О Т З Ы В

официального оппонента на диссертацию Г.Б. Сизых

«**Свойства пространственных вихревых течений идеального газа**»,

представленную на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

по специальности 1.1.9. – Механика жидкости, газа и плазмы

Диссертация Г.Б. Сизых посвящена строгому теоретическому исследованию методами механики сплошной среды с привлечением точных методов уравнений математической физики закономерностей общих пространственных вихревых течений идеального газа, которые известны только лишь для вихревых течений идеальной несжимаемой жидкости и для вихревых плоских и двумерных незакрученных осесимметричных течений идеального газа. Использование автором исключительно строгого математического подхода обеспечивает самый высокий уровень достоверности полученных им результатов, что, в частности, подтверждается публикациями статей в ведущих научных изданиях успешными выступлениями на научных семинарах и конференциях.

Определение неизвестных ранее свойств течений идеального газа несомненно представляет собой ряд в высшей степени актуальных задач, результаты решения которых позволяют, в частности, осуществлять контроль за компьютерными вычислениями, проверяя на соответствие найденных численных решений уравнений газовой динамики, описывающих физически реальные течения газа, указанным свойствам, а также создавать новые бессеточные методы численного интегрирования этих уравнений.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы и приложения.

Во **введении** дано обоснование актуальности и сформулирована цель исследований, проведенных в диссертации, обоснована научная новизна работы, представлены выносимые на защиту результаты и приведена общая характеристика работы.

В **первой главе** представлено решение задачи о совпадении лидирующей линии тока (линии тока, нормальной к ударной волне в точке их пересечения) и линии торможения за отошедшей ударной волной при

С отзывом ознакомлен
23.09.2024 /Сизых Г.Б./

сверхзвуковом обтекании тел вращения при произвольных углах атаки (в диссертации эта задача названа задачей Дородницына). Доказывается, что градиент энтропийной функции на всей линии торможения равен нулю. Из этого обстоятельства при привлечении известных результатов о равенстве нулю градиента энтропийной функции в точке, где лидирующая линия пересекает ударную волну, следует, что линия торможения совпадает с критической линией. При этом доказательство оказывается верным не только для тел вращения, но и несимметричных тел с гладкой выпуклой носовой частью. При доказательстве используется, в частности, ряд свойств автономных дифференциальных уравнений.

Во **второй главе** продолжен анализ некоторых свойств течений за отошедшей ударной волной. В частности, с использованием результата главы 1 о совпадении лидирующей линии и линии торможения доказывается, что завихренность на линии торможения (а не только в точке торможения) равна нулю. Доказано также, что все вихревые линии за отошедшей ударной волной замкнуты. Кроме того, доказана замкнутость векторных линий векторного произведения скорости и градиента энтропии. Далее показано, что в отличие от плоского симметричного течения, где в силу свойств инварианта Крокко (отношение завихренности к давлению в плоском случае, а в осесимметричном – отношение завихренности к произведению давления на расстояние до оси симметрии) завихренность в точке торможения и на всей поверхности обтекаемого тела равна нулю, в осесимметричном течении инвариант Крокко не определен на оси симметрии, и поэтому по нему невозможно получить информацию о завихренности на обтекаемом теле. Однако удалось найти связь между значением этого инварианта на поверхности тела и радиусом кривизны ударной волны в лидирующей точке. Показано также, что в силу неоднородности набегающего потока линия тока с максимальной энтропией и линия торможения, вообще говоря, не совпадают. Для частного случая симметрии обтекаемого тела приведено упрощенное (по сравнению с общим случаем) решение задачи Дородницына о совпадении лидирующей линии тока с линией торможения.

В **третьей главе** решается проблема существования и вычисления в общем пространственном случае скорости Фридмана (векторной величины с размерностью скорости, входящей в уравнение Фридмана для завихренности – скорости переноса вихревых трубок; для баротропной идеальной жидкости уравнение Фридмана совпадает с уравнением для завихренности, которое получается, если к уравнению Эйлера в форме Громеки – Ламба применить операцию ротора, а скорость Фридмана совпадает со скоростью движения жидкости). На примере метода вязких вихревых доменов анализируется место скорости Фридмана в развитии бессеточных численных методов. Показано, что при любом виде уравнений движения газа (при соблюдении некоторых требований к гладкости полей параметров течения), если только поле завихренности во всей области течения отлично от нуля, то в этой области существует скорость Фридмана. Скорость Фридмана не единственна и определяется нелокальным выражением с точностью до слагаемых, определяемых градиентом скалярного поля, постоянного вдоль вихревых линий и произвольным гладким скалярным полем. Для закрученных осесимметричных течений (с использованием присущего им свойства, состоящего в том, что радиально-осевая и окружная составляющие завихренности представляют собой роторы окружной и радиально-осевой скоростей соответственно) получены локальные выражения скорости Фридмана для этих составляющих для движения идеального газа. Получено необходимое условие существования во времени вихревых трубок, состоящих из замкнутых вихревых линий. Для областей, в которых завихренность обращается в нуль хотя бы в одной точке, обсуждается метод добавления завихренности, который обеспечивает существование скорости Фридмана.

В **четвертой главе** выводятся интегральные инварианты (величины, сохраняющие свои значения на линиях и поверхностях тока) и обсуждаются вопросы их использования для контроля при численных расчетах. Получено выражение для скорости переноса контуров с сохранением циркуляции реальной скорости по этим контурам. Для общих пространственных течений с отошедшей ударной волной получены два обобщения для инвариантов Крокко. Эти инварианты выражаются нелокальными формулами в виде квадратуры по замкнутой вихревой линии. Третий инвариант в осесимметричном случае вырождается в тождество вида 0=0, а при отсутствии симметрии он более удобен для проверки расчетов, так как его значение на любой замкнутой линии вектора векторного произведения скорости и градиента энтропийной функции должно быть равно нулю. Для закрученных осесимметричных течений идеального газа получен неинтегральный инвариант линий тока. Для винтовых стационарных течений идеального газа показано, что на решениях должны выполняться три условия в форме уравнений, содержащих частные производные компонент скорости.

Пятая глава посвящена рассмотрению принципов максимума. Ранее были известны только два принципа максимума для вихревого течения идеального газа: принцип максимума Никольского (строго не доказанный; полное его доказательство приведено в настоящей главе диссертации) о том, что для плоских вихревых стационарных течений во внутренних точках области дозвукового вихревого течения ни давление, ни угол наклона скорости к горизонтали не могут принимать экстремальных значений, а также принцип максимума Трусделла для общих пространственных течений, состоящий в том, что во внутренней точке стационарного баротропного течения газа, где давление не постоянно, оно не может принимать минимального значения, если второй скалярный инвариант Q тензора скоростей деформаций или меньше нуля, или равен нулю, а скалярное произведение скорости на градиент дивергенции скорости, которое обозначим буквой M, больше или равно нулю; максимального и минимального значений, если Q=0 и M=0; максимального значения, если во всей области течения значение Q больше или равно нулю, а M меньше или равно нулю. В пятой главе получены различные новые принципы максимума для идеальной и вязкой несжимаемой жидкостей. Получено достаточное условие для существования точки торможения в области плоского стационарного течения безвихревого течения идеального газа. Получен принцип минимума давления для осесимметричных вихревых течений газа, выражающийся в том, что при ряде условий (в числе которых содержится требование отсутствия точки торможения во внутренности области течения) минимум давления достигается только на границе области течения. И наконец, получен основной результат главы для общего пространственного случая (выносимый на защиту) о том, что если Q меньше или равно нулю везде внутри области течения, то давление достигает минимума только на границе области течения, при Q большем или равном нулю давление достигает максимума только на границе области, а при Q=0 давление достигает минимума и максимума только на границе области течения. Приведено обсуждение этого принципа для проверки численных расчетов течений идеального газа. Отдельно рассмотрен случай стационарных течений идеального газа с плоскостью симметрии.

В **Заключении** приведены результаты диссертационной работы, представленные на защиту.

В **Приложении А** представлено детальное описание примеров использования в вычислительной аэрогидромеханике выносимых на защиту трех положений, демонстрирующее успешное применение теоретических результатов для проверки компьютерных программ и результатов численного моделирования.

Специального упоминания, на мой взгляд, заслуживают следующие результаты, полученные в диссертации.

1. Доказано совпадение лидирующей линии тока и линии торможения для течений с отошедшей ударной волной при сверхзвуковом обтекании однородным потоком идеального газа тела с выпуклой носовой частью в общем пространственном случае (в диссертации задача о совпадении лидирующей линии с линией торможения названа задачей Дородницына). Доказано, что завихренность равна нулю на всей линии торможения.

2. Доказана замкнутость вихревых линий в течениях за отошедшей ударной волной.

3. Введено понятие скорости Фридмана, доказано ее существование для вихревых течений идеального газа и предложена нелокальная формула, а также установлены локальные формулы для закрученных осесимметричных течений.

4. Найдены новые интегральные инварианты для вихревых течений идеального газа.

5. В общем случае пространственного течения получен дозвуковой принцип максимума давления только в зависимости от знака параметра, характеризующего тензор скоростей деформаций.

Результаты диссертации являются достоверными и полностью обоснованными, так как при их получении использовались точные теоретические методы математики и апробированные методы механики сплошной среды. Все декларированные в диссертации результаты являются новыми и представляющими значительный теоретический интерес. Кроме того, свойства течений идеального газа, установленные в диссертации позволяют проводить контроль за конкретными расчетами путем проверки установленных закономерностей. А результаты, связанные со скоростью Фридмана, могут служить основанием для создания новых бессеточных методов. Заметим, что некоторые результаты автора диссертации уже используются специалистами по численному решению уравнений газовой динамики (например, совпадение лидирующей линии с линией торможения при сверхзвуковом обтекании с отошедшей ударной волной использовано для получения оценки точности расчета аэромеханических задач).

Диссертация написана ясным и доступным языком, результаты изложены понятно. К возможным немногочисленным недостаткам работы я бы отнес следующие.

1. На стр. 190 в десятой снизу строке вместо слова «шар» написано «круг».

2. Некоторые обозначения имеют разный смысл в разных местах диссертации. Например, латинская буква F имеет разный смысл в разделах 2.6 и 3.3, а греческая буква γ имеет разный смысл в главе 4 и в разделе 5.4. Это же относится к греческой букве σ, которая в одних главах означает энтропийную функцию, а в других – поверхность.

3. При доказательстве существования скорости Фридмана для большей наглядности изложения материала, на мой взгляд, следовало бы добавить поясняющие рисунки.

Указанные замечания относятся к техническому оформлению диссертации и поэтому не меняют результатов и, конечно, никак не влияют на высокую оценку диссертации в целом.

Диссертация Г.Б. Сизых на соискание ученой степени доктора физико-математических наук представляет собой законченное научное исследование, является научно-квалификационной работой, в которой на основании выполненных автором исследований разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как научное достижение. В диссертации получен целый ряд новых результатов. Результаты интересны и представляются важными, в том числе и для приложений, в первую очередь – для проверки компьютерных программ и результатов численного моделирования.

Автореферат полностью отражает содержание диссертации. Название работы соответствует проведенному исследованию. Публикации по теме работы содержат описание примененной методики исследования и отражают основные полученные результаты

Результаты диссертации могут найти применение в работе, например, следующих организаций: МГУ имени М.В. Ломоносова, МФТИ и Институте проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, а также в институте Механики МГУ и Московском авиационном институте.

Заключение

Из диссертационной работы, автореферата и опубликованных научных работ Г.Б. Сизых (33 статьи в журналах из списка ВАК; из них 19 статей – в изданиях, индексируемых в библиографических базах Scopus и WoS.) следует, что диссертация *«Свойства пространственных вихревых течений идеального газа»* соответствует требованиям ВАК России, предъявляемым к докторским диссертациям, установленным в главе II Постановления Правительства Российской Федерации № 842 от 24.09.2013 г. «О порядке присуждения учёных степеней», а ее автор, Григорий Борисович Сизых, безусловно, заслуживает присвоения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.9 – Механика жидкости, газа и плазмы.

20 сентября 2024 г.

Официальный оппонент, ведущий научный сотрудник
Математического института имени В.А. Стеклова РАН
(119991, Москва, ул. Губкина, д. 8, тел. +7(495) 984-8141,
web-сайт: www.mi.ras.ru),
доктор физико-математических наук, профессор
(тел. +7 (495) 984 81 41 * 37 36, e-mail:ilichev@mi.ras.ru)

Андрей Теймуразович Ильичев ____________________

Подпись А.Т. Ильичева заверяю:
Ученый секретарь Математического института
им. В.А. Стеклова РАН С.А. Поликарпов

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. В.А. СТЕКЛОВА РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК (МИАН) * ОГРН 1027739665436