + H_{up})^2 - D^2}{2(R_e + H_+)(R_e + H_{up})}\right) & \text{при } H_{up} \in (H_{up_+}^*, H_+ + D), \\ \alpha_{up_+}^* = \arcsin\left(\frac{D \cdot \sin \beta}{R_e + H_+}\right) & \text{при } H_{up} = H_{up_+}^*, \\ f_2^{H_+} = \arcsin\left(\frac{(R_e + H_{up}) \cdot \sin \beta}{R_e + H_+}\right) - \beta & \text{при } H_{up} \in (H_+, H_{up_+}^*), \end{cases} \quad (45),$$

где  $H_{up_+}^* = \sqrt{(R_e + H_+)^2 - D^2 \sin^2 \beta} + D \cdot \cos \beta - R_e$ .

На рисунке 12 для наглядности представлены графики обеих зависимостей  $\alpha_{up_1}(H_{up})$  и  $\alpha_{up_+}(H_{up})$  (изображены пунктирными линиями), а также график зависимости  $\alpha_{up}(H_{up})$  (изображена сплошной линией) критического значения углового радиуса зон обзора как наименьшей из величин  $\alpha_{up_1}(H_{up})$  и  $\alpha_{up_+}(H_{up})$ .

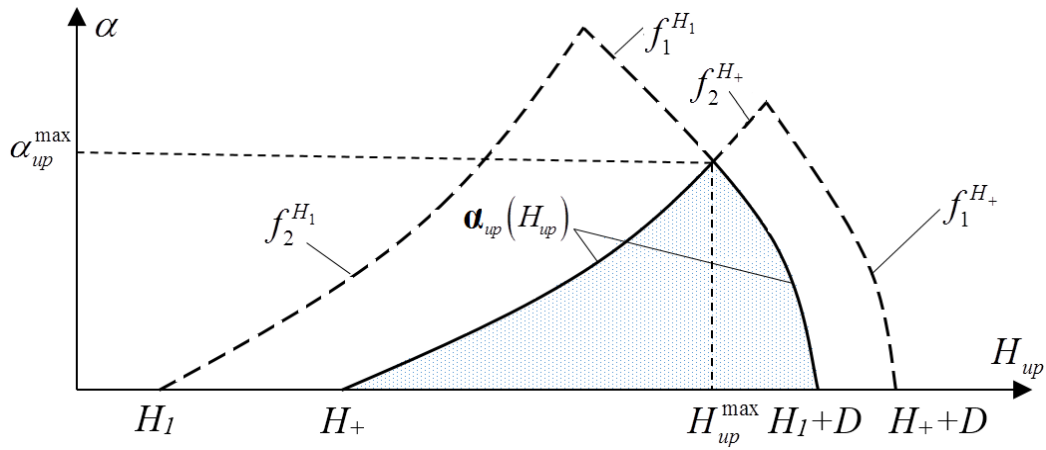


Рисунок 12

Изучив графики на рисунке 12, получим следующие формулы для расчета критических значений углового радиуса зон обзора спутников верхнего яруса:

$$\alpha_{up}(H_{up}) = \begin{cases} f_2^{H_+} = \arcsin\left(\frac{(R_e + H_{up}) \cdot \sin \beta}{R_e + H_+}\right) - \beta & \text{при } H_{up} \in (H_+, H_{up}^{\max}), \\ \alpha_{up}^{\max} & \text{при } H_{up} = H_{up}^{\max}, \\ f_1^{H_1} = \arccos\left(\frac{(R_e + H_1)^2 + (R_e + H_{up})^2 - D^2}{2(R_e + H_1)(R_e + H_{up})}\right) & \text{при } H_{up} \in (H_{up}^{\max}, H_1 + D), \end{cases} \quad (46)$$

где  $H_{up}^{\max}$  – высота орбит спутников верхнего яруса, при которой критическое значение углового радиуса зон обзора имеет наибольшее значение  $\alpha_{up}^{\max}$ :

$$\alpha_{up}^{\max} = \max_{H_{up}} [\alpha_{up}(H_{up})]. \quad (47)$$

Экстремальные значения  $\alpha_{up}^{\max}$  и  $H_{up}^{\max}$  – это координаты точки пересечения функций  $f_1^{H_1}$  и  $f_2^{H_+}$  и, следовательно, определяются путем решения системы уравнений

$$\begin{cases} \alpha_{up}^{\max} = \arccos\left(\frac{(R_e + H_1)^2 + (R_e + H_{up}^{\max})^2 - D^2}{2(R_e + H_1)(R_e + H_{up}^{\max})}\right) \\ \alpha_{up}^{\max} = \arcsin\left(\frac{(R_e + H_{up}^{\max}) \cdot \sin \beta}{R_e + H_+}\right) - \beta \end{cases}. \quad (48)$$

На рисунках 13-14 показан характерный вид зависимости значений  $\alpha_{up}^{\max}$  и

$H_{up}^{\max}$  от высоты разделения сферического слоя  $H_+$ .

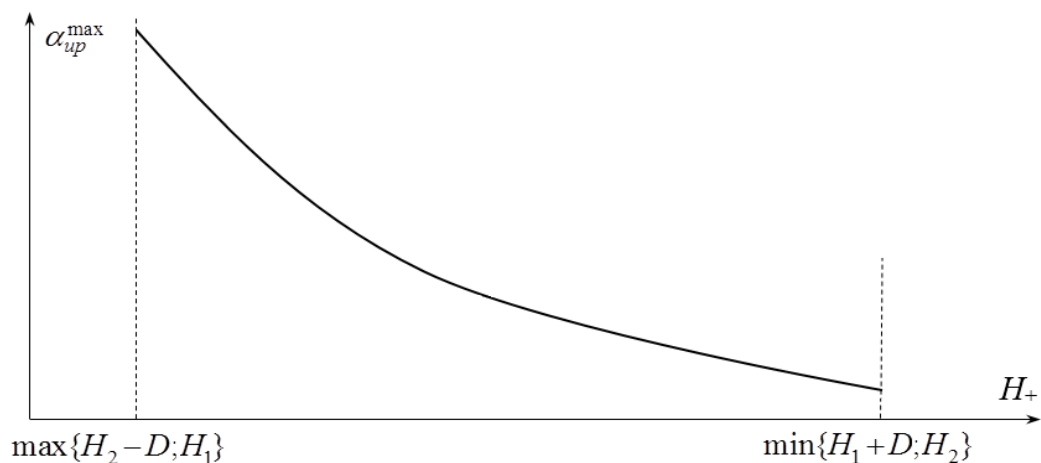


Рисунок 13

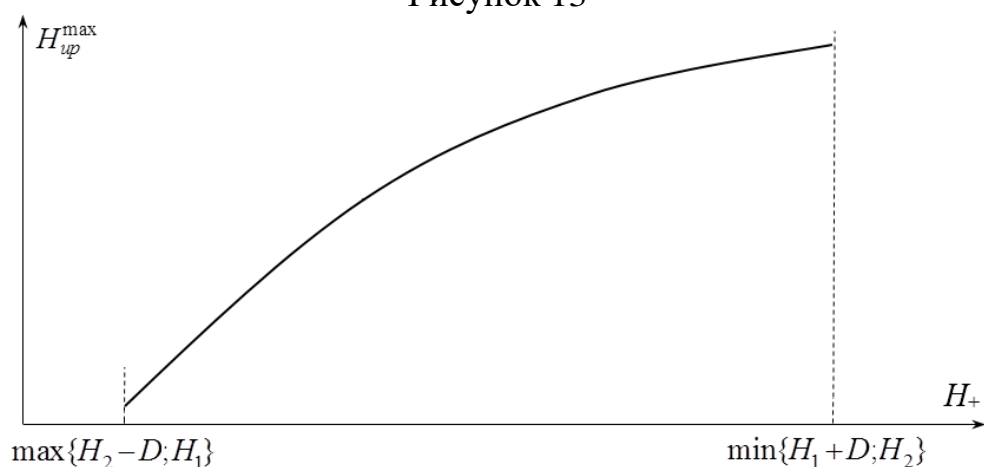


Рисунок 14

## 2.2. Определение критических значений углового радиуса зон обзора спутников нижнего яруса

Напомним (параграф 1.2): критическое значение углового радиуса зон обзора спутников нижнего яруса  $\alpha_{low}(H_{low})$  — это наименьшее значение углового радиуса зон обзора спутников нижнего яруса в обслуживаемой этим ярусом верхней части  $(H_+, H_2)$  заданного сферического слоя  $(H_1, H_2)$ .

Вновь возьмем произвольную сферу обзора  $H$ , но теперь в верхней части слоя  $(H_+, H_2)$  ( $H \in [H_+, H_2]$ ).

В верхней части сферического слоя, обслуживаемой нижним ярусом, возьмем произвольную сферу обзора  $H$  (сферу обзора на высоте  $H \in [H_+, H_2]$ ).

Обозначим:  $R_e$  — радиус Земли,  $R = R_e + H$  — радиус произвольной сферы  $H$ ,

$R_{low} = R_e + H_{low}$  – радиус орбит спутников нижнего яруса.

Отметим, что зоны обзора на сфере  $H$  существуют при значениях высоты орбит  $H_{low}$  в диапазоне  $(H-D, H)$ . При  $H_{low} = H-D$  область обзора только касается сферы  $H$ . Но как только высота орбит  $H_{low}$  становится больше  $H-D$ , область обзора пересекает сферу  $H$  своей верхней (сферической) поверхностью (рисунок 15) и появляется зона обзора с угловым радиусом  $\alpha = \arccos\left(\frac{R^2 + R_{low}^2 - D^2}{2R \cdot R_{low}}\right)$ .

При  $H_{low}$ , равном величине  $H_{low}^* = \sqrt{R^2 - D^2 \sin^2 \beta} - D \cdot \cos \beta - R_e$ , область обзора пересекает сферу  $H$  по линии соединения верхней (сферической) и боковой (конической) поверхностей (рисунок 16), и радиус  $\alpha$  достигает максимального значения  $\alpha_{low}^* = \arcsin\left(\frac{D \cdot \sin \beta}{R}\right)$ .

При дальнейшем увеличении высоты орбит, при  $H_{low} > H_{low}^*$ , область обзора спутника пересекает сферу  $H$  боковой (конической) поверхностью (рисунок 17), радиус  $\alpha$  уменьшается и рассчитывается по формуле  $\alpha = \beta - \arcsin\left(\frac{R_{low} \cdot \sin \beta}{R}\right)$ .

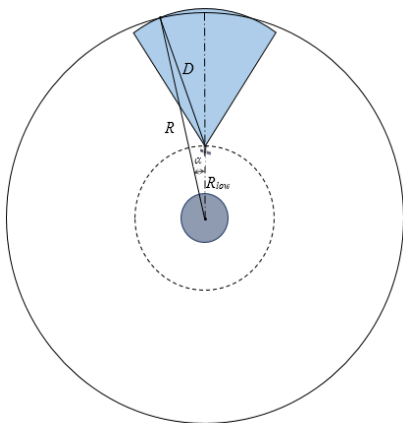


Рисунок 15

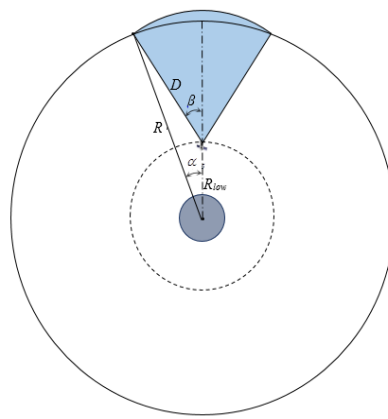


Рисунок 16

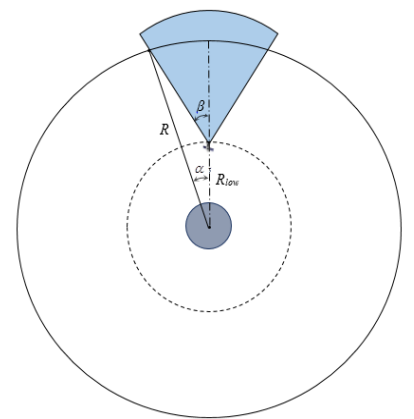


Рисунок 17

Таким образом, на произвольно взятой сфере величина углового радиуса зон обзора спутников нижнего яруса рассчитывается по формулам:

$$\alpha(H_{low}) = \begin{cases} f_1 = \arccos\left(\frac{(R_e + H)^2 + (R_e + H_{low})^2 - D^2}{2(R_e + H)(R_e + H_{low})}\right) & \text{при } H_{low} \in (H - D, H_{low}^*), \\ \alpha_{low}^* = \arcsin\left(\frac{D \cdot \sin \beta}{R_e + H}\right) & \text{при } H_{low} = H_{low}^*, \\ f_2 = \beta - \arcsin\left(\frac{(R_e + H_{low}) \cdot \sin \beta}{R_e + H}\right) & \text{при } H_{low} \in (H_{low}^*, H), \end{cases} \quad (49)$$

где  $H_{low}^* = \sqrt{R^2 - D^2 \sin^2 \beta} - D \cdot \cos \beta - R_e$ .

Характерный вид функция  $\alpha(H_{low})$  показан на рисунке 18.

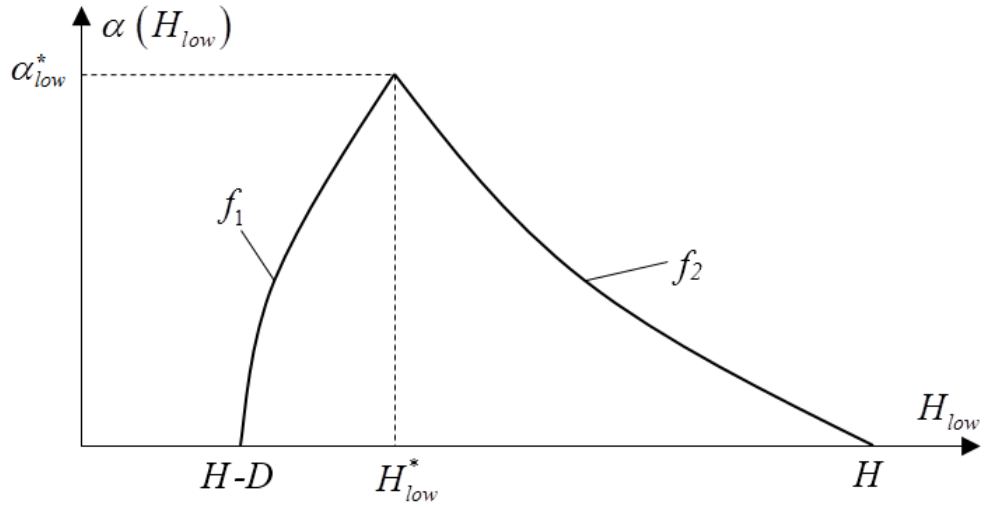


Рисунок 18

От отдельно взятой сферы  $H$  перейдем к рассмотрению всех сфер в обслуживаемом слое  $(H_+, H_2)$ . Анализ геометрической картины обзора показал, что угловой радиус зон обзора имеет наименьшее значение на границах слоя – либо на сфере  $H_+$  либо на сфере  $H_2$ . Значит:

$$\alpha_{low}(H_{low}) = \min\{\alpha_{low_+}(H_{low}); \alpha_{low_2}(H_{low})\}, \quad (50)$$

где  $\alpha_{low_+}(H_{low})$  и  $\alpha_{low_2}(H_{low})$  – угловые радиусы зон обзора спутников нижнего яруса на сферах  $H_+$  и  $H_2$  соответственно.

Для вычисления  $\alpha_{low_+}(H_{low})$  и  $\alpha_{low_2}(H_{low})$  воспользуемся формулами (49):

$$\alpha_{low_+}(H_{low}) = \begin{cases} f_1^{H_+} = \arccos\left(\frac{(R_e + H_+)^2 + (R_e + H_{low})^2 - D^2}{2(R_e + H_+)(R_e + H_{low})}\right) & \text{при } H_{low} \in (H_+ - D, H_{low}^*), \\ \alpha_{low_+}^* = \arcsin\left(\frac{D \cdot \sin \beta}{R_e + H_+}\right) & \text{при } H_{low} = H_{low_+}^*, \\ f_2^{H_+} = \beta - \arcsin\left(\frac{(R_e + H_{low}) \cdot \sin \beta}{R_e + H_+}\right) & \text{при } H_{low} \in (H_{low}^*, H_+), \end{cases} \quad (51)$$

$$\text{где } H_{low_+}^* = \sqrt{(R_e + H_+)^2 - D^2 \sin^2 \beta} - D \cdot \cos \beta - R_e.$$

$$\alpha_{low_2}(H_{low}) = \begin{cases} f_1^{H_2} = \arccos\left(\frac{(R_e + H_2)^2 + (R_e + H_{low})^2 - D^2}{2(R_e + H_2)(R_e + H_{low})}\right) & \text{при } H_{low} \in (H_2 - D, H_{low}^*), \\ \alpha_{low_2}^* = \arcsin\left(\frac{D \cdot \sin \beta}{R_e + H_2}\right) & \text{при } H_{low} = H_{low_2}^*, \\ f_2^{H_2} = \beta - \arcsin\left(\frac{(R_e + H_{low}) \cdot \sin \beta}{R_e + H_2}\right) & \text{при } H_{low} \in (H_{low}^*, H_2), \end{cases} \quad (52)$$

$$\text{где } H_{low_2}^* = \sqrt{(R_e + H_2)^2 - D^2 \sin^2 \beta} - D \cdot \cos \beta - R_e.$$

На рисунке 19 для наглядности представлены графики обеих зависимостей  $\alpha_{low_+}(H_{low})$  и  $\alpha_{low_2}(H_{low})$  (изображены пунктирными линиями), а также график зависимости  $\alpha_{low}(H_{low})$  (изображен сплошной линией) критического значения углового радиуса зон обзора как наименьшей из величин  $\alpha_{low_+}(H_{low})$  и  $\alpha_{low_2}(H_{low})$ .

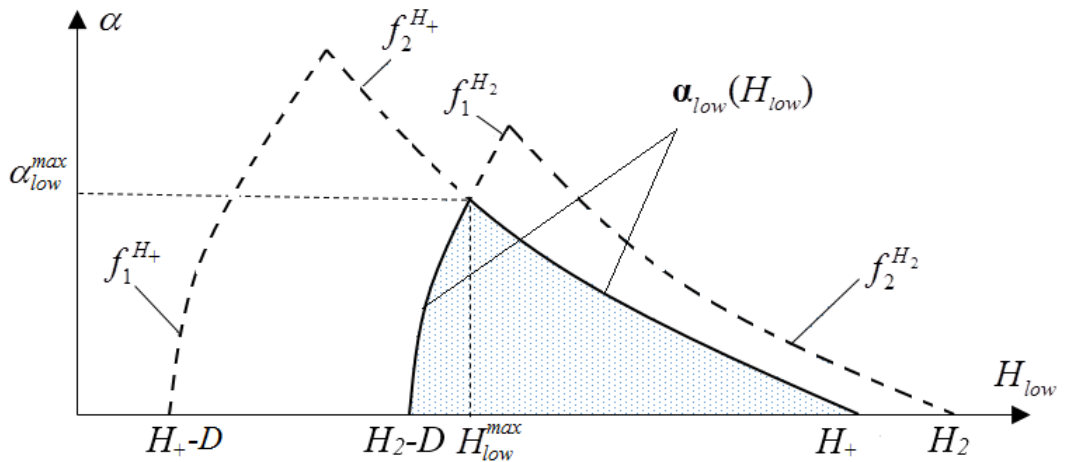


Рисунок 19



Изучив графики на рисунке 19, получим следующие формулы для расчета критических значений углового радиуса зон обзора спутников нижнего яруса:

$$\alpha_{low}(H_{low}) = \begin{cases} f_1^{H_2} = \arccos\left(\frac{(R_e + H_2)^2 + (R_e + H_{low})^2 - D^2}{2(R_e + H_2)(R_e + H_{low})}\right) & \text{при } H_{low} \in (H_2 - D, H_{low}^{\max}), \\ \alpha_{low}^{\max} & \text{при } H_{low} = H_{low}^{\max}, \\ f_2^{H_+} = \beta - \arcsin\left(\frac{(R_e + H_{low}) \cdot \sin \beta}{R_e + H_+}\right) & \text{при } H_{low} \in (H_{low}^{\max}, H_+), \end{cases} \quad (53)$$

где  $H_{low}^{\max}$  – высота орбит спутников нижнего яруса, при которой критическое значение углового радиуса зон обзора имеет наибольшее значение  $\alpha_{low}^{\max}$ :

$$\alpha_{low}^{\max} = \max_{H_{low}} [\alpha_{low}(H_{low})]. \quad (54)$$

Экстремальные значения  $\alpha_{low}^{\max}$  и  $H_{low}^{\max}$  – это координаты точки пересечения функций  $f_1^{H_2}$  и  $f_2^{H_+}$  и, следовательно, определяются путем решения системы уравнений

$$\begin{cases} \alpha_{low}^{\max} = \arccos\left(\frac{(R_e + H_2)^2 + (R_e + H_{low}^{\max})^2 - D^2}{2(R_e + H_2)(R_e + H_{low}^{\max})}\right) \\ \alpha_{low}^{\max} = \beta - \arcsin\left(\frac{(R_e + H_{low}^{\max}) \cdot \sin \beta}{R_e + H_+}\right) \end{cases}. \quad (55)$$

На рисунках 20-21 показан характерный вид зависимости значений  $\alpha_{low}^{\max}$  и  $H_{low}^{\max}$  от высоты разделения сферического слоя  $H_+$ .

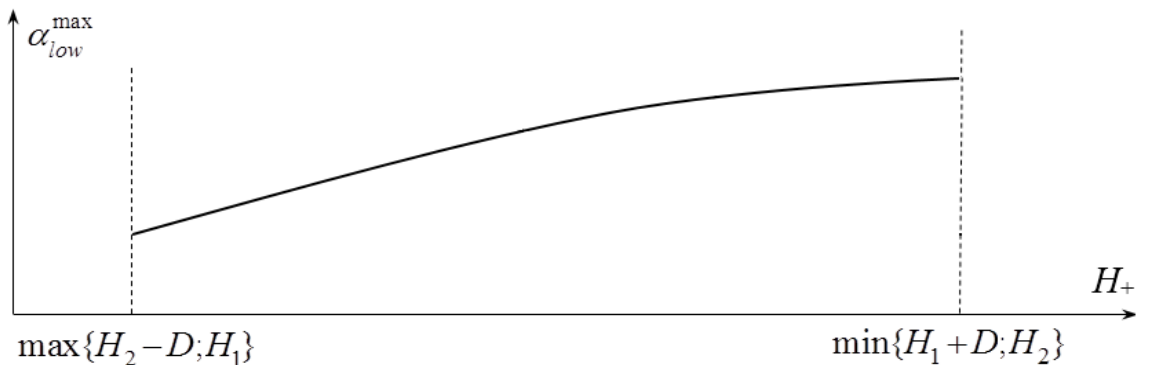


Рисунок 20

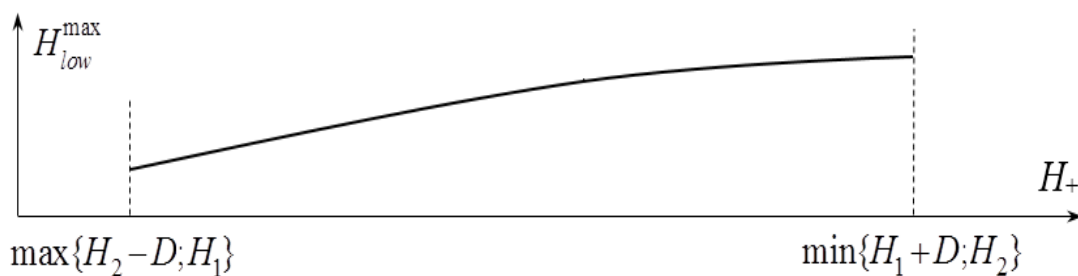


Рисунок 21

### 2.3. Алгоритм оптимизации двухъярусного орбитального построения

#### 2.3.1. Расчет характеристик обзора сферы единичного радиуса с помощью одноярусной дельта-системы

Изложенные здесь способы расчета характеристик обзора опираются на известные теоретические положения [1, 22, 25, 38].

Рассмотрим произвольную N-спутниковую дельта-систему.

На сфере единичного радиуса  $S\rho^e$  возьмем произвольную точку  $z$  и обозначим символом  $l_t^z(\alpha)$  число зон обзора (подспутниковых круговых сегментов или "кругов") с угловым радиусом  $\alpha$ , накрывающих эту точку в некоторый момент  $t$ . Глобальный L-кратный обзор сферы обеспечивается в этот момент, если каждая точка на сфере накрыта не менее чем L подспутниковыми кругами.

То есть, условие мгновенного глобального L-кратного обзора имеет вид:

$$\min_{z \in S\rho^e} l_t^z(\alpha) \geq L. \quad (56)$$

Величина, стоящая в левой части неравенства (58) – кратность мгновенного (в момент  $t$ ) глобального обзора  $l_t(\alpha)$ :

$$l_t(\alpha) = \min_{z \in S\rho^e} l_t^z(\alpha) \quad (57)$$

L-кратный глобальный обзор обеспечивается непрерывного, если условие (57) соблюдается на всем периоде  $\tau$  повторения "картины" обзора (периоде повторения состояний системы).

То есть, условие непрерывного L-кратного глобального обзора имеет вид:

$$\min_{t \in [t_0, t_0 + \tau]} l_t(\alpha) \geq L, \quad (58)$$

где  $t_0$  – начальный момент рассмотрения динамики системы.

Величина, стоящая в левой части неравенства (58) – *кратность непрерывного глобального обзора*  $l(\alpha)$ :

$$l(\alpha) = \min_{t \in [t_0, t_0 + \tau]} l_t(\alpha) \geq L. \quad (59)$$

$\alpha$ -характеристика  $L$ -кратного обзора  $\alpha^L$  – это минимальное значение углового радиуса  $\alpha$ , при котором выполняется условие (58):

$$\alpha^L = \min_{\alpha \in [0, 180^\circ]} [\alpha \mid l(\alpha) \geq L], \quad (60)$$

а мгновенное, на момент  $t$ , ее значение, то есть *мгновенная  $\alpha$ -характеристика  $L$ -кратного обзора*  $\alpha_t^L$  – это минимальное значение  $\alpha$ , при котором выполняется условие (56):

$$\alpha_t^L = \min_{\alpha \in [0, 180^\circ]} [\alpha \mid l_t(\alpha) \geq L]. \quad (61)$$

Понятно, что

$$\alpha^L = \max_{t \in [t_0, t_0 + \tau]} \alpha_t^L. \quad (62)$$

Прежде чем перейти к описанию процедуры расчета  $\alpha$ -характеристики системы, введем в рассмотрение ряд вспомогательных показателей (характеристик).

Рассмотрим полный набор  $\alpha$ -характеристик  $\{\alpha^1, \alpha^2, \dots, \alpha^N\}$  произвольной  $N$ -спутниковой системы (от  $\alpha$ -характеристики однократного обзора до  $\alpha$ -характеристики  $N$ -кратного обзора). Данный набор однозначно определяет зависимость кратности непрерывного обзора сферы  $l$  от углового радиуса зон обзора  $\alpha$  на всей области допустимых значений  $\alpha$  в диапазоне от 0 до  $180^\circ$  (очевидно, что  $\alpha$ -характеристика  $N$ -кратного обзора  $\alpha^N$  всегда равна  $180^\circ$ ).

Примерный вид зависимости  $l(\alpha)$  показан на рисунке 22.

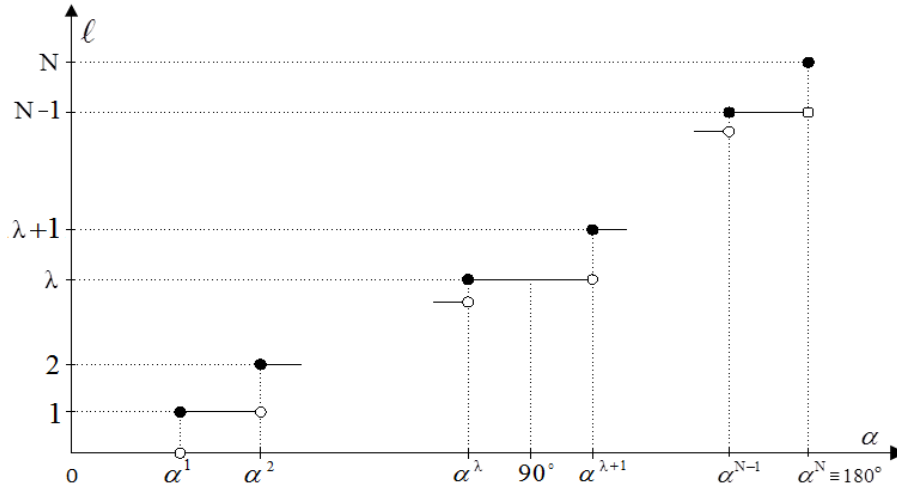


Рисунок 22. Примерный вид зависимости кратности непрерывного обзора сферы от углового радиуса зон обзора

На графике  $l(\alpha)$  выделим область перехода значений углового радиуса  $\alpha$  из первой во вторую угловую четверть (см. рисунок 22) и обозначим через  $\lambda$  ближайшее слева к границе перехода (к  $\alpha=90^\circ$ ) значение числа  $l(\alpha)$ . Иначе говоря, число  $\lambda$  – это наибольшая кратность непрерывного глобального обзора, при которой  $\alpha$ -характеристика меньше  $90^\circ$ , то есть

$$\lambda = \max_{L \in [1, N-1]} [L \mid \alpha^L < 90^\circ]. \quad (63)$$

Назовем этот параметр  $\lambda$ -характеристикой системы.

По аналогии с мгновенной  $\alpha$ -характеристикой, для  $\lambda$ -характеристики введем в рассмотрение ее мгновенное (на момент  $t$ ) значение  $\lambda_t$

$$\lambda_t = \max_{L \in [1, N-1]} [L \mid \alpha_t^L < 90^\circ]. \quad (64)$$

Тогда

$$\lambda = \min_{t \in [t_0, t_0 + \tau]} \lambda_t. \quad (65)$$

Физический смысл  $\lambda$ -характеристики заключается в том, что для системы спутников на равновысотных круговых орбитах она определяет максимально достижимую кратность глобального (непрерывного или мгновенного) обзора Земли при снятых ограничениях на геометрические параметры обзора и высоту орбит.

Теперь наряду с минимальным значением кратности обзора  $l_t(\alpha)/l(\alpha)$  введем в рассмотрение *максимальную кратность обзора*  $\Lambda_t(\alpha)/\Lambda(\alpha)$  как

наибольшее значение кратности покрытия сферы зонами обзора спутников, то есть

$$\Lambda_t(\alpha) = \max_{z \in Sp^e} \Lambda_t^z(\alpha) / \Lambda(\alpha) = \max_{t \in [t_0, t_0 + \tau]} \Lambda_t(\alpha), \quad (66)$$

где  $\Lambda_t^z(\alpha)$  так же, как и  $I_t^z(\alpha)$  – кратность покрытия точки  $z$  в момент  $t$  зонами обзора спутников, только, в отличие от  $I_t^z(\alpha)$ , при подсчете  $\Lambda_t^z(\alpha)$  полагаем, что точки, находящиеся на границе зоны обзора, спутником не видны (то есть, что из зон обзора исключены их границы).

Назовем  $\psi$ -характеристикой  $L$ -кратного обзора  $\psi^L$  наибольшее значение углового радиуса зон обзора  $\alpha$ , при котором максимальная кратность обзора на сфере меньше заданной величины  $L$ , то есть

$$\psi^L = \max_{\alpha \in [0, 180^\circ]} [\alpha \mid \Lambda(\alpha) < L] \quad (67)$$

$$\text{или} \quad \psi^L = \min_{t \in [t_0, t_0 + \tau]} \psi_t^L \quad (68)$$

где

$$\psi_t^L = \max_{\alpha \in [0, 180^\circ]} [\alpha \mid \Lambda_t(\alpha) < L] - \quad (69)$$

*мгновенная  $\psi$ -характеристика  $L$ -кратного обзора* (мгновенное, в момент  $t$ , значение  $\psi$ -характеристики).

Поясним физический смысл  $\psi$ -характеристики. Для этого обратимся к понятию вероятности  $L$ -кратного обзора  $P^L$ , то есть вероятности того, что в произвольный момент в произвольно взятой точке сферы существует  $L$ -кратный обзор. Вероятность  $P^L$  зависит от радиуса зон обзора  $\alpha$  и имеет вид, показанный на рисунке 23.

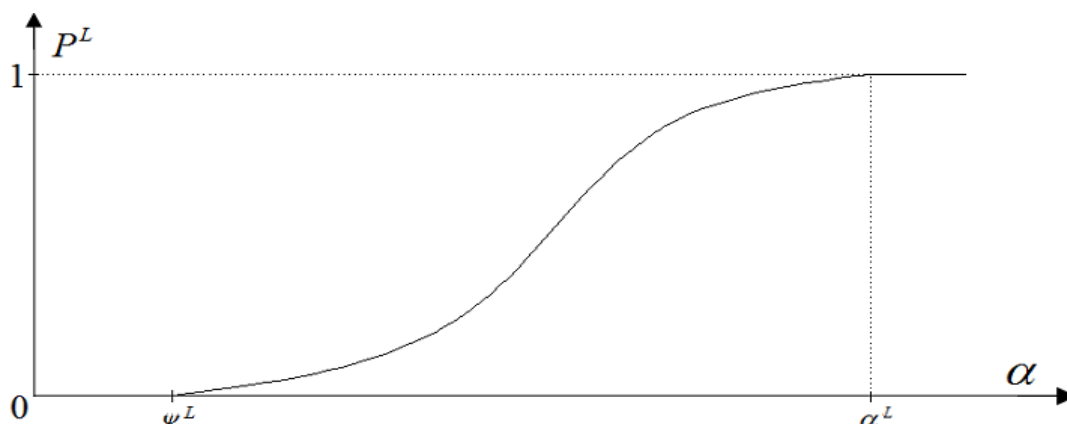


Рисунок 23. Примерный вид зависимости вероятности  $L$ -кратного обзора от углового радиуса зон обзора

При  $\alpha \leq \psi^L$   $L$ -кратный обзор на сфере отсутствует, при  $\alpha \in (\psi^L, \alpha^L)$   $L$ -кратный

обзор присутствует периодически в определенных областях сферы, а при  $\alpha \geq \alpha^L$  на сфере всегда существует непрерывный глобальный L-кратный обзор.

То есть,  $\psi$ -характеристика L-кратного обзора – это наименьшее значение радиуса зон обзора, при котором на сфере существует L-кратный обзор (существует хотя бы одна точка L-кратного обзора).

Между  $\psi$ - и  $\alpha$ -характеристиками существует определенная взаимозависимость, о чем свидетельствует следующее утверждение.

### Утверждение 1

Для N-спутниковой системы сумма значений  $\alpha$ -характеристики L-кратного обзора и  $\psi$ -характеристики (N-L+1)-кратного обзора равна  $180^\circ$ :

$$\alpha^L + \psi^{N-L+1} = 180^\circ \quad (70)$$

и

$$\alpha_t^L + \psi_t^{N-L+1} = 180^\circ. \quad (71)$$

Из Утверждения 1 следует, что:

1. Полный набор  $\alpha$ -характеристик  $\{\alpha^1, \alpha^2, \dots, \alpha^N\}$  однозначно определяет полный набор  $\psi$ -характеристик  $\{\psi^1, \psi^2, \dots, \psi^N\}$  и наоборот – полный набор  $\psi$ -характеристик  $\{\psi^1, \psi^2, \dots, \psi^N\}$  определяет полный набор  $\alpha$ -характеристик  $\{\alpha^1, \alpha^2, \dots, \alpha^N\}$  ( $\psi^1 = 180^\circ - \alpha^N, \psi^2 = 180^\circ - \alpha^{N-1}, \dots, \psi^N = 180^\circ - \alpha^1$ ).

2. Методические основы нахождения обеих характеристик одинаковы.

Процедура расчета  $\psi$ -характеристики заключается в следующем.

Рассмотрим  $\psi$ -характеристику L-кратного обзора  $\psi^L$ . Причем будем полагать, что  $L > 1$ , так как при  $L = 1$   $\psi$ -характеристика L-кратного обзора заранее известна – она всегда равна 0, то есть  $\psi^1 \equiv 0$ .

В момент  $t$  зафиксируем на сфере единичного радиуса  $Sr^e$  подспутниковые точки и среди них выберем произвольную  $j$ -ю L-точечную совокупность  $|s_t^L|_j$  (количество различных L-точечных совокупностей равно числу  $C_N^L$  сочетаний из N по L). Проведем сечение сферы плоскостью таким образом, чтобы все L точек

$|s_t^L|_j$  лежали по одну сторону от сечения, на одном из двух отсеченных сегментов. Сегмент, на котором лежат точки  $|s_t^L|_j$ , обозначим как  $P(|s_t^L|_j)$  и назовем *L-точечным сегментом*. Размер L-точечного сегмента, характеризуемый его угловым радиусом  $\rho$ , зависит от кучности точек  $|s_t^L|_j$  и места проведения сечения.

Оказалось, что L-точечные сегменты напрямую связаны с  $\psi$ -характеристикой L-кратного обзора: Об этом свидетельствует следующее утверждение.

### Утверждение 2

$\psi$ -характеристика L-кратного обзора равна угловому радиусу наименьшего L-точечного сегмента, то есть

$$\psi_t^L = \min_{j=1\dots C_N^L} \min_{\rho} \rho(P(|s_t^L|_j)) \quad (72)$$

и

$$\psi^L = \min_{t \in [t_0, t_0 + \tau]} \min_{j=1\dots C_N^L} \min_{\rho} \rho(P(|s_t^L|_j)). \quad (73)$$

Таким образом, задача определения  $\psi$ -характеристики L-кратного обзора сводится к нахождению L-точечного сегмент минимальной величины.

Для этого, согласно формулам (72)-(73), необходимо выполнить следующие действия.

Сначала для каждой  $j$ -й L-точечной совокупности  $|s_t^L|_j$  минимизируются L-точечные сегменты, в результате чего определяются *минимальные L-точечные сегменты*  $|p_t^L|_j$

$$\rho(|p_t^L|_j) = \arg \min_{\rho} \rho(P(|s_t^L|_j)). \quad (74)$$

Затем среди всех  $C_N^L$  минимальных сегментов  $|p_t^L|_j$ , в свою очередь, отыскивается наименьший

$$P_t^L = |p_t^L|_{j^*}, \quad j^* = \arg \min_{j=1\dots C_N^L} \rho(|p_t^L|_j) \quad (75)$$

(назовем  $P_t^L$  *характеристическим L-точечным сегментом* или *характеристическим сегментом L-го порядка*).

Наконец, система спутников рассматривается в динамике, и на периоде  $\tau$  повторения ее состояний отыскивается "абсолютно" минимальный L-спутниковый сегмент

$$P^L = P_{t^*}^L, \quad t^* = \arg \min_{t \in [t_0, t_0 + \tau]} \rho(P_t^L). \quad (76)$$

Понятно, что определив  $P_{t^*}^L$ , а затем и  $P^L$ , мы получим искомые значения  $\psi$ -характеристики, так как согласно формулам (72) и (73)

$$\psi_{t^*}^L = \rho(P_{t^*}^L) \quad (77)$$

и

$$\psi^L = \rho(P^L) \quad (78)$$

Изучение L-спутниковых сегментов показало, что минимальные их представители – искомые сегменты  $\left| p_t^L \right|_j$ ,  $P_t^L$ ,  $P^L$ , обладают важными свойствами.

Первое свойство достаточно очевидно и состоит в том, что на границе (на граничной окружности) искомым сегментам обязательно находятся подспутниковые точки.

#### Первое свойство L-спутникового сегмента

Каждый минимальный L-спутниковый сегмент  $\left| p_t^L \right|_j$  имеет на границе не менее двух подспутниковых точек.

Второе свойство касается особенности расположения *граничных точек* – подспутниковых точек, находящихся на границе сегмента  $\left| p_t^L \right|_j$ .

#### Второе свойство L-спутникового сегмента

У каждого минимального L-спутникового сегмента  $\left| p_t^L \right|_j$  длина дуги граничной окружности, охватывающей все его граничные точки, не меньше  $180^\circ$ .

Отсюда следует:

1. Если число граничных точек равно двум, то обе они лежат на диаметрально противоположных концах граничной окружности.
2. Если число граничных точек равно трем, то треугольник с вершинами в



них не может быть тупоугольным.

3. Если число граничных точек больше трех, то многоугольник с вершинами в этих точках содержит (внутри себя или на своей границе) центр граничной окружности.

Таким образом, приходим к следующему заключению.

Третье свойство L-спутникового сегмента (как следствие Второго свойства)

Среди подспутниковых точек, находящихся на границе любого минимального L-спутникового сегмента  $|p_t^L|_j$ , есть хотя бы одна диаметрально разнесенная пара или хотя бы одна тройка, образующая остроугольный треугольник.

Фигурирующие в данном заключении комбинации (пары и тройки) подспутниковых точек назовем *обязательными граничными точками*.

Подспутниковые точки, не попавшие на границу сегмента и, следовательно, находящиеся на его поверхности, назовем *поверхностными точками*.

От  $j$ -го минимального L-точечного сегмента  $|p_t^L|_j$  перейдем к характеристическому L-точечному сегменту  $P_t^L$  и обозначим число его обязательных граничных точек как  $m_g$ , а число его поверхностных точек как  $m_p$ .

Сумма данных чисел подчиняется следующей закономерности.

#### 4-е свойство L-спутникового сегмента

Для любого характеристического сегмента L-го порядка сумма числа его обязательных граничных точек и числа его поверхностных точек не превышает его порядка:

$$m_g + m_p \leq L. \quad (79)$$

Обозначим через  $m_{g+}$  число *необязательных граничных точек*, то есть подспутниковых точек, наряду с обязательными точками попавших на границу характеристического сегмента L-го порядка, а через  $M$  обозначим общее число подспутниковых точек на данном сегменте, то есть подспутниковых точек, находящихся и на его поверхности и на его границе.

С учетом введенных обозначений запишем:

$$M = m_g + m_p + m_{g+}. \quad (80)$$

Понятно, что на L-спутниковом сегменте общее количество подспутниковых точек не может быть меньше L, то есть

$$M \geq L. \quad (81)$$

Из (80) и (81) с учетом (79) получим:

$$L \leq M \leq L + m_{g+}. \quad (82)$$

Опираясь на изложенные теоретические положения, предложим следующий способ определения характеристического L-спутникового сегмента и, следовательно,  $\psi$ -характеристики L-кратного обзора.

В момент  $t$  на единичной сфере перебираются всевозможные сочетания двух и трех подспутниковых точек ( $C_N^2$  и  $C_N^3$  сочетаний соответственно). Через каждую такую пару или тройку точек проводится плоскость – соответственно двух- и трехточечное сечение. При этом для соблюдения Свойства 3 недостающим условием проведения двухточечного сечения является его перпендикулярность радиусу-вектору центра отрезка, соединяющего точки. Если же плоскость проводится через три точки, то для соблюдения Свойства 3 дополнительным условием выбора этих точек является остроугольность образованного ими треугольника. Пары и тройки подспутниковых точек, через которые проводятся сечения, будем называть характерными точками.

Далее исследуются два круговых сегмента  $\overset{\curvearrowright}{p}$  и  $\overset{\curvearrowleft}{p}$ , на которые делит сферу проведенное сечение. Для каждого из двух этих сегментов производится подсчет находящихся на них подспутниковых точек – граничных и поверхностных (граничные точки являются общими для обоих сегментов). Число граничных точек складывается из  $m_g$  обязательных граничных точек, то есть точек, через которые проведено сечение ( $m_g=2$  или  $m_g=3$ ), и из  $m_{g+}$  необязательных граничных точек (точек, вместе с обязательными попавших в проведенное сечение). После этого определяется общее число подспутниковых точек  $M$  (как сумма граничных и поверхностных точек) и проверяется условие (82). Если условие выполняется, то данный сегмент ( $\overset{\curvearrowright}{p}$  или  $\overset{\curvearrowleft}{p}$ ) заносится в перечень сегментов  $\{p\}$ , среди которых и

отыскивается характеристический сегмент  $L$ -го порядка

$$P_t^L = \arg \min_{\{p\}} \rho(p), \quad (83)$$

а затем по формуле (77) определяется мгновенная  $\psi$ -характеристика  $L$ -кратного обзора  $\psi_t^L$ .

Наконец, минимизируя во времени (на периоде повторения  $\tau$ ) мгновенную  $\psi$ -характеристику  $L$ -кратного обзора, по формуле (78) находится обобщенная  $\psi$ -характеристика  $L$ -кратного обзора  $\psi^L$ .

От  $\psi$ -характеристики перейдем к  $\alpha$ -характеристике и, обобщив изложенное, изложим процедуру ее расчета.

Напомним: из зависимости (70)-(71) следует, что задача определения  $\alpha$ -характеристики  $L$ -кратного обзора эквивалентна задаче определения  $\psi$ -характеристики  $(N-L+1)$ -кратного обзора или, согласно Утверждению 2, задаче поиска характеристического сегмента  $(N-L+1)$ -го порядка  $P_t^{N-L+1}$ .

Рассмотрим круговой сегмент  $\hat{P}_t^{N-L+1}$ , представляющий собой часть единичной сферы, находящуюся по другую сторону от сегмента  $P_t^{N-L+1}$ , и назовем сегмент  $\hat{P}_t^{N-L+1}$  *дополнением характеристического сегмента  $(N-L+1)$ -го порядка*. Понятно, что сумма угловых радиусов обоих сегментов равна  $180^\circ$ , то есть

$$\rho(P_t^{N-L+1}) + \rho(\hat{P}_t^{N-L+1}) = 180^\circ \quad (84)$$

или

$$\rho(\hat{P}_t^{N-L+1}) = 180^\circ - \rho(P_t^{N-L+1}), \quad (85)$$

а с учетом (77)

$$\rho(\hat{P}_t^{N-L+1}) = 180^\circ - \psi_t^{N-L+1}. \quad (86)$$

Сравним теперь (84) и (69) и получим:

$$\alpha_t^L = \rho(\hat{P}_t^{N-L+1}), \quad (87)$$

а с учетом (70):

$$\alpha^L = \rho(\hat{P}^{N-L+1}), \quad (88)$$

где  $\hat{P}^{N-L+1}$  – дополнение "абсолютно" минимального  $(N-L+1)$ -спутникового сегмента  $P^{N-L+1}$ .

Таким образом,  $\alpha$ -характеристика  $L$ -кратного обзора (мгновенная или

обобщенная) равна угловому радиусу дополнения минимального (в момент  $t$  или на всем периоде  $\tau$ ) сегмента  $(N-L+1)$ -го порядка. Следовательно, задача определения  $\alpha$ -характеристики может быть сведена к поиску данного сегмента.

Обозначим через  $\hat{m}_p$ , по аналогии с  $m_p$ , число поверхностных точек сегмента  $\hat{P}_t^{N-L+1}$  (то есть, число находящихся на нем подспутниковых точек за исключением точек, лежащих на его границе). Эти точки – суть оставшиеся подспутниковые точки от их общего числа  $N$  после удаления  $M$  точек минимального сегмента  $P_t^{N-L+1}$ .

То есть

$$M = N - \hat{m}_p. \quad (89)$$

Для минимального сегмента  $P_t^{N-L+1}$  согласно (84) должно выполняться условие

$$N - L + 1 \leq M \leq N - L + 1 + m_{g+}. \quad (90)$$

С учетом (89) приведем неравенство (90) к виду

$$L - 1 - \hat{m}_{g+} \leq \hat{m}_p \leq L - 1. \quad (91)$$

Здесь учтено, что число  $\hat{m}_{g+}$  необязательных граничных точек дополнения  $\hat{P}_t^{N-L+1}$  равно числу  $m_g$  необязательных граничных точек исходного сегмента  $P_t^{N-L+1}$ .

Заметим теперь, что фактически задача поиска сегмента  $P_t^{N-L+1}$  и его дополнения  $\hat{P}_t^{N-L+1}$  эквивалентны. То есть, если решена одна из них, то решена и другая. Сегмент  $P_t^{N-L+1}$  по сути является минимальным сегментом среди всех сегментов, удовлетворяющих условию (91). Радиусы же сегментов  $P_t^{N-L+1}$  и  $\hat{P}_t^{N-L+1}$  связаны обратной зависимостью:

$$\rho(\hat{P}_t^{N-L+1}) = 180^\circ - \rho(P_t^{N-L+1}). \quad (92)$$

Следовательно, раз  $P_t^{N-L+1}$  – минимальный, то  $\hat{P}_t^{N-L+1}$  – максимальный сегмент (сегмент максимальной величины), удовлетворяющий условию (91), эквивалентно заменившему условие (90).

Заметим теперь, что границы сегментов  $P_t^{N-L+1}$  и  $\hat{P}_t^{N-L+1}$  являются геометрическим местом их сочленения, то есть совпадают. Поэтому Второе свойство минимального сегмента относится в равной мере и к его дополнению, а способ нахождения минимального сегмента, основанный на проведении сечений сферы через характерные точки, также может быть использован для нахождения его дополнения.

Итак, способ определения сегмента  $\hat{P}_t^{N-L+1}$ , а значит и  $\alpha$ -характеристики L-кратного обзора, заключается в следующем.

В фиксированной момент  $t$  через характерные точки проводится сечения сферы (так же, как и при поиске минимального L-точечного сегмента для определения  $\psi$ -характеристики L-кратного обзора). Затем подсчитывается число  $\hat{m}_{g+}$  необязательных граничных точек и число  $\hat{m}_p$  поверхностных точек на каждом из двух отсеченных сегментов и проверяется выполнение условие (91). В случае выполнения данного условия сегмент заносится в перечень сегментов  $\{\hat{p}\}$ , среди которых затем и отыскивается искомый сегмент  $\hat{P}_t^{N-L+1}$  как сегмент максимальной величины:

$$\hat{P}_t^{N-L+1} = \arg \max_{\{\hat{p}\}} \rho(\hat{p}). \quad (93)$$

Таким образом, мгновенная  $\alpha$ -характеристика L-кратного обзора  $\alpha_t^L$ , согласно (87) равная угловому радиусу сегмента  $\hat{P}_t^{N-L+1}$ , определена.

Наконец, согласно (62), остается максимизировать мгновенную  $\alpha$ -характеристику во времени (на периоде повторения  $\tau$ ) и определить искомое обобщенное значение  $\alpha$ -характеристики L-кратного обзора  $\alpha^L$ .

Покажем теперь, как можно усовершенствовать процедуру определения  $\alpha$ -характеристики, сократив число операций и тем самым повысив быстродействие программы расчета. Это можно сделать за счет использования некоторых свойств так называемой оболочки системы.

Вновь обратимся к подспутниковым точкам N-спутниковой системы на единичной сфере в произвольный момент  $t$ , обозначив данную N-точечную

совокупность как  $S_t^N$ . Образно говоря, удалим единичную сферу и натянем на точки  $S_t^N$  растяжимую пленку. В результате, согласно принятой терминологии, получим оболочку системы  $O_t^N$ . Данную фигуру можно еще представить как поверхность выпуклого многогранника, вершинами которого являются точки  $S_t^N$ . По отношению к центру  $C$  удаленной сферы (центру Земли) оболочка системы может находиться в двух состояниях:

- 1) центр  $C$  лежит во внутренней области оболочки (внутри оболочки);
- 2) центр  $C$  лежит за пределами внутренней области оболочки (вне оболочки).

Определим теперь понятие удаления  $\varepsilon(O_t^N)$  оболочки от центра как расстояние от центра до ближайшей точки на оболочке. Обозначим эту ближайшую точку как  $Z$ . Причем, если центр  $C$  лежит вне оболочки, то величину  $\varepsilon(O_t^N)$  будем брать с отрицательным знаком.

Для того, чтобы понять значение введенных понятий, обратимся к изложенной выше процедуре определения  $\alpha$ -характеристики. Анализ положений процедуры, в частности неравенства (91), позволяет сделать вывод: мгновенная (в момент  $t$ )  $\alpha$ -характеристика однократного обзора  $\alpha_t^1$  равна угловому радиусу наибольшего кругового сегмента  $\hat{P}_t^N$ , на поверхности которого отсутствуют подспутниковые точки. Нетрудно убедиться, что этими качествами обладает круговой сегмент  $P_\varepsilon(O_t^N)$ , в центре основания которого – в центре его граничной окружности – лежит точка  $Z$ . Это означает, что сегмент  $P_\varepsilon(O_t^N)$  по сути и является сегментом  $\hat{P}_t^N$ , то есть

$$P_\varepsilon(O_t^N) = \hat{P}_t^N. \quad (94)$$

Отсюда следует:

$$\alpha_t^1 = \arccos[\varepsilon(O_t^N)] \quad (95)$$

и

$$\alpha^1 = \arccos\left[\min_{t \in [t_0, t_0 + \tau]} \varepsilon(O_t^N)\right]. \quad (96)$$

По аналогии с оболочкой системы  $O_t^N$  введем более широкое понятие оболочки

к-го порядка  $\left|O_t^k\right|_i$ , под которой будем понимать оболочку, натянутую на к подспутниковых точек – на  $i$ -ю  $k$ -точечную совокупность  $\left|S_t^k\right|_i$ . Понятно, что число различных оболочек  $\left|O_t^k\right|_i$  равно числу  $C_N^k$  сочетаний из  $N$  по  $k$ . Обозначим множество всех  $C_N^k$  оболочек  $k$ -го порядка как  $O_t^k$  и введем понятие удаления  $\varepsilon(O_t^k)$  оболочек  $k$ -го порядка от центра  $C$  как наименьшее из удалений от  $C$  отдельных оболочек  $\left|O_t^k\right|_i$ , то есть

$$\varepsilon(O_t^k) = \min_{i=1\dots C_N^k} \left[ \varepsilon\left(\left|O_t^k\right|_i\right) \right]. \quad (97)$$

В теории [1] доказано следующее положение.

#### Теоретическое положение 1

Система из  $N$  спутников обеспечивает  $L$ -кратный обзор тогда и только тогда, когда она обеспечивает однократный обзор без любых  $L-1$  своих спутников.

Опираясь на данное теоретическое положение, можно трансформировать соотношения (96)-(98) для случая  $L$ -кратного обзора к виду:

$$P_\varepsilon(O_t^{N-L+1}) = \hat{P}_t^{N-L+1}, \quad (98)$$

$$\alpha_t^L = \arccos \left[ \varepsilon(O_t^{N-L+1}) \right] \quad (99)$$

и

$$\alpha^L = \arccos \left[ \min_{t \in [t_0, t_0 + \tau]} \varepsilon(O_t^{N-L+1}) \right]. \quad (100)$$

То есть,  $\alpha$ -характеристика  $L$ -кратного обзора равна  $\arccos$  минимального удаления оболочек  $(N-L+1)$ -го порядка.

Отметим некоторые свойства вписанного в сферу многогранника – фигуры, каковой по сути является любая оболочка  $\left|O_t^k\right|_i$ . Свойства эти касаются расположения ближайшей к центру сферы  $C$  точки  $Z$  на  $\left|O_t^k\right|_i$  (то есть точки, находящейся на удалении  $\varepsilon\left(\left|O_t^k\right|_i\right)$ ). Первое свойство гласит: точка  $Z$  лежит в основании перпендикуляра, опущенного из центра  $C$  либо на ребро, либо на грань

оболочки. В последнем случае обязательным условием является нахождение точки  $Z$  на поверхности грани. Второе свойство: если центр сферы лежит внутри оболочки, то точка  $Z$  обязательно лежит на поверхности грани (то есть, не лежит на ребре). Первое свойство лишь подтверждает ранее изложенные теоретические положения. Второе же свойство позволяет внести следующие элементы усовершенствования в процедуру расчета  $\alpha$ -характеристики.

Предположим, заранее известно, что искомое значение мгновенной  $\alpha$ -характеристики  $\alpha_t^L$  находится в первой угловой четверти (то есть  $\alpha_t^L < 90^\circ$ ). В этом случае удаление оболочки  $(N-L+1)$ -го порядка  $\varepsilon(O_t^{N-L+1})$  имеет положительное значение и, следовательно, центр  $S$  лежит внутри нее. Но тогда, согласно приведенным ранее свойствам оболочки, ближайшая точка  $Z$  лежит на одной из ее граней. Любая грань имеет вершинами не менее трех подспутниковых точек. Значит, если точка  $Z$  лежит на грани, то граница сегмента  $P_\varepsilon(O_t^{N-L+1})$ , имеющего в основании точку  $Z$ , содержит не менее трех подспутниковых точек.

Таким образом, с учетом (98) можно утверждать: если  $\alpha$ -характеристика  $L$ -кратного обзора меньше  $90^\circ$ , то определяющий ее сегмент  $\hat{P}_t^{N-L+1}$  имеет не менее трех граничных точек. Данное утверждение позволяет усовершенствовать процедуру определения  $\alpha$ -характеристики следующим образом.

Если известно, что  $\alpha_t^L < 90^\circ$  (или  $\alpha^L < 90^\circ$ ), то достаточно проводить лишь трехточечные сечения, а из двух отсеченных сегментов рассматривать только сегмент, не содержащий центр сферы (то есть подсчет числа подспутниковых точек производить только над сечением, – там, где нет центра сферы).

Понятно, что для использования данного усовершенствования требуется предварительная информация об угловой четверти нахождения искомой  $\alpha$ -характеристики – необходимо знать: больше или меньше она  $90^\circ$ . Один из путей получения такой информации – определение  $\lambda$ -характеристики системы.

Вновь обратимся к понятию оболочки системы. Напомним, что оболочка  $k$ -го порядка  $|O_t^k|_i$  – суть выпуклый многогранник, вершинами которого являются  $k$  подспутниковых точек. Анализ соотношений (99)-(100), связывающих



геометрические характеристики оболочки с  $\alpha$ -характеристикой системы, приводит к следующему выводу.

### Утверждение 3

Для того, чтобы  $\alpha$ -характеристика L-кратного обзора (мгновенная или обобщенная) была меньше  $90^\circ$ , необходимо и достаточно, чтобы центр сферы находился во внутренней области всех оболочек  $(N-L+1)$ -го порядка (в данный момент или непрерывно).

Напомним:  $\lambda$ -характеристика системы (мгновенная  $\lambda_t$  или обобщенная  $\lambda$ ) – это максимальная кратность обзора L, при которой  $\alpha$ -характеристика (мгновенная  $\alpha_t^L$  или обобщенная  $\alpha^L$ ) меньше  $90^\circ$ . Следовательно, согласно только что сделанному выводу, может быть применена следующая схема для определения  $\lambda$ -характеристики системы. Отыскивается оболочка минимального порядка  $k_{\min}$  (на данный момент  $t$  или на всем периоде  $\tau$ ), не содержащая внутри себя центр сферы, и вычисляется  $\lambda$ -характеристика как:

$$\lambda_t \text{ (или } \lambda) = N - k_{\min} + 1. \quad (101)$$

Однако эта схема чрезвычайно громоздка и неудобна для практической реализации – непосредственное построение оболочек весьма затруднительно. Поэтому, взяв её за основу, предложим более простой способ, заменяющий построение оболочки рассмотрением отдельных ее граней.

Возьмем в момент  $t$  произвольную  $i$ -ю тройку  $|s_t^3|_i$  подспутниковых точек и проведем через нее плоскость  $|\pi_t^3|_i$  (трехточечное сечение). По отношению к центру сферы  $C$  плоскость  $|\pi_t^3|_i$  может находиться в двух состояниях:

1. Центр лежит вне плоскости  $|\pi_t^3|_i$ ,
2. Центр лежит в плоскости  $|\pi_t^3|_i$ .

Поставим теперь перед собой следующую задачу. Необходимо определить минимальное количество  $|\eta_t|_i$  подспутниковых точек из числа  $(N-3)$ -х оставшихся точек  $N$ -спутниковой системы, которые удовлетворяют следующим требованиям:

плоскость  $|\pi_t^3|_i$  является плоскостью грани (гранью) оболочки ( $N-|\eta_t|_i$ )-го порядка (оболочки, натянутой на  $N-|\eta_t|_i$  точек), и при этом данная оболочка не содержит внутри себя центр сферы. Очевидно, что для первого состояния сечения число  $|\eta_t|_i$  равно числу точек, расположенных по одну сторону с центром от плоскости  $|\pi_t^3|_i$ , а для второго состояния – наименьшему из двух чисел, равных количеству точек, лежащих по разные стороны от сечения.

Точки, определяющие число  $|\eta_t|_i$ , будем называть точками, лежащими *под* плоскостью  $|\pi_t^3|_i$  (такое название более всего соответствует их "природе" в первом состоянии сечения, в котором чаще всего пребывает плоскость  $|\pi_t^3|_i$ ).

Обозначим через  $\eta_t^{\min}$  минимальное на момент  $t$  число подспутниковых точек под трехточечными сечениями:

$$\eta_t^{\min} = \min_{i=1 \dots C_N^3} |\eta_t|_i, \quad (102)$$

а через  $\eta^{\min}$  – минимальное такое число на всем периоде повторения состояний системы  $\tau$ , то есть:

$$\eta^{\min} = \min_{t \in [t_0, t_0 + \tau]} \eta_t^{\min}. \quad (103)$$

Оказалось, что минимальное число подспутниковых точек под трехточечными сечениями определяет  $\lambda$ -характеристику системы. Об этом свидетельствует следующее теоретическое положение.

#### Утверждение 4

Минимальное количество подспутниковых точек под трехточечными сечениями численно равно  $\lambda$ -характеристике системы, то есть:

$$\eta_t^{\min} = \lambda_t \quad (104)$$

и

$$\eta^{\min} = \lambda. \quad (105)$$

Напомним, что анализ трехточечных сечений является неотъемлемой частью вышеизложенной процедуры определения  $\alpha$ -характеристики L-кратного обзора.

Поэтому процедура расчета  $\lambda$ -характеристики системы может быть легко встроена в процедуру вычисления ее  $\alpha$ -характеристики, и за счет этого получено следующее усовершенствование процедуры определения  $\alpha$ -характеристики.

На фиксированной момент времени  $t$  (на момент определения мгновенной  $\alpha$ -характеристики  $\alpha_t^L$ ) сначала рассматриваются только трехточечные сечения и определяется мгновенная  $\lambda$ -характеристика  $\lambda_t$  как минимальное число подспутниковых точек под ними. Если  $\lambda_t$  не меньше заданной кратности  $L$ , то искомая  $\alpha$ -характеристика  $\alpha_t^L$  меньше  $90^\circ$ , и поэтому двухточечные сечения далее не рассматриваются. В противном случае (когда  $\lambda_t < L$ ) в рассмотрение включаются также и двухточечные сечения, но подсчет точек производится уже исключительно в пространстве над сечениями (двух- и трехточечными).

Симметрия дельта-систем (напомним, что они являются подклассом кинематически симметричных систем) наделяет их дополнительными свойствами, с помощью которых можно повысить эффективность расчета  $\alpha$ -характеристик.

Главное свойство дельта-систем, позволяющее это сделать, заключается в эквивалентности динамики относительного движения каждого спутника в совокупном движении спутников системы, то есть

#### Первое свойство дельта-систем

Дельта-система за полный период обращения проходит одинаковое множество состояний относительно каждого отдельно взятого спутника.

Различают два методических подхода к использованию данного свойства. Первый подход позволяет сократить объемы вычислений в моменты расчета мгновенных  $\alpha$ -характеристик. Второй подход минимизирует интервал рассмотрения динамики системы – период повторения  $\tau$ .

В первом случае (при первом методическом подходе) повышение эффективности достигается за счет сокращения числа рассматриваемых (двух-, трехспутниковых) фрагментов системы и рассмотрения лишь тех из них, которые содержат фиксированный (произвольно взятый, например – первый) спутник. При этом период  $\tau^{(1)}$ , на котором "привязанные к спутнику" фрагменты проходят все состояния всех фрагментов системы и, следовательно, который является периодом

повторения значений  $\alpha$ -характеристик, должен быть достаточно продолжительным (соизмеримым с периодом обращения спутников).

Второй методический подход позволяет повысить эффективность расчетов за счет сведения к минимуму периода повторения  $\tau$ . Вследствие того, что состояния системы повторяются относительно каждого спутника, минимальный период повторения этих состояний  $\tau^{(2)}$  равен минимальному временному рассогласованию прохождения спутниками одноименных точек орбиты (точек с одинаковым аргументом широты – например, точек пересечения экватора). При данном подходе должны рассматриваться уже все фрагменты системы (без их привязки к одному из спутников, как это делается при первом подходе).

Период повторения  $\tau$  может быть уменьшен в 2 раза для обоих подходов благодаря наличию у дельта-систем дополнительного свойства – "зеркальной симметрии", которое может быть сформулировано следующим образом.

#### Второе свойство дельта-систем

Дельта-система проходит зеркально симметричные состояния относительно меридиональной плоскости, перпендикулярной плоскости орбиты какого-либо спутника (то есть, система имеет зеркально симметричные состояния при значениях  $u$  и  $180^\circ$ - $u$  аргумента широты произвольно взятого спутника).

В дополнение к указанным свойствам необходимо отметить, что дельта-системы как любые системы на круговых равновысотных орбитах имеют свойство повторять свое состояние (совокупное относительное расположение спутников) каждые полпериода обращения спутников.

В результате анализа указанных свойств дельта-систем установлено, что период повторения состояний системы в угловом измерении (в измерении изменения аргумента широты спутника) равен:

– для первого методического подхода:

$$\tau^{(1)} = 90^\circ, \quad (106)$$

– для второго методического подхода:

$$\tau^{(2)} = \begin{cases} \frac{90^\circ}{N/m} & \text{- при нечетном } N/m, \\ \frac{180^\circ}{N/m} & \text{- при четном } N/m, \end{cases} \quad (107)$$

где  $N$  и  $m$  – первое и третье числа шифра дельта-системы (8).

(при условии, что начальный момент отсчета  $t_0$  совпадает с моментом пересечения экватора произвольно взятым (обычно – первым) спутником)

Каждый из двух подходов имеет свои преимущества. Преимущество первого подхода, как уже отмечалось, состоит в сокращении числа анализируемых фрагментов системы. Преимущество второго – в уменьшении интервала рассмотрения динамики системы (периода повторения  $\tau$ ).

В числовом выражении преимущество одного подхода над другим выглядит следующим образом. Первый подход по сравнению со вторым дает сокращение числа анализируемых спутниковых фрагментов: 3-спутниковых – в  $N/3$ , 2-спутниковых – в  $N/2$  раза. Второй подход по сравнению с первым даёт уменьшение динамического интервала в  $N/m$  или  $N/(m/2)$  раза (в зависимости от четности частного  $N/m$ ). Оба преимущества выглядят равноценными, так как во многих случаях параметр  $m$  шифра дельта-системы имеет относительно небольшие значения (например, при простых  $N$  он всегда равен 1). Поэтому при выборе одного из двух методических подходов необходимо исходить из дополнительных соображений (во многом применение того или иного подхода – "дело вкуса" исследователя).

Отметим ещё одно свойство дельта-систем, которое позволит сократить объем расчета  $\alpha$ -характеристик за счет уменьшения числа анализируемых вариантов.

Напомним: в классе дельта-систем спутниковое построение (начальное фазовое состояние спутников) определяет шифр (8), задаваемый четверкой чисел  $N, n, m, \vartheta$ . Оказалось, что дельта-системы с различными построениями (шифрами) при определенных соотношениях шифрообразующей четверки и наклонений орбит имеют одинаковые  $\alpha$ -характеристики. Об этом свидетельствует следующее свойство дельта-систем.

### Третье свойство дельта-систем

При  $n/m > 2$  дельта-система  $S_1$  имеет эквивалентную по значению  $\alpha$ -характеристики дельта-систему  $S_2$  с теми же числами  $n$  и  $m$ , но иными значениями числа  $\alpha$  и наклона орбит  $i$ , соотносящимися с аналогичными значениями дельта-системы  $S_1$  как

$$\alpha_1 + \alpha_2 = n/m \quad (108)$$

и

$$i_1 + i_2 = 180^\circ, \quad (109)$$

где  $i_1$  и  $i_2$  – наклоны орбит, а  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  – четвертые числа в шифрах дельта-систем  $S_1$  и  $S_2$  соответственно.

То есть, при  $n/m > 2$  результат расчета  $\alpha$ -характеристики одинаков для двух дельта-систем – для системы с шифром  $NC_n C_m \alpha$  и наклоном  $i$ , а также для системы с шифром  $NC_n C_m [n/m - \alpha]$  и наклоном  $i - 180^\circ$ . Следовательно, расчет  $\alpha$ -характеристик дельта-систем достаточно проводить лишь для тех дельта-систем, у которых четвертое число шифра  $\alpha$  не больше половины частного  $n/m$  (для остальных дельта-систем с числами  $\alpha$  из второй половины частного  $n/m$  берется готовое, ранее полученное, значение  $\alpha$ -характеристики с учетом закономерностей (108) и (109)).

Если же  $n/m = 2$  или  $n/m = 1$ , то вышеуказанное свойство дельта-систем вырождается в свойство симметрии функции  $\alpha^L(i)$  относительно оси  $i = 90^\circ$  (при любом значении кратности  $L$ ). Значит при  $n/m \leq 2$  анализ  $\alpha$ -характеристик достаточно проводить на половинном интервале возможных значений наклона орбит – на интервале  $i \in [0, 90^\circ]$  либо  $i \in [90^\circ, 180^\circ]$ .

Для создания электронного каталога дельта-систем, являющегося базовым инструментом для решения оптимизационной задачи, разработана программа расчета  $\alpha$ -характеристик  $L$ -кратного обзора в полном диапазоне их значений от 0 до  $180^\circ$  и для произвольной кратности обзора  $L$ .

Ниже приведены рабочий алгоритм и блок-схема программы расчета  $\alpha$ -

характеристик дельта-систем с использованием вышеизложенного методического аппарата.

### Рабочий алгоритм расчета $\alpha$ -характеристик дельта-систем

1. Ввод исходных данных: кратность обзора  $L$ ; четверка целых чисел  $N, n, m, \mathcal{O}$  (по Г.В. Можаяеву) либо тройка целых чисел  $T, P, F$  (по Дж. Уолкеру), определяющих структуру конкретной дельта-системы; наклонение орбит спутников  $i$ .

2. Формирование структуры дельта-системы – вычисление начальных фазовых состояний ее спутников  $\phi_\xi = \{\Omega_\xi, u_\xi\}, \xi = \overline{1 \dots N}$  по алгоритму (6) и периода повторения относительных состояний системы  $\tau$  по формуле (107).

3. Фиксирование начального момента времени  $t = 0$  как момента пересечения экватора первым спутником системы.

4. Вычисление мгновенной  $\alpha$ -характеристики  $\alpha_t^L$ , для чего:

4.1. Определение вектора положения (координат) подспутниковых точек на единичной сфере  $\bar{r}_\xi = \{x_\xi, y_\xi, z_\xi\}, \xi = \overline{1 \dots N}$  по формулам

$$\begin{cases} x_\xi = r \cos(\Omega_\xi) \cos(u_\xi) - \sin(\Omega_\xi) \sin(u_\xi) \cos(i) \\ y_\xi = r \sin(\Omega_\xi) \cos(u_\xi) + \cos(\Omega_\xi) \sin(u_\xi) \cos(i) \\ z_\xi = r \sin(u_\xi) \sin(i) \end{cases}$$

4.2. Формирование полного перечня троек подспутниковых точек  $|s_t|_j = |A, B, C|_j, j = \overline{1 \dots C_N^3}$ .

4.3. Вычисление мгновенной  $\lambda$ -характеристики  $\lambda_t$ , для чего:

4.3.1. Выбор первой тройки подспутниковых точек – присвоение  $j = 1$ .

4.3.2. Проведение сечения  $|\pi_t|_j$  через тройку подспутниковых точек  $|s_t^3|_j = |A, B, C|_j$  и подсчет числа подспутниковых точек  $|\eta_t|_j$ , оказавшихся под проведенным сечением.

Плоскость  $|\pi_t|_j$  проходит через 3 точки  $A, B, C$  и имеет уравнение  $ax + by + cz + d = 0$ ,

$$\text{где } \begin{cases} a = (y_B - y_A)(z_C - z_A) - (y_C - y_A)(z_B - z_A) \\ b = (z_B - z_A)(x_C - x_A) - (z_C - z_A)(x_B - x_A) \\ c = (x_B - y_A)(x_C - y_A) - (x_C - x_A)(y_B - y_A) \\ d = -(ax_A + by_A + cz_A) \end{cases}$$

Подсчет числа подспутниковых точек  $|\eta_t|_j$ , оказавшихся под плоскостью сечения  $|\pi_t^3|_j$ .

Произвольная точка  $M$  находится под плоскостью, если она находится по одну сторону с центром сферы и, значит, выполняются условия  $\begin{cases} hO * hM > 0 \\ |hM| > \varepsilon = 10^{-9} \end{cases}$ ,

где  $hO = \frac{d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$  – расстояние от центра сфера до плоскости,

$hM = \frac{ax_M + by_M + cz_M + d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$  – расстояние от точки  $M$  до плоскости.

4.3.3. Проверка условия  $j > C_N^3$ , если "да", то переход к действию 4.3.4, иначе – увеличение  $j$  на 1 и возврат к действию 4.3.2.

4.3.4. Вычисление мгновенной  $\lambda$ -характеристики  $\lambda_t = \min_{j=1..C_N^3} |\eta_t|_j$ .

4.4. Присвоение вспомогательному управляющему параметру  $pr$  значения 1 ( $pr=1$  – рассматривается трёхточечное сечение,  $pr=2$  – рассматривается двухточечное сечение) и выбор первой тройки подспутниковых точек  $j=1$ .

4.5. Определение максимального угла  $\varphi_j$  в треугольнике, образованном тройкой  $|s_t^3|_j = |A, B, C|_j$ , по теореме косинусов  $\varphi_j = \arccos\left(\frac{AB^2 + BC^2 - CA^2}{2AB \cdot BC}\right)$ ,

$$\text{где } \begin{cases} AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2} \\ BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2 + (z_C - z_B)^2} \\ CA = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2 + (z_A - z_C)^2} \end{cases}$$

4.6. Проверка условия  $\varphi_j < 90^\circ$ , если "да", то переход к действию 4.7, иначе – увеличение  $j$  на 1 и возврат к действию 4.5.

4.7. Определение числа  $\hat{m}_{g+}$  необязательных граничных точек в сечении



$|\pi_t|_i$ .

Точка  $M$  находится в плоскости, если выполняется условие  $|hM| < \varepsilon = 10^{-9}$ , где

$$hM = \frac{ax_M + by_M + cz_M + d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} - \text{расстояние от точки } M \text{ до плоскости.}$$

4.8. Проверка условия  $\lambda_t \geq L$ : если "да", то переход к действию 4.9, иначе – к действию 4.10.

4.9. Определение числа  $\hat{m}_p$  подспутниковых точек *над* сечением  $|\pi_t|_j$  и переход к действию 4.11.

Точка  $M$  находится над плоскостью, если она находится по другую сторону от центра сферы и, значит, выполняются условия 
$$\begin{cases} hO * hM < 0 \\ |hM| > \varepsilon = 10^{-9} \end{cases}$$

где  $hO = \frac{d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$  – расстояние от центра сфера до плоскости,

$$hM = \frac{ax_M + by_M + cz_M + d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} - \text{расстояние от точки } M \text{ до плоскости.}$$

4.10. Определение числа  $\hat{m}_p$  подспутниковых точек *под* сечением  $|\pi_t|_j$  и переход к действию 4.11.

4.11. Проверка условия  $L-1-\hat{m}_{g+} \leq \hat{m}_p \leq L-1$ : если "да", то переход к действию 4.12, иначе – увеличение  $j$  на 1 и возврат к действию 4.5.

4.12. Определение удаления  $\varepsilon(|\pi_t|_j)$  сечения  $|\pi_t|_j$  от центра сферы.

4.13. Проверка условия  $\lambda_t \geq L$ : если "да", то переход к действию 4.14, иначе – к действию 4.15.

4.14. Определение  $\varepsilon(O_t^{N-L+1}) = \min_{j=1..C_N^3} \varepsilon(|\pi_t|_j)$  и переход к действию 4.16.

4.15. Определение  $\varepsilon(O_t^{N-L+1}) = -\min_{j=1..C_N^3} \varepsilon(|\pi_t|_j)$  и переход к действию 4.16.

4.16. Проверка условия  $pr < 2$ : если "да", то переход к действию 4.17, иначе – к действию 4.18.

4.17. Проверка условия  $j < C_N^3$ : если "да", то увеличение  $j$  на 1 и возврат к действию 4.5, иначе – к действию 4.19.

4.18. Проверка условия  $j < C_N^2$ : если "да", то увеличение  $j$  на 1 и возврат к действию 4.22, иначе – к действию 4.23.

4.19. Проверка условия  $\lambda_t \geq L$ : если "да", то переход к действию 4.23, иначе – к действию 4.20.

4.20. Формирование полного перечня пар подспутниковых точек  $|s_t^2|_j, j = \overline{1..C_N^2}$ .

4.21. Присвоение  $j=1$  и  $pr=2$ .

4.22. Проведение сечения  $|\pi_t|_j$  через пару  $|s_t^2|_j$  перпендикулярно линии соединения точек пары и возврат к действию 4.7.

4.23. Вычисление мгновенной  $\alpha$ -характеристики как  $\alpha_t^L = \arccos \left[ \varepsilon \left( O_t^{N-L+1} \right) \right]$ .

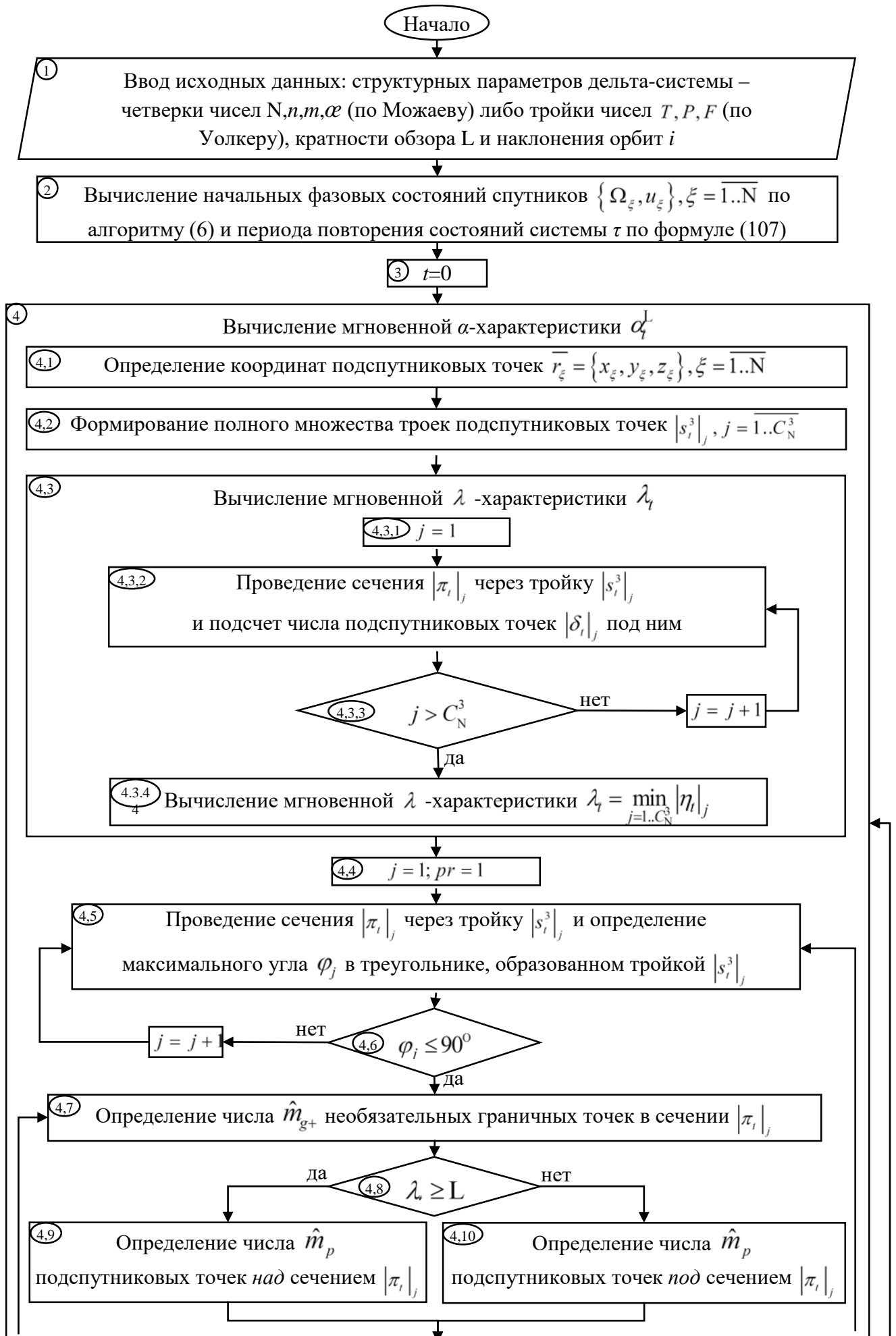
5. Проверка условия  $t < \tau$ : если "да", то увеличение  $t$  на  $\Delta t$  и возврат к действию 4, иначе – переход к действию 6. В начале расчетов, при локализации области экстремума, достаточно установить значение  $\Delta t = 0,1 \cdot \tau$ . В дальнейшем, при вычислении экстремального значения (например, методом половинного деления), величина  $\Delta t$  должна соответствовать заданной точности получения  $\alpha$ -характеристики (точность наших расчетов составляет  $0,01^\circ$ ).

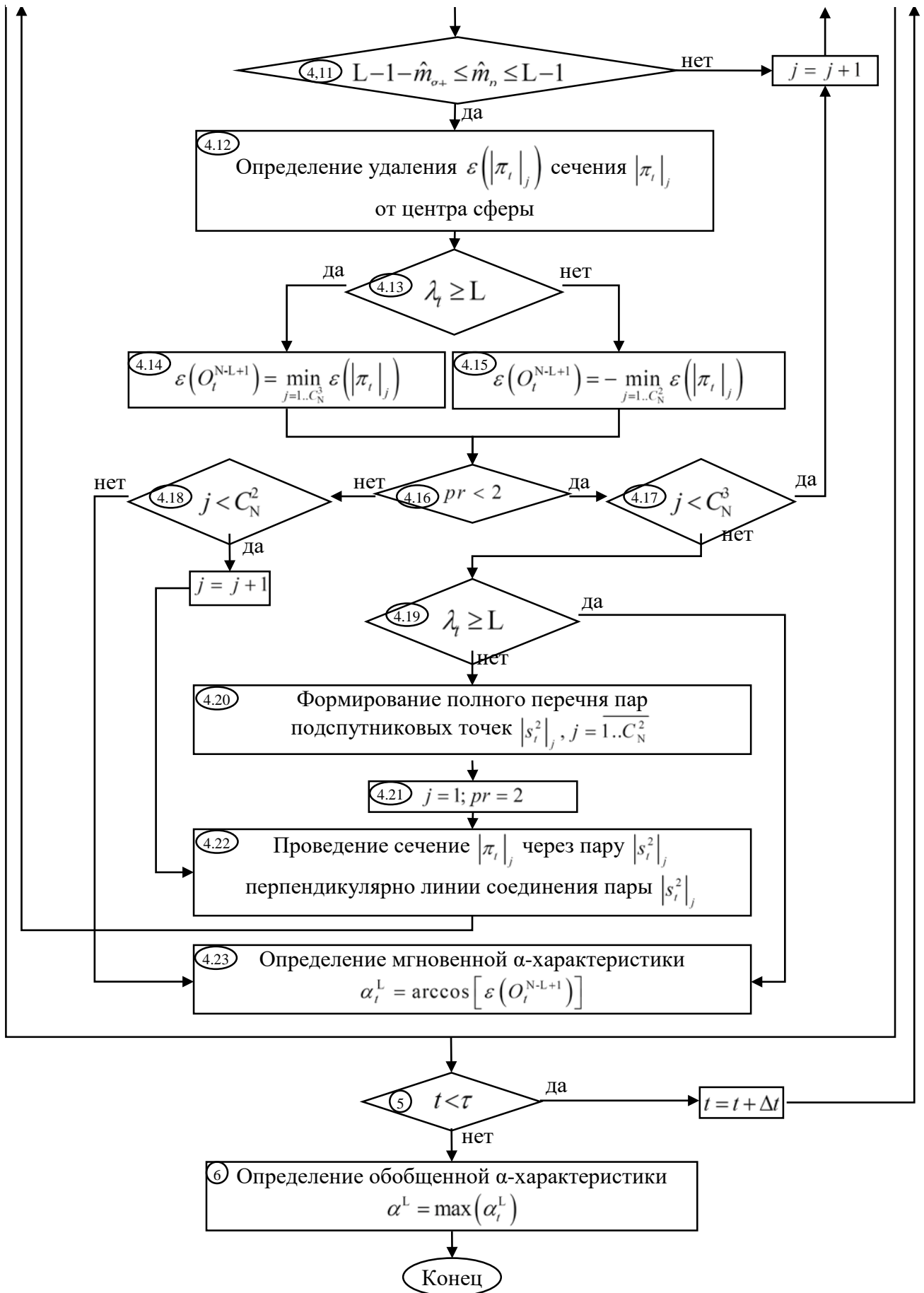
6. Определение искомого значения  $\alpha$ -характеристики  $L$ -кратного обзора:

$$\alpha^L = \max_{t \in [0, \tau]} \alpha_t^L.$$

(расчеты показали, что за период  $\tau$  функция  $\alpha_t^L$  либо монотонна, либо имеет единственную внутреннюю точку экстремума).

Блок-схема программы расчета  $\alpha$ -характеристик дельта-систем представлена на рисунке 24.



Рисунок 24. Блок-схема программы расчет  $\alpha$ -характеристики дельта-системы

### 2.3.2. Расчет оптимальных вариантов двухъярусного орбитального построения

Рассмотрим некоторую, произвольно взятую, высоту разделения сферического слоя  $H_+$ .

Напомним (см. параграф 1.2), что при фиксированной высоте разделения  $H_+$  задача поиска оптимальных вариантов  $s_{low}^{opt}$  и  $s_{up}^{opt}$  орбитального построения для нижнего и верхнего ярусов заключается в следующем (см. формулы (15)-(18)):

- 1) Варьирование высот ярусов  $H_{low}$  и  $H_{up}$ .
- 2) Определение критических значений углового радиуса зон обзора  $\alpha_{low}(H_{low})$  и  $\alpha_{up}(H_{up})$ .
- 3) Отыскание в каталоге дельта-систем наиболее подходящих вариантов орбитального построения ярусов  $s_{low}(H_{low})$  и  $s_{up}(H_{up})$  (вариантов, имеющих минимальное число спутников и  $\alpha$ -характеристики L-кратного обзора, не превышающие критических значений углового радиуса зон обзора).
- 4) Определение оптимальных значений высоты ярусов  $H_{low}^{opt}$  и  $H_{up}^{opt}$  – значений, при которых орбитальные построения ярусов  $s_{low}^{opt}$  и  $s_{up}^{opt}$  имеют наименьшее число спутников.

В предыдущих параграфах 2.1 и 2.2 изложены алгоритмы нахождения критических значений  $\alpha_{up}$  и  $\alpha_{low}$  углового радиуса зон обзора спутников нижнего и верхнего ярусов и построены их зависимости от высоты орбит –  $\alpha_{up}(H_{up})$  и  $\alpha_{low}(H_{low})$  (формулы (46) и (53)). Установлено, что каждая из зависимостей имеет единственную, ярко выраженную, точку максимума  $\alpha_{up}^{max}(H_{up}^{max}) / \alpha_{low}^{max}(H_{low}^{max})$ .

Чем больше критическое значение углового радиуса зон обзора, тем больше допустимое значение  $\alpha$ -характеристики и тем меньше требуемое число спутников. Но ведь минимум числа спутников в ярусах – цель оптимизации орбитальных построений при фиксировании разделения сферического слоя (см. формулы (15) и

(16)). Следовательно, при заданной высоте разделения  $H_+$  высоты ярусов  $H_{low}^{\max}$  и  $H_{up}^{\max}$ , при которых критические значения углового радиуса зон обзора достигают максимума  $\alpha_{low}^{\max}$  и  $\alpha_{up}^{\max}$ , являются оптимальными высотами  $H_{low}^{\text{opt}}$  и  $H_{up}^{\text{opt}}$  для нижнего и верхнего ярусов:

$$\begin{aligned} H_{low}^{\text{opt}}(H_+) &= H_{low}^{\max}(H_+), \\ H_{up}^{\text{opt}}(H_+) &= H_{up}^{\max}(H_+), \end{aligned} \quad (110)$$

а выбранные в классе дельта-систем (в каталоге дельта-систем) варианты с минимальным числом спутников и  $\alpha$ -характеристиками, не превышающими значений  $\alpha_{low}^{\max}(H_+)$  и  $\alpha_{up}^{\max}(H_+)$  – оптимальными вариантами орбитальных построений нижнего и верхнего ярусов  $s_{low}^{\text{opt}}(H_+)$  и  $s_{up}^{\text{opt}}(H_+)$ :

$$\begin{aligned} s_{low}^{\text{opt}}(H_+) &= \arg \min_{s(H_{low}^{\max}(H_+)) \in K_\Delta} \left[ N(s(H_{low}^{\max}(H_+))) \mid \alpha^L(s(H_{low}^{\max}(H_+))) \leq \alpha_{low}^{\max}(H_+) \right], \\ s_{up}^{\text{opt}}(H_+) &= \arg \min_{s(H_{up}^{\max}(H_+)) \in K_\Delta} \left[ N(s(H_{up}^{\max}(H_+))) \mid \alpha^L(s(H_{up}^{\max}(H_+))) \leq \alpha_{up}^{\max}(H_+) \right]. \end{aligned} \quad (111)$$

Итак, способ оптимизации орбитального построения нижнего и верхнего ярусов при фиксированной высоте разделения слоя  $H_+$  определен.

Для окончательного решения оптимизационной задачи осталось применить этот способ при различных значениях высоты разделения  $H_+$  и найти оптимальную высоту разделения  $H_+^{\text{opt}}$ , при которой двухъярусное орбитальное построение имеет минимальную СХС  $\Sigma V(H_+)$  (см. формулы (18)-(20)).

На рисунке 25 показан характерный вид зависимостей  $\alpha_{low}^{\max}(H_+)$ ,  $\alpha_{up}^{\max}(H_+)$  и  $\Sigma V(H_+)$ . Здесь же отмечена нижняя граница  $\alpha_{\min}^L$  значений  $\alpha$ -характеристик L-кратного обзора  $\alpha^L$ , содержащихся в каталоге дельта-систем:  $\alpha_{\min}^1 = 16.90^\circ$ ,  $\alpha_{\min}^2 = 20.59^\circ$ ,  $\alpha_{\min}^3 = 25.21^\circ$ ,  $\alpha_{\min}^4 = 28.28^\circ$  (все значения – при N=110).

$\alpha_{\min}^L$  – ограничение, накладываемое "физическими" возможностями созданного каталога дельта-систем. При необходимости расширения области

оптимизации и уменьшения нижней границы  $\alpha_{\min}^L$  требуется проведение дополнительных расчетов  $\alpha$ -характеристик для дельта-систем с бóльшим числом спутников.

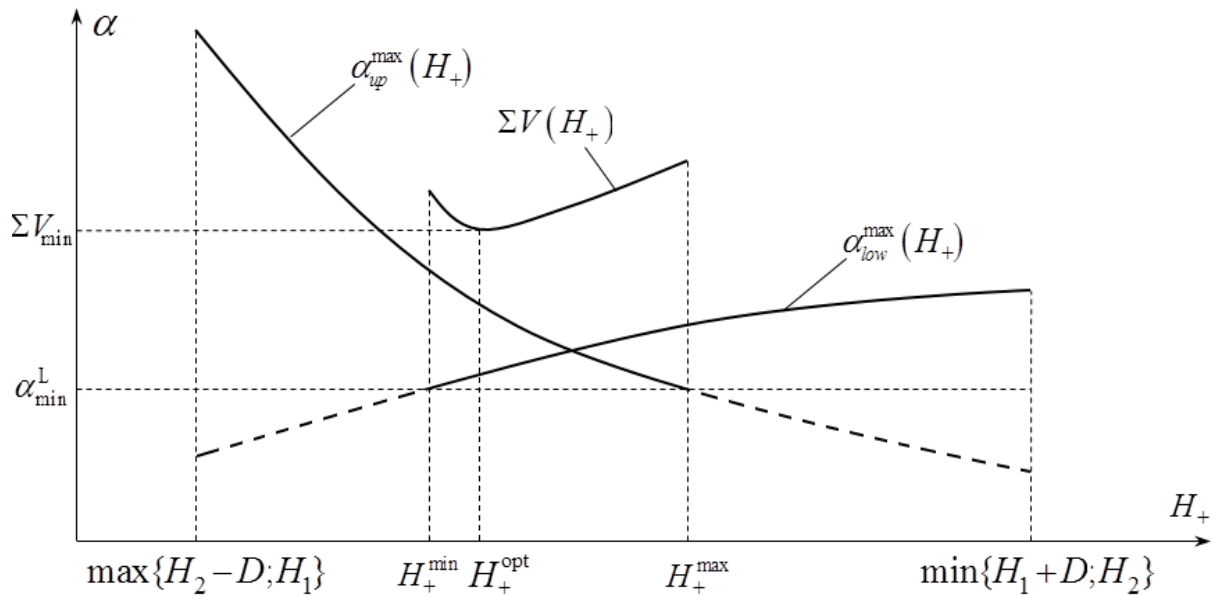


Рисунок 25

#### 2.4. Автоматизированная процедура решения задачи оптимизации орбитального построения двухъярусных спутниковых систем непрерывного обзора сферического слоя околоземного космического пространства

Согласно постановке оптимизационной задачи (см. пункт 1.1.2), требуется найти в классе дельта-систем  $K_{\Delta}$  орбитальное построение  $S_{\Pi}$  двухъярусной спутниковой системы, обеспечивающее непрерывный  $L$ -кратный обзор заданного сферического слоя  $(H_1, H_2)$  с минимальным значением СХС  $\Sigma V$ .

Для решения задачи использован электронный каталог дельта-систем, созданный в настоящей работе (методическое обоснование, рабочий алгоритм и блок-схемы программы расчета  $\alpha$ -характеристик дельта-систем приведены в предыдущем пункте).

Ниже приведены рабочий алгоритм и блок-схема программы решения оптимизационной задачи с применением методического подхода, предложенного в параграфе 1.3.

Рабочий алгоритм решения оптимизационной задачи

1. Ввод исходных данных: высота нижней границы сферического слоя  $H_1$ , высота верхней границы сферического слоя  $H_2$ , угол полураствора бортовой аппаратуры  $\beta$ , дальность обзора  $D$ , кратность обзора  $L$ .

2. Проверка условий (ограничений), накладываемых на высоты границ сферического слоя, на дальность обзора, на угол полураствора бортовой аппаратуры (условия (22)-(24) и (28)). Если все условия выполнены, то осуществляется переход к действию 3, иначе – возврат к действию 1 и корректировка исходных данных.

3. Задание диапазона  $(H_+^{\min}, H_+^{\max})$  возможных значений высоты разделения сферического слоя  $H_+$ , совпадающей с областью ее допустимых значений, определяемой неравенством (33):

$$H_+^{\min} = \max\{H_2 - D, H_1\}, H_+^{\max} = \min\{H_1 + D, H_2\}.$$

4. Определения шага перебора  $dH_+$  значений высоты разделения  $H_+$  как одной сотой доли диапазона ее возможных значений:

$$dH_+ = (H_+^{\max} - H_+^{\min}) / 100.$$

5. Перебор значений  $H_+$  высоты разделительной сферы:

$$H_+ = H_+^{\min} + j \cdot dH_+, j = 1 \dots 99.$$

6. Для заданной высоты разделения  $H_+$  выбор оптимального двухъярусного орбитального построения  $S_{\Pi}(H_+) = \{s_{low}^{\text{opt}}(H_+); s_{up}^{\text{opt}}(H_+)\}$  и вычисление его СХС  $\Sigma V(H_+)$ , для чего:

6.1. Определение экстремальных величин  $\alpha_{up}^{\max}(H_+)$  и  $H_{up}^{\max}(H_+)$  для критических значений углового радиуса зон обзора и высоты орбит спутников верхнего яруса по формулам (48) и аналогичных значений  $\alpha_{low}^{\max}(H_+)$  и  $H_{low}^{\max}(H_+)$  для нижнего яруса по формулам (55).

6.2. Обращение к электронному каталогу дельта-систем и выбор по формулам



(57) оптимальных вариантов  $s_{up}^{opt}(H_+)$  и  $s_{low}^{opt}(H_+)$  орбитального построения для верхнего и нижнего ярусов соответственно с  $\alpha$ -характеристиками L-кратного обзора, не превышающими экстремальных величин  $\alpha_{up}^{max}(H_+)$  и  $\alpha_{low}^{max}(H_+)$ .

6.3. Определение СХС  $V_{up}(H_+)$  и  $V_{low}(H_+)$  для верхнего и нижнего ярусов соответственно по формуле (10).

6.4. Определение СХС  $\Sigma V(H_+)$  для двухъярусного орбитального построения  $S_{II}(H_+) = \{s_{low}^{opt}(H_+); s_{up}^{opt}(H_+)\}$  как суммы СХС верхнего и нижнего ярусов:

$$\Sigma V(H_+) = V_{up}(H_+) + V_{low}(H_+).$$

7. Определение лучшей высоты разделения  $H_+^*$  – высоты разделения  $H_+$ , доставляющей минимум СХС двухъярусного орбитального построения  $S_{II}(H_+)$ :

$$H_+^* = \arg \min_{H_+ \in (H_+^{\min}, H_+^{\max})} \Sigma V(H_+).$$

8. Если шаг перебора  $dH_+$  превышает требуемую точность определения высоты разделения (наши расчеты проводились с точностью до 1 км), то осуществляется пересчет минимального и максимального возможных значений высоты разделения  $H_+^{\min}$  и  $H_+^{\max}$  как

$$H_+^{\min} = H_+^* - dH_+ \text{ и } H_+^{\max} = H_+^* + dH_+$$

и производится возврат к действию 4.

В противном случае оптимизационная задача считается решенной – оптимальной высотой разделения сферического слоя  $H_+^{opt}$  полагается высота  $H_+^*$ , а искомым орбитальным построением  $S_{II}$  двухъярусной спутниковой системы считается орбитальное построение  $S_{II}(H_+^{opt})$ , найденное на этой высоте:

$$S_{II} = S_{II}(H_+^{opt}).$$

Блок-схема программы решения оптимизационной задачи представлена на рисунке 26.

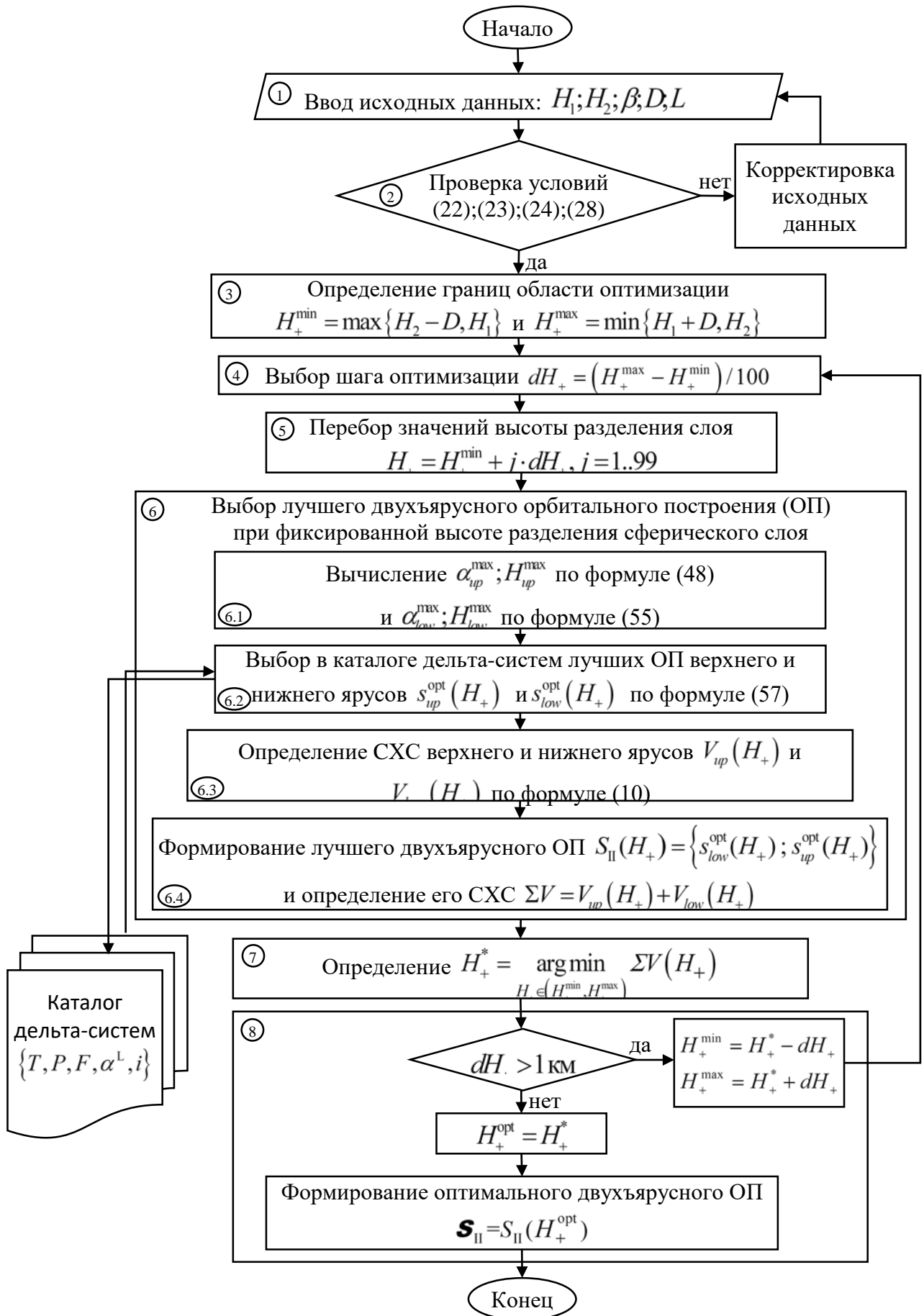


Рисунок 26. Блок-схема программы решения оптимизационной задачи

## 2.5. Выводы

Изложен методический аппарат решения поставленной оптимизационной задачи. Разработаны теоретические положения, определяющие способ оптимизации двухъярусных орбитальных построений СС непрерывного многократного обзора сферического слоя ОКП, нахождения оптимальной высоты разделения слоя на зоны ответственности (выбора зон обслуживания) каждого из двух ярусов системы в пределах наблюдаемого сферического слоя ОКП.

Получены аналитические соотношения, позволяющие при фиксированном разделении сферического слоя на зоны обслуживания находить критические, минимально необходимые для каждого яруса, значения углового радиуса зон обзора и определять соответствующие данным критическим значениям оптимальные параметры орбитального построения – высоту орбит спутников и их структуру.

С целью проведения глобальной оптимизации двухъярусных СС теоретически обоснован быстродействующий способ расчета  $\alpha$ -характеристик многократного обзора сферы и выбора оптимального варианта двухъярусной СС обзора сферического слоя ОКП на основе создания электронной базы (электронного каталога) рациональных вариантов СС в классе дельта-систем в широком диапазоне изменения параметров орбит и характеристик обзора и их целенаправленного сканирования с использованием заданных исходных данных.

Разработан алгоритм нахождения оптимального варианта двухъярусного орбитального построения СС непрерывного L-кратного обзора с использованием электронного каталога заранее рассчитанных  $\alpha$ -характеристик дельта-систем.

### **ГЛАВА 3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ОРБИТАЛЬНОГО ПОСТРОЕНИЯ ДВУХЪЯРУСНЫХ СПУТНИКОВЫХ СИСТЕМ НЕПРЕРЫВНОГО ОБЗОРА СФЕРИЧЕСКОГО СЛОЯ ОКОЛОЗЕМНОГО КОСМИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА**

#### **3.1. Архитектура и общая характеристика программного комплекса решения задачи оптимизации двухъярусного орбитального построения**

##### **3.1.1. Архитектура программного комплекса**

В настоящей работе создан программный комплекс решения задачи оптимизации орбитального построения двухъярусных спутниковых систем непрерывного обзора сферического слоя ОКП, реализующий методический и программно-алгоритмический аппарат, разработанный во второй главе диссертации.

Задача оптимизации орбитального построения решается на базе электронного каталога дельта-систем. Создание электронного каталога – отдельная подзадача, для решения которой разработан специальный методический и программно-алгоритмический аппарат (см. параграфы 2.4 и 2.6).

Поэтому программный комплекс решения оптимизационной задачи функционально разделен на два модуля. Первый, вспомогательный, модуль программного комплекса предназначен для анализа возможностей дельта-систем в задаче непрерывного многократного обзора сферы, расчета их  $\alpha$ -характеристик и формирования их электронного каталога. Второй, основной, модуль решает оптимизационную задачу с использованием результатов работы первого, вспомогательного, модуля.

Архитектура программного комплекса решения оптимизационной задачи представлена на рисунке 27. Архитектура является открытой и предполагает дальнейшее расширение функциональных возможностей программного комплекса.

Структура вспомогательного модуля «Анализ дельта-систем»:

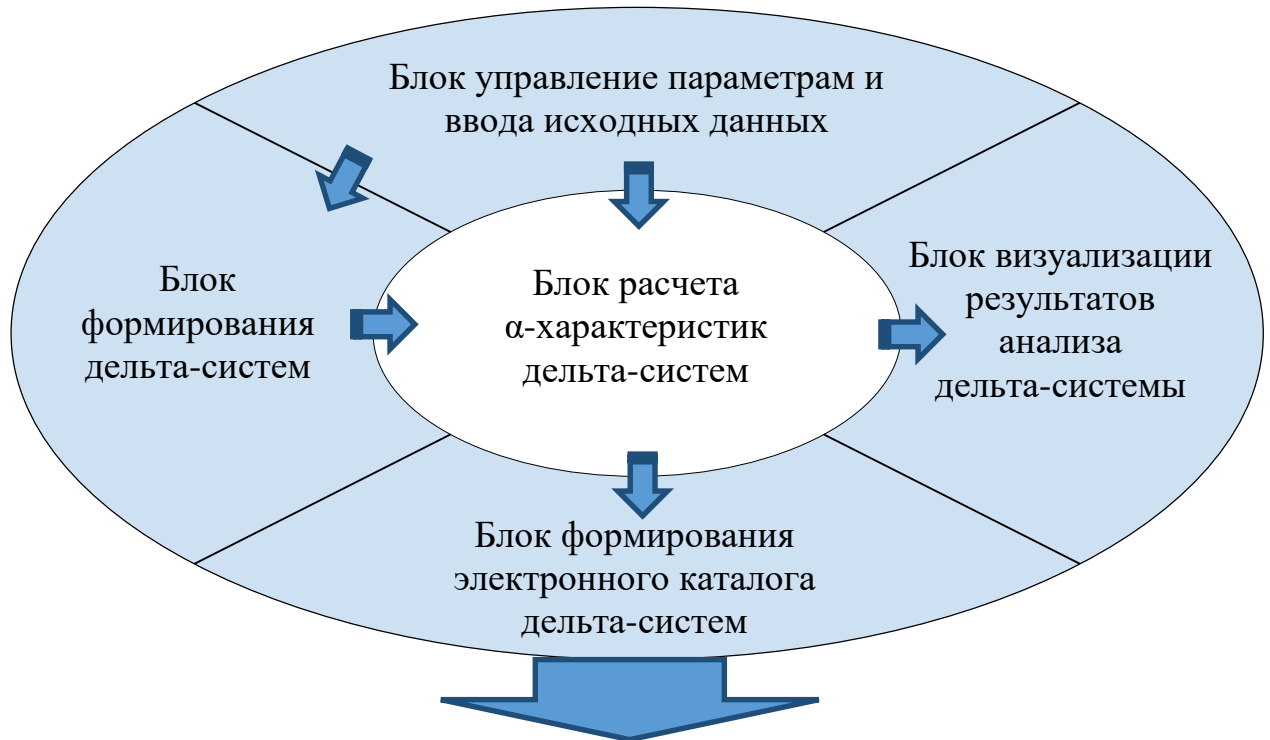
- Блок управления параметрами и ввода исходных данных
- Блок формирования орбитальных структур дельта-систем
- Блок расчета  $\alpha$ -характеристик дельта-систем
- Блок визуализации результатов анализа дельта-систем
- Блок формирования электронного каталога дельта-системы

Ядром вспомогательного модуля является блок расчета  $\alpha$ -характеристик дельта-систем.

Структура основного модуля «Оптимизация орбитального построения»

- Блок ввода исходных данных и проверки параметрических ограничений
- Блок расчета критических значений углового радиуса зона обзора в зависимости от высоты разделения сферического слоя
- Блок оптимизации разделения сферического слоя и выбора оптимального орбитального построения (ОП) в электронном каталоге дельта-систем
- Блок расчета суммарной характеристической скорости двухъярусного ОП
- Блок формирования и выдачи результатов

Вспомогательный модуль «Анализ дельта-систем»



Основной модуль «Оптимизация орбитального построения»



Рисунок 27. Архитектура программного комплекса решения оптимизационной задачи

### 3.1.2. Графический интерфейс

В пункте 3.1.1 представлена архитектура программного комплекса, созданного для решения оптимизационной задачи. В соответствии с

представленной архитектурой, программный комплекс функционально разделен на два модуля, каждый из которых имеет свой графический интерфейс.

Модуль «Анализ дельта-систем». Графический интерфейс пользователя

Графический интерфейс модуля имеет 3 составные части:

- а) Окно ввода исходных данных
- б) Окно отображения результатов анализа дельта-системы
- в) Окно формирования каталога дельта-систем

Назначение окон состоит в следующем.

- а) Окно ввода исходных данных модуля «Анализа дельта-систем»

Исходными данными для проведения анализа дельта-систем (анализа возможностей дельта-систем в задаче непрерывного L-кратного обзора сферы) являются кратность обзора, фазовая структура дельта-системы (шифр дельта-системы) и наклонение орбиты спутников. Кратность обзора  $L$  (number-fold) задается в диапазоне от 1 до  $N-1$  ( $N$  – число спутников). Фазовая структура дельта-системы задается двумя способами: либо тремя числами Дж. Уолкера  $T, P, F$ , либо четырьмя числами (шифром) Г.В. Можаяева  $N, n, m, \alpha$ . Компьютерная программа позволяет реализовать оба способа задания фазовой структуры. Наклонение орбит  $i$  задается диапазоном значений от  $i_{\min}$  по  $i_{\max}$  и шагом  $\Delta i$  изменения значений в заданном диапазоне (максимально допустимый диапазон наклонений – от 0 до  $180^\circ$ ).

Окно ввода исходных данных показано на рисунке 28.

Рисунок 28. Окно ввода исходных данных для анализа дельта-систем

б) Окно отображения результатов анализа дельта-системы модуля «Анализ дельта-систем»

Результаты анализа дельта-системы выводятся в виде зависимости мгновенной  $\alpha$ -характеристики от аргумента широты первого спутника и фиксирования искомого, максимального, ее значения на периоде повторения состояний системы (напомним: согласно формуле (64), максимальное значение мгновенной  $\alpha$ -характеристики определяет искомую, абсолютную,  $\alpha$ -характеристику системы).

В данном окне приводится график изменения мгновенного значения  $\alpha$ -характеристики  $\alpha_t^L$  на периоде повторения состояний системы.

Наряду с графиком зависимости  $\alpha_t^L$  в данном окне, в нижней его части, приведены значения основных параметров данной зависимости – периода повторения  $\tau$ , абсолютной  $\alpha$ -характеристики  $\alpha^L$  и соответствующего ей значения аргумента широты первого спутника исследуемой дельта-системы.

Окно отображения результатов анализа дельта-системы показано на рисунке 29.

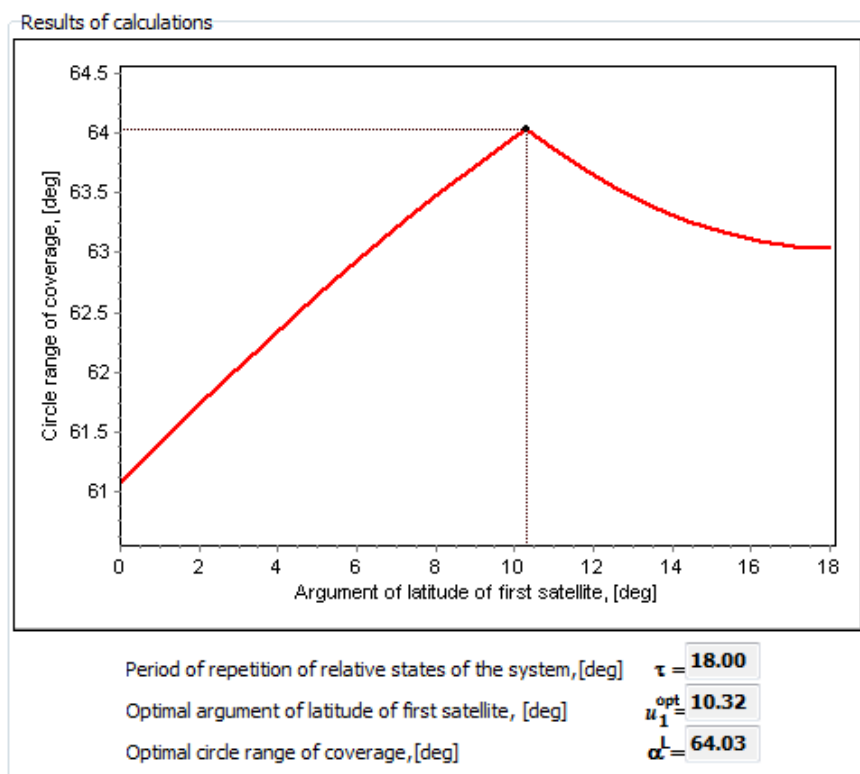


Рисунок 29. Окно отображения результатов анализа дельта-системы



в) Окно формирования каталога дельта-систем модуля «Анализ дельта-систем»

$\alpha$ -характеристики, полученные в результате решения задачи анализа дельта-системы, заносятся в электронный каталог.

Исходными данными для формирования каталога дельта-систем являются минимальное  $N_{\min}$  и максимальное  $N_{\max}$  количество спутников в системе, минимальная  $L_{\min}$  и максимальная  $L_{\max}$  кратность обзора, диапазон  $[i_{\min}; i_{\max}]$  и шаг  $\Delta i$  изменения наклона орбит.

Наряду с заданием исходных данных в окне отображается страница каталога дельта-систем, каждая строка в которой имеет следующее содержание:

$$\text{№ п/п, } N(T), n(P), m, \mathcal{O}, F, \alpha_{opt}^L, i_{opt}, \alpha^L(i_{\min}), \alpha^L(i_{\min} + \Delta i), \dots, \alpha^L(i_{\max}),$$

где, напомним, № п/п – номер строки,  $N(T), n(P), m, \mathcal{O}, F$  – 7 чисел, определяющих фазовую структуру дельта-системы по Дж. Уолкеру и по Г.В. Можаяеву,  $\alpha_{opt}^L$  – оптимальное для дельта-систем с данной структурой (с данным шифром) значение  $\alpha$ -характеристики  $L$ -кратного обзора,  $i_{opt}$  – соответствующее ей значение наклона орбит,  $\alpha^L(i_{\min}) - \alpha^L(i_{\max})$  – значения  $\alpha$ -характеристики  $L$ -кратного обзора  $\alpha^L(i)$  при различных значениях наклона орбит  $i$  – начиная с  $i_{\min}$  и заканчивая  $i_{\max}$  с шагом  $\Delta i$ .

Окно формирования каталога дельта-систем показано на рисунке 30.

Katalog of optimal circle range of coverage

Number of satellites: N.min 10 N.max 10

Number-fold: L.min 1 L.max 1

Inclination, [deg]: i.min 0 i.max 180 delta.i 10

Build

Nº	N(T)	n(P)	m	капа	F	alfa.L.opt	i.opt	alfa.L(0)	alfa.L(10)	alfa.L(20)	alfa.L(30)	alfa.L(40)	alfa.L(50)	alfa.L(60)	alfa.L(70)	alfa.L(80)
1	10	10	1	3	7	51.55	47.90	90.00	81.51	73.10	64.90	57.12	52.81	60.23	66.00	70.36
2	10	10	1	7	7	51.55	132.10	90.00	83.35	77.03	71.34	66.34	63.18	61.70	66.00	70.36
3	10	5	1	2	3	52.23	122.90	90.00	89.65	88.60	86.88	84.55	81.67	78.31	74.55	70.49
4	10	5	1	3	3	52.23	57.10	90.00	81.90	73.93	66.24	59.03	53.97	53.35	57.49	61.83
5	10	5	1	1	1	52.27	47.40	90.00	81.88	73.81	65.81	57.95	53.13	56.88	61.06	65.43
6	10	5	1	4	1	52.27	132.60	90.00	89.94	89.54	88.55	86.86	84.48	81.47	77.94	74.00
7	10	10	2	1	2	52.46	48.70	90.00	81.92	73.94	66.14	58.67	52.79	55.84	59.47	60.70
8	10	10	2	4	2	52.46	131.30	90.00	81.92	73.94	66.14	58.67	53.80	53.46	53.88	54.79
9	10	2	2	1	0	53.25	132.30	90.00	81.92	73.94	66.14	58.67	55.06	63.49	72.20	81.07
10	10	2	1	1	1	54.62	135.70	90.00	81.52	73.19	65.18	57.64	58.67	66.14	73.94	81.92
11	10	10	1	1	1	58.82	47.30	90.00	83.30	76.62	70.01	63.50	60.93	69.10	77.65	86.47
12	10	10	1	9	1	58.82	132.70	180.00	170.49	160.99	151.50	142.03	132.60	123.21	113.88	104.63
13	10	10	2	3	6	60.84	117.80	90.00	89.70	88.81	87.36	85.39	82.96	80.14	77.00	73.64
14	10	10	2	2	6	60.84	62.20	90.00	81.92	73.94	66.14	61.98	61.98	61.81	63.27	66.64
15	10	1	1	1	0	90.00	180.00	90.00	90.00	90.00	90.00	90.00	90.00	90.00	90.00	90.00
16	10	5	5	1	0	90.00	170.00	90.00	90.00	90.00	90.00	90.00	90.00	90.00	90.00	90.00
17	10	10	5	1	5	90.00	170.00	90.00	90.00	90.00	90.00	90.00	90.00	90.00	90.00	90.00
18	10	10	10	1	0	90.00	0.00	90.00	100.00	110.00	120.00	130.00	140.00	150.00	160.00	170.00

Рисунок 30. Окно формирования электронного каталога дельта-систем

Общий вид графического интерфейса модуля «Анализ дельта-систем», объединяющего три вышеуказанные составные части, показан на рисунке 31.

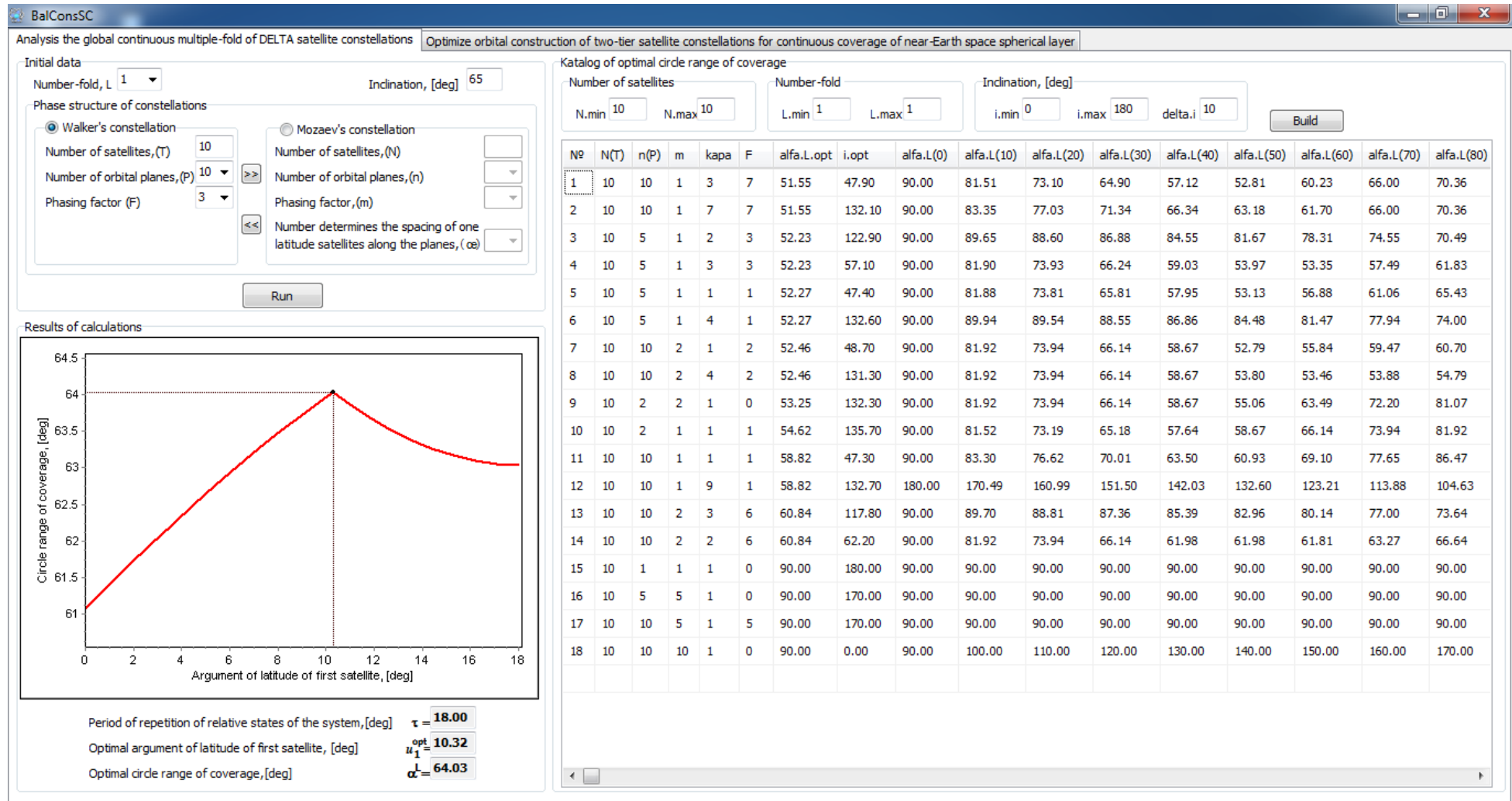


Рисунок 31. Общий вид графического интерфейса модуля «Анализ дельта-систем»

Модуль «Оптимизация орбитального построения». Графический интерфейс  
пользователя

В модуле «Оптимизация орбитального построения» предусмотрена возможность сравнительного анализа двухъярусного и одноярусного вариантов орбитального построения СС непрерывного обзора сферического слоя ОКП. При этом рассматривается два варианта одноярусного построения:

- ✓ одноярусный традиционный (классический) вариант – верхний ярус (над сферическим слоем) с направленным вниз конусом обзора,
- ✓ одноярусный нетрадиционный вариант – нижний ярус (под сферическим слоем) с направленным вверх конусом обзора.

Для одноярусного варианта орбитального построения решение оптимизационной задачи осуществляется на основании методических принципов и алгоритмов, предложенных в параграфах 2.1-2.3 для отдельной оптимизации орбитального построения соответствующего яруса двухъярусной СС. При этом в алгоритмических соотношениях производится замена параметров:  $H_+=H_2$  в параграфе 2.1 и  $H_+=H_1$  в параграфе 2.2.

Графический интерфейс модуля имеет 5 составных частей:

- а) Окно ввода исходных данных для решения оптимизационной задачи
- б) Окно отображения результатов оптимизации нижнего одноярусного орбитального построения
- в) Окно отображения результатов оптимизации верхнего одноярусного орбитального построения
- г) Окно отображения результатов оптимизации двухъярусного орбитального построения
- д) Окно формирования электронного каталога оптимальных двухъярусных орбитальных построений

Назначение окон состоит в следующем.

а) Окно ввода исходных данных для решения оптимизационной задачи модуля «Оптимизация орбитального построения»

Исходными данными оптимизационной задачи являются кратность обзора (number-fold), геометрические параметры сферического слоя – значения высот нижней и верхней границ слоя (lower and upper boundary of the spherical layer)  $H_1$  и  $H_2$ , угол полураствора конуса обзора (one-half angle of the equipment)  $\beta$ , дальность обзора (ultimate range of the vision)  $D$ .

Окно ввода исходных данных показано на рисунке 32.

Initial data

Number-fold, L 1

Geometrical parameters of spherical layer

Lower boundary of the spherical layer, H1[km] 7000

Upper boundary of the spherical layer, H2[km] 15000

Geometrical parameters of the satellite's covered area

One-half angle of the equipment, Beta[deg] 35 (0..73)

Ultimate range of vision, D[km] 19000 (4000..19106)

Run

Рисунок 32. Окно ввода исходных данных оптимизационной задачи

б) Окно отображения результатов оптимизации нижнего одноярусного орбитального построения модуля «Оптимизация орбитального построения»

В данном окне, в нижней его части, отображаются параметры оптимального одноярусного варианта орбитального построения на нижнем ярусе с направленным вверх конусом обзора: фазовая структура  $N(T), n(P), m, \mathcal{Q}, F$ , высота орбит  $H_{low}$ , наклонение орбит  $i_{low}$ , а также величина СХС  $V_{low}$ .

Для иллюстрации полученных результатов в верхней части окна приведены соответствующие графики (см. параграф 2.2, рисунок 19).

Окно отображения результатов оптимизации нижнего одноярусного орбитального построения показано на рисунке 33.

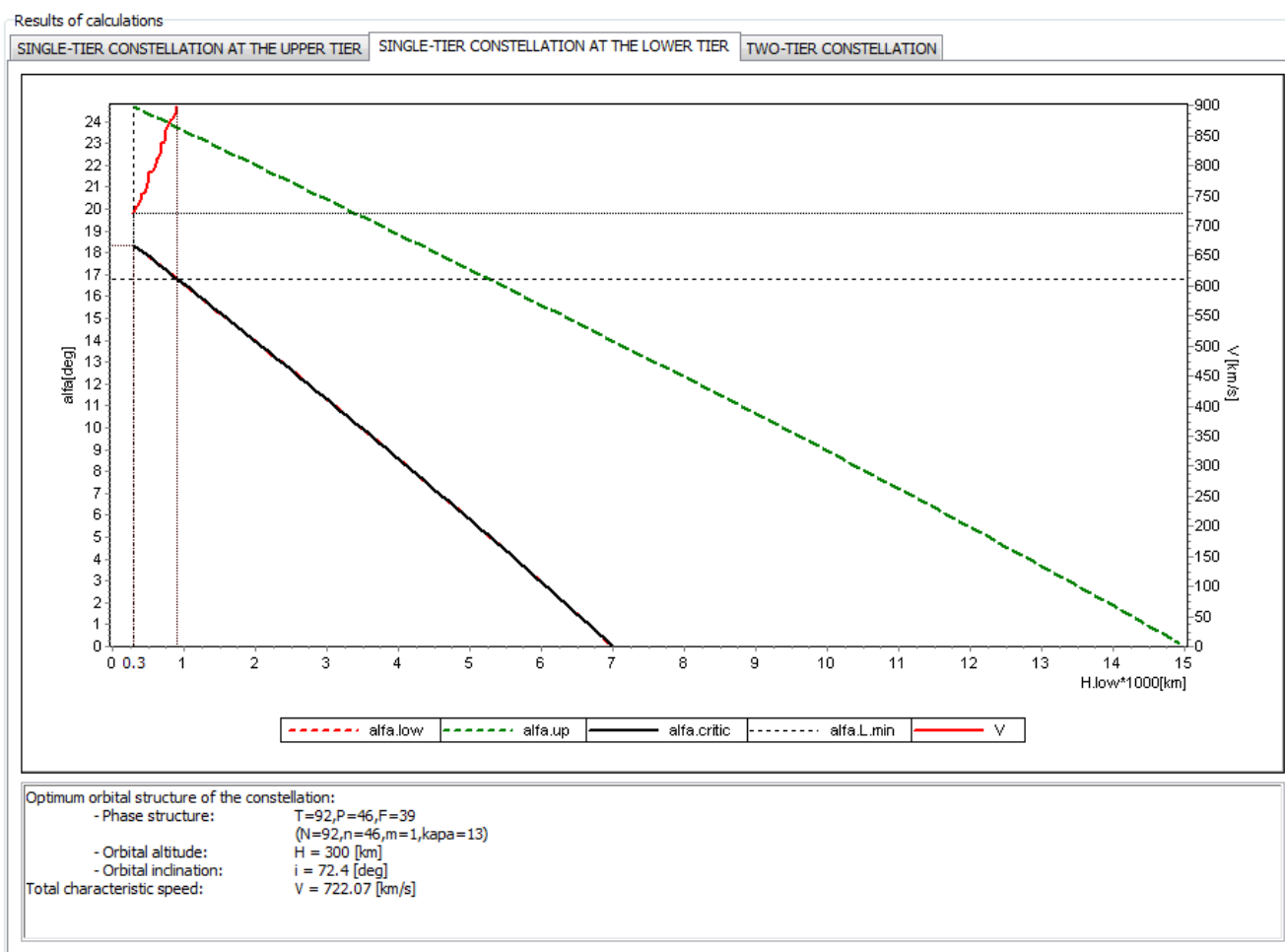


Рисунок 33. Окно отображения результатов оптимизации нижнего одноярусного орбитального построения

в) Окно отображения результатов оптимизации верхнего одноярусного орбитального построения модуля «Оптимизация орбитального построения»

В данном окне, в нижней его части, отображаются параметры оптимального одноярусного варианта орбитального построения на верхнем ярусе с направленным вниз конусом обзора: фазовая структура  $N(T), n(P), t, \mathcal{A}, F$ , высота орбит  $H_{up}$ , наклонение орбит  $i_{up}$ , а также величина СХС  $V_{up}$ .

Для иллюстрации полученных результатов в верхней части окна приведены соответствующие графики (см. параграф 2.1, рисунок 12).

Окно отображения результатов оптимизации верхнего одноярусного орбитального построения показано на рисунке 34.

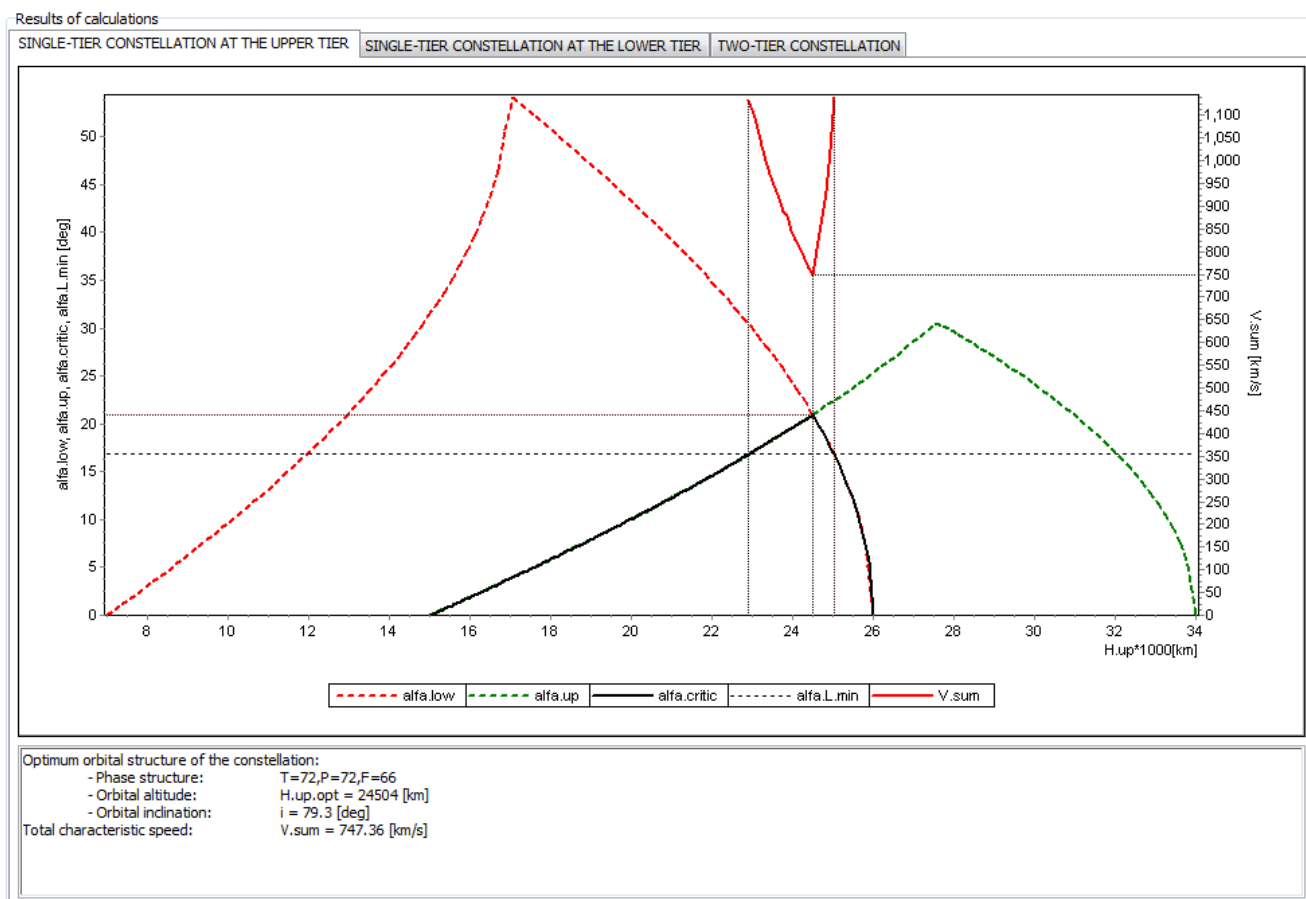


Рисунок 34. Окно отображения результатов оптимизации одноярусного орбитального построения (верхний ярус)

г) Окно отображения результатов оптимизации двухъярусного орбитального построения модуля «Оптимизация орбитального построения»

Окно разделено на три части:

- 1) «Двухъярусное построение»,
- 2) «Нижний ярус»,
- 3) «Верхний ярус».

В первой части («Двухъярусное построение») приведен результат решения оптимизационной задачи для двухъярусного орбитального построения (см. параграф 2.3) – оптимальная высота разделения  $H_+^{\text{opt}}$  и ключевые параметры найденного (оптимального) двухъярусного построения: общее количество спутников в системе  $N_{\text{II}}$  ( $N_{\text{II}} = N_{\text{low}} + N_{\text{up}}$ ) и совокупная СХС  $\Sigma V$  ( $\Sigma V = V_{\text{low}} + V_{\text{up}}$ ). Дана также графическая иллюстрация полученных результатов (см. рисунок 22).

Во второй части («Нижний ярус») отображаются параметры оптимального

орбитального построения нижнего яруса: фазовая структура  $N(T), n(P), m, \mathcal{A}, F$  ( $N=N_{low}$ ), высота орбит  $H_{low}$ , наклонение орбит  $i_{low}$ , величина СХС  $V_{low}$ . Для иллюстрации полученных результатов приведены соответствующие графики (см. параграф 2.2, рисунок 19).

В третьей части («Верхний ярус») отображаются параметры оптимального орбитального построения верхнего яруса: фазовая структура  $N(T), n(P), m, \mathcal{A}, F$  ( $N=N_{up}$ ), высота орбит  $H_{up}$ , наклонение орбит  $i_{up}$ , величина СХС  $V_{up}$ . Для иллюстрации полученных результатов приведены соответствующие графики (см. параграф 2.1, рисунок 12).

Окно отображения результатов оптимизации двухъярусного орбитального построения показано на рисунке 35.

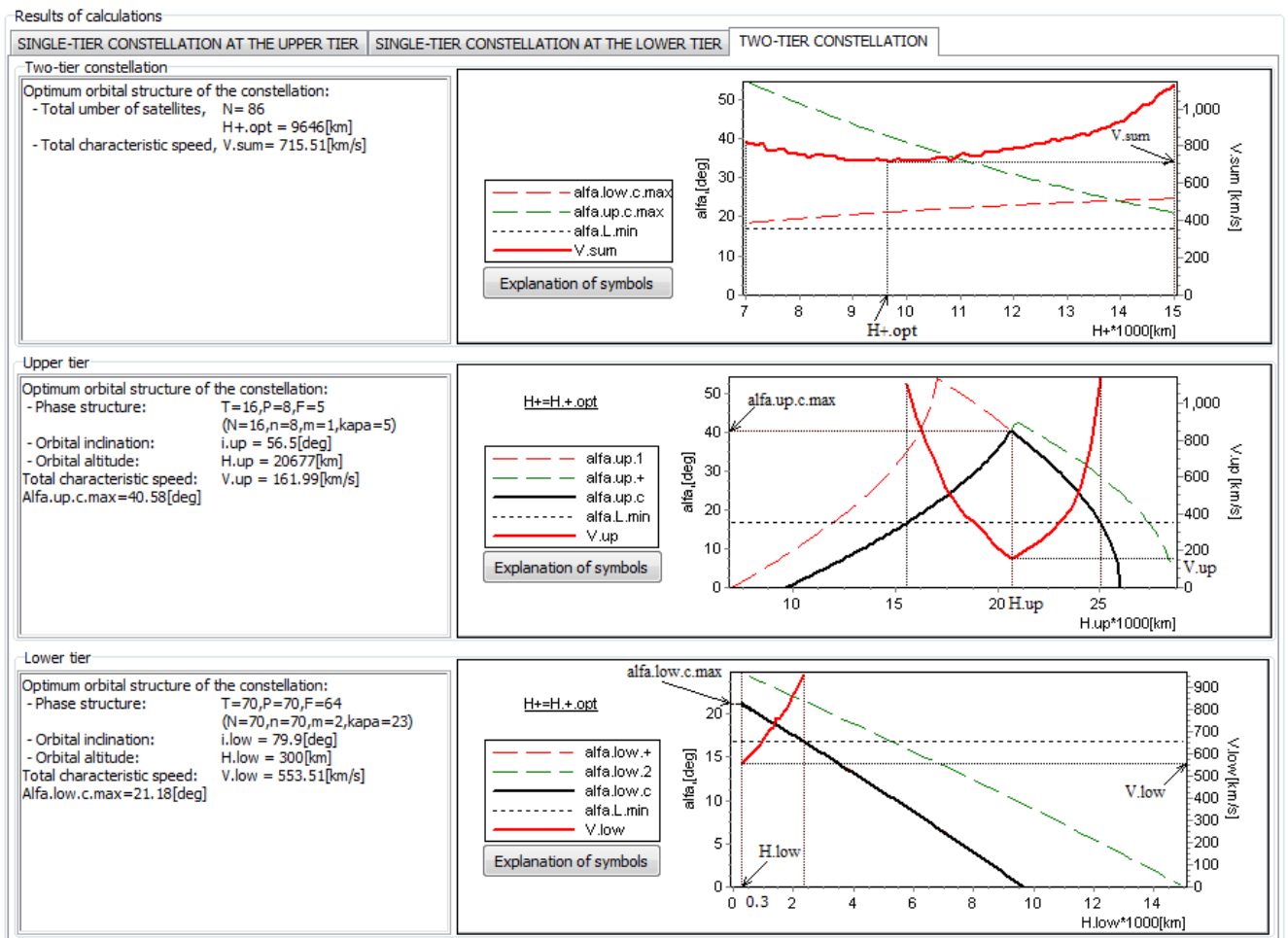


Рисунок 35. Окно отображения результатов оптимизации двухъярусного орбитального построения

б) Окно формирования электронного каталога оптимальных двухъярусных



орбитальных построений модуля «Оптимизация орбитального построения»

Окно предназначено для формирования электронного каталога оптимальных вариантов двухъярусных орбитальных построений спутниковых систем непрерывного L-кратного обзора сферического слоя (см. описание структуры каталога в пункте 3.3.1).

Исходными данными для формирования каталога являются:

- кратность обзора  $L$ ,
- угол полураствора конуса обзора  $\beta$ ,
- высота нижней границы сферического слоя  $H_1$ ,
- начальное значение высоты верхней границы сферического слоя  $H_{2\_min}$ ,
- конечное значение высоты верхней границы сферического слоя  $H_{2\_max}$ ,
- шаг изменения высоты верхней границы сферического слоя  $\Delta H_2$ ,
- начальное значение дальности обзора  $D_{min}$ ,
- конечное значение дальности обзора  $D_{max}$ ,
- шаг изменения дальности обзора  $\Delta D$ .

Интерфейс области ввода исходных данных показан на рисунке 36.

For constructing a table

Number-fold, L

One-half angle of the equipment, Beta[deg]

Lower boundary of the spherical layer, H1 [km]

For H2, [km]

H2.min  (>10000)

H2.max  (<38368)

Step dH2

For D, [km]

D.max  (<28368)

D.min  (>2000)

Step dD

Рисунок 36. Окно ввода исходных данных для формирования электронного каталога оптимальных двухъярусных орбитальных построений

Введенные данные позволяют рассчитать параметры оптимальных вариантов орбитальных построений и сформировать из них конкретную (заданную) страницу каталога для конкретных (заданных) значений кратности обзора, угла полураствора конуса обзора и высоты нижней границы сферического слоя.

В результате расчетов формируется и выводится на экран страница каталога по форме, приведенной на рисунке 37.

Table of optimal variants of systems for various given spherical layers.(L=1,Beta=30deg,H1=10000km)											
H2, km D, km	14000	16000	18000	20000	22000	24000	26000	28000	30000	32000	
28000	16 8 5 32011 56.5 730 93 93 43 300 72.8 742 14 7 4 31421 54.0 76 38 31 300 74.1	270 26 26 16 33737 59.5 730 93 93 43 300 72.8 742 14 7 4 31422 54.0 76 38 31 300 74.1	408 39 39 17 34995 68.8 730 93 93 43 300 72.8 742 14 7 4 31421 54.0 76 38 31 300 74.1	585 56 28 23 35908 67.6 730 93 93 43 300 72.8 742 14 7 4 31423 54.0 76 38 31 300 74.1	893 85 85 39 36570 73.6 730 93 93 43 300 72.8 742 14 7 4 31423 54.0 76 38 31 300 74.1	N>110 730 93 93 43 300 72.8 742 14 7 4 31423 54.0 76 38 31 300 74.1	N>110 730 93 93 43 300 72.8 742 14 7 4 31421 54.0 76 38 31 300 74.1	N>110 752 95 95 44 413 73.9 771 13 13 5 30747 58.4 80 40 33 499 73.5	N>110 N>110 1043 19 19 5 32778 57.4 97 97 45 2563 72.7	N>110 N>110 1398 38 19 14 34961 67.7 109 109 51 4660 73.9	
26000	227 22 22 6 30943 58.3 730 93 93 43 300 72.8 772 14 7 4 29262 54.0 80 40 33 300 73.5	354 34 17 12 32446 66.2 730 93 93 43 300 72.8 772 14 7 4 29236 54.0 80 40 33 300 73.5	490 47 47 21 33537 66.5 730 93 93 43 300 72.8 772 14 7 4 29237 54.0 80 40 33 300 73.5	786 75 75 34 34324 73.4 730 93 93 43 300 72.8 772 14 7 4 29237 54.0 80 40 33 300 73.5	N>110 730 93 93 43 300 72.8 772 14 7 4 29236 54.0 80 40 33 300 73.5	N>110 730 93 93 43 300 72.8 772 14 7 4 29238 54.0 80 40 33 300 73.5	N>110 753 95 95 44 419 73.9 802 16 8 5 29869 56.5 80 40 33 507 73.5	N>110 N>110 1102 23 23 14 31341 58.7 99 99 46 2561 73.5	N>110 N>110 1492 46 23 18 33448 67.4 110 55 48 4668 74.9		
24000	302 29 29 25 29768 72.9 730 93 93 43 300 72.8 811 14 7 4 27091 54.0 85 85 39 300 73.6	426 41 41 18 31075 65.4 730 93 93 43 300 72.8 811 14 7 4 27054 54.0 85 85 39 300 73.6	694 66 66 6 32018 81.3 730 93 93 43 300 72.8 811 14 7 4 27055 54.0 85 85 39 300 73.6	1036 99 99 46 32691 73.5 730 93 93 43 300 72.8 811 14 7 4 27054 54.0 85 85 39 300 73.6	N>110 730 93 93 43 300 72.8 811 14 7 4 27054 54.0 85 85 39 300 73.6	N>110 753 95 95 44 426 73.9 840 16 8 5 27592 56.5 85 85 39 479 73.6	N>110 N>110 1186 27 9 5 29609 59.9 104 52 45 2546 73.6	N>110 N>110 1679 64 32 27 31958 68.5 110 55 48 4686 74.9			
22000	383 37 37 16 28500 66.4 730 93 93 43 300 72.8 863 19 19 5 26158 57.4 85 85 39 300 73.6	560 54 27 22 29635 67.3 730 93 93 43 300 72.8 863 19 19 5 26125 57.4 85 85 39 300 73.6	887 85 85 39 30444 73.6 730 93 93 43 300 72.8 863 19 19 5 26126 57.4 85 85 39 300 73.6	N>110 730 93 93 43 300 72.8 863 19 19 5 26127 57.4 85 85 39 300 73.6	N>110 754 95 95 44 434 73.9 889 17 17 7 25635 55.5 90 45 38 459 73.8	N>110 N>110 1281 36 18 13 28384 68.5 104 52 45 2560 73.6	N>110 N>110 1900 85 85 39 30409 73.6 110 55 48 4708 74.9				
20000	475 46 23 18 27152 67.4 730 93 93 43 300 72.8 916 19 19 5 24042 57.4 92 46 39 300 72.4	791 76 38 31 28132 74.1 730 93 93 43 300 72.8 916 19 19 5 24008 57.4 92 46 39 300 72.4	N>110 730 93 93 43 300 72.8 916 19 19 5 24008 57.4 92 46 39 300 72.4	N>110 754 95 95 44 444 73.9 940 19 19 5 24044 57.4 94 47 40 449 73.3	N>110 N>110 1366 41 41 18 26795 65.4 108 54 47 2559 73.4						
18000	688 66 66 6 25732 81.3 730 93 93 43 300 72.8 995 26 26 16 22932 59.5 93 93 43 300 72.8	1069 03 103 48 26570 74.1 730 93 93 43 300 72.8 998 27 9 5 22977 59.9 92 46 39 300 72.4	N>110 763 96 48 41 457 74.5 1022 27 9 5 23041 59.9 94 47 40 462 73.3	N>110 N>110 1498 52 26 21 25311 68.1 110 55 48 2569 74.9							
16000	920 89 89 41 24247 74.1 730 93 93 43 300 72.8 1091 36 18 13 21870 68.5 92 46 39 300 72.4	N>110 764 96 48 41 472 74.5 1124 36 18 13 21821 68.5 95 95 44 475 73.9	N>110 N>110 1748 76 38 31 23913 74.1 110 55 48 2595 74.9								
14000	N>110 771 97 97 45 492 72.7 1234 46 23 18 20583 67.4 96 48 41 494 74.5	N>110 N>110 2075 108 54 47 22448 73.4 110 55 48 2629 74.9									

Рисунок 37. Страница электронного каталога оптимальных вариантов двухъярусных орбитальных построений спутниковых систем непрерывного L-кратного обзора сферического слоя

Общий вид графического интерфейса модуля «Оптимизация орбитального построения» показан на рисунке 38.

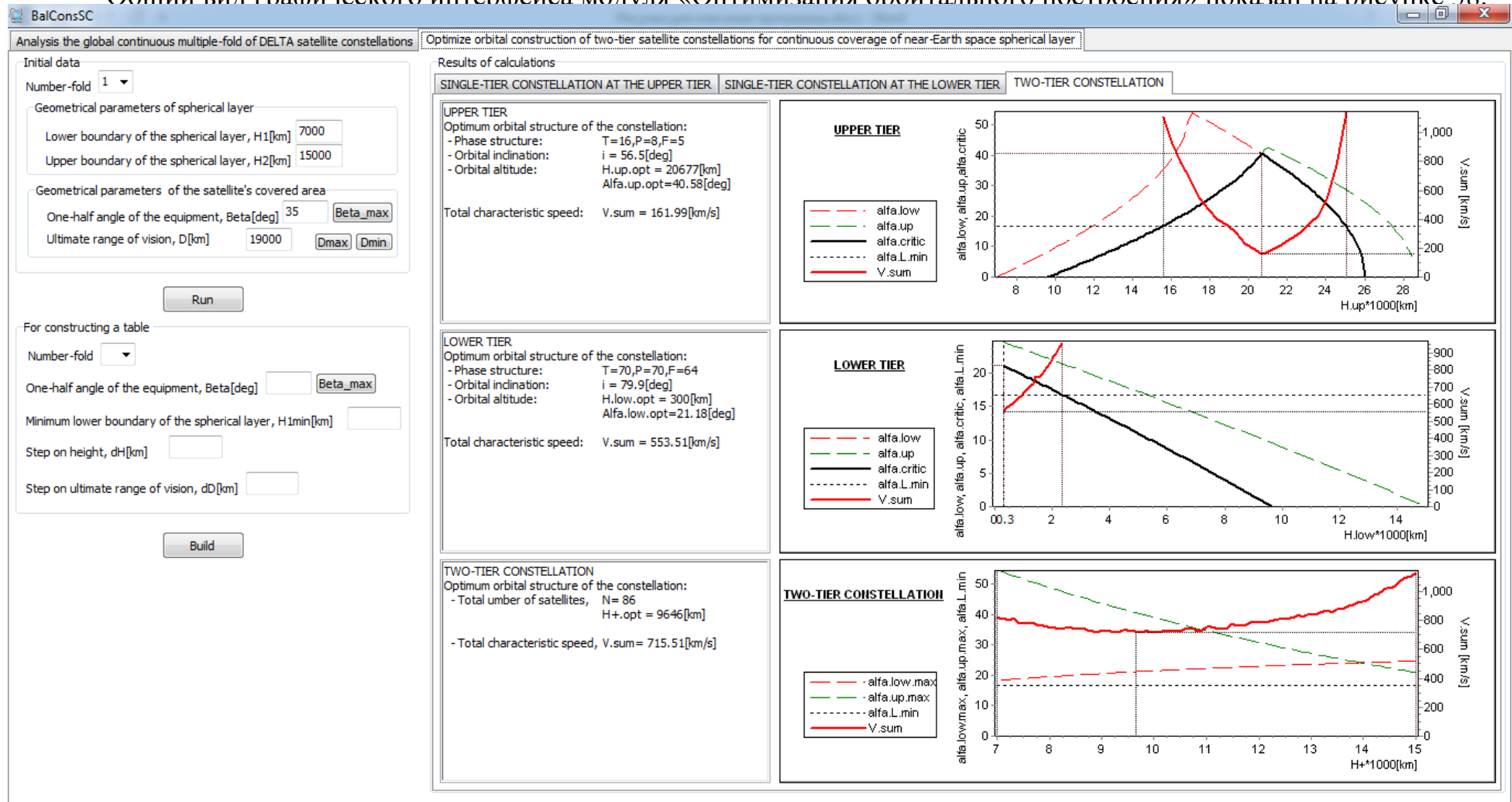


Рисунок 38. Общий вид графического интерфейса модуля «Оптимизация орбитального построения»

### 3.2. Описание электронного каталога оптимальных вариантов орбитального построения двухъярусных спутниковых систем непрерывного обзора сферического слоя околоземного космического пространства

В результате выполненной работы создан электронный каталог оптимальных вариантов орбитального построения двухъярусных СС непрерывного L-кратного обзора сферического слоя ОКП.

Каталог состоит из 4-х книг. Номер книги соответствует кратности обзора: первая книга содержит оптимальные варианты, обеспечивающие непрерывный однократный обзор, вторая книга – двукратный обзор и т.д. Каждая книга имеет 3 раздела, каждый – с фиксированным значением угла полураствора конуса обзора  $\beta$ . В каждом разделе – 8 страниц, каждая – с фиксированным значением высоты нижней границы сферического слоя  $H_1$ .

Структура каталога представлена на рисунке 39.

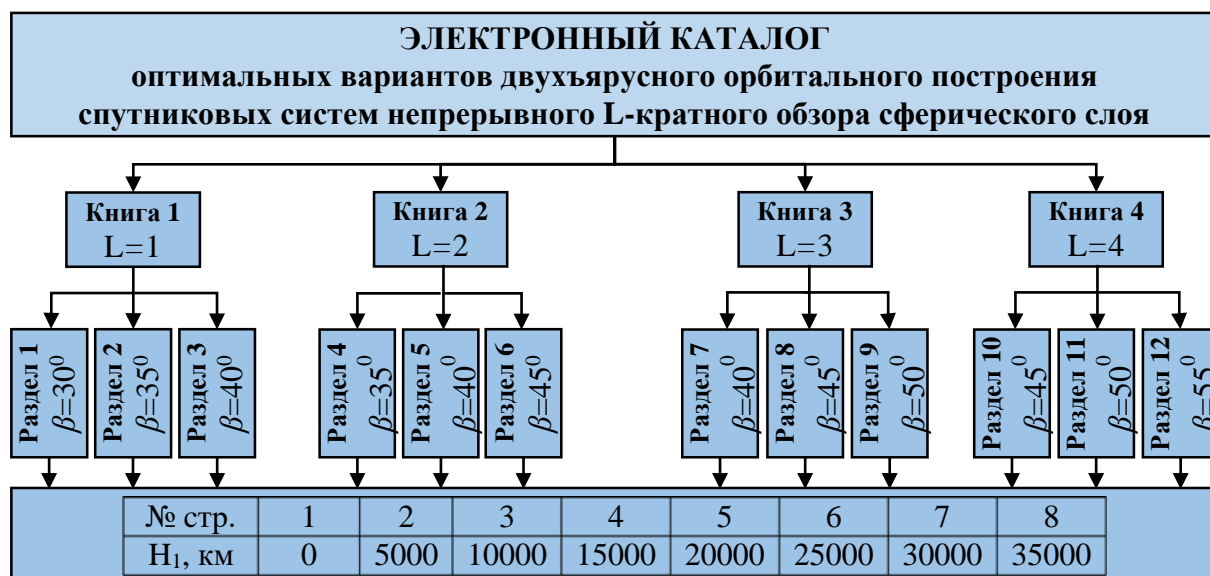


Рисунок 39. Структура электронного каталога оптимальных вариантов двухъярусного орбитального построения спутниковых систем непрерывного L-кратного обзора сферического слоя

Страница каталога имеет табличную форму. В заголовке таблицы – соответствующие данной странице значения кратности обзора, угла полураствора конуса обзора и высоты нижней границы сферического слоя. Каждая строка таблицы соответствует конкретному заданному значению дальности обзора, каждый столбец – конкретному заданному значению высоты верхней границы

сферического слоя.

Оптимальные двухъярусные варианты приведены в сравнении с лучшими одноярусными системами, построенными либо на нижнем ярусе (под сферическим слоем с направленными вверх конусами обзора спутников), либо на верхнем ярусе (над сферическим слоем с направленными вниз конусами обзора спутников). Результаты оптимизации приведены в виде значения СХС (верхняя строка ячейки, в км/с) и соответствующей этому значению оптимальной спутниковой структуры в формате  $T|P|F|i$ , где  $T, P, F$  – тройка целых чисел, определяющая фазовую структуру дельта-системы,  $i$  – наклонение орбит. Для двухъярусной системы в средней строке приведена структура верхнего яруса, в нижней строке – структура нижнего яруса. Темным цветом выделены двухъярусные построения, превосходящие одноярусные системы по критерию минимума СХС, и, следовательно, имеющие наименьшую энергетику.

На рисунке 40 приведена одна из страниц электронного каталога.

Table of optimal variants of systems for various given spherical layers.(L=1,Beta=35,H1=10000)

H2,km D,km	12000	14000	16000	18000	20000	22000	24000	26000	28000	30000
23000	133 13 13 5 25152 58.4 538 68 68 62 300 80.5 587 13 13 5 25074 58.4 58 29 24 300 69.4	195 19 19 5 27440 57.4 538 68 68 62 300 80.5 571 13 13 5 25461 58.4 56 28 23 300 67.6	344 33 33 29 29154 76.8 538 68 68 62 300 80.5 579 13 13 5 25290 58.4 57 57 26 300 68.1	499 48 24 19 30410 68.7 538 68 68 62 300 80.5 571 13 13 5 25447 58.4 56 28 23 300 67.6	814 78 39 32 31313 72.4 538 68 68 62 300 80.5 571 13 13 5 25449 58.4 56 28 23 300 67.6	N>110 538 68 68 62 300 80.5 571 13 13 5 25448 58.4 56 28 23 300 67.6	N>110 765 88 44 37 1569 107.0 1013 23 23 14 28100 58.7 86 43 36 3788 74.3	N>110 N>110 1013 23 23 14 28100 58.7 86 43 36 3788 74.3	N>110 N>110 1350 38 19 14 29731 67.3 102 51 44 5854 72.9	N>110 N>110 1884 79 79 36 31317 72.9 110 55 48 7992 74.9
21000	173 17 17 7 24496 55.5 538 68 68 62 300 80.5 619 14 7 4 23568 54.0 61 61 28 300 68.2	301 29 29 25 26472 72.9 538 68 68 62 300 80.5 619 17 17 7 24631 55.5 57 57 26 300 68.1	435 42 21 16 27943 69.2 538 68 68 62 300 80.5 619 14 7 4 23553 54.0 61 61 28 300 68.2	732 70 70 64 29009 79.9 538 68 68 62 300 80.5 619 14 7 4 23555 54.0 61 61 28 300 68.2	N>110 538 68 68 62 300 80.5 619 14 7 4 23555 54.0 61 61 28 300 68.2	N>110 765 88 44 37 1583 107.0 810 14 7 4 23609 54.0 79 79 36 1655 72.9	N>110 N>110 1102 23 23 14 25863 58.7 96 48 41 3720 74.5	N>110 N>110 1467 43 43 19 28024 68.1 109 109 51 5827 73.7		
19000	256 25 25 7 23661 61.2 538 68 68 62 300 80.5 670 19 19 5 22851 57.4 61 61 28 300 68.2	392 38 19 14 25373 67.3 538 68 68 62 300 80.5 670 19 19 5 22873 57.4 61 61 28 300 68.2	610 59 59 27 26631 68.0 538 68 68 62 300 80.5 670 19 19 5 22839 57.4 61 61 28 300 68.2	998 96 48 41 27526 74.5 538 68 68 62 300 80.5 678 19 19 5 22734 57.4 62 31 26 300 68.6	N>110 766 88 44 37 1599 107.0 870 19 19 5 22726 57.4 80 40 33 1665 73.5	N>110 N>110 1210 37 37 16 25304 66.4 92 46 39 3784 72.4	N>110 N>110 1662 61 61 28 26677 68.2 110 55 48 5854 74.9			
17000	348 34 17 12 22680 66.2 538 68 68 62 300 80.5 753 22 22 6 21015 58.3 67 67 61 300 78.9	524 51 51 23 24162 66.8 538 68 68 62 300 80.5 753 22 22 6 21015 58.3 67 67 61 300 78.9	880 85 85 39 25230 73.6 538 68 68 62 300 80.5 752 22 22 6 21007 58.3 67 67 61 300 78.9	N>110 766 88 44 37 1619 107.0 950 22 22 6 20965 58.3 86 43 36 1634 74.3	N>110 N>110 1313 41 41 18 23537 65.4 99 99 46 3754 73.5	N>110 N>110 1954 89 89 41 25303 74.1 110 55 48 5899 74.9				
15000	470 46 23 18 21578 67.4 538 68 68 62 300 80.5 842 30 10 6 19885 60.6 68 68 62 300 80.5	783 76 38 31 22852 74.1 538 68 68 62 300 80.5 842 30 10 6 19885 60.6 68 68 62 300 80.5	N>110 752 89 89 41 1644 74.1 1058 33 33 29 20235 76.8 85 85 39 1671 73.6	N>110 N>110 1463 46 23 18 21697 67.4 110 55 48 3717 74.9						
13000	700 68 68 62 20369 80.5 538 68 68 62 300 80.5 954 41 41 18 18871 65.4 68 68 62 300 80.5	N>110 762 90 45 38 1678 73.8 1169 41 41 18 18888 65.4 89 89 41 1681 74.1	N>110 N>110 1734 72 72 66 20530 79.3 110 55 48 3768 74.9							
11000	1021 100 50 43 19064 74.0 763 90 45 38 1725 73.8 1381 61 61 28 17762 68.2 90 45 38 1726 73.8									

Рисунок 40. Страница электронного каталога оптимальных вариантов орбитального построения спутниковых систем непрерывного обзора сферического слоя ОКП

### 3.3. Анализ областей локализации оптимальных вариантов орбитального построения спутниковых систем непрерывного обзора сферического слоя околоземного космического пространства

#### 3.3.1. Анализ характеристик оптимальных вариантов одноярусных дельта-систем

В диссертационной работе проведена большая работа по расчету  $\alpha$ -характеристик и формированию из них электронного каталога дельта-систем.

Объем каталога ограничен диапазоном значений кратности обзора и максимальным числом спутников в системе. Кратность обзора в каталоге – от 1 до 4, максимальное число спутников – 110.

Каталог дельта-систем создан по принципу электронной базы данных и имеет файловую структуру в формате ".txt".

Каталог состоит из 4-х томов, каждый из которых содержит  $\alpha$ -характеристики соответствующей кратности (первый том содержит  $\alpha$ -характеристики однократного обзора, второй том – двукратного обзора и т.д.). Каждый том, в свою очередь, разбит на разделы, в каждом из которых содержатся дельта-системы с одинаковым числом спутников.

Информация в каталоге систематизирована следующим образом. Для дельта-систем, имеющих один шифр (одну фазовую структуру), но разные наклонения орбит, отведено свое место – строка вида:

$$\text{№ п/п, } N(T), n(P), m, \mathcal{O}, F, \alpha_{opt}^L, i_{opt}, \alpha^L(i_{min}), \alpha^L(i_{min} + \Delta i), \dots, \alpha^L(i_{max}).$$

В начале (в заголовке) строки находятся номер варианта дельта-системы № п/п и 7 чисел  $N(T), n(P), m, \mathcal{O}, F$ , определяющих фазовую структуру дельта-системы по Дж. Уолкеру и по Г.В. Можяеву. Следующие два числа – оптимальное (имеющее минимальное значение) для дельта-систем с данной структурой (с данным шифром) значение  $\alpha$ -характеристики L-кратного обзора  $\alpha_{opt}^L$  и соответствующее ей значение наклонения орбит  $i_{opt}$ . Далее в строке расположены



значения  $\alpha$ -характеристики L-кратного обзора  $\alpha^L(i)$  при различных значениях наклона орбит  $i$  – начиная с  $i_{\min}$  и заканчивая  $i_{\max}$  с шагом  $\Delta i$ .

Структура каталога представлена на рисунке 41.

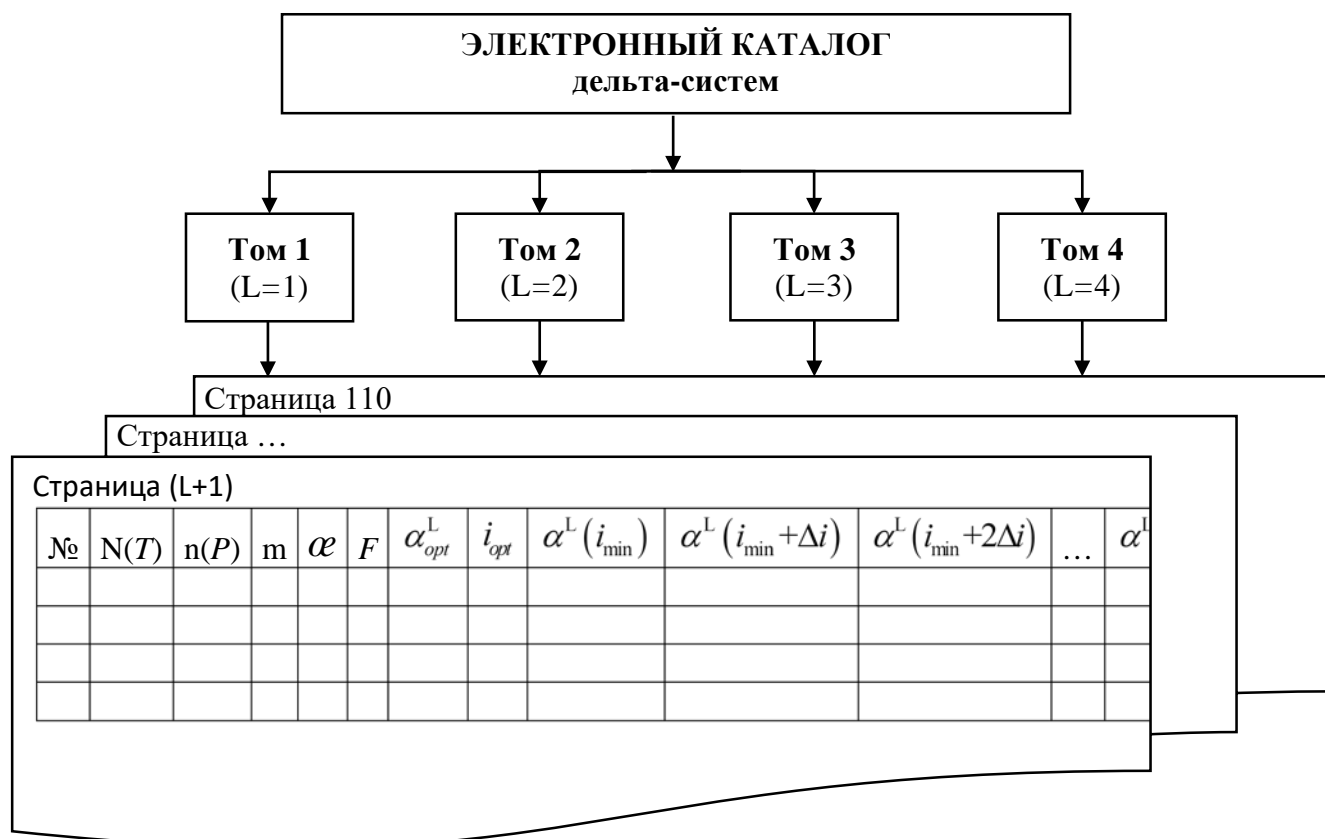


Рисунок 41. Структура электронного каталога дельта-систем

На рисунках 42-46 представлены графики зависимости  $\alpha$ -характеристики L-кратного обзора от числа спутников для лучших дельта-систем – дельта-систем с минимальными  $\alpha$ -характеристиками.

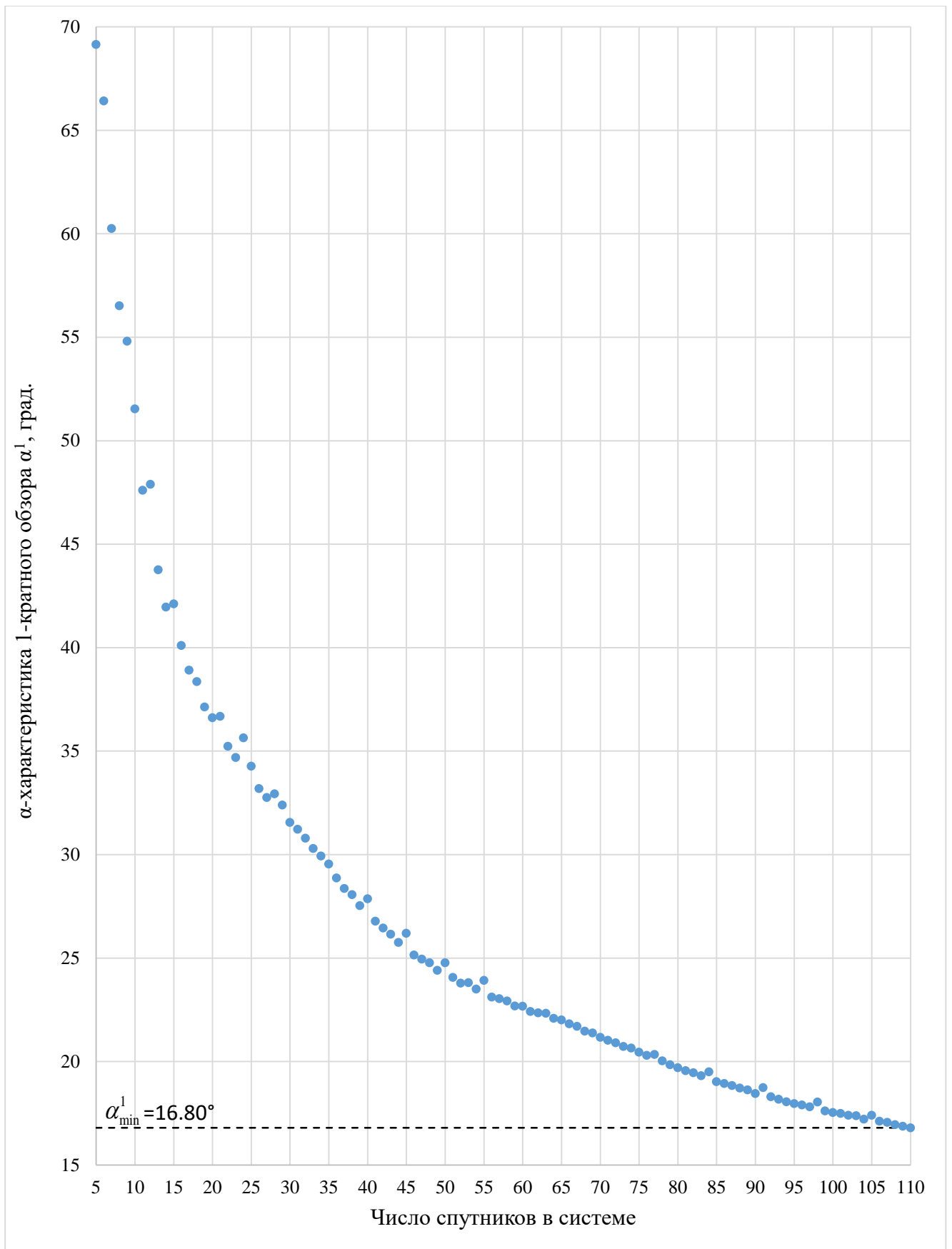


Рисунок 42. Зависимость  $\alpha$ -характеристики 1-кратного обзора от числа спутников для лучших дельта-систем

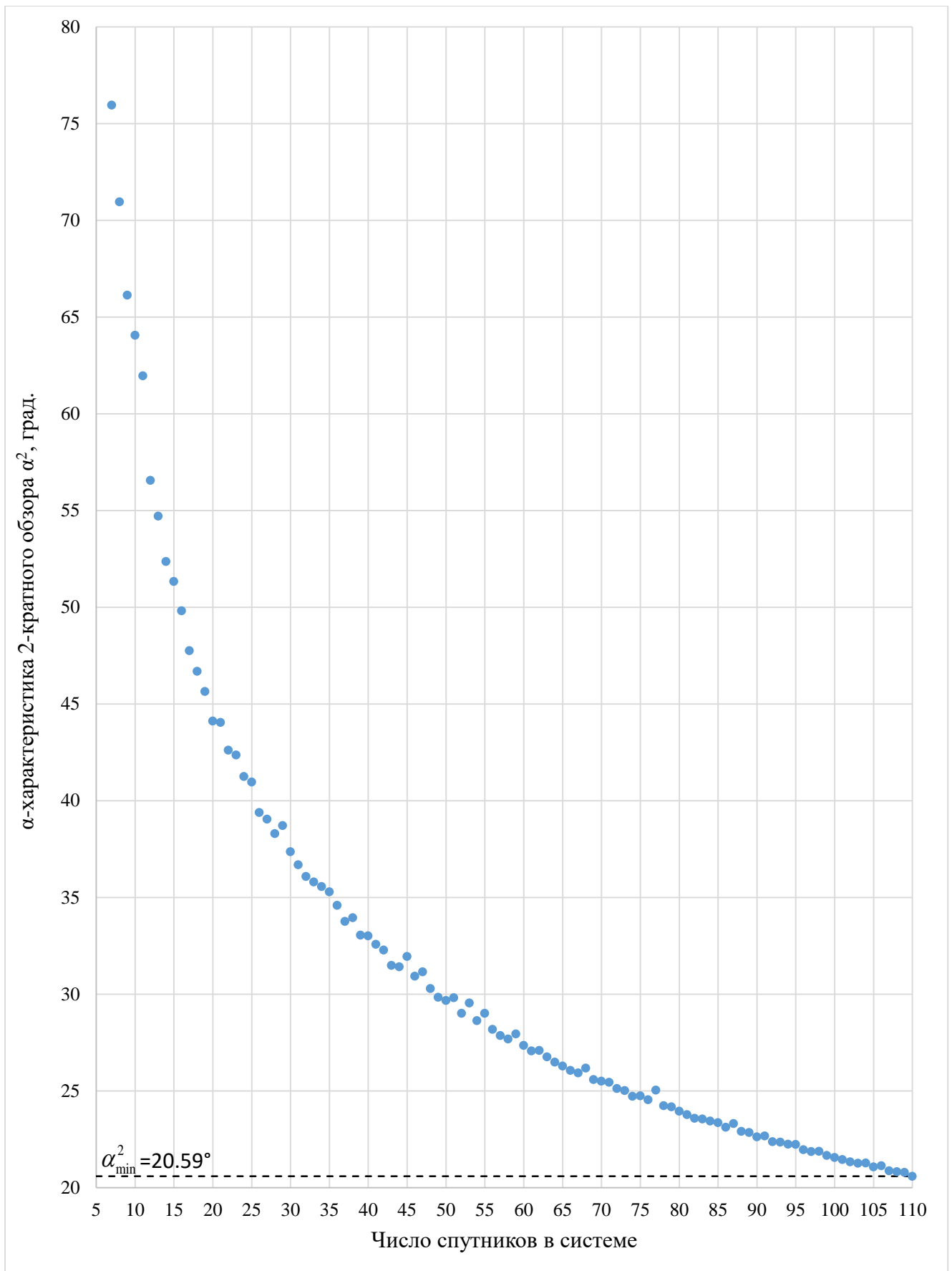


Рисунок 43. Зависимость  $\alpha$ -характеристики 2-кратного обзора от числа спутников для лучших дельта-систем

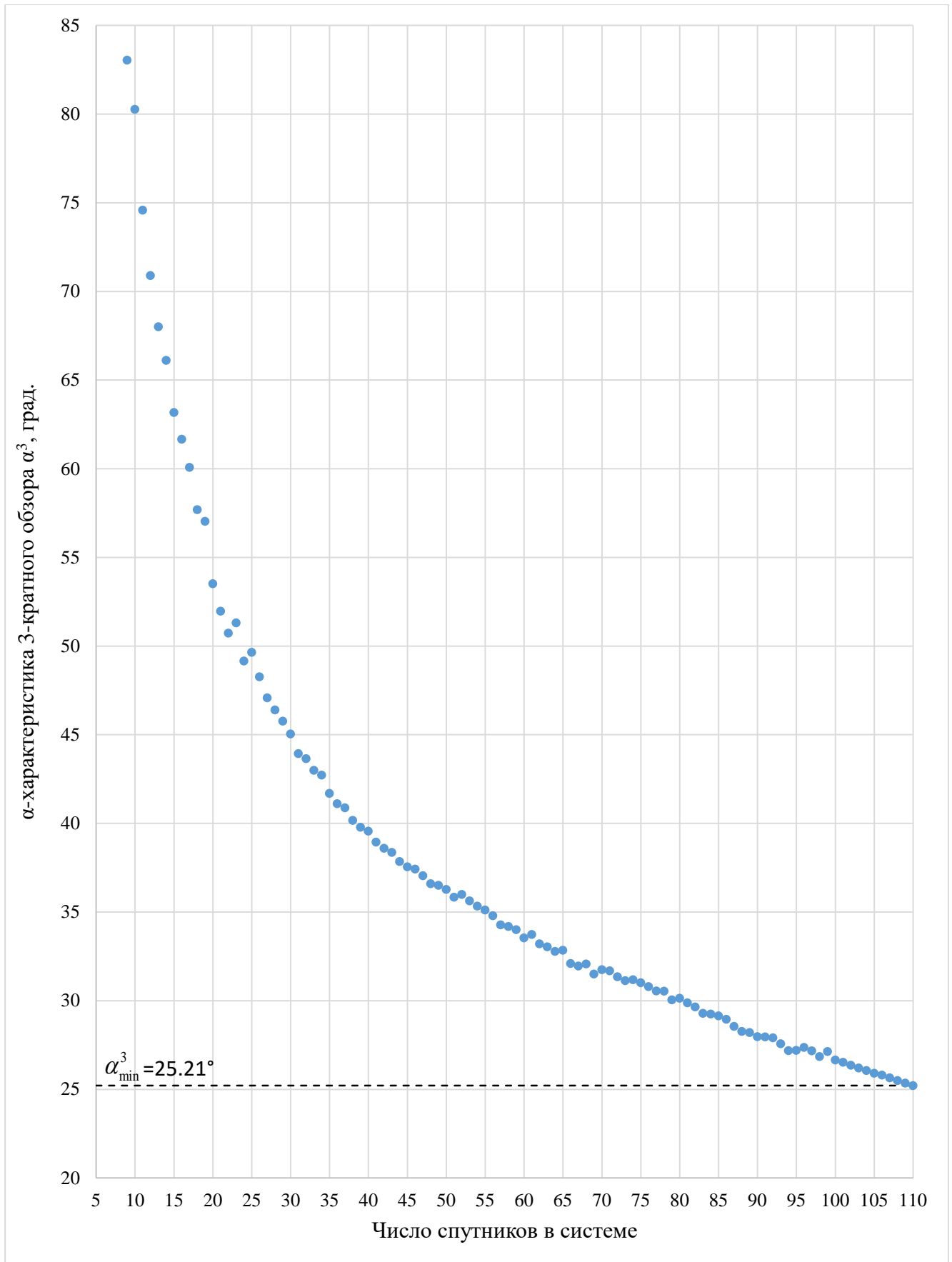


Рисунок 44. Зависимость α-характеристики 3-кратного обзора от числа спутников для лучших дельта-систем

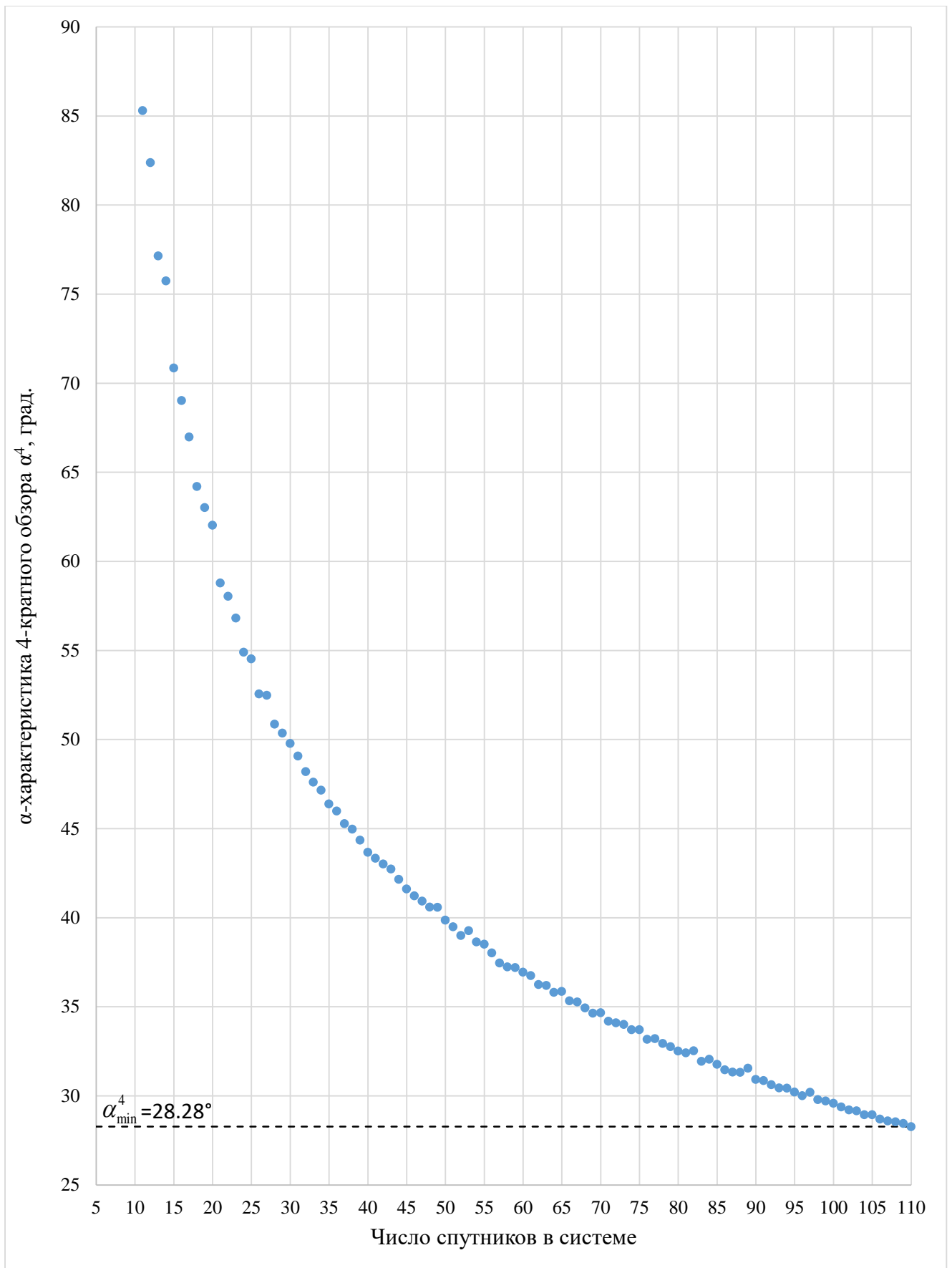


Рисунок 45. Зависимость  $\alpha$ -характеристики 2-кратного обзора от числа спутников для лучших дельта-систем

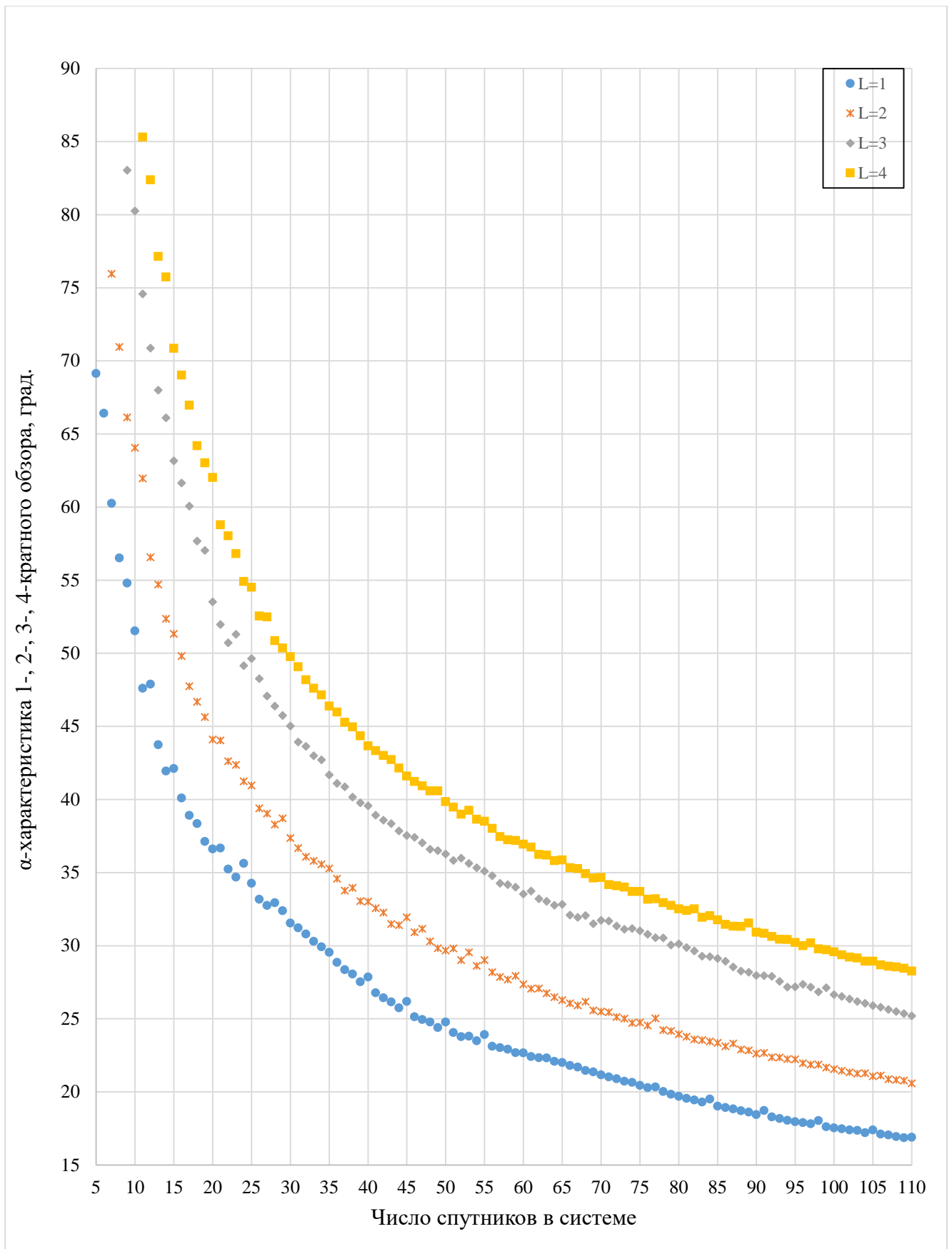


Рисунок 46. Зависимость  $\alpha$ -характеристики  $L$ -кратного обзора ( $L=1, 2, 3$  и  $4$ ) от числа спутников для лучших дельта-систем

Таблица 1 – Лучшие дельта-системы по критерию минимума  $\alpha$ -характеристики L-кратного обзора (L=1, 2, 3, 4)

N(T)	L=1							L=2						L=3						L=4								
	по Уолкеру		по Можаяву			$\alpha^1$	i	по Уолкеру		по Можаяву			$\alpha^2$	i	по Уолкеру		по Можаяву			$\alpha^3$	i	по Уолкеру		по Можаяву			$\alpha^4$	i
	P	F	n	m	$\alpha$			P	F	n	m	$\alpha$			P	F	n	m	$\alpha$			P	F	n	m	$\alpha$		
2	1	0	1	1	1	90.00	любое	-						-						-								
3	1	0	1	1	1	90.00	любое	1	0	1	1	1	120.00	любое	-						-							
4	1	0	1	1	1	90.00	любое	1	0	1	1	1	90.00	любое	1	0	1	1	1	135.00	любое	-						
5	5	1	5	1	1	69.15	43.66	1	0	1	1	1	90.00	любое	1	0	1	1	1	108.00	любое	5	3	2	5	1	138.92	51.80
6	6	4	6	2	2	66.42	53.13	1	0	1	1	1	90.00	любое	1	0	1	1	1	90.00	любое	1	0	1	1	1	120.00	любое
7	7	5	7	1	3	60.26	55.69	7	5	7	1	3	75.96	61.81	1	0	1	1	1	90.00	любое	1	0	1	1	1	102.86	любое
8	8	6	8	2	3	56.52	61.87	8	2	8	2	1	70.96	57.09	1	0	1	1	1	90.00	любое	1	0	1	1	1	90.00	любое
9	9	7	9	1	4	54.81	70.30	3	2	3	1	2	66.14	61.94	9	3	9	3	1	83.04	59.32	1	0	1	1	1	90.00	любое
10	10	7	10	1	3	51.54	47.92	10	2	10	2	1	64.06	61.54	10	8	10	2	4	80.27	59.94	1	0	1	1	1	90.00	любое
11	11	4	11	1	3	47.61	53.79	11	9	11	1	5	61.97	52.58	11	3	11	1	4	74.59	59.78	11	4	11	1	3	85.31	68.31
12	3	1	3	1	1	47.90	50.73	3	1	3	1	1	56.57	57.03	4	2	4	2	1	70.89	60.00	12	2	12	2	1	82.39	57.60
13	13	5	13	1	8	43.76	58.44	13	3	13	1	9	54.71	52.73	13	4	13	1	10	68.01	50.04	13	11	13	1	6	77.15	45.74
14	7	4	7	1	2	41.96	53.98	14	10	14	2	3	52.37	53.81	14	4	14	2	4	66.11	47.56	14	4	14	2	4	75.75	69.54
15	3	1	3	1	1	42.12	53.53	3	1	3	1	1	51.34	55.32	15	6	15	3	3	63.17	57.02	15	2	15	1	8	70.86	55.64
16	8	5	8	1	5	40.11	56.53	4	2	4	2	1	49.82	52.10	16	14	16	2	7	61.66	54.79	16	5	16	1	13	69.03	57.63
17	17	7	17	1	5	38.92	55.47	17	3	17	1	6	47.76	54.95	17	15	17	1	8	60.08	58.38	17	11	17	1	14	66.98	49.94
18	6	2	6	2	1	38.36	56.56	18	14	18	2	4	46.69	53.57	18	4	18	2	5	57.69	51.58	3	1	3	1	1	64.21	56.72
19	19	5	19	1	4	37.14	57.42	19	11	19	1	7	45.65	54.36	19	14	19	1	15	57.04	53.89	19	5	19	1	4	63.03	58.09
20	10	7	10	1	3	36.62	56.78	4	3	4	1	3	44.12	54.46	5	3	5	1	2	53.52	51.73	10	7	10	1	3	62.03	59.51
21	7	1	7	1	1	36.68	61.12	21	4	21	1	16	44.05	56.73	21	5	21	1	17	51.97	55.12	3	2	3	1	2	58.79	54.35
22	22	6	22	2	4	35.24	58.35	22	4	22	2	6	42.62	54.71	22	16	22	2	7	50.73	52.35	22	16	22	2	7	58.05	57.37
23	23	14	23	1	5	34.70	58.70	23	18	23	1	9	42.37	54.58	23	14	23	1	5	51.31	55.18	23	17	23	1	19	56.82	56.72
24	6	1	6	1	1	35.64	58.38	4	2	4	2	1	41.25	55.21	12	5	12	1	5	49.16	51.76	12	5	12	1	5	54.91	55.29
25	25	7	25	1	18	34.28	61.21	5	3	5	1	2	40.97	55.04	25	9	25	1	14	49.65	53.61	25	6	25	1	21	54.53	54.37
26	26	16	26	2	5	33.19	59.54	26	4	26	2	7	39.40	56.31	26	6	26	2	9	48.27	51.40	26	6	26	2	9	52.56	53.93
27	9	5	9	1	2	32.76	59.88	9	3	9	3	1	39.05	57.88	3	1	3	1	1	47.08	55.14	3	2	3	1	2	52.49	54.82
28	7	2	7	1	4	32.94	59.10	14	4	14	2	4	38.30	56.65	28	8	28	4	4	46.40	56.64	28	24	28	4	6	50.87	55.45
29	29	25	29	1	7	32.40	72.90	29	16	29	1	20	38.72	57.85	29	13	29	1	9	45.76	56.18	29	25	29	1	7	50.36	54.55
30	10	6	10	2	2	31.56	60.59	5	3	5	1	2	37.37	57.30	15	12	15	3	4	45.04	56.38	30	7	30	1	13	49.78	52.32
31	31	9	31	1	7	31.23	60.90	31	25	31	1	5	36.69	60.22	31	6	31	1	26	43.94	56.15	31	27	31	1	23	49.08	56.17
32	32	28	32	4	7	30.80	73.80	32	13	32	1	5	36.09	58.94	16	13	16	1	5	43.65	56.60	32	28	32	4	7	48.20	54.64
33	33	29	33	1	8	30.30	76.84	33	23	33	1	23	35.81	59.04	33	15	33	3	9	43.00	56.92	33	29	33	1	8	47.61	53.82
34	17	12	17	1	10	29.93	66.24	17	10	17	1	12	35.57	58.13	17	14	17	1	11	42.72	58.35	34	20	34	2	12	47.16	53.83
35	35	31	35	1	26	29.55	74.65	5	3	5	1	2	35.29	58.39	35	16	35	1	11	41.69	57.29	35	22	35	1	8	46.39	54.07
36	18	13	18	1	7	28.87	68.50	36	29	36	1	5	34.59	59.53	18	15	18	3	5	41.11	57.66	4	1	4	1	1	45.99	54.72
37	37	16	37	1	7	28.36	66.44	37	10	37	1	26	33.77	59.95	37	17	37	1	24	40.88	58.80	37	16	37	1	7	45.28	55.15

N(T)	L=1							L=2							L=3							L=4						
	по Уолкеру		по Можаяву			$\alpha^1$	$i$	по Уолкеру		по Можаяву			$\alpha^2$	$i$	по Уолкеру		по Можаяву			$\alpha^3$	$i$	по Уолкеру		по Можаяву			$\alpha^4$	$i$
	P	F	n	m	$\alpha$			P	F	n	m	$\alpha$			P	F	n	m	$\alpha$			P	F	n	m	$\alpha$		
38	19	14	19	1	15	28.07	67.32	38	23	38	1	5	33.96	59.49	19	16	19	1	6	40.17	57.68	38	30	38	2	14	44.98	53.60
39	39	17	39	1	23	27.54	68.82	39	22	39	1	16	33.05	60.09	39	18	39	3	11	39.78	57.91	39	23	39	1	17	44.36	53.91
40	20	15	20	5	3	27.87	73.11	10	3	10	1	7	33.02	60.57	20	17	20	1	13	39.57	58.83	4	1	4	1	1	43.68	54.96
41	41	18	41	1	16	26.78	65.40	41	17	41	1	29	32.58	60.30	41	19	41	1	13	38.94	57.95	41	36	41	1	8	43.34	55.31
42	21	16	21	1	4	26.45	69.17	7	1	7	1	1	32.28	60.55	21	18	21	3	6	38.60	58.22	21	16	21	1	4	43.02	55.48
43	43	19	43	1	34	26.16	68.14	43	36	43	1	6	31.49	61.36	43	31	43	1	25	38.36	56.97	43	23	43	1	15	42.74	54.70
44	22	17	22	1	13	25.76	65.61	22	15	22	1	3	31.42	61.38	22	19	22	1	7	37.85	58.27	4	1	4	1	1	42.16	54.86
45	45	20	45	5	7	26.20	72.72	15	8	15	1	2	31.95	60.76	45	21	45	3	13	37.55	58.55	45	40	45	5	8	41.61	56.50
46	23	18	23	1	9	25.15	67.37	46	19	46	1	17	30.93	61.91	23	20	23	1	15	37.42	59.10	46	41	46	1	9	41.23	56.03
47	47	21	47	1	9	24.95	66.54	47	29	47	1	13	31.16	62.08	47	22	47	1	15	37.05	58.37	47	40	47	1	20	40.94	55.00
48	24	19	24	1	19	24.78	68.68	12	4	12	4	1	30.30	63.36	12	7	12	1	7	36.60	58.57	48	39	48	3	5	40.60	55.28
49	49	22	49	1	29	24.41	67.73	49	30	49	1	18	29.84	62.82	49	11	49	1	9	36.51	59.47	49	23	49	1	32	40.59	57.65
50	25	20	25	5	4	24.78	89.42	50	43	50	1	7	29.68	62.62	25	10	25	5	3	36.28	60.04	25	15	25	5	2	39.86	56.64
51	51	23	51	1	20	24.07	66.79	51	43	51	1	19	29.82	62.57	51	41	51	1	5	35.84	57.66	51	9	51	3	6	39.49	56.07
52	26	21	26	1	5	23.79	68.09	26	18	26	2	3	29.02	63.45	26	11	26	1	19	35.99	58.18	26	7	26	1	15	39.00	56.07
53	53	24	53	1	42	23.81	68.99	53	30	53	1	23	29.55	62.97	53	12	53	1	31	35.63	61.71	53	25	53	1	17	39.27	58.26
54	27	22	27	1	16	23.50	67.29	27	19	27	1	10	28.63	63.64	18	14	18	2	4	35.34	58.48	18	8	18	2	7	38.65	56.18
55	55	25	55	5	9	23.92	72.31	55	24	55	1	39	29.02	63.74	55	17	55	1	13	35.11	58.87	55	45	55	5	5	38.52	57.07
56	28	23	28	1	11	23.12	67.61	8	1	8	1	1	28.19	64.01	56	36	56	4	11	34.79	58.97	28	17	28	1	5	38.03	58.17
57	57	26	57	1	11	23.04	68.09	57	49	57	1	7	27.87	64.34	57	23	57	1	5	34.28	59.04	19	7	19	1	11	37.46	56.95
58	29	24	29	1	23	22.93	69.40	58	50	58	2	7	27.69	64.39	58	18	58	2	13	34.19	59.19	58	26	58	2	9	37.24	57.33
59	59	27	59	1	35	22.69	68.00	59	51	59	1	22	27.95	64.00	59	38	59	1	14	34.01	59.57	59	33	59	1	34	37.20	56.95
60	20	14	20	2	3	22.67	68.10	60	26	60	2	7	27.36	64.56	10	1	10	1	1	33.54	59.21	60	41	60	1	41	36.95	57.57
61	61	28	61	1	24	22.42	68.21	61	13	61	1	47	27.07	64.53	61	19	61	1	45	33.74	60.53	61	8	61	1	23	36.75	57.42
62	31	26	31	1	6	22.35	68.64	31	22	31	1	24	27.09	64.48	62	40	62	2	14	33.21	59.81	31	19	31	1	18	36.25	57.58
63	63	19	63	1	10	22.33	69.01	21	12	21	3	2	26.76	65.68	63	40	63	1	52	33.04	59.28	21	8	21	1	8	36.20	58.00
64	32	27	32	1	19	22.09	68.51	8	1	8	1	1	26.49	65.36	64	20	64	4	13	32.78	60.30	64	45	64	1	37	35.82	57.84
65	65	59	65	1	54	22.01	79.55	65	14	65	1	14	26.29	65.12	65	42	65	1	48	32.84	60.99	65	41	65	1	46	35.87	57.68
66	66	6	66	6	1	21.82	81.29	22	9	22	1	5	26.07	65.35	66	20	66	2	10	32.10	60.76	66	37	66	1	25	35.34	58.40
67	67	61	67	1	11	21.70	78.94	67	38	67	1	30	25.93	65.66	67	56	67	1	6	31.95	60.66	67	61	67	1	11	35.27	59.92
68	68	62	68	2	11	21.47	80.52	34	10	34	2	7	26.18	65.15	68	44	68	4	14	32.07	60.74	68	62	68	2	11	34.94	58.58
69	69	63	69	3	11	21.38	82.34	69	30	69	3	7	25.59	66.52	69	21	69	3	10	31.51	62.66	69	14	69	1	5	34.64	58.89
70	70	64	70	2	23	21.17	79.86	35	22	35	1	8	25.51	65.76	70	22	70	2	16	31.75	60.68	10	6	10	2	2	34.67	59.57
71	71	65	71	1	59	21.03	81.52	71	40	71	1	16	25.45	65.82	71	36	71	1	2	31.69	60.97	71	50	71	1	27	34.19	59.17
72	72	66	72	6	11	20.91	79.26	9	1	9	1	1	25.13	66.70	72	50	72	2	13	31.35	64.95	6	0	6	6	1	34.10	60.13
73	73	67	73	1	12	20.73	80.79	73	64	73	1	8	25.02	66.82	73	28	73	1	60	31.13	60.65	73	44	73	1	5	34.01	59.41
74	37	30	37	1	21	20.65	72.76	74	9	74	1	33	24.73	66.64	74	58	74	2	23	31.18	61.45	37	20	37	1	13	33.72	59.63



N(T)	L=1							L=2							L=3							L=4						
	по Уолкеру		по Можаяву			$\alpha^1$	$i$	по Уолкеру		по Можаяву			$\alpha^2$	$i$	по Уолкеру		по Можаяву			$\alpha^3$	$i$	по Уолкеру		по Можаяву			$\alpha^4$	$i$
	P	F	n	m	$\alpha$			P	F	n	m	$\alpha$			P	F	n	m	$\alpha$			P	F	n	m	$\alpha$		
75	75	34	75	1	64	20.46	73.36	75	53	75	1	17	24.75	66.39	15	9	15	3	2	31.02	61.71	75	10	75	5	8	33.72	59.76
76	38	31	38	1	27	20.30	74.06	38	24	38	2	8	24.55	66.62	76	14	76	2	11	30.79	61.69	38	31	38	1	27	33.18	59.66
77	77	71	77	1	64	20.35	79.56	77	36	77	1	15	25.04	65.90	77	48	77	1	69	30.55	65.13	77	20	77	1	27	33.21	59.99
78	39	32	39	1	11	20.03	72.42	78	44	78	2	16	24.24	66.87	78	16	78	2	5	30.54	61.55	78	61	78	1	55	32.94	59.73
79	79	36	79	1	11	19.85	72.90	79	56	79	1	24	24.18	67.57	79	66	79	1	6	30.05	62.52	79	72	79	1	45	32.76	60.14
80	40	33	40	1	17	19.70	73.50	80	9	80	1	9	23.96	67.71	20	7	20	1	3	30.14	61.71	80	22	80	2	11	32.52	60.60
81	81	37	81	1	46	19.56	74.20	9	1	9	1	1	23.78	67.85	81	59	81	1	11	29.88	61.90	81	21	81	3	4	32.42	60.34
82	41	34	41	1	35	19.46	74.90	82	24	82	2	24	23.59	67.57	41	24	41	1	12	29.65	62.54	41	14	41	1	3	32.53	60.21
83	83	38	83	1	59	19.32	72.60	83	73	83	1	58	23.55	68.16	83	12	83	1	7	29.29	62.95	83	38	83	1	59	31.96	61.60
84	42	37	42	1	25	19.51	77.40	42	32	42	2	4	23.45	67.62	21	11	21	1	2	29.25	65.61	21	3	21	3	1	32.05	60.47
85	85	39	85	1	24	19.03	73.60	85	46	85	1	61	23.36	67.97	85	46	85	1	61	29.14	63.64	85	45	85	5	2	31.77	60.94
86	43	36	43	1	6	18.94	74.30	43	33	43	1	30	23.13	68.54	43	18	43	1	12	28.95	63.72	86	79	86	1	49	31.47	61.20
87	87	40	87	1	37	18.84	74.70	87	38	87	1	71	23.32	67.90	87	20	87	1	74	28.55	63.17	29	15	29	1	2	31.34	61.37
88	44	37	44	1	25	18.72	72.70	44	35	44	1	39	22.91	68.03	44	10	44	2	9	28.27	63.23	22	13	22	1	17	31.32	60.98
89	89	41	89	1	76	18.63	74.12	89	26	89	1	24	22.85	68.44	89	65	89	1	63	28.20	63.70	89	27	89	1	33	31.55	60.62
90	45	38	45	1	32	18.46	73.84	10	2	10	2	1	22.63	68.41	45	17	45	1	8	27.97	63.68	15	4	15	1	4	30.93	61.32
91	91	42	91	7	11	18.74	77.35	91	37	91	1	32	22.67	68.14	91	38	91	1	12	27.96	64.15	91	71	91	1	50	30.86	62.15
92	46	39	46	1	13	18.34	72.43	92	82	92	2	9	22.38	68.53	23	16	23	1	13	27.91	65.40	92	78	92	2	13	30.63	61.81
93	93	43	93	1	13	18.18	72.88	93	83	93	1	65	22.36	69.16	31	15	31	1	29	27.57	64.77	31	11	31	1	17	30.45	61.66
94	47	40	47	1	20	18.06	73.34	47	36	47	1	17	22.25	68.87	47	11	47	1	30	27.18	64.29	94	85	94	1	73	30.43	61.54
95	95	44	95	1	54	17.97	73.96	95	28	95	1	17	22.24	68.67	95	22	95	1	13	27.20	65.24	19	3	19	1	13	30.22	62.20
96	48	41	48	1	41	17.93	74.57	48	37	48	1	13	21.97	69.12	24	6	24	6	1	27.36	65.34	96	55	96	1	7	30.01	61.99
97	97	45	97	1	69	17.82	72.72	97	32	97	1	94	21.87	69.13	97	56	97	1	26	27.17	64.84	97	45	97	1	69	30.20	61.70
98	7	1	7	1	1	18.05	89.89	49	38	49	1	40	21.88	69.21	49	21	49	7	5	26.85	66.30	14	7	14	7	1	29.79	62.55
99	99	46	99	1	28	17.62	73.51	9	5	9	1	2	21.67	69.71	33	10	33	1	10	27.13	67.84	33	8	33	1	29	29.72	62.18
100	50	43	50	1	7	17.54	74.02	20	5	20	5	1	21.56	69.45	50	27	50	1	13	26.66	64.22	20	4	20	4	1	29.59	62.22
101	101	47	101	1	43	17.49	74.65	101	73	101	1	18	21.45	69.37	101	48	101	1	40	26.53	65.71	101	31	101	1	88	29.38	62.54
102	51	44	51	1	29	17.41	72.94	102	91	102	1	37	21.34	69.74	51	46	51	1	10	26.36	65.97	102	63	102	3	13	29.22	31.65
103	103	48	103	1	88	17.38	74.75	103	65	103	1	84	21.26	69.70	103	49	103	1	82	26.20	65.42	103	38	103	1	19	29.16	63.30
104	52	45	52	1	37	17.22	73.61	104	75	104	1	43	21.28	69.54	52	47	52	1	31	26.06	65.26	52	44	52	4	6	28.95	63.04
105	35	27	35	1	13	17.41	72.95	105	47	105	1	38	21.08	69.92	105	50	105	5	19	25.91	66.17	105	14	105	7	8	28.95	63.54
106	53	46	53	1	15	17.12	74.17	53	41	53	1	22	21.13	69.67	53	48	53	1	21	25.80	66.30	106	7	106	1	91	28.70	63.00
107	107	50	107	1	15	17.06	73.86	107	48	107	1	29	20.88	70.10	107	51	107	1	21	25.65	66.14	107	99	107	1	40	28.61	63.14
108	54	47	54	1	23	16.95	73.45	18	7	18	1	13	20.83	69.81	54	49	54	1	43	25.50	66.10	108	100	108	4	13	28.55	63.27
109	109	51	109	1	62	16.88	73.74	109	10	109	1	11	20.79	70.54	109	52	109	1	65	25.36	65.81	109	70	109	1	95	28.46	63.21
110	110	55	48	1	47	16.80	74.90	11	2	11	1	6	20.59	70.20	55	50	55	5	10	25.21	66.10	110	68	110	2	34	28.28	63.90

### **3.3.2. Области локализации оптимальных вариантов двухъярусных спутниковых систем**

Анализ электронного каталога оптимальных вариантов орбитального построения двухъярусных СС позволил локализовать области предпочтительного применения двухъярусного построения – параметры размещения сферического слоя (параметры размещения его нижней и верхней границ), при которых двухъярусный вариант орбитального построения имеет предпочтение перед одноярусным вариантом по критерию минимума суммарной характеристической скорости.

Результаты локализации представлены в таблицах 2-5. Области локализации оптимальных двухъярусных вариантов отмечены в них голубым цветом. Желтым цветом среди одноярусных вариантов дополнительно отделены области локализации оптимальных нижнеярусных вариантов – одноярусных построений в нижней части (ниже) сферического слоя с направленными вверх конусами обзора.

Таблица 2 – Оптимальные варианты орбитальных построений двухъярусных СС ( $L=1, \beta=30^0$ )

$H_1, \text{ км}$ $H_2, \text{ км}$	15000	16000	17000	18000	19000	20000	21000	22000	23000	24000		
28000	549 52 26 21 49148 68.1 569 72 72 66 300 79.3 613 13 13 5 42520 58.4 61 61 28 300 68.2	464 44 22 17 50497 65.6 547 69 69 63 300 82.3 597 13 13 5 44199 58.4 59 59 27 300 68.0	413 39 39 17 51764 68.8 529 67 67 61 300 78.9 584 14 7 4 46676 54.0 56 28 23 300 67.6	372 35 35 31 52950 74.7 500 64 32 27 300 68.5 574 13 13 5 47281 58.4 56 28 23 300 67.6	326 31 31 9 54053 60.9 477 61 61 28 300 68.2 568 14 7 4 49757 54.0 54 27 22 300 67.3	274 26 26 16 55073 59.5 461 59 59 27 300 68.0 552 11 11 4 48227 53.8 56 28 23 300 67.6	242 23 23 14 56013 58.7 454 58 29 24 300 69.4 552 11 11 4 48580 53.8 56 28 23 300 67.6	210 20 10 7 56874 56.8 437 56 28 23 300 67.6 537 11 11 4 51298 53.8 54 27 22 300 67.3	189 18 6 2 57657 56.6 437 56 28 23 300 67.6 537 11 11 4 51708 53.8 54 27 22 300 67.3	168 16 8 5 58366 56.5 422 54 27 22 300 67.3 522 11 11 4 54057 53.8 52 26 21 300 68.1		
	30000	795 75 75 34 49857 73.4 569 72 72 66 300 79.3 613 13 13 5 42519 58.4 61 61 28 300 68.2	645 61 61 28 51325 68.2 547 69 69 63 300 82.3 597 13 13 5 44200 58.4 59 59 27 300 68.0	539 51 51 23 52719 66.8 529 67 67 61 300 78.9 584 14 7 4 46677 54.0 56 28 23 300 67.6	465 44 22 17 54038 65.6 500 64 32 27 300 68.5 574 13 13 5 47282 58.4 56 28 23 300 67.6	413 39 39 17 55281 68.8 477 61 61 28 300 68.2 569 11 11 4 46784 53.8 58 29 24 300 69.4	373 35 35 31 56446 74.7 461 59 59 27 300 68.0 552 11 11 4 48227 53.8 56 28 23 300 67.6	327 31 31 9 57534 60.9 454 58 29 24 300 69.4 552 11 11 4 48580 53.8 56 28 23 300 67.6	285 27 9 5 58546 59.9 437 56 28 23 300 67.6 537 11 11 4 51298 53.8 54 27 22 300 67.3	242 23 23 14 59482 58.7 437 56 28 23 300 67.6 537 11 11 4 51661 53.8 54 27 22 300 67.3	232 22 22 6 60344 58.3 422 54 27 22 300 67.3 522 11 11 4 54014 53.8 52 26 21 300 68.1	
		32000	1050 99 99 46 50409 73.5 569 72 72 66 300 79.3 613 13 13 5 42521 58.4 61 61 28 300 68.2	871 82 41 34 51977 74.9 547 69 69 63 300 82.3 597 13 13 5 44198 58.4 59 59 27 300 68.0	747 70 70 64 53480 79.9 529 67 67 61 300 78.9 584 14 7 4 46676 54.0 56 28 23 300 67.6	615 58 29 24 54914 69.4 500 64 32 27 300 68.5 574 13 13 5 47282 58.4 56 28 23 300 67.6	519 49 49 22 56278 67.7 477 61 61 28 300 68.2 568 14 7 4 49757 54.0 54 27 22 300 67.3	456 43 43 19 57571 68.1 461 59 59 27 300 68.0 552 11 11 4 48229 53.8 56 28 23 300 67.6	403 38 19 14 58791 67.3 454 58 29 24 300 69.4 552 11 11 4 48580 53.8 56 28 23 300 67.6	373 35 35 31 59939 74.7 437 56 28 23 300 67.6 537 11 11 4 51297 53.8 54 27 22 300 67.3	327 31 31 9 61014 60.9 437 56 28 23 300 67.6 537 11 11 4 51661 53.8 54 27 22 300 67.3	285 27 9 5 62017 59.9 422 54 27 22 300 67.3 522 11 11 4 54014 53.8 52 26 21 300 68.1
			34000	≈1478 ≈139 - - 50838 77 569 72 72 66 300 79.3 613 13 13 5 42520 58.4 61 61 28 300 68.2	≈1480 ≈139 - - 52490 77 547 69 69 63 300 82.3 597 13 13 5 44199 58.4 59 59 27 300 68.0	956 90 45 38 54084 73.8 529 67 67 61 300 78.9 591 11 11 4 43436 53.8 61 61 28 300 68.2	829 78 39 32 55617 72.4 500 64 32 27 300 68.5 574 13 13 5 47283 58.4 56 28 23 300 67.6	716 67 67 61 57087 78.9 477 61 61 28 300 68.2 569 11 11 4 46785 53.8 58 29 24 300 69.4	594 56 28 23 58490 67.6 461 59 59 27 300 68.0 552 11 11 4 48230 53.8 56 28 23 300 67.6	498 47 47 21 59827 66.5 454 58 29 24 300 69.4 552 11 11 4 48580 53.8 56 28 23 300 67.6	446 42 21 6 61096 69.2 437 56 28 23 300 67.6 537 11 11 4 51298 53.8 54 27 22 300 67.3	403 38 19 14 62297 67.3 437 56 28 23 300 67.6 537 11 11 4 51661 53.8 54 27 22 300 67.3
36000				≈2102 ≈197 - - 51169 81 569 72 72 66 300 79.3 613 13 13 5 42518 58.4 61 61 28 300 68.2	≈1630 ≈153 - - 52892 78 547 69 69 63 300 82.3 597 13 13 5 44201 58.4 59 59 27 300 68.0	≈1333 ≈125 - - 54563 78 529 67 67 61 300 78.9 590 13 13 5 45823 58.4 58 29 24 300 69.4	1064 100 50 43 56180 74.0 500 64 32 27 300 68.5 574 13 13 5 47284 58.4 56 28 23 300 67.6	905 85 85 39 57740 73.6 477 61 61 28 300 68.2 569 11 11 4 46784 53.8 58 29 24 300 69.4	782 73 73 67 59240 80.8 461 59 59 27 300 68.0 552 11 11 4 48229 53.8 56 28 23 300 67.6	679 64 32 27 60680 68.5 454 58 29 24 300 69.4 552 11 11 4 48582 53.8 56 28 23 300 67.6	552 52 26 21 62056 68.1 437 56 28 23 300 67.6 537 11 11 4 51300 53.8 54 27 22 300 67.3	488 46 23 18 63368 67.4 437 56 28 23 300 67.6 537 11 11 4 51662 53.8 54 27 22 300 67.3
	38000			>2760 >258 - - 51422 - 697 83 83 38 1539 72.6 741 14 7 4 43502 54.0 70 70 64 1656 79.9	>2292 >214 - - 53203 - 572 71 71 65 546 81.5 631 13 13 5 44243 58.4 62 31 26 619 68.6	≈1795 ≈168 - - 54940 81 529 67 67 61 300 78.9 590 13 13 5 45823 58.4 58 29 24 300 69.4	≈1464 ≈137 - - 56629 80 500 64 32 27 300 68.5 574 13 13 5 47281 58.4 56 28 23 300 67.6	≈1192 ≈112 - - 58266 74 477 61 61 28 300 68.2 569 11 11 4 46785 53.8 58 29 24 300 69.4	990 93 93 43 59850 72.8 461 59 59 27 300 68.0 552 11 11 4 48229 53.8 56 28 23 300 67.6	853 80 40 33 61379 73.5 454 58 29 24 300 69.4 552 11 11 4 48579 53.8 56 28 23 300 67.6	750 70 70 64 62849 79.9 437 56 28 23 300 67.6 537 11 11 4 51300 53.8 54 27 22 300 67.3	627 59 59 27 64261 68.0 437 56 28 23 300 67.6 537 11 11 4 51663 53.8 54 27 22 300 67.3
		40000		>3349 >313 - - 51613 - ≈1013 ≈113 - - 3522 74 925 17 17 7 44599 55.5 83 83 38 3720 72.6	>2465 >271 - - 53443 - 786 90 45 38 2567 73.8 813 14 7 4 44980 54.0 76 38 31 2694 74.1	≈2465 >230 - - 55235 - 657 78 39 32 1587 72.4 719 13 13 5 45823 58.4 71 71 65 1640 81.5	≈2000 ≈187 - - 56984 81 539 67 67 61 581 78.9 602 11 11 4 44002 53.8 61 61 28 618 68.2	≈1591 ≈149 - - 58688 78 477 61 61 28 300 68.2 569 11 11 4 46784 53.8 58 29 24 300 69.4	≈1326 ≈124 - - 60344 78 461 59 59 27 300 68.0 552 11 11 4 48227 53.8 56 28 23 300 67.6	1087 102 51 44 61950 72.9 454 58 29 24 300 69.4 552 11 11 4 48581 53.8 56 28 23 300 67.6	929 87 87 40 63503 74.7 437 56 28 23 300 67.6 537 13 13 5 53113 58.4 52 26 21 300 68.1	811 76 38 31 65002 74.1 437 56 28 23 300 67.6 537 11 11 4 51661 53.8 54 27 22 300 67.3
			$D, \text{ км}$	37000	38000	39000	40000	41000	42000	43000	44000	45000

Таблица 3 – Оптимальные варианты орбитальных построений двухъярусных СС ( $L=1, \beta=35^0$ )

$H_1, \text{км}$ $H_2, \text{км}$	15000	16000	17000	18000	19000	20000	21000	22000	23000	24000				
28000	823 78 39 32 42783 72.4 383 49 49 22 300 67.7 473 11 11 4 32511 53.8 46 23 18 300 67.4	653 62 31 26 44115 68.6 367 47 47 21 300 66.5 462 10 10 7 32627 47.9 46 23 18 300 67.4	516 49 49 22 45347 67.7 359 46 23 18 300 67.4 457 11 11 4 35067 53.8 44 22 17 300 65.6	431 41 41 18 46476 65.4 343 44 22 17 300 65.6 450 11 11 4 36863 53.8 43 43 19 300 68.1	380 36 18 13 47504 68.5 336 43 43 19 300 68.1 443 11 11 4 38305 53.8 42 21 16 300 69.2	339 32 32 28 48434 73.8 329 42 21 16 300 69.2 434 11 11 4 40025 53.8 41 41 18 300 65.4	283 27 9 5 49267 59.9 320 41 41 18 300 65.4 434 11 11 4 41091 53.8 41 41 18 300 65.4	241 23 23 14 50008 58.7 320 41 41 18 300 65.4 434 11 11 4 42772 53.8 41 41 18 300 65.4	210 20 10 7 50661 56.8 320 41 41 18 300 65.4 434 11 11 4 44521 53.8 41 41 18 300 65.4	178 17 17 7 51232 55.5 305 39 39 17 300 68.8 433 13 13 5 48068 58.4 38 19 14 300 67.3				
	30000	~1183 ~112 - 43448 74 418 52 26 21 755 68.1 507 13 13 5 35058 58.4 46 23 18 842 67.4	910 86 43 36 44917 74.3 367 47 47 21 300 66.5 462 10 10 7 32626 47.9 46 23 18 300 67.4	756 71 71 65 46294 81.5 359 46 23 18 300 67.4 457 11 11 4 35069 53.8 44 22 17 300 65.6	590 56 28 23 47575 67.6 343 44 22 17 300 65.6 450 11 11 4 36862 53.8 43 43 19 300 68.1	485 46 23 18 48761 67.4 336 43 43 19 300 68.1 443 11 11 4 38305 53.8 42 21 16 300 69.2	432 41 41 18 49851 65.4 329 42 21 16 300 69.2 434 11 11 4 40026 53.8 41 41 18 300 65.4	381 36 18 13 50847 68.5 320 41 41 18 300 65.4 434 11 11 4 41092 53.8 41 41 18 300 65.4	326 31 31 9 51751 60.9 320 41 41 18 300 65.4 434 11 11 4 42772 53.8 41 41 18 300 65.4	273 26 26 16 52566 59.5 320 41 41 18 300 65.4 434 11 11 4 44450 53.8 41 41 18 300 65.4	242 23 23 14 53295 58.7 305 39 39 17 300 68.8 433 13 13 5 48025 58.4 38 19 14 300 67.3			
		32000	~1763 ~166 - 43950 81 646 73 73 67 2772 80.8 680 18 6 2 37212 56.6 56 28 23 2977 67.6	~1337 ~126 - 45535 78 499 59 59 27 1808 68.0 568 13 13 5 36513 58.4 51 51 23 1905 66.8	1017 96 48 41 47037 74.5 388 48 24 19 808 68.7 485 11 11 4 35547 53.8 46 23 18 830 67.4	826 78 39 32 48452 72.4 343 44 22 17 300 65.6 450 11 11 4 36865 53.8 43 43 19 300 68.1	692 65 65 59 49778 79.6 336 43 43 19 300 68.1 443 11 11 4 38305 53.8 42 21 16 300 69.2	550 52 26 21 51014 68.1 329 42 21 16 300 69.2 434 11 11 4 40025 53.8 41 41 18 300 65.4	464 44 22 17 52159 65.6 320 41 41 18 300 65.4 434 11 11 4 41092 53.8 41 41 18 300 65.4	413 39 39 17 53215 68.8 320 41 41 18 300 65.4 434 11 11 4 42773 53.8 41 41 18 300 65.4	372 35 35 31 54182 74.7 320 41 41 18 300 65.4 434 11 11 4 44450 53.8 41 41 18 300 65.4	316 30 10 6 55064 60.6 305 39 39 17 300 68.8 433 13 13 5 48025 58.4 38 19 14 300 67.3		
			34000	>2621 >246 - 44320 - 911 99 99 46 4714 73.5 874 14 7 4 35778 54.0 79 79 36 4917 72.9	~1989 ~187 - 46003 81 713 79 79 36 3800 72.9 755 17 17 7 38428 55.5 64 32 27 4010 68.5	~1476 ~139 - 47612 77 586 66 66 6 2853 81.3 635 17 17 7 40150 55.5 52 26 21 3025 68.1	1134 107 107 50 49143 73.8 441 52 26 21 1870 68.1 547 11 11 4 37002 53.8 51 51 23 1892 66.8	913 86 43 36 50592 74.3 372 46 23 18 853 67.4 470 11 11 4 38476 53.8 44 22 17 866 65.6	768 72 72 66 51958 79.3 329 42 21 16 300 69.2 434 11 11 4 40027 53.8 41 41 18 300 65.4	624 59 59 27 53239 68.0 320 41 41 18 300 65.4 434 11 11 4 41093 53.8 41 41 18 300 65.4	519 49 49 22 54434 67.7 320 41 41 18 300 65.4 434 11 11 4 42774 53.8 41 41 18 300 65.4	445 42 21 16 55543 69.2 320 41 41 18 300 65.4 434 11 11 4 44451 53.8 41 41 18 300 65.4	392 37 37 16 56568 66.4 305 39 39 17 300 68.8 433 13 13 5 48025 58.4 38 19 14 300 67.3	
				36000	>3368 >316 - 44587 - ~1406 ~148 - 6600 78 1076 22 22 6 38371 58.3 89 89 41 7008 74.1	>2785 >261 - 46352 - 1020 109 109 51 5725 73.7 938 17 17 7 38407 55.5 81 81 37 5992 74.2	>2200 >206 - 48051 - 783 85 85 39 4823 73.6 824 14 7 4 38663 54.0 73 73 67 4990 80.8	~1627 ~153 - 49681 78 655 72 72 66 3889 79.3 696 14 7 4 40239 54.0 61 61 28 4026 68.2	~1267 ~119 - 51238 78 518 59 59 27 2923 68.0 594 13 13 5 41005 58.4 52 26 21 3009 68.1	~1267 ~119 - 51238 78 518 59 59 27 2923 68.0 594 13 13 5 41005 58.4 52 26 21 3009 68.1	839 94 47 40 52718 73.3 416 49 49 22 1925 67.7 523 11 11 4 40171 53.8 48 24 19 1940 68.7	899 79 79 36 54119 72.9 349 43 43 19 893 68.1 463 11 11 4 41093 53.8 43 43 19 893 68.1	715 67 67 61 55440 78.9 320 41 41 18 300 65.4 434 11 11 4 42774 53.8 41 41 18 300 65.4	572 54 27 22 56680 67.3 320 41 41 18 300 65.4 434 11 11 4 44451 53.8 41 41 18 300 65.4
38000					>4040 >379 - 44773 - ~2262 >232 - 8448 - 1330 37 37 16 40607 66.4 97 97 45 9121 72.7	>3489 >327 - 46605 - ~1537 ~160 - 7601 77 1138 26 26 16 40808 59.5 90 45 38 8084 73.8	>2938 >275 - 48380 - ~1133 ~119 - 6733 78 996 17 17 7 40193 55.5 86 43 36 7022 74.3	>2374 >222 - 50094 - 871 93 93 43 5841 72.8 881 16 8 5 41079 56.5 76 38 31 6056 74.1	~1793 ~168 - 51743 81 719 78 39 32 4920 72.4 768 17 17 7 43186 55.5 64 32 27 5120 68.5	~1419 ~133 - 53323 80 602 66 66 6 3969 81.3 652 14 7 4 43222 54.0 56 28 23 4082 67.6	1106 104 52 45 54831 73.6 475 54 27 22 2986 67.3 572 11 11 4 41505 53.8 52 26 21 2996 68.1	904 85 85 39 56265 73.6 391 46 23 18 1972 67.4 506 11 11 4 42775 53.8 46 23 18 1972 67.4	781 73 73 67 57622 80.8 372 41 41 18 928 65.4 447 11 11 4 44452 53.8 41 41 18 928 65.4	647 61 61 28 58902 68.2 305 39 39 17 300 68.8 433 13 13 5 48027 58.4 38 19 14 300 67.3
	40000				>4658 >437 - 44894 - >3166 >320 - 10281 - 1633 52 26 21 41847 68.1 110 55 48 11182 74.9	>4130 >387 - 46782 - >2409 >245 - 9444 - 1397 36 18 13 42221 68.5 104 52 45 10127 73.6	>3600 >337 - 48620 - ~1713 ~176 - 8600 81 1205 26 26 16 42514 59.5 96 48 41 9105 74.5	>3069 >287 - 50406 - ~1267 ~131 - 7739 83 1049 22 22 6 43317 58.3 85 85 39 8134 73.6	>2537 >237 - 52134 - 950 100 50 43 6855 74.0 934 20 10 7 44343 56.8 76 38 31 7168 74.1	~1997 ~187 - 53800 81 778 83 83 38 5945 72.6 832 17 17 7 44860 55.5 69 69 63 6163 82.3	~1536 ~144 - 55401 78 651 70 70 64 5007 79.9 716 19 19 5 47318 57.4 56 28 23 5221 67.6	~1202 ~113 - 56934 74 533 59 59 27 4039 68.0 617 14 7 4 46368 54.0 52 26 21 4138 68.1	990 93 93 43 58396 72.8 449 51 51 23 3041 66.8 552 14 7 4 47769 54.0 46 23 18 3115 67.4	841 79 79 36 59786 72.9 374 44 22 17 2014 65.6 503 13 13 5 47584 58.4 43 43 19 2039 68.1
		$D, \text{км}$			30000	31000	32000	33000	34000	35000	36000	37000	38000	39000

Таблица 4 – Оптимальные варианты орбитальных построений двухъярусных СС ( $L=1, \beta=40^\circ$ )

$H_1, \text{км}$ $H_2, \text{км}$	17000	18000	19000	20000	21000	22000	23000	24000	25000	26000		
28000	700 66 66 6 40840 81.3 369 43 43 19 2161 68.1 474 11 11 4 30053 53.8 42 21 16 2164 69.2	515 49 49 22 41907 67.7 304 37 37 16 1147 66.4 431 13 13 5 32644 58.4 36 18 13 1178 68.5	430 41 41 18 42850 65.4 265 34 17 12 3006 66.2 395 13 13 5 33203 58.4 33 33 29 3007 6.8	379 36 18 13 43676 68.5 260 33 33 29 3007 6.8 386 14 7 4 37070 54.0 31 31 9 3006 0.9	314 30 10 6 44390 60.6 252 32 32 28 3007 3.8 376 13 13 5 37250 58.4 31 31 9 3006 0.9	272 26 26 16 45001 59.5 241 31 31 9 3006 0.9 368 13 13 5 38914 58.4 30 10 6 3006 0.6	230 22 22 6 45515 58.3 233 30 10 6 3006 0.6 368 13 13 5 39299 58.4 30 10 6 3006 0.6	199 19 19 5 45940 57.4 233 30 10 6 3006 0.6 368 13 13 5 40824 58.4 30 10 6 3006 0.6	178 17 17 7 46286 55.5 233 30 10 6 3006 0.6 369 13 13 5 42350 58.4 30 10 6 3006 0.6	700 66 66 6 40840 81.3 369 43 43 19 2161 68.1 474 11 11 4 30053 53.8 42 21 16 2164 69.2		
	30000	970 92 46 39 41792 72.4 507 56 28 23 4169 67.6 606 13 13 5 31530 58.4 52 26 21 4245 68.1	775 73 73 67 43034 80.8 407 46 23 18 3227 67.4 524 13 13 5 32740 58.4 44 22 17 3276 65.6	589 56 28 23 44156 67.6 352 41 41 18 2238 65.4 470 13 13 5 33552 58.4 39 39 17 2254 68.8	484 46 23 18 45161 67.4 297 36 18 13 1205 68.5 425 13 13 5 35413 58.4 35 35 31 1224 74.7	411 39 39 17 46053 68.8 253 32 32 28 3757 3.8 388 13 13 5 36147 58.4 32 32 28 3757 3.8	358 34 17 12 46836 66.2 241 31 31 9 3006 0.9 368 13 13 5 38914 58.4 30 10 6 3006 0.6	315 30 10 6 47516 60.6 233 30 10 6 3006 0.6 368 13 13 5 39229 58.4 30 10 6 3006 0.6	263 25 25 7 48101 61.2 233 30 10 6 3006 0.6 368 13 13 5 40769 58.4 30 10 6 3006 0.6	231 22 22 6 48597 58.3 233 30 10 6 3006 0.6 369 13 13 5 42378 58.4 30 10 6 3006 0.6	970 92 46 39 41792 72.4 507 56 28 23 4169 67.6 606 13 13 5 31530 58.4 52 26 21 4245 68.1	
		32000	~1493 ~141 - - 42520 78 742 79 79 36 6086 72.9 771 19 19 5 35001 57.4 61 61 28 6411 68.2	1089 103 103 48 43919 74.7 591 64 32 27 5205 68.5 648 16 8 5 35261 56.5 52 26 21 5408 68.1	846 80 40 33 45206 73.5 463 51 51 23 4282 66.8 562 13 13 5 34760 58.4 47 47 21 4358 66.5	691 65 65 59 46379 79.6 382 43 43 19 3316 68.1 499 13 13 5 36048 58.4 41 41 18 3369 65.4	537 51 51 23 47440 66.8 327 38 19 14 2307 67.3 454 13 13 5 36629 58.4 37 37 16 2321 66.4	444 42 21 16 48391 69.2 280 34 17 12 1255 66.2 411 13 13 5 38875 58.4 33 33 29 1280 76.8	390 37 37 16 49237 66.4 244 31 31 9 5006 0.9 373 13 13 5 40664 58.4 30 10 6 564 60.6	351 33 33 29 49983 76.8 233 30 10 6 3006 0.6 368 13 13 5 40769 58.4 30 10 6 3006 0.6	307 29 29 25 50634 72.9 233 30 10 6 3006 0.6 369 13 13 5 42309 58.4 30 10 6 3006 0.6	~1493 ~141 - - 42520 78 742 79 79 36 6086 72.9 771 19 19 5 35001 57.4 61 61 28 6411 68.2
			34000	>2353 >221 - - 43062 - 1058 110 55 48 7933 74.9 969 19 19 5 35015 57.4 80 40 33 8319 73.5	~1643 ~155 - - 44600 78 810 85 85 39 7101 73.6 839 22 22 6 37435 58.3 64 32 27 7511 68.5	~1196 ~113 - - 46034 74 663 70 70 64 6234 79.9 703 17 17 7 37178 55.5 56 28 23 6475 67.6	956 88 44 37 47360 107.0 518 56 28 23 5328 67.6 599 14 7 4 37282 54.0 49 49 22 5460 67.7	766 72 72 66 48579 79.3 418 46 23 18 4382 67.4 535 13 13 5 37381 58.4 44 22 17 4432 65.6	591 56 28 23 49690 67.6 364 41 41 18 3395 65.4 483 13 13 5 38901 58.4 39 39 17 3435 68.8	486 46 23 18 50696 67.4 311 36 18 13 2367 68.5 446 13 13 5 39230 58.4 36 18 13 2367 68.5	433 41 41 18 51601 65.4 275 33 33 29 1299 76.8 402 13 13 5 41539 58.4 32 32 28 1314 73.8	381 36 18 13 52407 68.5 238 30 10 6 625 60.6 374 13 13 5 42309 58.4 30 10 6 625 60.6
36000				>3216 >302 - - 43452 - ~1650 ~168 - - 9730 81 1182 26 26 16 36785 59.5 93 93 43 10344 72.8	>2537 >238 - - 45109 - ~1169 ~120 - - 8934 78 1015 20 10 7 37049 56.8 83 83 38 9377 72.6	~1830 ~172 - - 46672 81 867 90 45 38 8112 73.8 888 20 10 7 38555 56.8 70 70 64 8507 79.9	~1366 ~128 - - 48136 83 716 75 75 34 7257 73.4 752 20 10 7 40318 56.8 57 57 26 7621 68.1	1018 96 48 41 49499 74.5 573 61 61 28 6367 68.2 653 14 7 4 38580 54.0 54 27 22 6496 67.3	827 78 39 32 50759 72.4 454 49 49 22 5439 67.7 571 13 13 5 39144 58.4 47 47 21 5504 66.5	677 64 32 27 51916 68.5 392 43 43 19 4472 68.1 519 13 13 5 39874 58.4 42 21 16 4496 69.2	539 51 51 23 52973 66.8 348 39 39 17 3466 68.8 474 13 13 5 41146 58.4 38 19 14 3477 67.3	455 43 43 19 53931 68.1 305 35 35 31 2421 74.7 440 14 7 4 43839 54.0 34 17 12 2457 66.2
	38000			>4005 >376 - - 43718 - >2593 >260 - - 11502 - 1406 44 22 17 39683 65.6 95 95 44 12564 73.9	>3348 >314 - - 45477 - ~1821 ~184 - - 10725 81 1229 37 37 16 40438 66.4 85 85 39 11604 73.6	>2690 >252 - - 47152 - ~1291 ~131 - - 9934 83 1064 22 22 6 39170 58.3 85 85 39 10443 73.6	~2035 ~191 - - 48737 81 762 99 99 46 9120 73.5 935 22 22 6 40912 58.3 72 72 66 9599 79.3	~1478 ~139 - - 50229 77 643 79 79 36 8276 72.9 808 22 22 6 42638 58.3 60 20 14 8717 68.1	1125 106 53 46 51624 74.1 643 67 67 61 7399 78.9 695 19 19 5 42926 57.4 52 26 21 7705 68.1	903 85 85 39 52921 73.6 508 54 27 22 6487 67.3 607 14 7 4 41516 54.0 49 49 22 6599 67.7	747 70 70 64 54121 79.9 427 46 23 18 5538 67.4 544 13 13 5 42023 58.4 44 22 17 5590 65.6	593 56 28 23 55224 67.6 373 41 41 18 44552 65.4 503 14 7 4 44214 54.0 39 39 17 4617 68.8
		40000		>4719 >443 - - 43885 - >3556 >353 - - 13274 - 1778 64 32 27 40747 68.5 110 55 48 14584 74.9	>4095 >384 - - 45730 - >2729 >272 - - 12494 - 1461 42 21 16 41227 69.2 102 51 44 13556 72.9	>3459 >324 - - 47501 - ~1978 ~198 - - 11719 85 1274 36 18 13 41980 68.5 90 45 38 12607 73.8	>2843 >266 - - 49191 - ~1384 ~140 - - 10932 78 1112 26 26 16 41734 59.5 85 85 39 11556 73.6	>2214 >207 - - 50796 - 1039 106 53 46 10125 74.1 827 22 22 6 42470 58.3 76 38 31 10622 74.1	~1618 ~152 - - 52313 78 827 85 85 39 9291 73.6 863 23 23 14 44359 58.7 64 32 27 9766 68.5	~1226 ~115 - - 53738 78 690 71 71 65 8426 81.5 739 19 19 5 44546 57.4 56 28 23 8755 67.6	~1226 92 46 39 55070 72.4 562 59 59 27 7528 68.0 646 17 17 7 45315 55.5 49 49 22 7772 67.7	809 76 38 31 56308 74.1 462 49 49 22 6595 67.7 579 13 13 5 43527 58.4 47 47 21 6650 66.5
			$D, \text{км}$	27000	28000	29000	30000	31000	32000	33000	34000	35000

Таблица 5 – Оптимальные варианты орбитальных построений двухъярусных СС ( $L=1, \beta=45^\circ$ )

$H_{1,км}$ $H_{2,км}$	18000	19000	20000	21000	22000	23000	24000	25000	26000	27000		
28000	687 65 65 59 38398 79.6 455 49 49 22 5619 67.7 572 14 7 4 29156 54.0 46 23 18 5701 67.4	504 48 24 19 39263 68.7 375 41 41 18 4721 65.4 509 13 13 5 29510 58.4 41 41 18 4721 65.4	429 41 41 18 39990 65.4 323 36 18 13 3767 68.5 458 13 13 5 30925 58.4 36 18 13 3767 68.5	356 34 17 12 40590 66.2 269 31 31 9 2755 60.9 404 13 13 5 32339 58.4 31 31 9 2756 60.9	306 29 29 25 41075 72.9 217 26 26 16 1687 59.5 352 13 13 5 33753 58.4 26 26 16 1687 59.5	240 23 23 14 41458 58.7 173 22 22 6 562 58.3 308 13 13 5 35235 58.4 22 22 6 563 58.3	209 20 10 7 41751 56.8 170 22 22 6 300 58.3 305 13 13 5 36636 58.4 22 22 6 300 58.3	188 18 6 2 41966 56.6 170 22 22 6 300 58.3 300 14 7 4 39436 54.0 20 10 7 300 56.8	167 16 8 5 42112 56.5 170 22 22 6 300 58.3 290 13 13 5 39464 58.4 20 10 7 300 56.8	687 65 65 59 38398 79.6 455 49 49 22 5619 67.7 572 14 7 4 29156 54.0 46 23 18 5701 67.4		
	30000	979 93 93 43 39541 72.8 673 70 70 64 7480 79.9 723 20 10 7 32099 56.8 54 27 22 7863 67.3	762 72 72 66 40610 79.3 509 54 27 22 6655 67.3 611 17 17 7 32533 55.5 46 23 18 6905 67.4	567 54 27 22 41536 67.3 409 44 22 17 5780 65.6 537 14 7 4 32050 54.0 42 21 16 5859 69.2	452 43 43 19 42326 68.1 349 38 19 14 4852 67.3 483 13 13 5 32339 58.4 38 19 14 4852 67.3	389 37 37 16 42991 66.4 306 34 17 12 3870 66.2 434 13 13 5 34058 58.4 33 33 29 3885 76.8	338 32 32 28 43541 73.8 261 30 10 6 2834 60.6 396 13 13 5 35167 58.4 30 10 6 2834 60.6	272 26 26 16 43987 59.5 218 26 26 16 1744 59.5 353 13 13 5 36581 58.4 26 26 16 1744 59.5	230 22 22 6 44341 58.3 174 22 22 6 625 58.3 309 13 13 5 38064 58.4 22 22 6 628 58.3	199 19 19 5 44612 57.4 170 22 22 6 300 58.3 290 13 13 5 39464 58.4 20 10 7 300 56.8	979 93 93 43 39541 72.8 673 70 70 64 7480 79.9 723 20 10 7 32099 56.8 54 27 22 7863 67.3	
		32000	~1575 ~149 - - 40420 78 925 95 95 44 9260 73.9 926 23 23 14 33096 58.7 70 70 64 9816 79.9	1097 104 52 45 41682 73.6 725 75 75 34 8493 73.4 766 19 19 5 33474 57.4 59 59 27 8885 68.0	834 79 79 36 42802 72.9 563 59 59 27 7684 68.0 655 18 6 2 34185 56.6 49 49 22 7967 67.7	642 61 61 28 43783 68.2 444 47 47 21 6829 66.5 569 13 13 5 32557 58.4 46 23 18 6845 67.4	494 47 47 21 44632 66.5 382 41 41 18 5924 65.4 510 14 7 4 34819 54.0 39 39 17 5992 68.8	431 41 41 18 45358 65.4 331 36 18 13 4969 68.5 466 13 13 5 35168 58.4 36 18 13 4969 68.5	371 35 35 31 45969 74.7 290 32 32 28 3962 73.8 423 14 7 4 37157 54.0 31 31 9 3987 60.9	315 30 10 6 46476 60.6 235 27 9 5 2904 59.9 371 13 13 5 37996 58.4 27 9 5 2904 59.9	273 26 26 16 46889 59.5 193 23 23 14 1796 58.7 328 13 13 5 39410 58.4 23 23 14 1796 58.7	~1575 ~149 - - 40420 78 925 95 95 44 9260 73.9 926 23 23 14 33096 58.7 70 70 64 9816 79.9
			34000	>2573 >242 - - 41066 - ~1434 ~145 - - 10984 78 1122 27 9 5 34063 59.9 85 85 39 11727 73.6	~1725 ~163 - - 42507 77 1011 103 103 48 10259 74.7 966 22 22 6 34463 58.3 75 75 34 10818 73.4	~1194 ~113 - - 43809 74 780 80 40 33 9502 73.5 813 22 22 6 36244 58.3 60 20 14 10053 68.1	899 85 85 39 44974 73.6 633 65 65 59 98707 79.6 690 19 19 5 36565 57.4 51 51 23 9093 66.8	723 68 68 62 46006 80.5 487 51 51 23 7869 66.8 605 14 7 4 35106 54.0 48 24 19 7976 68.7	548 52 26 21 46910 68.1 407 43 43 19 6985 68.1 533 14 7 4 36633 54.0 41 41 18 7086 65.4	454 43 43 19 47693 68.1 355 38 19 14 6054 67.3 490 13 13 5 36582 58.4 38 19 14 6054 67.3	390 37 37 16 48363 66.4 313 34 17 12 5074 66.2 448 13 13 5 37997 58.4 34 17 12 5074 66.2	351 33 33 29 48928 76.8 269 30 10 6 4045 60.6 405 13 13 5 39411 58.4 30 10 6 4045 60.6
36000				>3531 >332 - - 41516 - >2360 >235 - - 12679 - 1349 41 41 18 36560 65.4 92 46 39 13884 72.4	>2736 >257 - - 43115 - ~1542 ~155 - - 11976 78 1165 36 18 13 37555 68.5 79 79 36 13039 72.9	~1934 ~182 - - 44585 81 ~1535 ~155 - - 11256 78 1004 26 26 16 37273 59.5 74 37 30 12002 72.8	~1364 ~128 - - 45923 83 835 85 85 39 10508 73.6 861 27 9 5 39020 59.9 59 59 27 11231 68.0	984 93 93 43 47131 72.8 687 70 70 64 9725 79.9 733 18 6 2 37505 56.6 56 28 23 10078 67.6	794 75 75 34 48209 73.4 541 56 28 23 8902 67.6 638 14 7 4 36699 54.0 51 51 23 9029 66.8	613 58 29 24 49164 69.4 440 46 23 18 8037 67.4 566 14 7 4 37553 54.0 44 22 17 8108 65.6	486 46 23 18 50000 67.4 388 41 41 18 7127 65.4 516 14 7 4 38777 54.0 39 39 17 7176 68.8	432 41 41 18 50725 65.4 338 36 18 13 6171 68.5 473 13 13 5 39411 58.4 36 18 13 6171 68.5
	38000			>4414 >415 - - 41802 - >3381 >334 - - 14375 - 1625 49 49 22 37601 67.7 110 55 48 15821 74.9	>3642 >342 - - 43540 - >2483 >246 - - 13668 - 1374 41 41 18 38393 65.4 94 47 40 14940 73.3	>2879 >270 - - 45159 - ~1186 ~166 - - 12966 81 1200 37 37 16 39413 66.4 81 81 37 14103 74.2	>2134 >200 - - 46656 - ~1186 ~119 - - 12251 78 1037 23 23 14 38088 58.7 80 40 33 12926 73.5	~1476 ~139 - - 48027 77 890 90 45 38 11511 73.8 904 26 26 16 40530 59.5 64 32 27 12260 68.5	1081 102 51 44 49273 72.9 1078 74 37 30 10738 72.8 771 23 23 14 41253 58.7 54 27 22 11344 67.3	848 80 40 33 50395 73.5 575 59 59 27 9929 68.0 674 16 8 5 39194 56.5 52 26 21 10156 68.1	704 66 66 6 51397 81.3 474 49 49 22 9080 67.7 591 14 7 4 39426 54.0 46 23 18 9190 67.4	539 51 51 23 52283 66.8 413 43 43 19 8190 68.1 538 14 7 4 40403 54.0 41 41 18 8257 65.4
		40000		>5223 >491 - - 41954 - >4486 >440 - - 16121 - 2163 99 99 46 39675 73.5 110 55 48 18113 74.9	>4484 >421 - - 43811 - >3477 >342 - - 15367 - 1662 52 26 21 39615 68.1 110 55 48 16918 74.9	>3743 >351 - - 45562 - >2605 >257 - - 14658 - 1400 44 22 17 40662 65.6 93 93 43 16084 72.8	>3021 >283 - - 47200 - ~1813 ~180 - - 13956 81 1073 37 37 16 41306 66.4 83 83 38 15172 72.6	>2297 >215 - - 48721 - ~1298 ~129 - - 13245 83 942 26 26 16 40485 59.5 80 40 33 14057 73.5	~1606 ~151 - - 50122 78 955 96 48 41 12511 74.5 942 23 23 14 41328 58.7 70 70 64 13196 79.9	~1189 ~112 - - 51403 74 772 78 39 32 11748 72.4 811 19 19 5 41539 57.4 62 31 26 12247 68.6	~1189 86 43 36 52565 74.3 643 65 65 59 10951 79.6 699 18 6 2 42281 56.6 52 26 21 11341 68.1	759 71 71 65 53610 81.5 507 52 26 21 10117 68.1 624 14 7 4 40802 54.0 49 49 22 10229 67.7
			$D,км$	24000	25000	26000	27000	28000	29000	30000	31000	32000

### 3.4. Сравнительный анализ возможностей двухъярусных и одноярусных орбитальных построений

Рассмотрим несколько характерных примеров решения оптимизационной задачи для двухъярусного и одноярусных вариантов орбитального построения СС непрерывного обзора заданного сферического слоя.

Как и при составлении каталога, рассмотрим два способа одноярусного построения системы:

*нижний одноярусный вариант* – одноярусное построение системы под сферическим слоем с направленными вверх конусами обзора спутников,

*верхний одноярусный вариант* – одноярусное построение системы над сферическим слоем с направленными вниз конусами обзора спутников.

#### Пример 1

(высокий сферический слой)

##### Исходные данные

- кратность обзора  $L=1$
- высота нижней границы сферического слоя  $H_1 = 30\,000$  км
- высота верхней границы сферического слоя  $H_2 = 40\,000$  км
- угол полураствора бортовой аппаратуры  $\beta = 35^\circ$
- дальность обзора  $D = 35\,000$  км

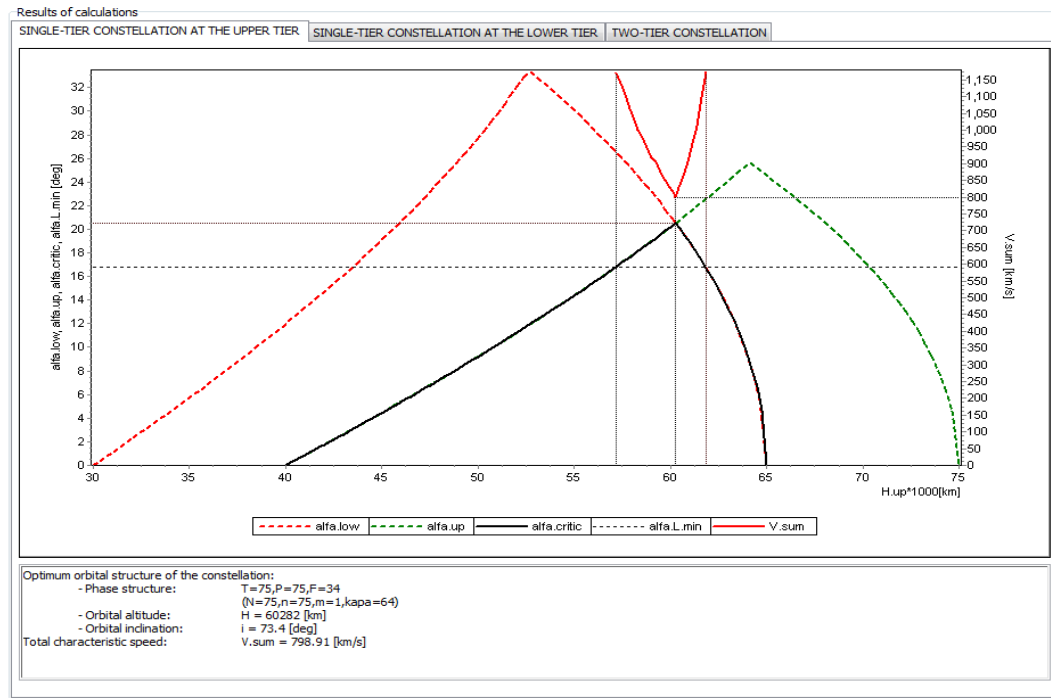
##### Результаты оптимизации

1. Верхний одноярусный вариант – СХС:  $V=798.91$  км/с

Фазовая структура:  $T=75; P=75; F=34$  ( $N=75; n=75; m=1; \omega=64$ )

Высота орбит:  $H = 60\,282$  км

Наклонение орбиты:  $i = 73.4^\circ$

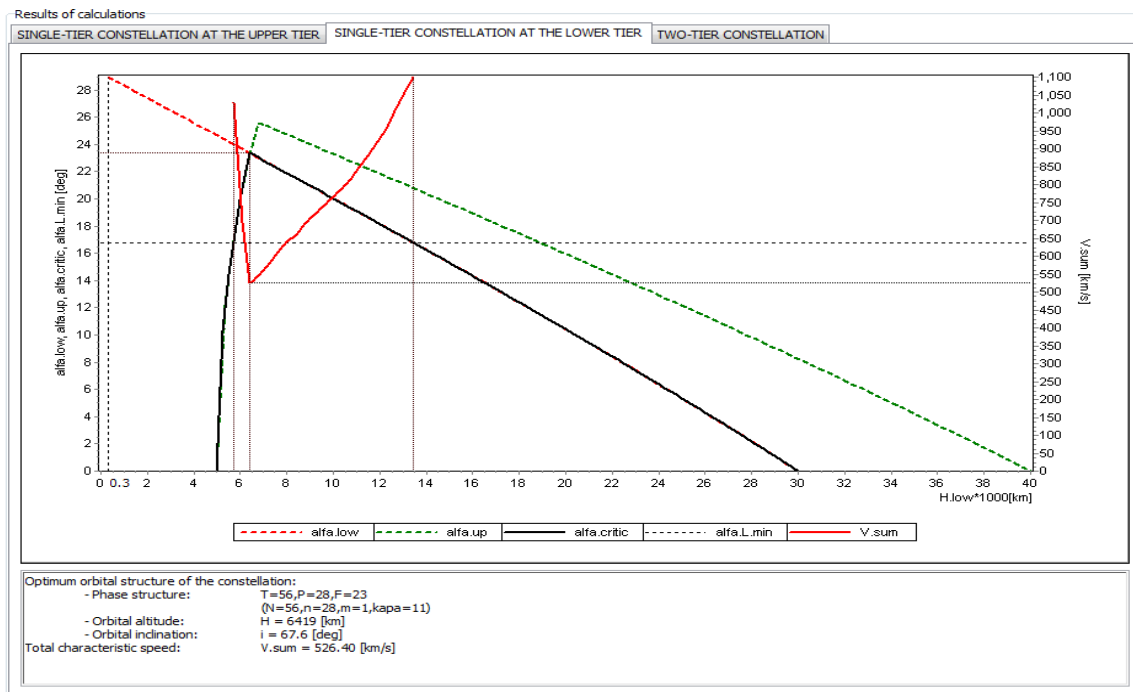


2. Нижний одноярусный вариант – СХС:  $V = 526.40$  км/с

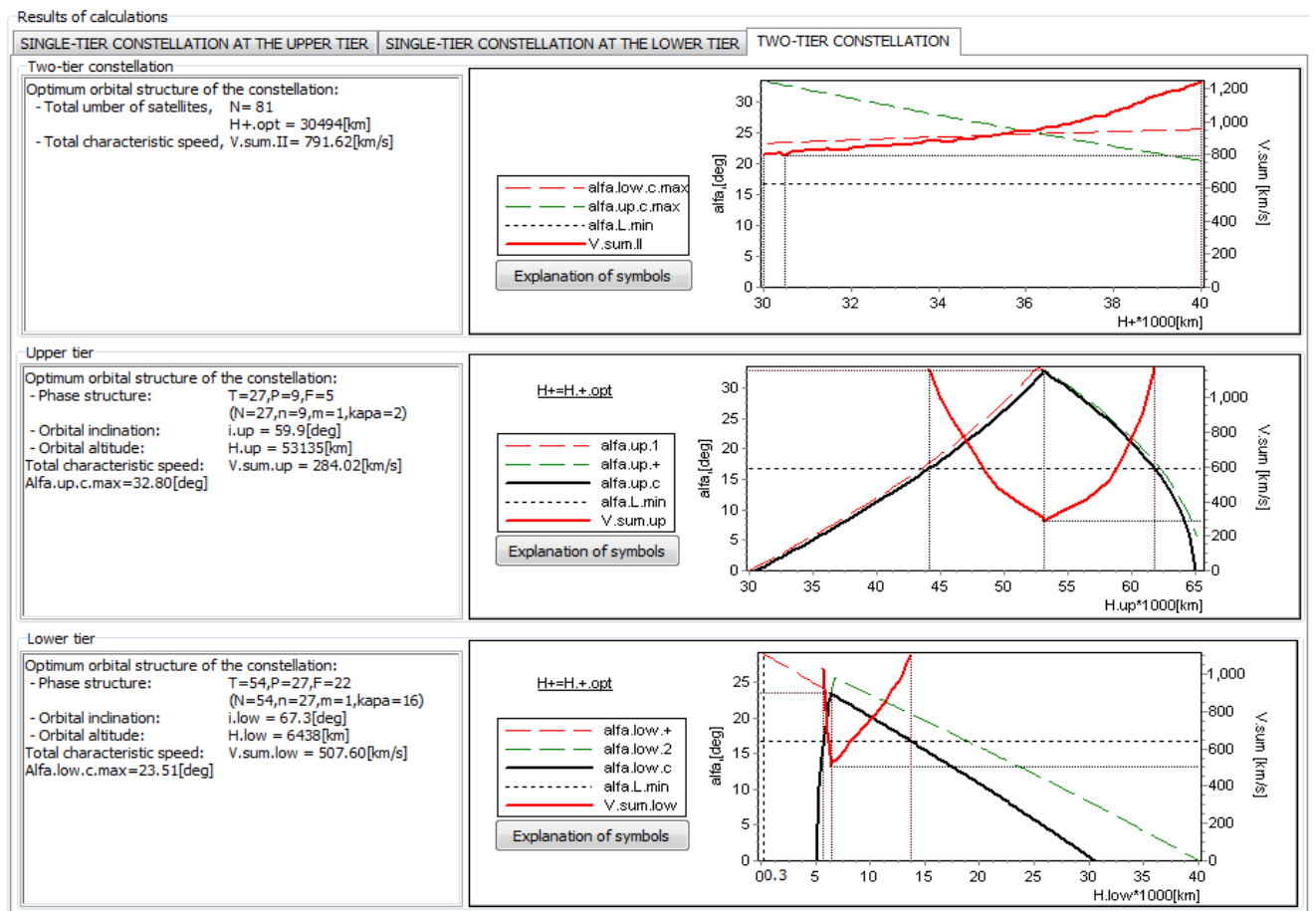
Фазовая структура:  $T = 56; P = 28; F = 23$  ( $N = 56; n = 28; m = 1; \alpha = 11$ )

Высота орбит:  $H = 6419$  км

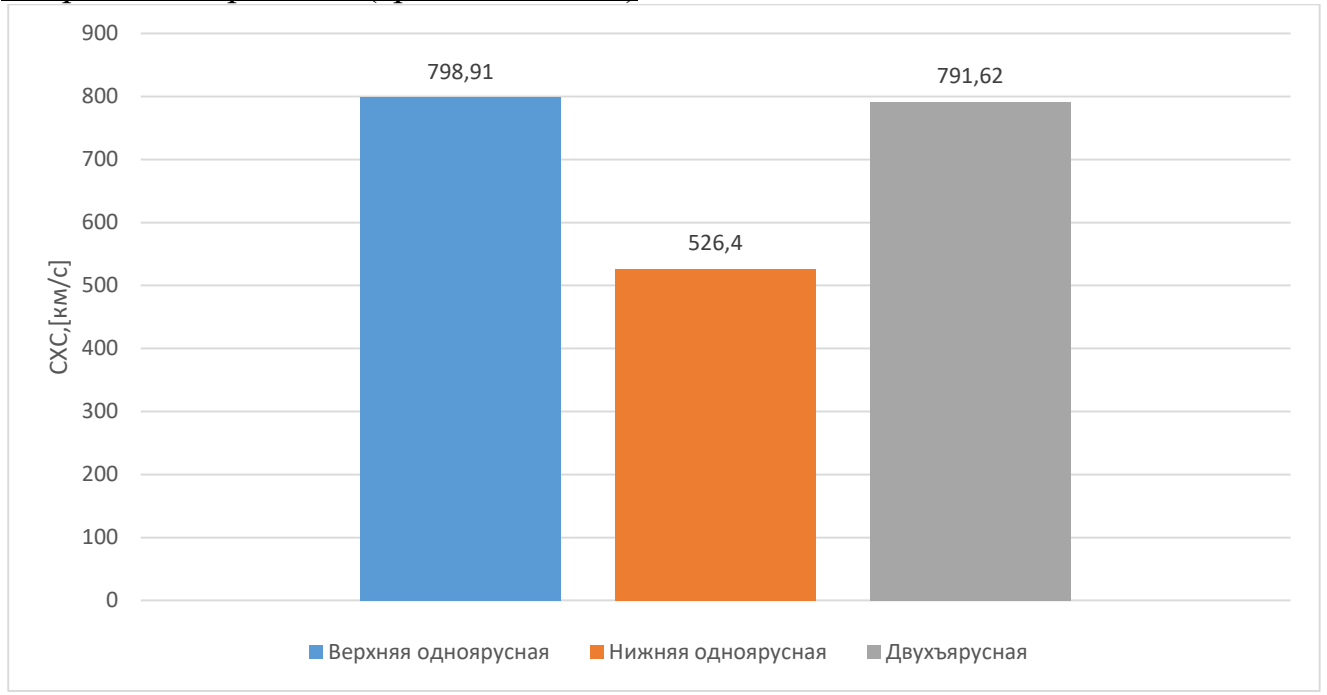
Наклонение орбит:  $i = 67.6^\circ$





3. Двухъярусный вариант – СХС:  $\Sigma V = 791.62$  км/с*Верхний ярус*СХС:  $V_{up} = 284.02$  км/сФазовая структура:  $T = 27; P = 9; F = 5$  ( $N = 27; n = 9; m = 1; \alpha = 2$ )Высота орбит:  $H_{up} = 53135$  кмНаклонение орбит:  $i_{up} = 59.9^\circ$ *Нижний ярус*СХС:  $V_{low} = 507.60$  км/сФазовая структура:  $T = 54; P = 27; F = 22$  ( $N = 54; n = 27; m = 1; \alpha = 16$ )Высота орбит:  $H_{low} = 6438$  кмНаклонение орбит:  $i_{low} = 67.3^\circ$ 

## Энергетика вариантов (сравнение СХС)



### Пример 2

(низкий узкий сферический слой)

#### Исходные данные

- кратность обзора  $L=1$
- высота нижней границы сферического слоя  $H_1 = 6\,000$  км
- высота верхней границы сферического слоя  $H_2 = 7\,000$  км
- угол полураствора бортовой аппаратуры  $\beta = 35^\circ$
- дальность обзора  $D = 16\,000$  км

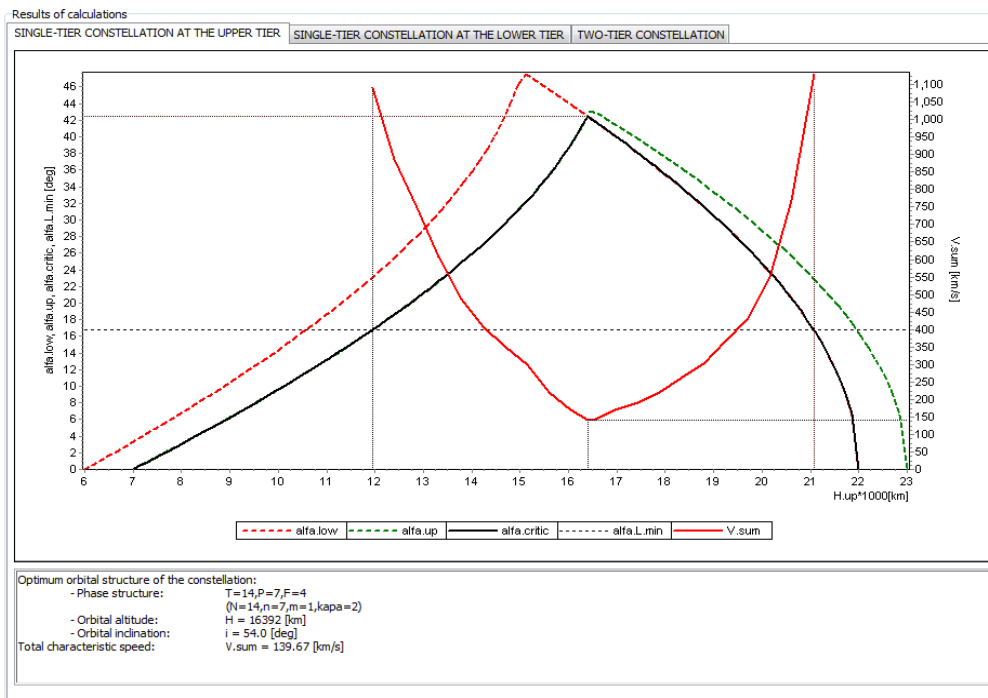
#### Результаты оптимизации

1. Верхний одноярусный вариант – СХС:  $V = 139.67$  км/с

Фазовая структура:  $T = 14; P = 7; F = 4$  ( $N = 14; n = 7; m = 1; \alpha = 2$ )

Высота орбит:  $H = 16\,392$  км

Наклонение орбит:  $i = 54.0^\circ$

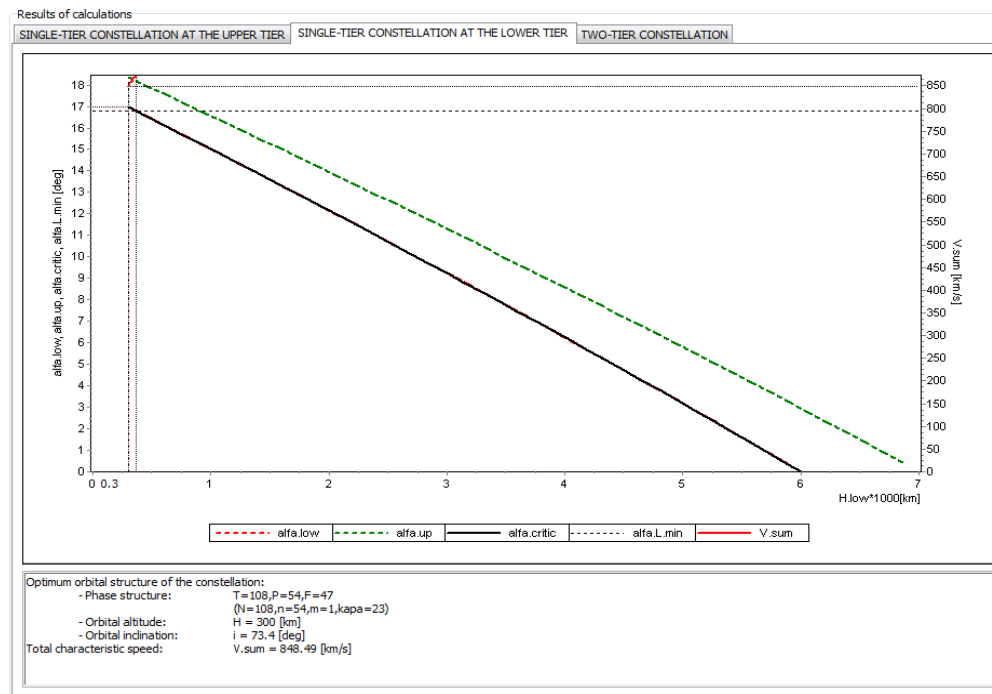


2. Нижний одноярусный вариант – СХС:  $V = 848.49$  км/с

Фазовая структура:  $T = 108; P = 54; F = 47$  ( $N = 108; n = 54; m = 1; \alpha = 23$ )

Высота орбит:  $H = 300$  км

Наклонение орбит:  $i = 73.4^\circ$

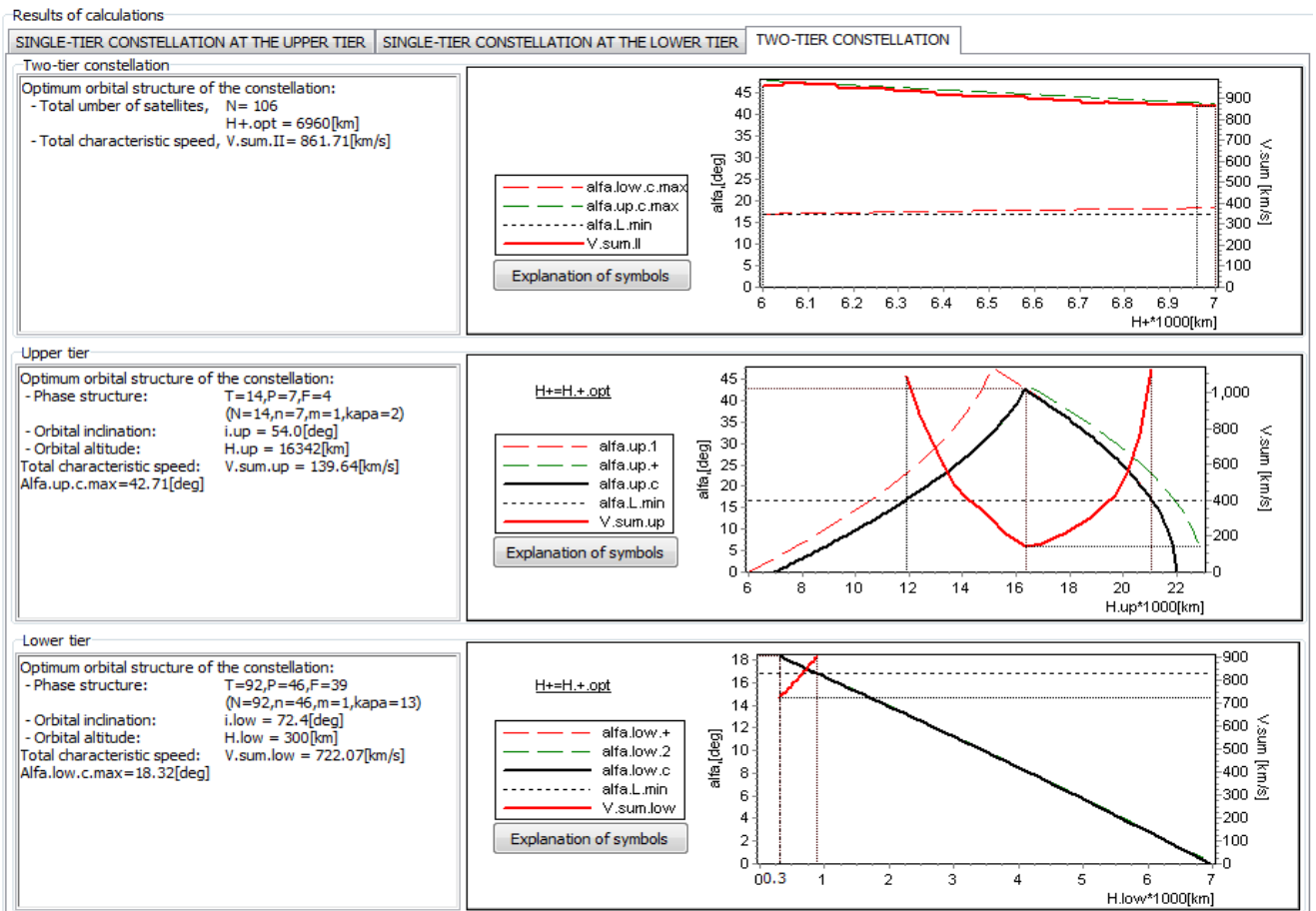


3. Двухъярусный вариант – СХС:  $\Sigma V = 861.71$  км/с

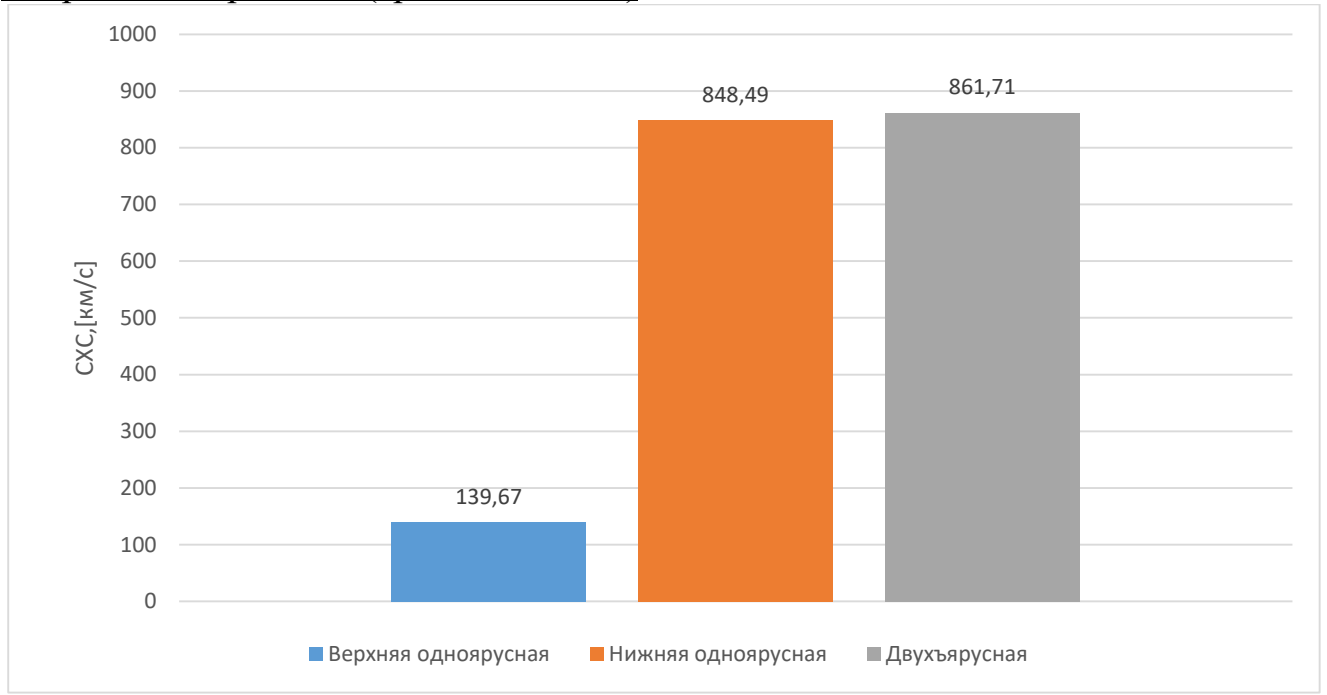
Верхний ярус

СХС:  $V_{up} = 139.64$  км/сФазовая структура:  $T = 14; P = 7; F = 4$  ( $N = 14; n = 7; m = 1; \alpha = 2$ )Высота орбит:  $H_{up} = 16\,342$  кмНаклонение орбит:  $i_{up} = 54.0^\circ$ 

Нижний ярус

СХС:  $V_{low} = 722.07$  км/сФазовая структура:  $T = 92; P = 46; F = 39$  ( $N = 92; n = 46; m = 1; \alpha = 13$ )Высота орбит:  $H_{low} = 300$  кмНаклонение орбит:  $i_{low} = 72.4^\circ$ 

## Энергетика вариантов (сравнение СХС)



### Пример 3

(средневысотный сферический слой)

#### Исходные данные

- кратность обзора  $L=1$
- высота нижней границы сферического слоя  $H_1 = 7\,000$  км
- высота верхней границы сферического слоя  $H_2 = 15\,000$  км
- угол полураствора бортовой аппаратуры  $\beta = 35^\circ$
- дальность обзора  $D = 19\,000$  км

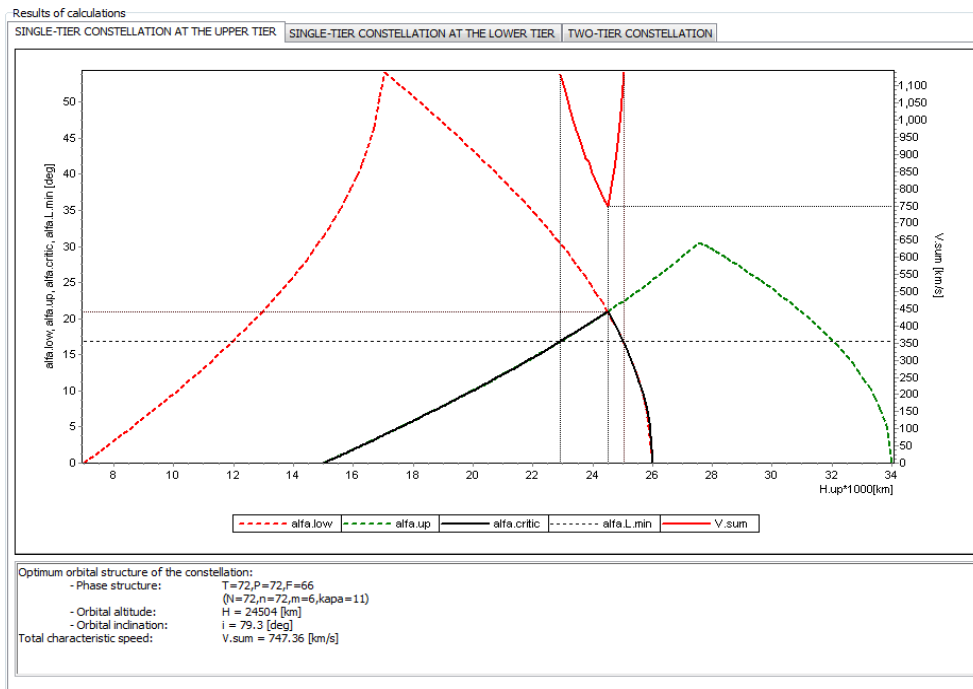
#### Результаты оптимизации

1. Верхний одноярусный вариант – СХС:  $V = 747.36$  км/с

Фазовая структура:  $T = 72; P = 72; F = 66$  ( $N = 72; n = 72; m = 6; \alpha = 11$ )

Высота орбит:  $H = 24\,504$  км

Наклонение орбит:  $i = 79.3^\circ$

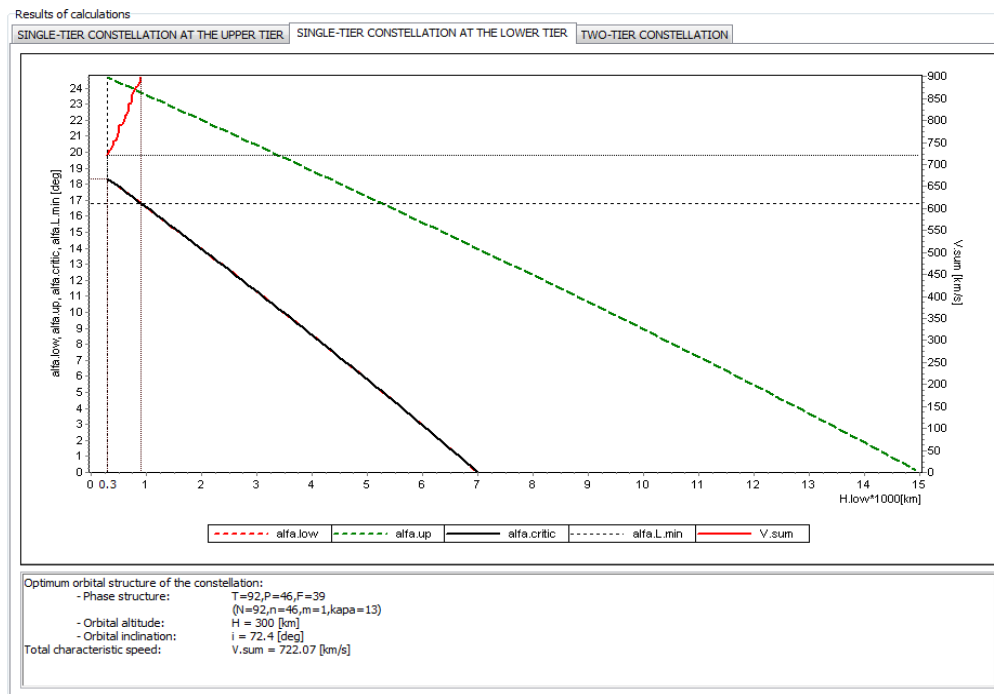


2. Нижний одноярусный вариант – СХС:  $V = 722.07$  км/с

Фазовая структура:  $T = 92; P = 46; F = 39$  ( $N = 92; n = 46; m = 1; \alpha = 13$ )

Высота орбит:  $H = 300$  км

Наклонение орбит:  $i = 72.4^\circ$



3. Двухъярусный вариант – СХС:  $\Sigma V = 715.51$  км/с

*Верхний ярус*

СХС:  $V_{up} = 161.99$  км/с

Фазовая структура:  $T = 16; P = 8; F = 5$  ( $N = 16; n = 8; m = 1; \alpha = 5$ )

Высота орбит:  $H_{up} = 20677$  км

Наклонение орбит:  $i_{up} = 56.5^\circ$

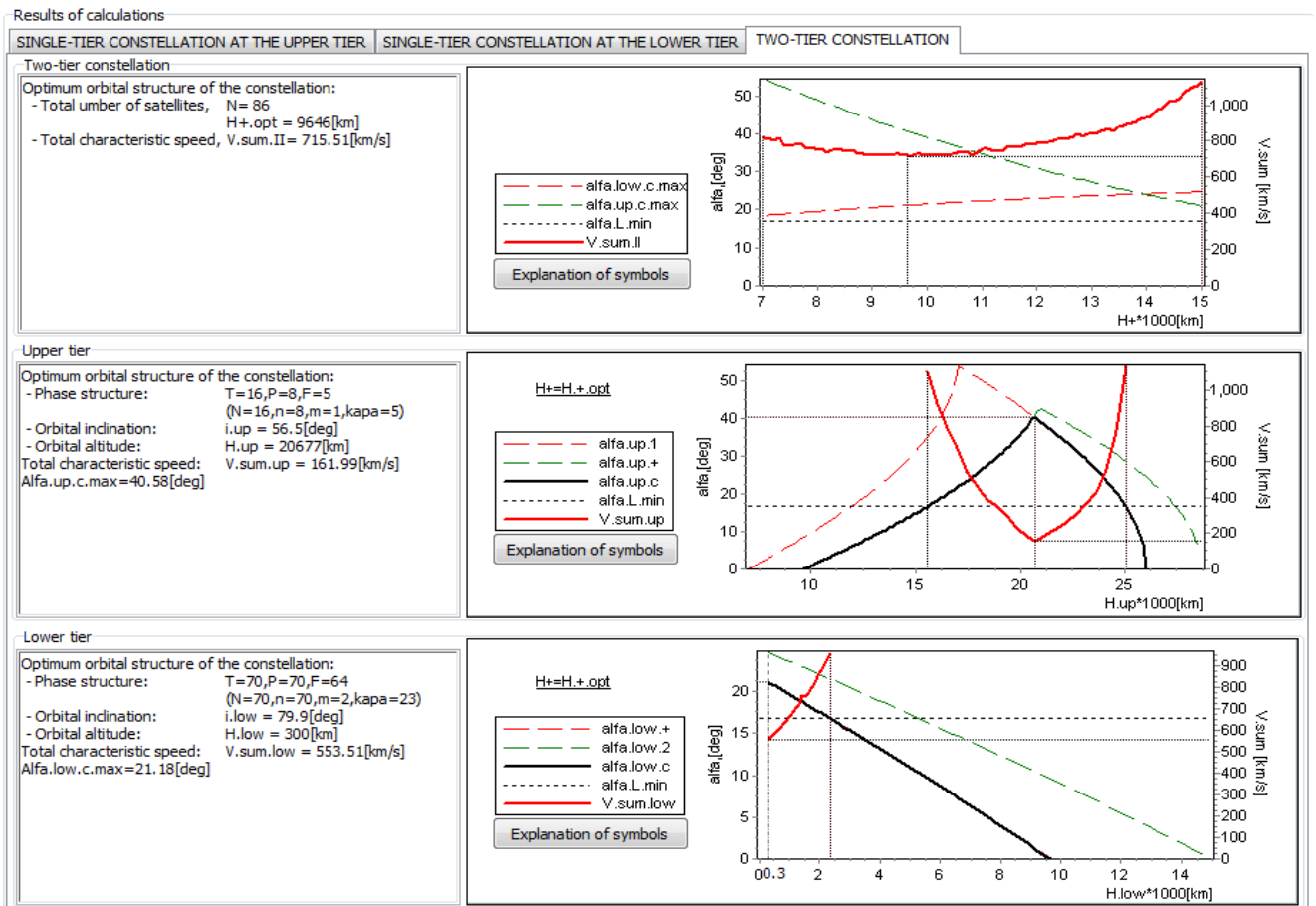
*Нижний ярус*

СХС:  $V_{low} = 533.51$  км/с

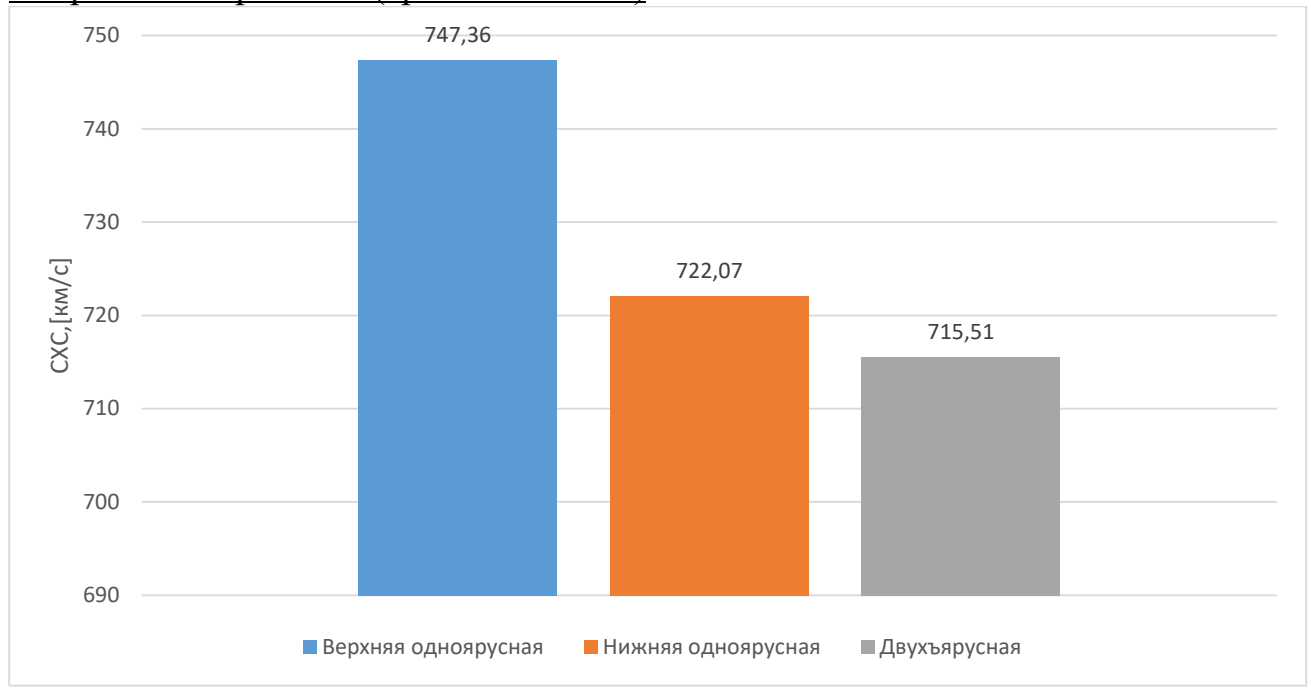
Фазовая структура:  $T = 70; P = 70; F = 64$  ( $N = 70; n = 70; m = 2; \alpha = 23$ )

Высота орбит:  $H_{low} = 300$  км

Наклонение орбит:  $i_{low} = 79.9^\circ$



### Энергетика вариантов (сравнение СХС)



### Пример 4

(средневысотный сферический слой)

#### Исходные данные

- кратность обзора  $L=1$
- высота нижней границы сферического слоя  $H_1 = 5\,000$  км
- высота верхней границы сферического слоя  $H_2 = 11\,000$  км
- угол полураствора бортовой аппаратуры  $\beta = 40^\circ$
- дальность обзора  $D = 13\,000$  км

#### Результаты оптимизации

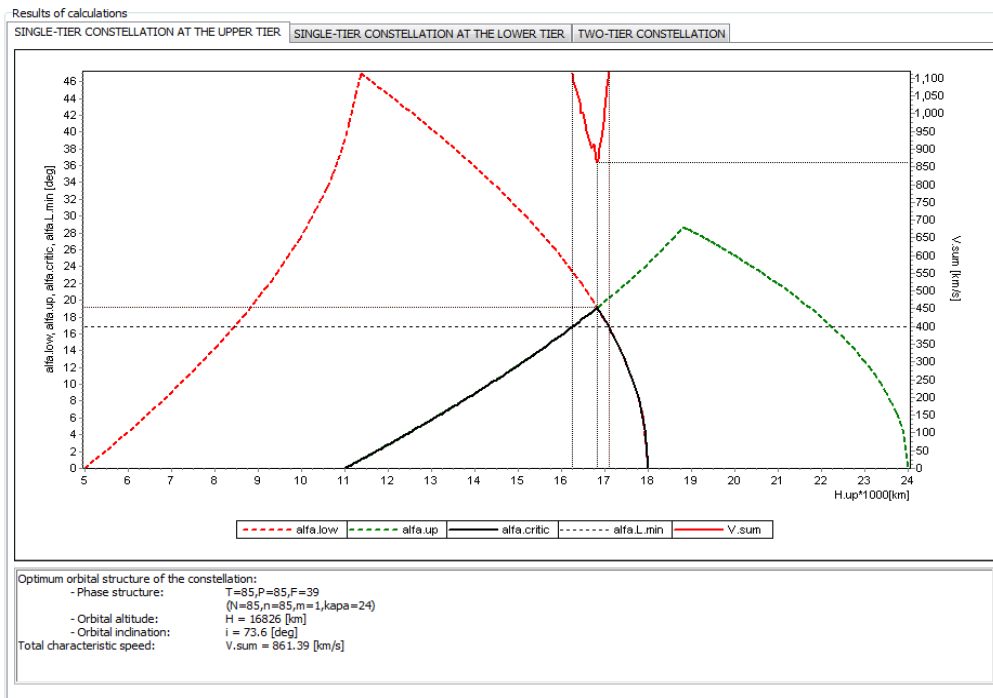
1. Верхний одноярусный вариант – СХС:  $V = 861.39$  км/с

Фазовая структура:  $T = 85; P = 85; F = 39$  ( $N = 85; n = 85; m = 1; \varphi = 24$ )

Высота орбит:  $H = 16\,826$  км

Наклонение орбит:  $i = 73.6^\circ$



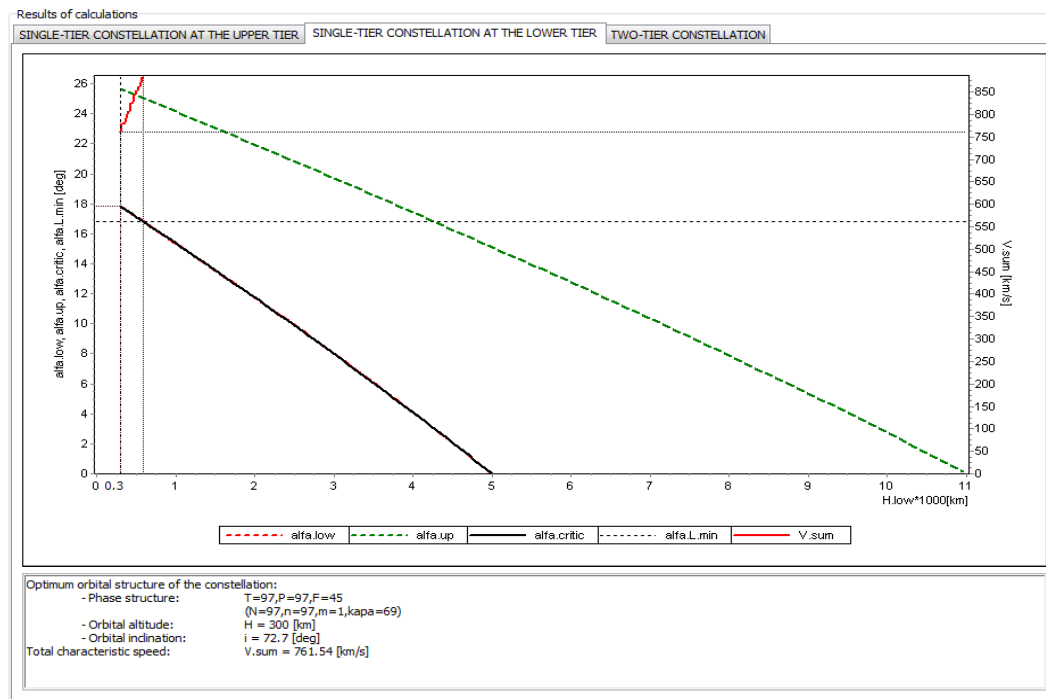


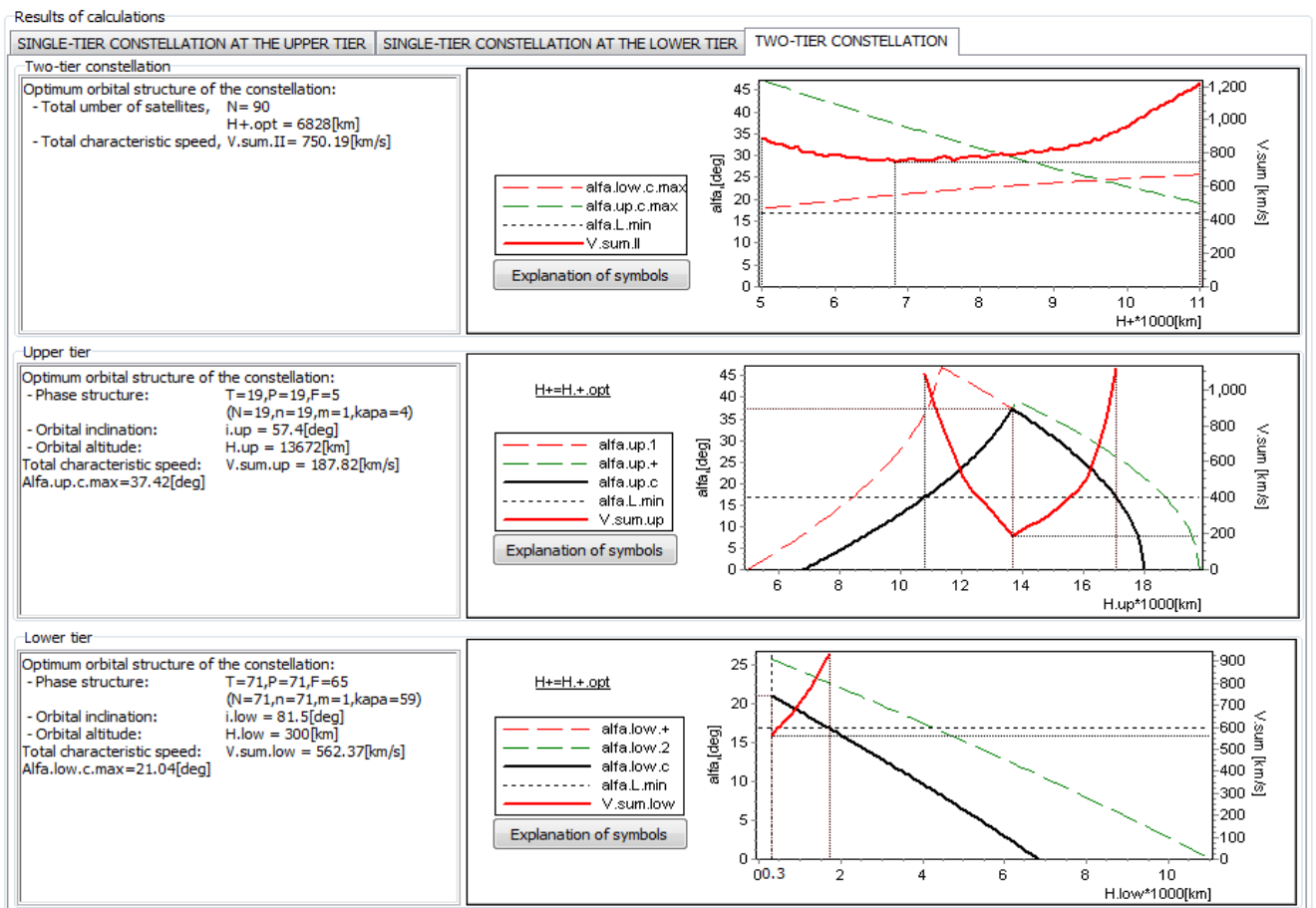
2. Нижний одноярусный вариант – СХС:  $V = 761.54$  км/с

Фазовая структура:  $T = 97; P = 97; F = 45$  ( $N = 97; n = 97; m = 1; \alpha = 69$ )

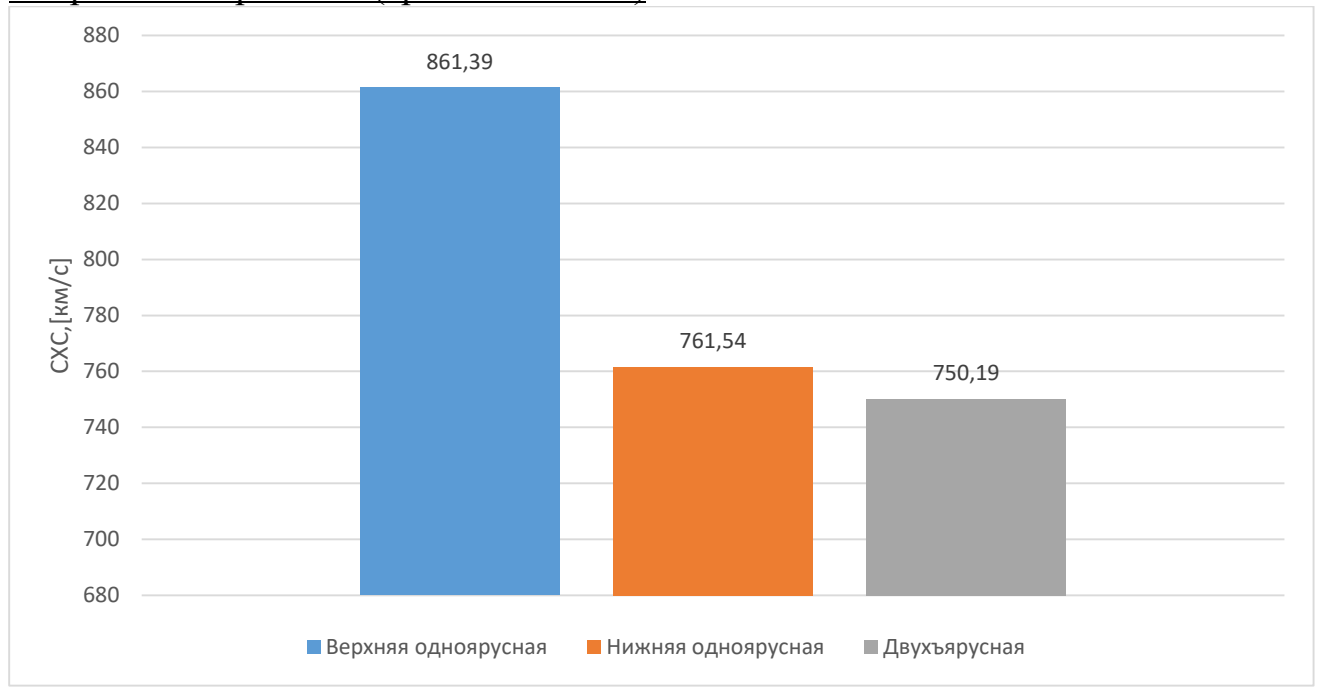
Высота орбит:  $H = 300$  км

Наклонение орбит:  $i = 72.7^\circ$



3. Двухъярусный вариант – СХС:  $\Sigma V = 750.19$  км/с*Верхний ярус*СХС:  $V_{up} = 187.82$  км/сФазовая структура:  $T = 19; P = 19; F = 5$  ( $N = 19; n = 19; m = 1; \alpha = 4$ )Высота орбит:  $H_{up} = 13672$  кмНаклонение орбит:  $i_{up} = 57.4^\circ$ *Нижний ярус*СХС:  $V_{low} = 562.37$  км/сФазовая структура:  $T = 71; P = 71; F = 65$  ( $N = 71; n = 71; m = 1; \alpha = 59$ )Высота орбит:  $H_{low} = 300$  кмНаклонение орбит:  $i_{low} = 81.5^\circ$ 

## Энергетика вариантов (сравнение СХС)



### Пример 5

(средневысотный сферический слой)

#### Исходные данные

- кратность обзора  $L=1$
- высота нижней границы сферического слоя  $H_1 = 6\,000$  км
- высота верхней границы сферического слоя  $H_2 = 14\,000$  км
- угол полураствора бортовой аппаратуры  $\beta = 35^\circ$
- дальность обзора  $D = 17\,000$  км

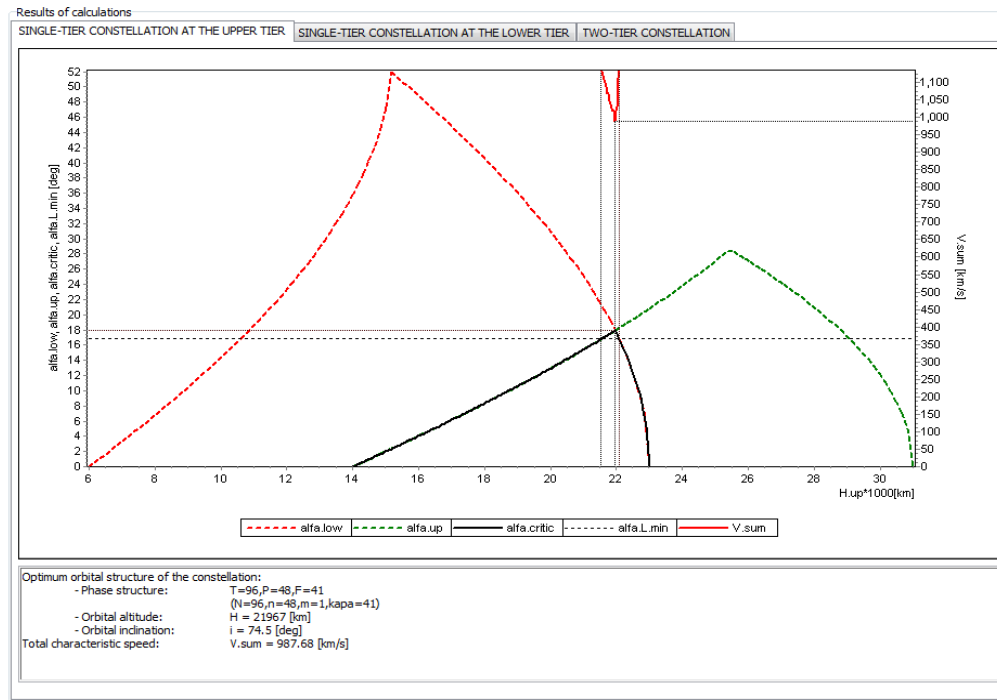
#### Результаты оптимизации

1. Верхний одноорбитный вариант – СХС:  $V = 987.68$  км/с

Фазовая структура:  $T = 96$ ;  $P = 48$ ;  $F = 41$  ( $N = 96$ ;  $n = 48$ ;  $m = 1$ ;  $\varnothing = 41$ )

Высота орбит:  $H = 21967$  км

Наклонение орбит:  $i = 74.5^\circ$

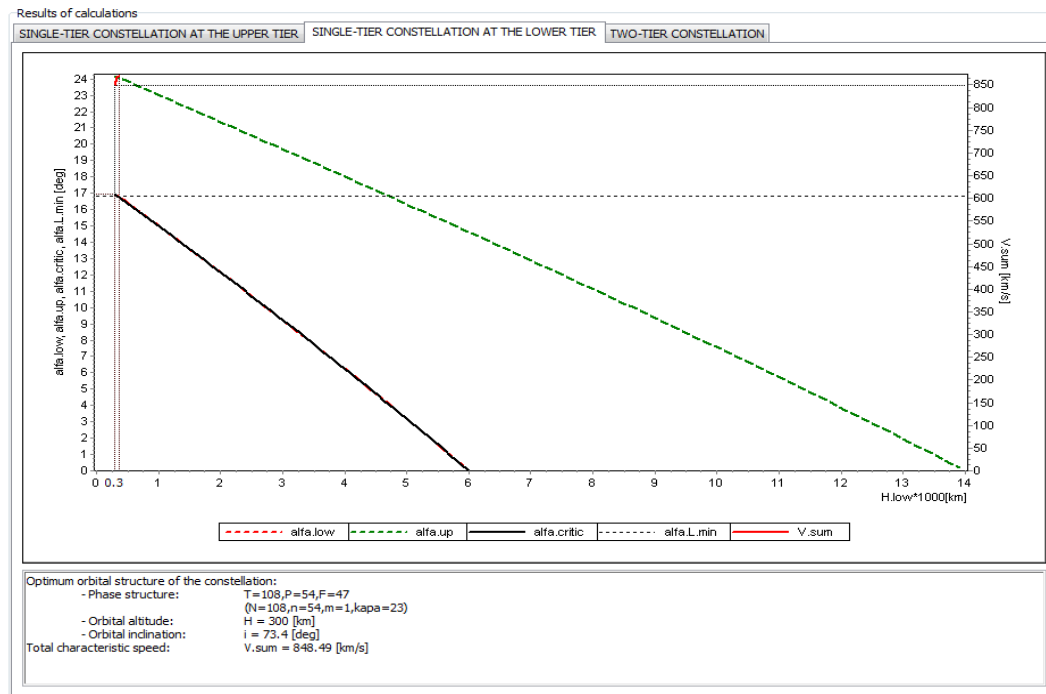


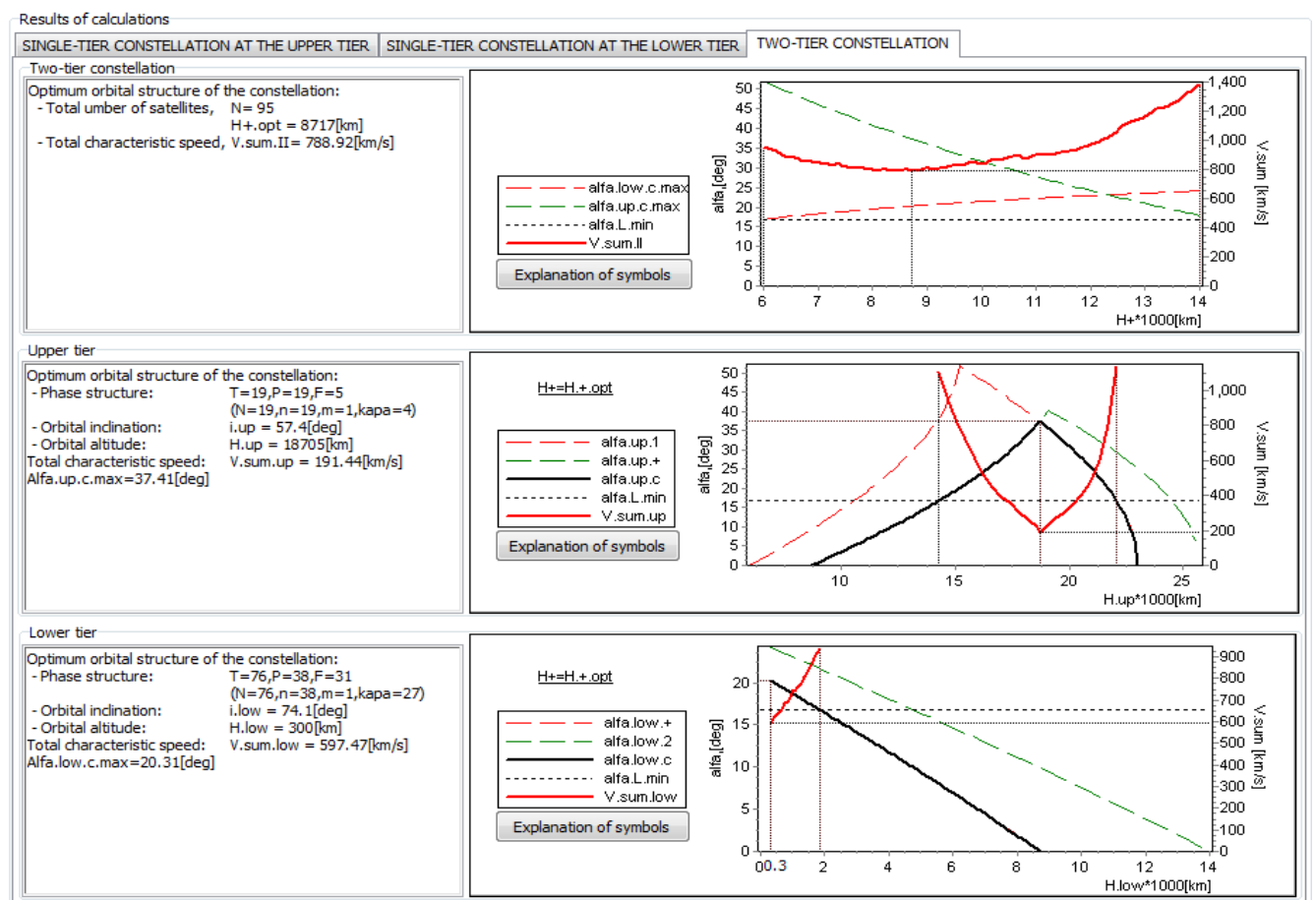
2. Нижний одноярусный вариант – СХС:  $V = 848.49$  км/с

Фазовая структура:  $T = 108; P = 54; F = 47$  ( $N = 108; n = 54; m = 1; \alpha = 23$ )

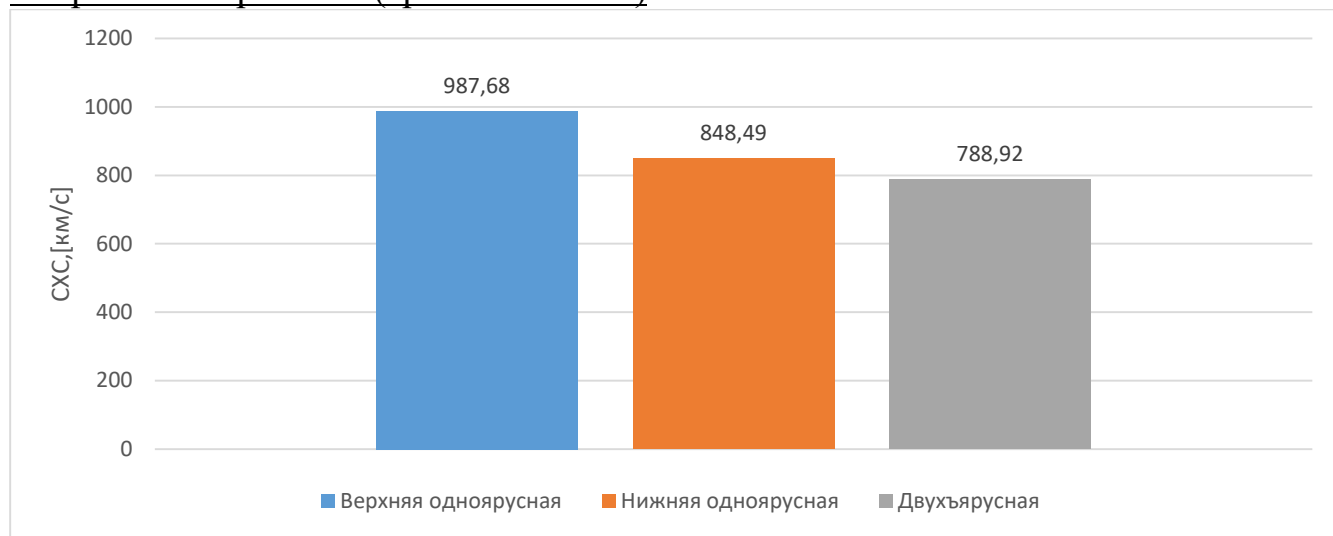
Высота орбит:  $H = 300$  км

Наклонение орбит:  $i = 73.4^\circ$



3. Двухъярусный вариант – СХС:  $\Sigma V = 788.92$  км/с*Верхний ярус*СХС:  $V_{up} = 191.44$  км/сФазовая структура:  $T = 19; P = 19; F = 5$  ( $N = 19; n = 19; m = 1; \varphi = 4$ )Высота орбит:  $H_{up} = 18705$  кмНаклонение орбит:  $i_{up} = 57.4^\circ$ *Нижний ярус*СХС:  $\Sigma V_{low} = 597.47$  км/сФазовая структура:  $T = 76; P = 38; F = 31$  ( $N = 76; n = 38; m = 1; \varphi = 27$ )Высота орбит:  $H_{low} = 300$  кмНаклонение орбит:  $i_{low} = 74.1^\circ$ 

### Энергетика вариантов (сравнение СХС)



Анализ больших данных электронного каталога оптимальных вариантов СС непрерывного обзора заданного сферического слоя ОКП показывает, что полученные варианты двухъярусных СС могут превосходить традиционные варианты одноярусных СС в соответствующих областях их локализации по критерию минимума затрат суммарной характеристической скорости на формирование СС. Локализация того или иного типа орбитальной структуры зависит от исходных данных (требований к проектируемой СС). Выявлены закономерности в локализации указанных типов орбитальной структуры. В частности, установлено, что двухъярусные варианты орбитального построения имеют преимущество в случае, когда сферический слой имеет значительные размеры (значительную толщину), то есть когда верхняя граница сферического слоя настолько высока, что зоны обзора спутников нижнего яруса в верхней части слоя имеют размеры, достаточные для решения задачи непрерывного L-кратного обзора при числе спутников, соизмеримом с числом спутников в верхнем ярусе. В тех случаях, когда дальность обзора меньше толщины сферического слоя (но больше половины его толщины), двухъярусный вариант орбитального построения является не только преимущественным, но и безальтернативным.

Одноярусное построение СС непрерывного обзора сферического слоя ОКП оказывается предпочтительным, если сферический слой расположен высоко над Землей, а дальность действия бортовой аппаратуры значительно превышает толщину слоя. Здесь преимущество имеет одноярусный вариант орбитального построения с направленной вверх бортовой аппаратурой. Когда сферический слой имеет небольшие размеры и располагается в приземном пространстве (например, прилегает к Земле), предпочтительным является одноярусный вариант

орбитального построения с направленной вниз (в направлении надира) бортовой аппаратурой.

### 3.5. Выводы

Создан комплекс компьютерных программ, обеспечивающих проведение необходимых расчетов и решение задачи оптимизации двухъярусных орбитальных построений СС непрерывного многократного обзора сферического слоя ОКП.

Составлен электронный каталог оптимальных вариантов орбитального построения двухъярусных СС непрерывного L-кратного обзора сферического слоя ОКП. Дано описание каталога, приведена его структура и используемые обобщенные показатели. Оптимальные двухъярусные варианты орбитального построения в каталоге приведены в сравнении с лучшими одноярусными вариантами.

Показано, что двухъярусное орбитальное построение является теоретическим обобщением известного классического одноярусного построения, и в зависимости от исходных данных (параметров сферического слоя и условий обзора) оптимальными могут быть как двухъярусные, так и одноярусные варианты.

Проведен анализ созданного в ходе работы над диссертацией электронного каталога  $\alpha$ -характеристик дельта-систем. Составлен перечень лучших дельта-систем (дельта-систем с минимальными  $\alpha$ -характеристиками) с числом спутников до 110 включительно и для кратности обзора от 1 до 4.

Выявлены закономерности и определены области локализации предпочтительного применения двухъярусного орбитального построения путем указания параметров сферического слоя (высот его нижней и верхней границ) и условий обзора (дальности обзора и величины угла полураствора бортовой обзорной аппаратуры), когда двухъярусный вариант орбитального построения обеспечивает лучшие характеристики по сравнению с одноярусным вариантом по критерию минимума СХС.

Приведены примеры, когда двухъярусное построение СС непрерывного обзора сферического слоя ОКП имеет преимущество перед традиционным, одноярусным, вариантом.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

### Итоги диссертационной работы

1. Предложен новый способ формирования двухъярусного орбитального построения СС непрерывного обзора сферического слоя ОКП, состоящий в формировании нижнего и верхнего ярусов с разнонаправленной спутниковой аппаратурой обзора – спутники нижнего яруса размещаются в нижней части сферического слоя (под сферическим слоем) и имеют направленный вверх конус обзора, а спутники верхнего яруса размещаются в верхней части сферического слоя (над сферическим слоем) и имеют направленный вниз конус обзора.

2. Сформулирована постановка задачи оптимизации двухъярусного орбитального построения СС непрерывного обзора сферического слоя ОКП. В качестве области оптимизации орбитальных структур каждого яруса определен класс дельта-систем, а в качестве критерия оптимизации орбитального построения двухъярусной СС – суммарная характеристическая скорость (СХС), необходимая для выведения спутников на орбиты и формирования орбитального построения СС.

3. Проведена декомпозиция решаемой оптимизационной задачи на основе теоретически обоснованного предположения о том, что подлежащий обзору сферический слой может быть разделен на две зоны ответственности – два соприкасающихся слоя, каждый из которых обслуживается своим ярусом. Показано, что в этом случае задача проектирования двухъярусного орбитального построения может быть сведена к оптимизации высоты разделения наблюдаемого сферического слоя на зоны ответственности ярусов и изучения этих зон ответственности. На основе проведенной декомпозиции разработан методический подход решения задачи оптимизации орбитального построения СС непрерывного L-кратного обзора сферического слоя ОКП, заключающийся в оптимальном разделении слоя на зоны ответственности (обслуживания) и определение такой (оптимальной) высоты разделения сферического слоя, при которой достигается минимум СХС двухъярусного орбитального построения при условии обеспечения каждым ярусом непрерывного L-кратного обзора своей зоны обслуживания при минимальном числе спутников в ярусе. При этом определено, что для каждого яруса оптимальное решение отыскивается в классе дельта-систем по критерию



минимума  $\alpha$ -характеристики системы – минимальной величины углового радиуса зон обзора, обеспечивающей непрерывное сплошное L-кратное покрытие сферы зонами видимости спутников.

4. Разработаны основные положения методики оптимизации орбитального построения двухъярусных СС непрерывного обзора сферического слоя ОКП на основе декомпозиции оптимизационной задачи и сведения ее к решению серии частных задач покрытия сферы зонами обзора спутников. Получены аналитические соотношения, позволяющие при фиксированном разделении сферического слоя на зоны обслуживания находить критические, минимально необходимые для каждого яруса значения углового радиуса зон обзора, определять оптимальную, соответствующую данным критическим значениям высоту орбит, а также минимально потребное число спутников и орбитальную структуру яруса при условии непрерывного L-кратного обзора соответствующей ему зоны обслуживания в сферическом слое. Разработан алгоритм нахождения оптимальной высоты разделения сферического слоя на зоны обслуживания каждого из двух ярусов СС по критерию минимума суммарной характеристической скорости на формирование двухъярусной СС.

5. Создано программно-математическое обеспечение для расчета оптимального орбитального построения СС непрерывного обзора сферического слоя ОКП в классе двухъярусных СС, включающих традиционные одноярусные СС в качестве частного случая.

6. Создан электронный каталог оптимальных вариантов двухъярусных СС непрерывного обзора сферического слоя ОКП на основе проведения массовых расчетов  $\alpha$ -характеристик дельта-систем с числом спутников до 110 в каждом ярусе, для кратности обзора от 1 до 4 и полного диапазона изменения наклона орбит спутников каждого яруса (прямые и обратные орбиты).

7. Проведен анализ электронного каталога оптимальных вариантов СС непрерывного обзора заданного сферического слоя ОКП, имеющих в зависимости от исходных данных двухъярусную или традиционную одноярусную структуру. Показано, что полученные варианты двухъярусных СС превосходят традиционные варианты одноярусных СС в соответствующих областях их локализации по

критерию минимума затрат суммарной характеристической скорости на формирование СС. Разработаны предложения по применению полученных результатов в решении различных практических задач.

#### Рекомендации и перспективы дальнейшей разработки темы

1. Рекомендуется продолжить изучение вопросов оптимизации орбитального построения СС непрерывного обзора сферического слоя ОКП и применения для этих целей многоярусных схем.

2. Перспективы дальнейшей разработки темы диссертации связаны с расширением электронного каталога дельта-систем за счет увеличения числа спутников в содержащихся в нем вариантах, а также с включением в рассмотрение кольцевых и составных зон обзора, возникающих при значительной дальности действия направленной в сторону Земли бортовой аппаратуры.

**СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ**

ОКП - околоземное космическое пространство

ОП - орбитальное построение

СС - система спутников

СХС - суммарная характеристическая скорость

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Бырков Б.П., Самусенко О.Е. Определение максимальной кратности непрерывного покрытия Земли зонами видимости спутников. XXV чтения, посвященные разработке научного наследия и развитию идей К.Э. Циолковского. Калуга. 1990. М.: 1991.
2. Волков Н.М., Иванов Н.Е., Салищев В.А., Тюбалин В.В. Глобальная спутниковая радионавигационная система ГЛОНАСС // Зарубежная радиоэлектроника. № 1. 1997. С.31-46.
3. Галиев Ш.И. Динамические оценки числа спутников для многократного обзора Земли // Космические исследования. 1996. Т.34. № 5. С.500-504.
4. Галиев Ш.И., Заботин В.И. Модели спутниковых систем глобальной связи и методы анализа и синтеза их структур // Исследование Земли из космоса. 1993. № 5. С.66-75.
5. Галиев Ш.И., Заботин В.И. О непрерывном обзоре поверхности Земли // Исследование Земли из космоса. 1983. № 1. С.117-120.
6. Галиев Ш.И., Заботин В.И. Система из минимального числа спутников для многократного обзора Земли // Исследование Земли из космоса. 1990. № 5. С.102-108.
7. Заботин В.И. Достаточные условия существования спутниковых систем многоканальной глобальной связи // Космические исследования. 1999. Т.37. № 5. С.1-5.
8. Заботин В.И. Задача кратного обзора Земли спутниковыми системами на эллиптических орбитах // Космические исследования. 1997. Т.35. № 4. С.445-448.
9. Заботин В.И. Модели спутниковых систем глобальной связи на эллиптических орбитах // Исследование Земли из космоса. 1994. № 5. С.70-76.
10. Можаяев Г.В. Возможности кинематически правильных спутниковых систем с группами симметрии второго типа в задачах многократного непрерывного обзора Земли // 8-я международная конференция «Системный анализ и управление». Евпатория. 29.06-06.07.2003. Сборник тезисов. С.79.

11. Можаяев Г.В. Возможности кинематически правильных спутниковых систем с группами симметрии второго типа в задаче непрерывного однократного обзора Земли // Космические исследования. 2005. Т.43. № 3. С.215-223.
12. Можаяев Г.В. Задача о непрерывном обзоре Земли и кинематически правильные спутниковые системы. I // Космические исследования. 1972. Т.10. Вып.6. С.833-840 (поступила в редакцию 6 апреля 1970 года).
13. Можаяев Г.В. Задача о непрерывном обзоре Земли и кинематически правильные спутниковые системы. II // Космические исследования. 1973. Т.11. Вып.1. С.59-69 (поступила в редакцию 6 апреля 1970 года).
14. Можаяев Г.В. Исправления к статье «Об описании движения искусственных спутников Земли в первом приближении» // Космические исследования. 2002. Т.40. № 3. С.336.
15. Можаяев Г.В. К задаче о непрерывном обзоре Земли системой спутников // Проблемы механики управляемого движения. Вып.3. Пермь. 1973. С.132-142.
16. Можаяев Г.В. К проблеме оптимизации орбит спутниковых систем, предназначенных для непрерывного обзора поверхности Земли // Третий Всесоюзный съезд по теоретической и прикладной механике. Москва, 25 января - 1 февраля 1968 года. Аннотации докладов. М.: Наука, 1968. С. 215.
17. Можаяев Г.В. Некоторые задачи оптимизации орбит спутниковых систем. Диссертация на соискание учёной степени кандидата технических наук. Днепропетровский университет, 1968. 136 с.
18. Можаяев Г.В. О возможности улучшения орбитальной структуры системы ГЛОНАСС // 9-я международная конференция «Системный анализ и управление». Крым, Евпатория. 4-11 июля 2004 года. Тезисы докладов. С.102-103.
19. Можаяев Г.В. Об использовании симметрии в линейных задачах с квадратичным критерием качества. I // Автоматика и телемеханика. 1975. № 6. С.22-30.
20. Можаяев Г.В. Об использовании симметрии в линейных задачах с квадратичным критерием качества. II // Автоматика и телемеханика. 1975. № 7. С.22-31.
21. Можаяев Г.В. Об описании движения искусственных спутников Земли в первом

- приближении // Космические исследования. 2000. Т.38. № 4. С.423-431.
22. Можаяев Г.В. Проблемы оптимизации движения спутниковых систем: состояние исследований и перспективы. Москва: Электронный журнал «Труды МАИ», 2009, вып.34, <http://trudymai.ru/published.php?ID=8227>.
  23. Можаяев Г.В. Решение некоторых задач оптимизации процессов гибкой коррекции движения спутниковых систем. I // Космические исследования. 2001. Т.39. № 5. С.518-530.
  24. Можаяев Г.В. Решение некоторых задач оптимизации процессов гибкой коррекции движения спутниковых систем. II // Космические исследования. 2001. Т.39. № 6. С.634-647.
  25. Можаяев Г.В. Синтез орбитальных структур спутниковых систем (теоретико-групповой подход). Москва: Машиностроение, 1989. 304 с.
  26. Можаяев Г.В., Парфёнов С.В. Модели номинальных движений спутниковых систем // Полёт. 2001. № 9. С.28-35.
  27. Нгуен Нам Куи, Разумный Ю.Н. Методический подход к выбору орбитальных структур спутниковой системы непрерывного обзора околоземного пространства на основе применения многоярусных орбитальных структур // 15-й Международной конференции «Авиация и космонавтика – 2016». 14-18 ноября 2016 года. Москва. Тезисы. – Типография «Люксор». 2016. С.122.
  28. Нгуен Нам Куи, Разумный Ю.Н., Самусенко О.Е. Анализ оптимальных вариантов двухъярусных спутниковых систем непрерывного обзора сферического слоя околоземного космического пространства // Вестник Московского авиационного института. 2018. Т.25. № 3. С.171-181.
  29. Нгуен Нам Куи, Разумный Ю.Н., Самусенко О.Е. Методический подход к баллистическому проектированию многоярусных спутниковых систем непрерывного обзора сферического слоя космического пространства // 21-й Международной научной конференции «Системный анализ, управление и навигация». 3-10 июля 2016 года. г.Евпатория (Крым). Тезисы. Сборник. – М.: Изд-во МАИ, 2016. С.146.

30. Нгуен Нам Куи, Разумный Ю.Н., Самусенко О.Е. О задаче оптимизации орбитальной структуры многоярусных спутниковых систем непрерывного обзора околоземного пространства // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2018. № 4(697), С.61-72.
31. Нгуен Нам Куи, Разумный Ю.Н., Самусенко О.Е., Разумный В.Ю., Купреев С.А., Федяев К.С. Способ поддержания функционирования спутниковой системы непрерывного глобального обзора околоземного космического пространства // Заявка на изобретение № 2017146647. Зарегистрирована 28.12.2017. Решение о выдаче патента от 26.11.2018.
32. Нгуен Нам Куи, Разумный Ю.Н., Самусенко О.Е., Разумный В.Ю., Купреев С.А., Федяев К.С. Способ поддержания функционирования спутниковой системы непрерывного глобального обзора околоземного космического пространства // Заявка на изобретение № 2017146648. Зарегистрирована 28.12.2017. Решение о выдаче патента от 26.11.2018.
33. Нгуен Нам Куи, Разумный Ю.Н., Самусенко О.Е., Разумный В.Ю., Купреев С.А., Федяев К.С. Способ поддержания функционирования спутниковой системы непрерывного глобального обзора околоземного космического пространства // Заявка на изобретение № 2017146650. Зарегистрирована 28.12.2017. Решение о выдаче патента от 26.11.2018.
34. Нгуен Нам Куи, Разумный Ю.Н., Самусенко О.Е., Разумный В.Ю., Купреев С.А., Федяев К.С. Способ построения спутниковой системы непрерывного глобального обзора околоземного космического пространства // Заявка на изобретение № 2017146653. Зарегистрирована 28.12.2017. Решение о выдаче патента от 23.11.2018.
35. Нгуен Нам Куи, Разумный Ю.Н., Самусенко О.Е., Разумный В.Ю., Купреев С.А., Федяев К.С. Спутниковая система непрерывного глобального обзора околоземного космического пространства // Заявка на изобретение № 2017146646. Зарегистрирована 28.12.2017. Решение о выдаче патента от 23.11.2018.

36. Нгуен Нам Куи. Постановка и методическая схема решения задачи выбора орбитальной структуры спутниковой системы непрерывного обзора сферического слоя околоземного пространства // Гагаринские чтения – 2017: XLIII международная молодёжная научная конференция. 5-20 апреля 2017 года. Москва. Тезисы. Сборник. – М.: Изд-во МАИ. С.126.
37. Разумный Ю.Н. Синтез орбитальных структур спутниковых систем периодического обзора. Москва: издательство МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2000. 104 с.
38. Самусенко О.Е. Спутниковые системы непрерывного глобального обслуживания космических областей. XXVI чтения, посвященные разработке научного наследия и развитию идей К.Э. Циолковского. Калуга. 1991. М.: 1992.
39. Саульский В.К. Многоспутниковые системы с линейной структурой и их применение для непрерывного обзора Земли // Космические исследования. 2005. Т.43. № 1. С.36-53.
40. Улыбышев С.Ю. Проектирование неоднородных спутниковых систем непрерывного глобального обзора с использованием экваториальной и околополярных круговых орбит // Космические исследования. 2016. Т.54. № 4. С.323-333.
41. Adams W.S., Rider L. Circular Polar Constellations Providing Continuous Single or Multiple Coverage Above a Specified Latitude // Journal of the Astronautical Sciences. Vol.35, No.2, 1987, pp.155-192.
42. Anderson N.T., Marchisio G.B. WorldView-2 and the evolution of the Digital Globe remote sensing satellite constellation: introductory paper for the special session on WorldView-2 // S.S. Shen & P.E. Lewis (Eds.). 2012. pp.83900L-83900L-15.
43. Ao J., Wu Y., Ma C.B. Optical Navigation Satellite Constellation Design // Advanced Materials Research. 2012. Vol.424-425. pp.1065-1069.
44. Ballard A.H. Rosette Constellations of Earth Satellites // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. Vol.AES16, No.5, Sept. 1980, pp.656-665.
45. Balthazor R.L., McHarg M.G., Enloe C.L., Mueller B., Barnhart D.J., Hoeffner Z.W., Wilhelm L.T. Methodology of evaluating the science benefit of various



- satellite/sensor constellation orbital parameters to an assimilative data forecast model // *Radio Science*. 2015. Vol.50. Is.4, pp.318-326.
46. Becedas J., Pérez R., González G. Testing and validation of cloud infrastructures for Earth observation services with satellite constellations // *International Journal of Remote Sensing*, 2015. Vol.36. Is.19-20, pp.5289-5307.
  47. Chenciner A., Montgomery R. A remarkable periodic solution of the three-body problem in case of equal masses // Northwestern University, Evanston Conference on Celestial Mechanics. December 15-19, 1999.
  48. Confessore G., Di Gennaro M., Ricciardelli S. A Genetic Algorithm to Design Satellite Constellations for Regional Coverage // *Operations Research Proceedings*. 2001. pp.35-41.
  49. Dawood A.S., Visser S.J. HEO satellite constellation for providing broadband services // In *APCC 2003 - 9th Asia-Pacific Conference on Communications*, in conjunction with 6th Malaysia International Conference on Communications, MICC 2003, Proceedings. 2003. Vol.3, pp.863-868.
  50. De Weck O.L., Scialom U., Siddiqi A. Optimal reconfiguration of satellite constellations with the auction algorithm // *Acta Astronautica*. 2008. Vol.62. Is.2-3. pp.112-130.
  51. Dickinson J.R., Alvarez J.L., Rose R.J., Ruf C.S., Walls B.J. Avionics of the Cyclone Global Navigation Satellite System (CYGNSS) microsat constellation // *IEEE Aerospace Conference Proceedings*. 2013.
  52. Draim J.E. A common-Period Four-Satellite Continuous Global Coverage Constellation // *Journal of Guidance, Control and Dynamics*. Vol.10, No.5, Sep.-Oct. 1987. pp.492-499.
  53. Draim J.E. Continuous global N-tuple coverage with  $(2N+2)$  satellites // *AS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference*. Vermont. August 7-10, 1989.
  54. Draim J.E. Three- and four- Satellite Continuous Coverage Constellations // *Journal of Guidance, Control and Dynamics*. Vol.6, Nov.-Dec. 1985, pp.725-730.
  55. Draim J.E., Huang W., Vallado D.A., Finkleman D., Cefola P.J. Common-period four-satellite continuous global coverage constellations revisited // *Advances in the*

- Astronautical Sciences. 2012. Vol.143, pp.667-686.
56. Dufour F. Optimal continuous coverage of the Northern hemisphere with elliptical satellite constellations // *Advances in the Astronautical Sciences*. 2003. Vol.119. pp.121-136.
  57. Dufour F. Zonal coverage optimization of satellite constellations with an extended satellite triplet method // *Advances in the Astronautical Sciences*. 2001. Vol.109. pp.609–623.
  58. Felicetti Leonard, RezaEmami M. A multi-spacecraft formation approach to space debris surveillance // *Acta Astronautica*. Vol.127. 2016. pp.491-504.
  59. Gobetz F.W. Satellite networks for global coverage // *Advances in astronautical sciences*. 1963. Vol.9. pp.134-156.
  60. Gunter B.C., Encarnacao J., Ditmar P., Klees R. Using Satellite Constellations for Improved Determination of Earth's Time-Variable Gravity // *Journal of Spacecraft and Rockets*. 2011. Vol.48. Is.2. pp.368-377.
  61. Gutenev A.A. Optimization of low-Altitude Global Communications Constellations // *Journal of Guidance, Control and Dynamics*. Vol.15. No.15. 1992. pp.871-877.
  62. Jia Y., Shen J., Xin M. An architecture of space information networks based-on hybrid satellite constellation // *Communications in computer and information science*. 2017. Vol.688, pp.3-15. Springer Verlag.
  63. Jiang Y., Zhang G., Li G., Xie Z., Yang S. Study on Orthogonal IGSO Global Communication Satellite Constellation // 2011 6th international icst conference on communications and networking in china (chinacom). 2011. pp.1064-1068.
  64. Kaidong W., Kechu Y., Bin T., Chengke W. Packet routing algorithm for polar orbit LEO satellite constellation network // *Science in China, Series F: Information Sciences*. 2006. Vol.49. Is.1. pp.103-127.
  65. Lang T.J. Optimal low earth orbit constellations for continuous global coverage // *AAS /AIAA Astrodynamics Specialist Conference*, 1993.
  66. Lang T.J. Symmetric circular orbit satellite constellations for continuous global coverage // *AAS*. pp.87-499, 1987.
  67. Lang T.J., Adams W.S. A Comparison of Satellite Constellations for Continuous

- Global Coverage // IAF Workshop on Mission Design and Implementation of satellite constellations. Toulouse, France. Nov. 17-19, 1997. Paper D-4.
68. Lang T.J., Mayer J.L. A new six satellite constellation for continuous global coverage // AAS paper. 1995. No 221.
  69. Liang J., Xiao N., Zhang J. Constellation Design and Performance Simulation of LEO Satellite Communication System. 2011. pp.218-227.
  70. Liu G., Liao Y., Wen Y., Zhu J., Feng X. Simulation and evaluation on the performance of the proposed constellation of global navigation satellite system // In Park, JW and Kim, TG and Kim, YB (Ed.), ASIASIM 2007. 2007. Vol.5, pp.103-111.
  71. Liu S., Li P., Cui G., Wang W. Design of Satellite Constellation with Inter-satellite Links for Global Communication Using Genetic Algorithm // 20th international symposium on wireless personal multimedia communications (wpmc). 2017. pp.366-372.
  72. Liu X., Jiang Z., Liu C., He S., Li C., Yang Y., Men A. A low-complexity probabilistic routing algorithm for polar orbits satellite constellation networks // 2015 IEEE/CIC International Conference on Communications in China, ICCIC 2015. 2016. Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc.
  73. Luders R.D. Satellite networks for continuous zonal coverage // ARS Journal. 1961, Vol.31. No 2. pp.179-184.
  74. Luders R.D., Ginsberg L.J. Continuous zonal coverage – a generalized analysis // AJAA Papers. 1974. No 842.
  75. Luglio M., Pietroni W. Optimization of double-link transmission in case of hybrid orbit satellite constellations // Journal of Spacecraft and Rockets, Vol.39. Is.5.
  76. Luo R., Yuan H., Xu Y. Navigation Augmentation based on LEO Communication Satellite Constellations // In proceedings of the 2018 international technical meeting of the institute of navigation. 2018. pp.188-195.
  77. Maclay T.D., Tuttle C. Satellite stationkeeping of the orbcomm constellation via active control of atmospheric drag: Operations, constraints, and performance // Advances in the Astronautical Sciences. 2005. Vol.120, pp.763-773.

78. Martin-Neira M., Li W., Andres-Beivide A., Ballesteros-Sels X. "Cookie". A Satellite Concept for GNSS Remote Sensing Constellations // IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2016. Vol.9. Is.10. pp.4593-4610.
79. May S.Le, Gehly S., Carter B.A., Flegel S. Space debris collision probability analysis for proposed global broadband constellations // Acta Astronautica. Vol.151. 2018. pp.445-455.
80. Nguyen Nam Quy, Yury N. Razoumny, Oleg Samusenko, Satellite Constellation Design for Near Earth Space Coverage Basing on Two-Tier Satellite Structures // Advances in the Astronautical Sciences. 2017. vol.161, pp.1142-1149.
81. Razoumny Y.N. Fundamentals of the route theory for satellite constellation design for Earth discontinuous coverage. Part 1: Analytic emulation of the Earth coverage // Acta Astronautica. Vol.128. November-December 2016. pp.722-740.
82. Razoumny Y.N. Fundamentals of the route theory for satellite constellation design for Earth discontinuous coverage. Part 2: Synthesis of satellite orbits and constellations // Acta Astronautica. Vol.128. November-December 2016. pp.741-758.
83. Razoumny Y.N. Fundamentals of the route theory for satellite constellation design for Earth discontinuous coverage. Part 3: Low-cost Earth observation with minimal satellite swath // Acta Astronautica. Vol.129. December 2016. pp.447-458.
84. Razoumny Y.N. Fundamentals of the route theory for satellite constellation design for Earth discontinuous coverage. Part 4: Compound satellite structures on orbits with synchronized nodal regression // Acta Astronautica. Vol.129. December 2016. Pages 459-465.
85. Razoumny Y.N. Route satellite constellations for Earth discontinuous coverage and optimal solution peculiarities // Journal of Spacecraft and Rockets. Vol.54, Issue 3. May 2017. pp.572-581.
86. Razoumny Y.N., Razoumny V.Y., Kozlov P.G., Moshnin A.A. On optimization of Earth coverage characteristics for compound satellite constellations based on orbits with synchronized nodal regression // Advances in the Astronautical Sciences. Univelt Inc. 2015. Vol.153. pp.39-53

87. Robinson D.C., Konangi V.K., WalleTT T.M., Bhasin K.B. Evaluation of GEO and MEO satellite constellations using TCP/IP over ATM // Collection of the 18th AIAA international communications satellite systems conference and exhibit, technical papers. 2000. Vol.1-2. pp.791-798.
88. Schaub Hanspeter, Jasper Lee E.Z., Anderson Paul V., McKnight Darren S. Cost and risk assessment for spacecraft operation decisions caused by the space debris environment // Acta Astronautica. Vol.113. 2015. pp.66-79.
89. Singer Michael J., Musacchio John T. An International Environmental Agreement for space debris mitigation among asymmetric nations // Acta Astronautica. Vol.68, Issues 1-2. 2011. pp.326-337.
90. Sotskiy M.Yu., Veldanov V.A., Selivanov V.V. Growth in the quantity of debris in Space as AN effect of mutual mechanical collisions of various types // Acta Astronautica. Vol.135. 2017. pp.10-14.
91. Taleb T., Dharmaratna U., Kato N., Nemoto Y. A geographical location based satellite selection scheme for a novel constellation composed of quasi-geostationary satellites // Communications, 2005. ICC 2005. 2005 IEEE International Conference On. 2005. Vol.3. pp.1464-1468.
92. Taleb T., Jamalipour A., Kato N., Nemoto Y. Theatre in the Sky: A ubiquitous broadband multimediaon-demand service over a novel constellation composed of quasi-geostationary satellites // International Journal of Satellite Communications and Networking. Vol.24. Is.3. pp.215-227.
93. Tang Y., Wang Y., Chen J. The availability of space service for inter-satellite links in navigation constellations // Sensors (Switzerland), Vol.168.
94. Ullock M.H., Shoen A.H. Optimum polar satellite networks for continuous earth coverage // AJAA Journal. 1963. No 1. pp.69-72.
95. Ulybyshev Y. Satellite Constellation Design for Complex Coverage // Journal of Spacecraft and Rockets. 2008. Vol.45. Is.4. pp.843-849.
96. Ulybyshev Yu.P. Long-Term Formation Keeping of satellite Constellation Using Linear-Quadratic Controller // Journal of Guidance, Control and Dynamics. Vol.21. No.1. 1998. pp.109-115.

97. Vargo L.G. Orbital patterns of satellite systems. *The Journal of the Astronautical Sciences*. 1960. Vol.7. No 4. pp.78-86.
98. Walker J.G. Continuous whole earth coverage by circular orbit satellites. // *International conference on satellite systems for mobil communication and surveillance*, 1973. London. 1973. pp.35-38.
99. Walker J.G. Some circular orbit patterns providing continuous whole earth coverage // *Journal of the British Interplanetary Society*. 1971. Vol.24. pp.369-384.
100. Wang J.Y., Liang B. 4-GNSS radio occultation satellite constellation design based on Dual-gate uniformity evaluation index // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*. 2017. Vol.231. Is.1. pp.3-16.
101. Whittecar W.R., DiPrinzio M.D., Singh L.A., Ferringer M.P., Reed P. Petascale discovery of passively controlled satellite constellations for global coverage // *Astrodynamics* 2015. 2016. Vol.156, pp.4013-4026.
102. Yanbin Z., Qing L., Peiling L., Shalin Y. Data collection micro-satellite system task analysis and constellation design // *Bainum, PM and Misra, AK and Morita, Y and Jia, W (Ed.), Space for our future*. 2013. Vol.146. pp.471-479.
103. Yi Z., Jun L., Qian S., Yong J., Yanlang H. Topology control strategy of LEO satellite constellation based on optimal polar boundary // *2011 International Conference on Electronics, Communications and Control (ICECC)*. 2011. pp.4605-4608.
104. Zhang L., Xu B. Simplified Constellation Architecture for the Libration Point Satellite Navigation System // *Journal of Navigation*. 2016. Vol.69. Is.5. pp.1082-1096.
105. Zhang X., Kondragunta S., Ram J., Schmidt C., Huang H.C. Near-real-time global biomass burning emissions product from geostationary satellite constellation // *Journal of Geophysical Research Atmospheres*. 2012. Vol.117. Is.14.