

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»**

На правах рукописи
УДК 629.7



Моунг Хтанг Ом

**РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ
ЗАДАЧ ИСПЫТАНИЙ И ЭКСПЛУАТАЦИИ ЛЕТАТЕЛЬНОГО
АППАРАТА**

Специальность 05.07.09- Динамика, баллистика, управление движением
летательных аппаратов

Диссертация

на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель:

Доктор технических наук

профессор О.Н. Корсун

Москва – 2018

Содержание

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1 ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ	10
1.1 Метод наименьших квадратов.....	13
1.2 Метод максимума правдоподобия	20
1.3 Дискретно-непрерывный метод идентификации	28
1.4 Сравнительный анализ алгоритмов идентификации, основанных на критерии наименьших квадратов, максимуме правдоподобия и калмановской фильтрации	31
Выводы по разделу 1	33
2 РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК АЛГОРИТМА ИДЕНТИФИКАЦИИ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ УСЛОВИИ ЛЁТНЫХ ЭКСПЕРЕМЕНТОВ	34
2.1 Структура математической модели движения самолёта.....	34
2.2 Анализ влияния формы входных сигналов на точность идентификации аэродинамических коэффициентов.....	40
2.2.1 Классификация входных сигналов	40
2.2.2 Моделирование движения самолета в продольном канале.....	44
2.2.3 Измерение входных и выходных сигналов с шумами.....	47
2.2.4 Идентификация аэродинамических параметров	50
2.2.5 Анализ относительных погрешностей оцениваемых параметров.....	52
2.3 Анализ влияния уровня шумов измерения	55
2.3.1 Моделирование движения самолёта.....	56
2.3.2 Измерение входных и выходных сигналов с шумами.....	56
2.3.3 Идентификация аэродинамических параметров	57
2.3.4 Анализ влияния шумов измерения	58
2.4 Разработка алгоритма повышения точности идентификации аэродинамических коэффициентов на основе гармонических входных сигналов	66
2.4.1 Моделирование и измерение входного и выходных сигналов	67

2.4.2	Разработка метода декомпозиции с гармоническими сигналами	70
2.4.3	Разработка алгоритма повышения точности идентификации	71
2.4.4	Анализ погрешностей разработанного алгоритма идентификации	72
	Выводы по разделу 2	74
3	РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ ИДЕНТИФИКАЦИИ СТАТИЧЕСКИ НЕУСТОЙЧИВЫХ САМОЛЕТОВ.....	75
3.1	Сравнение различных методов идентификации в задаче оценивания статически неустойчивого самолета.....	76
3.2	Разработка метода дополнительной модели идентификации статически неустойчивого самолета.....	84
3.3	Разработка частотного алгоритма идентификации статически неустойчивых самолетов, использующего информацию о структуре оцениваемой модели.....	97
	Выводы по разделу 3	103
4	РАЗРАБОТКА МЕТОДИЧЕСКИХ РЕКОМЕНДАЦИЙ ПО АНАЛИЗУ РЕЗУЛЬТАТОВ ИДЕНТИФИКАЦИИ НА ОСНОВЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ.....	104
4.1	Определение зависимости оцениваемых параметров от режима полета ..	105
4.2	Проверка соответствия результатов идентификации имеющимся априорным данным для линейной и нелинейной модели	109
4.2.1	Проверка соответствия априорным значениям для скалярного параметра.....	109
4.2.2	Проверка соответствия параметра априорным значениям при наличии зависимости от режима полета.....	111
4.2.3	Проверка соответствия нелинейных аэродинамических зависимостей априорным значениям	113
4.3	Разработка методических рекомендаций по оценке постоянной погрешности измерения угла атаки	114
	Выводы по разделу (4).....	120
	ЗАКЛЮЧЕНИЕ	121
	СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	124

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время актуальной задачей является совершенствование методик испытаний современных и перспективных самолетов, в том числе с использованием методов моделирования и идентификации. Решение этой задачи предполагает разработку методического и алгоритмического обеспечения определения характеристик самолетов с использованием не только материалов летных экспериментов, но и результатов математического и стендового моделирования.

В основе данного подхода лежит создание математической модели (ММ) летательного аппарата (ЛА), включая модель его управляемого движения, модель системы управления, модель двигателя. Такая ММ на ранних этапах создания самолета наполняется данными, полученными в результате экспериментов в аэродинамических трубах. Для коррекции и уточнения ММ динамики управляемого движения ЛА, проверки соответствия ее реальному объекту, используются материалы летных экспериментов (ЛЭ). Использование в процессе испытаний самолетов методик определения характеристик управляемого движения на основе рационального сочетания ЛЭ и моделирования приводит к значительному сокращению сроков и стоимости создания новых ЛА, повышению безопасности полетов при проведении летных испытаний и существенно повышает уровень достоверности получаемой информации.

Приложения для идентификации систем воздушных судов многочисленны. Идентификация аэродинамических параметров существенна в летных испытаниях [1], в моделировании для целей динамики полета, для обеспечения этапа эксплуатации, при расследовании летных происшествий. Идентификация аэродинамических параметров также используется для оценивания систематических ошибок бортовых измерительных систем самолета [6, 23]. Основные подходы к идентификации параметров воздушных судов

представлены в [12-17], некоторые дополнительные аспекты обсуждаются в [12, 14].

Актуальность работы. Основным источником данных о действующих на ЛА в полете аэродинамических силах и моментах традиционно являются эксперименты в аэродинамических трубах и расчетная аэродинамика, однако при этом вероятно возникновение существенных погрешностей, поскольку оба подхода рассматривают не реальный объект, а его физическую или математическую модель. Поэтому для уточнения моделей целесообразно использовать информацию, полученную в ходе реального функционирования объекта, то есть использовать идентификацию ММ управляемого движения ЛА по данным ЛЭ.

Поэтому тема настоящей работы, направленной на совершенствование методов идентификации аэродинамических коэффициентов ЛА по данным ЛЭ, является актуальной. Исследования, выполненные в рамках данной работы, направлены на решение таких актуальных и практически значимых задач, как оценивание влияния форм входных сигналов и шумов измерений на результаты идентификации, на разработку новых методов, уменьшающих влияние шумов, в том числе при идентификации ЛА, обладающих свойством статической неустойчивости.

В диссертационной работе рассматриваются также задачи анализа результатов обработки полетных данных, решение которых можно получить на основе классических методов математической статистики.

Объект исследования. В диссертационной работе в качестве объекта исследования рассматривается математическая модель пространственного движения самолёта.

Предмет исследования. Процедуры оценивания аэродинамических коэффициентов летательного аппарата являются предметами исследования в данной диссертационной работе.

Целью диссертационной работы является развитие алгоритмического обеспечения для сертификационных испытаний и эксплуатации ЛА на основе моделирования и идентификации, путем повышения точности идентификации аэродинамических коэффициентов в различных условиях, и идентификации статически неустойчивого самолёта.

Для достижения поставленной цели, решаются следующие научно-технические задачи:

- Разработка методик анализа влияния форм входных сигналов на точность идентификации аэродинамических коэффициентов.
- Разработка методик анализа влияния шумов измерений на погрешности оценок аэродинамических коэффициентов.
- Разработка алгоритма повышения точности идентификации на основе гармонических сигналов.
- Разработка алгоритмов идентификации аэродинамических параметров статически неустойчивых самолётов.
- Разработка методических рекомендаций по анализу результатов идентификации на основе математической статистики.

Методы исследования. Основными методами исследования используемыми в работе являются методы динамики полёта, теория идентификации динамических систем, методы математического и полунатурного моделирования движения ВС и математические методы статистики.

Научная новизна результатов. В работе получены следующие результаты, обладающие новизной и научной значимостью:

- разработан алгоритм повышения точности идентификации аэродинамических коэффициентов на основе гармонических сигналов и применения метода декомпозиции,
- разработан алгоритм идентификации параметров статически неустойчивых самолетов, основанный на использовании дополнительной

устойчивой модели, позволяющий избежать численного интегрирования дифференциальных уравнений неустойчивого объекта,

- разработан частотный алгоритм идентификации параметров линейных моделей движения статически неустойчивых самолетов, используемый в тех случаях, когда применение временных алгоритмов встречается с трудностями, такими как вследствие накопления ошибок при численном интегрировании,
- разработаны методические рекомендации по анализу результатов идентификации на основе математической статистики.

Практическая значимость результатов исследования. Полученные в работе результаты, обеспечивающие получение высокой точности идентификации аэродинамических коэффициентов в разных условиях, в том числе с учётом случая статически неустойчивого самолёта, могут быть использованы в ходе разработки алгоритмического обеспечения для сопровождения испытаний и эксплуатации самолётов, также они могут быть использованы в учебном процессе.

Достоверность результатов обеспечивается корректностью применения методов идентификации и математической статистики, подтверждением полученных теоретических результатов численными экспериментами, а также сравнением с известными результатами, полученными ранее другими авторами.

Основные положения, выносимые на защиту

- методики анализа влияния форм входных сигналов и уровня шумов измерения на точность идентификации аэродинамических коэффициентов,
- алгоритм повышения точности идентификации аэродинамических коэффициентов на основе гармонических сигналов и применения метода декомпозиции,

- алгоритм идентификации параметров статически неустойчивых самолетов основанный на использовании дополнительной устойчивой модели, позволяющий избежать численного интегрирования дифференциальных уравнений неустойчивого объекта,
- частотный алгоритм идентификации параметров линейных моделей движения статически неустойчивых самолетов,
- методические рекомендации по анализу результатов идентификации на основе математической статистики.

Апробация и внедрение результатов. Результаты работы докладывались на следующих конференциях:

- XII Всероссийская Научно-Техническая Конференция «Научные чтения по Авиации посвящённые памяти Н.К.Жуковского», 16-17 апреля 2015 г.;
- Восьмой Международный Аэрокосмический Конгресс IAC'15 посвящается 50-летию первого выхода человека в открытый космос и 70-летию организации объединённых наций, 28-31 августа 2015 г.;
- XIII Всероссийская Научно-Техническая Конференция, МГТУ им.Н.Э.Баумана;
- XII Интернациональный симпозиум «Интеллектуальные системы» INTELS'16, 5-7 октября 2017 г.
- Семинар «Системный анализ 2017», МТИ, 14 февраля 2017 г.

Публикация

Основные результаты работы опубликованы в одной статье, в журнале входящем в Web of Science, в двух статьях в журналах, входящих в Scopus, в трёх статьях, в журналах входящих в рекомендованный ВАКом Минобрнауки РФ перечень научных изданий, в трёх работах в сборниках тезисов докладов на научно-технических конференциях и одна работа опубликована в монографии

объёмом 64 страниц. Из указанных публикаций 3 статьи и одна монография отражены в настоящей диссертационной работе.

Структура и объём работы. Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка литературы из (80) наименования. Текст диссертации изложен на (133) машинописных страницах, включает (25) рисунков и (14) таблиц.

1 ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Теория идентификации систем возникла в 50-е годы двадцатого столетия в рамках общего направления исследований по автоматизации интеллектуальной деятельности человека, начало которым положила знаменитая книга Н. Винера «Кибернетика, или управление и связь в животном и машине». Один из основоположников современной теории идентификации Л. Заде сформулировал следующее определение [20]: «Идентификация – это определение по входу и выходу такой системы из определенного класса систем, которой испытываемая система эквивалентна». В [17] этой общей формулировке придается следующий математический смысл: «...необходимо определить класс систем $L = \{S\}$, класс входных сигналов U и понятие эквивалентности, которое понимается в смысле критерия ошибки или функции потерь, являющейся функционалом от выхода объекта y и выхода модели y_M , то есть $E = E(y, y_M)$ ».

Таким образом, задачей идентификации является нахождение математической модели объекта по имеющейся информации о входных и выходных сигналах, полученной в процессе его функционирования. Основные виды идентификации различаются в зависимости от используемой априорной информации об объекте.

Если информация о модели объекта отсутствует или исследователь отказывается от ее использования, то имеет место идентификация объекта как «черного ящика». В этом случае определяемая в ходе идентификации математическая модель описывает зависимость выходных сигналов от входных, но ее структура не соответствует физической природе процессов, протекающих в объекте. Поэтому результат идентификации сильно зависит от используемых экспериментальных данных и условий проведения эксперимента. Поскольку использование априорной информации дает существенные преимущества, при идентификации объекта как «черного ящика» обычно вводятся допущения,

например, о том, к какому классу систем принадлежит объект (линейные или нелинейные, статические или динамические, стационарные или нестационарные).

Если имеющаяся априорная информация позволяет определить несколько возможных структур объекта, то имеет место структурная идентификация. При этом обычно выбирается тот вариант структуры, который лучше согласуется с имеющимися экспериментальными данными. Если при сравнении структур уточняются также параметры модели, то идентификация называется структурно-параметрической.

Названные выше виды идентификации применяются обычно к объектам и системам, для которых невозможно или весьма сложно сформулировать достоверную математическую модель. Примерами таких систем являются человек-оператор, экономические или социально-политические процессы, биологические системы и т.д.

Для технических систем во многих случаях достигнутый в предметной области уровень знаний позволяет определить математическую модель с точностью до неизвестных параметров. Например, можно указать систему дифференциальных или алгебраических уравнений, в которой неизвестны только отдельные коэффициенты. Такая идентификация называется параметрической. Изложению методов и алгоритмов параметрической идентификации и посвящено дальнейшее изложение.

В настоящее время известно много различных алгоритмов параметрической идентификации динамических систем. Однако анализ опыта идентификации самолетов и их систем управления по данным летных испытаний позволяет выделить относительно небольшую группу методов, получивших наибольшее практическое распространение, к которым относятся метод множественной регрессии, метод максимума правдоподобия, калмановская непрерывно-дискретная фильтрация, частотные методы.

Различные методы идентификации существенно зависят от разных форм представления математических моделей обыкновенными дифференциальными, разностными уравнениями, уравнениями свертки и т.д. В этом случае ни один из методов идентификации не является универсальным для идентификации всех типов математических моделей, но используется в отдельных областях применения. По различным признакам можно классифицировать методы идентификации. Методы идентификации различают активные и пассивные по способу тестирования. В активных методах на вход объекта подаются специально сформированные воздействия - тестовые сигналы - детерминированного или случайного характера. Достоинствами этого подхода являются минимальные требования к априорным сведениям об объекте, целенаправленный характер идентификации, и, как следствие, уменьшение временных и материальных затрат на проведение эксперимента. В пассивных методах объект находится в условиях нормального функционирования, и параметры модели отыскиваются по результатам статистической обработки наблюдений. Преимуществами этого подхода является отсутствие необходимости проводить специальные исследования объекта, достаточно лишь измерение наблюдаемых сигналов в режиме рабочего функционирования объекта с последующим расчетом параметров модели. Значительные временные затраты на сбор и необходимую статистическую обработку данных и жесткие требования к частотному спектру входного воздействия являются недостатками такого подхода.

Далее рассматриваются некоторые наиболее распространенные методы параметрической идентификации. Излагаемые методы сформулированы для нелинейных динамических систем. При этом линейные динамические и статические, нелинейные статические системы могут рассматриваться как частные случаи. Основной формой представления модели объекта является модель в пространстве состояний. В заключительных разделах приводятся

примеры разработки алгоритмов идентификации с заданными свойствами. Алгоритмы идентификации записаны в форме, предназначенной для реализации на цифровых ЭВМ. Представленный материал позволяет как самостоятельно составлять программы параметрической идентификации на языках программирования высокого уровня, так и квалифицированно использовать современные программные комплексы, в которых реализованы методы параметрической идентификации.

1.1 Метод наименьших квадратов

Этот классический алгоритм, известный также как метод линейной множественной регрессии, был предложен Гауссом и применен им для оценивания параметров движения небесных тел по данным астрономических наблюдений, содержащих погрешности [14].

Однако метод в полной мере сохраняет актуальность и в настоящее время известны различные модификации метода наименьших квадратов (МНК). Рассмотрим основной вариант, характеризующийся простотой и практической эффективностью.

Пусть ММ объекта имеет вид

$$y(t_i) = \varphi^T(t_i) a, \quad (1.1.1)$$

где $y(t_i)$ - скалярный выходной сигнал;

$\varphi(t_i)$ - вектор регрессоров размерности p ;

a - вектор оцениваемых параметров размерности p .

Модель наблюдений

$$z(t_i) = y(t_i) + v(t_i), \quad (1.1.2)$$

где $v(t_i)$ - шум наблюдений.

Оценка вектора параметров определяется из условия минимума функционала

$$J(a) = \sum_{i=1}^N (z(t_i) - \varphi^T(t_i)a)^2, \quad (1.1.3)$$

где N - число наблюдений.

Минимум функционала (1.1.3) достигается при следующем значении вектора оцениваемых параметров:

$$\hat{a} = \left(\sum_{i=1}^N \varphi(t_i) \varphi^T(t_i) \right)^{-1} \sum_{i=1}^N \varphi(t_i) z(t_i) \quad (1.1.4)$$

На практике оценку наименьших квадратов лучше вычислять не по формуле (1.1.4), а через решение системы линейных алгебраических уравнений

$$\left(\sum_{i=1}^N \varphi(t_i) \varphi^T(t_i) \right) \hat{a} = \sum_{i=1}^N \varphi(t_i) z(t_i), \quad (1.1.5)$$

поскольку при численном решении системы (1.1.5) вычислительные ошибки в общем случае меньше, чем при обращении матрицы в (1.1.4).

Оценка МНК (1.1.4) или (1.1.5) является несмещенной, если выполняются следующие допущения:

вектор регрессоров $\varphi(t_i), i = \overline{1, N}$ известен точно или измеряется без ошибок;

шум наблюдений имеет нулевое математическое ожидание $M[v(t)] = 0$ и удовлетворяет условию $M[\varphi(t)v(t)] = 0$.

При этом дисперсионная матрица вектора оценок определяется выражением

$$D[\hat{a}] = \sigma_v^2 \left(\sum_{i=1}^N \varphi(t_i) \varphi^T(t_i) \right)^{-1}, \quad (1.1.6)$$

где σ_v^2 - дисперсия шума наблюдений v .

Если указанные выше допущения не выполняются, то оценка МНК является смещенной.

Требование точного измерения регрессоров является особенностью МНК. Это один из основных недостатков метода.

В функционал (1.1.3) можно ввести скалярные весовые коэффициенты:

$$J(a) = \sum_{i=1}^N \beta(t_i) (z(t_i) - \varphi^T(t_i) a)^2. \quad (1.1.7)$$

В этом случае оценка вычисляется по формуле:

$$\hat{a} = \left(\sum_{i=1}^N \beta(t_i) \varphi(t_i) \varphi^T(t_i) \right)^{-1} \sum_{i=1}^N \beta(t_i) \varphi(t_i) z(t_i). \quad (1.1.8)$$

Отметим, что традиционно МНК записывают в ином виде.

Для N наблюдений, соответствующих $t_i, i = \overline{1, N}$, формируют вектор наблюдений z размерности N и матрицу регрессоров F размерности $p \times N$:

$$z = \begin{bmatrix} z(t_1) \\ z(t_2) \\ \dots \\ z(t_N) \end{bmatrix}, \quad F = [\varphi(t_1) \quad \varphi(t_2) \quad \dots \quad \varphi(t_N)].$$

Тогда оценка определяется формулой

$$\hat{a} = (F F^T)^{-1} F^T Z. \quad (1.1.9)$$

Математически формулы (1.1.9) и (1.1.4) эквивалентны, однако при составлении компьютерной программы лучше использовать (1.1.4 и 1.1.5), поскольку эта формула не содержит громоздкого массива размерности $p \times N$.

С точки зрения идентификации технических систем важно, что модель объекта (1.1.1), сформулированная, строго говоря, для статической системы, позволяет оценивать динамические системы, например, следующего вида

$$\dot{y}(t) = A y(t) + B u(t), \quad (1.1.10)$$

где $y(t), u(t)$ - векторы выходных и входных сигналов размерностей n и m соответственно;

A, B - матрицы, элементы которых содержат неизвестные параметры.

Пусть выполнены измерения $y(t_i), u(t_i), i = \overline{1, N}$. В этом случае значения $\dot{y}(t)$ можно найти численным дифференцированием. Далее рассмотрим, например, первое уравнение системы (1.1.10):

$$\dot{y}(t) = a_{11}y_1(t) + a_{12}y_2(t) + \dots + a_{1n}y_n(t) + b_{11}u_1(t) + b_{12}u_2(t) + \dots + b_{1m}u_m(t) \quad (1.1.11)$$

Обозначим

$$z(t_i) = \dot{y}_1(t_i),$$

$$\varphi^T(t_i) = [y_1(t_i) \ y_2(t_i) \ \dots \ y_n(t_i) \ u_1(t_i) \ u_2(t_i) \ \dots \ u_m(t_i)],$$

$$a = [a_{11} \ a_{12} \ \dots \ a_{1n} \ b_{11} \ b_{12} \ \dots \ b_{1m}].$$

Тогда оценку вектора a можно найти по формуле (1.1.4).

Аналогично рассматриваются остальные уравнения системы (1.1.10).

Метод (1.1.1)-(1.1.4) легко распространяется на случай векторного выходного сигнала.

При этом модель объекта имеет вид:

$$y(t_i) = a^T \varphi(t_i), \quad (1.1.12)$$

где $y(t_i)$ - вектор выходных сигналов размерности n ;

$\varphi(t_i)$ - вектор регрессоров размерности p ;

a - матрица оцениваемых параметров размерности $p \times n$.

Модель наблюдений, минимизируемый функционал и формула для оценки принимают вид

$$z(t_i) = y(t_i) + v(t_i), \quad (1.1.13)$$

$$J(a) = \sum_{i=1}^N (z(t_i) - a^T \varphi(t_i))^T (z(t_i) - a^T \varphi(t_i)), \quad (1.1.14)$$

$$\hat{a} = \left(\sum_{i=1}^N \varphi(t_i) \varphi^T(t_i) \right)^{-1} \sum_{i=1}^N \varphi(t_i) z^T(t_i). \quad (1.1.15)$$

На первый взгляд, многомерный вариант (1.1.12)-(1.1.15) более эффективен, например, для оценивания динамических систем вида (1.1.10). Действительно, введем обозначения

$$z(t_i) = \dot{y}(t_i),$$

$$\varphi^T(t_i) = [y^T(t) u^T(t)],$$

$$a = [A \mid B].$$

Тогда оценки матрицы неизвестных параметров можно вычислить по формуле (1.1.15). Однако анализ показывает, что многомерный вариант никаких преимуществ не дает и представляет собой другую систему записи метода (1.1.1-1.1.4). Выписывая в (1.1.15) элементы вектора $z^T(t_i) = [\dot{y}_1(t_i) \dot{y}_2(t_i) \dots \dot{y}_n(t_i)]$, легко убедиться, что столбцы матрицы \hat{a} вычисляются автономно и, следовательно, оценка (1.1.15) эквивалентна последовательному применению (1.1.4) к каждому из n уравнений системы (1.1.10). Поэтому формулы (1.1.1)-(1.1.5) предпочтительнее, поскольку их проще реализовать при составлении компьютерной программы.

Для численного нахождения производных известны простые формулы, например:

$$\hat{y}'(t_i) = \frac{y(t_{i+1}) - y(t_{i-1}))}{t_{i+1} - t_{i-1}}, \quad i = \overline{2, N-1}. \quad (1.1.16)$$

Однако оценки производной (1.1.16) чувствительны к шумам измерений. Распространенное предварительное сглаживание по формуле

$$\hat{y}'(t_i) = \frac{1}{3} \sum_{j=i-1}^{j=i+1} y(t_j), \quad i = \overline{2, N-1} \quad (1.1.17)$$

применять не рекомендуется, поскольку (1.1.17) создает фазовый сдвиг сигнала, приводящий к смещению оценок идентификации.

С точки зрения уменьшения влияния шумов хорошие результаты дает предложенная в [1] формула, в которой применяется полиномиальное сглаживание на скользящем интервале

$$\hat{y}'(t_i) = \sum_{j=-m}^m b_j y(t_{i+j}), \quad i = \overline{m+1, N-m}. \quad (1.1.18)$$

Оценки производной, вычисленные по (1.1.18), обладают свойствами несмещенности и минимальной дисперсии [1].

При использовании сглаживающего полинома четвертого порядка коэффициенты вычисляются по формуле

$$b_j = \frac{5[5(3m^4 + 6m^3 - 3m + 1)j - 7(3m^2 + 3m - 1)j^3]}{h(m^2 - 1)m(m + 2)(4m^2 - 1)(2m + 3)}, \quad (1.1.19)$$

где $h = t_{i+1} - t_i$ - интервал дискретизации.

Как правило, выбирается $m = 5$. Подробное описание формулы (1.1.18) и ее свойств дано в [1].

Как известно, МНК может применяться также для оценивания нелинейных систем, обладающих свойством линейности по параметрам. В этом случае все нелинейные функции должны входить в вектор регрессоров.

Важное достоинство МНК состоит в том, что метод является одношаговым и не требует предварительного задания начальных оценок параметров. Это свойство приобретает особую актуальность, если идентификацию необходимо выполнять при и отсутствии исходного банка аэродинамических данных. В этом случае оценки МНК следует использовать как начальные для более сложных и точных методов.

Другим достоинством МНК является то, что оценки не зависят от последовательности измерений по времени. Это позволяет выполнять сортировку данных в зависимости от какого-либо другого параметра, что особенно эффективно при идентификации нелинейностей.

Основным недостатком МНК является его невысокая точность.

Моделированием установлено, что погрешности оценивания, например, параметров линейных моделей продольного и бокового движения самолетов могут достигать 30% при реалистичном уровне шумов измерений.

Основная причина состоит в наличии ошибок измерений регрессоров. Наиболее просто эта проблема решается в рамках других методов.

1.2 Метод максимума правдоподобия

Во многих методах идентификации минимизируемый функционал формируют на основе теории стохастических решений [13]. К их числу относится и метод максимума правдоподобия (ММП).

Например, можно рассматривать неизвестные параметры как вектор случайных величин с известной априорной плотностью распределения $p(a)$, которую можно уточнить по результатам наблюдений $z(N)$, где N – число наблюдений. В соответствии с формулой Байеса условная плотность вектора параметров по наблюдениям

$$p(a|z(N)) = \frac{p(z(N)|a) p(a)}{p(z(N))}, \quad (1.2.1)$$

где $p(z(N)|a)$ - условная плотность распределения наблюдений по параметрам,

$p(z(N))$ - плотность распределения, соответствующая наблюдениям $z(N)$.

Оценка вектора a , соответствующая максимуму условной плотности $p(a|z(N))$, называется оценкой максимума апостериорной вероятности.

При наличии наблюдений $z(N)$ знаменатель (1.2.1) есть константа, не влияющая на экстремум функционала. Если предположить, что ошибки априорных оценок велики, то учитывать априорную плотность нецелесообразно.

Тогда оценку вектора a можно выбирать из условия максимума плотности распределения наблюдений $p(z(N)|a)$. Такая оценка называется оценкой максимума правдоподобия, а плотность $p(z(N)|a)$ - функцией правдоподобия [14].

Рассмотрим вначале случай, когда шум объекта отсутствует.

Пусть модели объекта и наблюдений заданы в виде [18]:

$$y'(t) = f(y(t), a, u(t)), \quad (1.2.2)$$

$$z(t_i) = h(y(t_i), a, u(t_i)) + \eta(t_i), \quad (1.2.3)$$

где $y(t), u(t)$ - векторы выходных и входных сигналов размерности n и m соответственно,

$z(t_i)$ - вектор наблюдений размерности r ,

$\eta(t_i)$ - шум наблюдений, представляющий собой векторную нормальную случайную последовательность типа белого шума с нулевым математическим ожиданием и известной дисперсионной матрицей $R(t_i)$,

a - вектор неизвестных параметров, подлежащий идентификации.

Предполагается, что $u(t)$ есть известная функция времени. Начальные условия $y(t_0)$ или предполагаются известными, или включаются в вектор оцениваемых параметров.

Шумы наблюдений представляют собой нормальные и независимые случайные векторные величины. Поэтому их совместная плотность распределения вероятностей равна произведению плотностей для каждого момента $t_i, i = \overline{1, N}$. Функция правдоподобия принимает вид

$$\begin{aligned}
p(z(N)|a) &= \\
&= A \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (z(t_i) - h(\hat{y}(t_i), a, u(t_i)))^T R^{-1}(t_i) (z(t_i) - h(\hat{y}(t_i), a, u(t_i))) \right\}
\end{aligned}
\tag{1.2.4}$$

где $A = \prod_{i=1}^N (|R(t_i)^{-1}| (2\pi)^{-r})^{1/2}$ - константа, не зависящая от вектора параметров,

$\hat{y}(t_i)$ - оценка прогноза вектора состояния, получающаяся из численного решения уравнения (1.2.2) при фиксированном значении вектора параметров.

Максимум функции правдоподобия при указанных допущениях о свойствах шумов приводит к несмещенным и эффективным оценкам. В силу монотонности логарифмической функции максимуму (1.2.4) по параметрам a соответствует минимум логарифма. В итоге функционал максимума правдоподобия принимает вид

$$J(a) = \sum_{i=1}^N ((z(t_i) - h(\hat{y}(t_i), a, u(t_i)))^T R^{-1}(t_i) ((z(t_i) - h(\hat{y}(t_i), a, u(t_i)))). \tag{1.2.5}$$

Несложно заметить, что (1.2.5) представляет собой функционал метода наименьших квадратов с матрицей весовых коэффициентов $R(t_i)^{-1}$. Таким образом, при указанных выше допущениях о свойствах шумов функционал максимума правдоподобия совпадает со взвешенным функционалом МНК.

Поэтому отличие метода максимума правдоподобия [18] состоит не в способе выбора критерия, который дал название методу, а в форме представления модели объекта (1.2.2), (1.2.3) и в используемом методе численной оптимизации.

Для минимизации (1.2.5) предлагается использовать модифицированный метод Ньютона

$$\hat{a}_{k+1} = a_k - \left(\frac{d^2 J(a_k)}{da_k^2} \right)^{-1} \frac{dJ(a_k)}{da_k}. \quad (1.2.6)$$

Для выяснения смысла модификации вычислим входящие в (1.2.6) производные функционала первого и второго порядков по вектору параметров с учетом (1.2.2), (1.2.3).

Введем обозначение

$$\hat{z}(t_i, a) = h(\hat{y}(t_i), a, u(t_i)).$$

Тогда функционал (1.2.5) можно записать в виде

$$J(a) = \sum_{i=1}^N (z(t_i) - \hat{z}(t_i, a))^T R^{-1}(t_i) (z(t_i) - \hat{z}(t_i, a)), \quad (1.2.7)$$

где $\hat{z}(t_i, a)$ есть оценка прогноза вектора наблюдений, получаемая численным интегрированием уравнений объекта и наблюдений (1.2.2), (1.2.3) для $t \in [t_0, t_N]$ при $v(t_i) = 0, i = \overline{1, N}$.

Для вычисления производных скалярного функционала (1.2.7) по вектору a размерности p используем следующие векторно-матричные соотношения, в которых предполагается, что соответствующие скалярные производные существуют.

$$\frac{d(x^T A x)}{dx} = 2Ax, \quad (1.2.8)$$

где x - вектор размерности r , A - симметричная матрица размерности $r \times r$.

$$\left(\frac{dJ(x(a))}{da} \right)_{(p \times 1)} = \left(\frac{dx}{da} \right)_{(p \times r)}^T \left(\frac{dJ}{dx} \right)_{(r \times 1)}, \quad (1.2.9)$$

где $x(a)$ - векторная функция размерности r векторного аргумента a размерности p ;

$J(x(a))$ - скалярная функция векторного аргумента x размерности r и сложная функция векторного аргумента a размерности p .

В (1.2.9) в скобках указаны размерности.

В (1.2.9) предполагается, что производная векторной функции x по векторному аргументу a формируется по следующему правилу

$$\frac{dx}{da} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial a_1} & \frac{\partial x_1}{\partial a_2} & \dots & \frac{\partial x_1}{\partial a_p} \\ \frac{\partial x_2}{\partial a_1} & \frac{\partial x_2}{\partial a_2} & \dots & \frac{\partial x_2}{\partial a_p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial x_r}{\partial a_1} & \frac{\partial x_r}{\partial a_2} & \dots & \frac{\partial x_r}{\partial a_p} \end{bmatrix}_{(r \times p)}$$

Соотношения (1.2.8) и (1.2.9) легко доказываются путем записи скалярных элементов в явном виде.

Например, найдем частную производную $J(x(a))$ по элементу a_1 :

$$\frac{\partial J(x(a))}{\partial a_1} = \frac{\partial J}{\partial x_1} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial a_1} + \frac{\partial J}{\partial x_2} \cdot \frac{\partial x_2}{\partial a_1} + \dots + \frac{\partial J}{\partial x_r} \cdot \frac{\partial x_r}{\partial a_1} = \left(\frac{\partial x}{\partial a_1} \right)^T \cdot \frac{\partial J}{\partial x}.$$

Выполняя эту операцию для элементов a_2, a_3, \dots, a_p вектора a и сопоставляя результаты, получим (1.28). Аналогично, найдем частную производную $x^T A x$ по элементу x_1 , учитывая известное выражение для квадратичной формы

$$x^T A x = \sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^r x_j a_{ji} x_i.$$

Тогда

$$\frac{\partial(x^T A x)}{\partial x_1} = \sum_{i=1}^r a_{1i} x_i + x_1 a_{11} + x_2 a_{21} + \dots + x_r a_{r1} = \sum_{i=1}^r a_{1i} x_i + \sum_{i=1}^r a_{i1} x_i = 2 \sum_{i=1}^r a_{1i} x_i.$$

Здесь правая часть есть первый элемент вектора $2Ax$. Повторяя для остальных элементов вектора x , получим (1.2.8).

Введем обозначение

$$\varepsilon(t_i, a) = z(t_i) - \hat{z}(t_i, a).$$

Тогда функционал (1.2.7) можно записать в виде

$$J(a) = \sum_{i=1}^N \varepsilon^T(t_i, a) R^{-1}(t_i) \varepsilon(t_i, a). \quad (1.2.10)$$

По свойству дисперсионной матрицы $R(t_i)$ симметрична. Следовательно, симметрична и $R^{-1}(t_i)$.

Найдем производную (1.2.10) по вектору параметров с учетом (1.2.8) и (1.2.9)

$$\begin{aligned} \frac{dJ(a)}{da} &= \sum_{i=1}^N \frac{d\varepsilon^T(t_i, a)}{da} \cdot \frac{dJ(a)}{d\varepsilon^T(t_i, a)} = \sum_{i=1}^N \frac{d\varepsilon^T(t_i, a)}{da} \cdot 2R^{-1}(t_i) \varepsilon(t_i, a) = \\ &= -2 \sum_{i=1}^N \frac{dz^T(t_i, a)}{da} \cdot R^{-1}(t_i) (z(t_i) - \hat{z}(t_i, a)). \end{aligned} \quad (1.2.11)$$

Дифференцируя (1.2.11), найдем матрицу вторых производных функционала (матрицу Гессе)

$$\frac{d^2 J(a)}{da^2} = 2 \sum_{i=1}^N \frac{dz^T(t_i, a)}{da} \cdot R^{-1}(t_i) \frac{dz(t_i, a)}{da} -$$

$$-2 \sum_{i=1}^N \frac{d^2 \hat{z}^T(t_i, a)}{da^2} \cdot R^{-1}(t_i) (z(t_i) - \hat{z}(t_i, a)). \quad (1.2.12)$$

В [1.2.12] предлагается вычислять матрицу вторых производных по формуле

$$\frac{d^2 J(a)}{da^2} = 2 \sum_{i=1}^N \frac{d\hat{z}^T(t_i, a)}{da} \cdot R^{-1}(t_i) \frac{d\hat{z}(t_i, a)}{da}. \quad (1.2.13)$$

Полученное точное выражение (1.2.12) показывает, что используемая в [18] модификация состоит в простом отбрасывании слагаемого, содержащего производную второго порядка.

Преимущества аппроксимации (1.2.13) очевидны. Во-первых, значительно уменьшается объем вычислений, во-вторых, исключаются ошибки, связанные с вычислением вторых производных.

В [15] (с.62) указывается, что основным недостатком метода Ньютона является необходимость вычисления вторых производных. Как видим, формула (1.2.13) решает эту проблему самым радикальным способом.

В этой связи возникает вопрос о правомерности такого подхода.

Аргументы в пользу данного варианта метода Ньютона можно найти в [15], с.248. В [14] отмечается, что точность вычисления матрицы Гессе имеет значение только вблизи точки минимума, когда функционал хорошо аппроксимируется квадратичной функцией, поскольку метод Ньютона обладает одношаговой сходимостью для квадратичных функций [15], [16]. Для рассматриваемого случая вблизи точки минимума $a \approx a_{ист}$, где $a_{ист}$ - истинное значение параметров. При этом

$$\varepsilon(t_i, a) = z(t_i) - \hat{z}(t_i, a) \approx \eta(t_i)$$

и, следовательно,

$$M[z(t_i) - \hat{z}(t_i, a)] \approx 0. \quad (1.2.14)$$

Отбрасываемый член в (1.2.12) пропорционален оценке математического ожидания (1.2.14) по N наблюдениям. По условиям применения метода Ньютона, функционал является дважды непрерывно дифференцируемым, то есть вторые производные в (1.2.12) непрерывны и ограничены.

Следовательно, вблизи точки минимума второе слагаемое в (1.2.12) приближенно равно нулю.

На больших удалениях от точки экстремума квадратичность функционала проявляется в малой степени, и высокая точность вычисления матрицы Гессе не требуется.

Выполненная проверка рассматриваемого алгоритма методом моделирования, а также путем обработки значительных объемов полетных данных, показала, что процесс (1.2.15) сходится к точке минимума, как правило, через 4...8 итераций при ошибках начальных оценок до 50%.

При указанных проверках алгоритма производные оценок прогноза определялись численно для моментов времени $t_i, i = \overline{1, N}$ по формулам [19]:

$$\frac{d\hat{z}(t_i, a)}{da} = \left[\frac{\partial \hat{z}(t_i, a)}{\partial a_1} \quad \frac{\partial \hat{z}(t_i, a)}{\partial a_2} \quad \dots \quad \frac{\partial \hat{z}(t_i, a)}{\partial a_p} \right]_{(r \times p)},$$

$$\frac{\partial \hat{z}(t_i, a)}{\partial a_j} = \frac{\hat{z}(t_i, a + \varepsilon e_j) - \hat{z}(t_i, a)}{\varepsilon}, \quad (1.2.15)$$

где e_j - вектор размерности p , все элементы которого равны нулю за исключением j -го элемента, который равен 1;

ε - малое число, обычно задаваемое на уровне 0,001...0,1% от номинального значения параметров.

Оценки $\hat{z}(t_i, a), i = \overline{1, N}$ определялись численным решением (1.2.2), (1.2.3) при $u(t_i) = 0$.

Окончание идентификации осуществляется по условию $|\hat{a}_{k+1} - \hat{a}_k| < \delta |\hat{a}_k|$, где $\delta = 0,005...0,02$.

1.3 Дискретно-непрерывный метод идентификации

Рассмотрим алгоритм идентификации, основанный на идеях калмановской фильтрация. Алгоритм называется дискретно-непрерывным метод идентификации (ДНМИ) [17], поскольку модель объекта представлена в непрерывном виде, а модель наблюдений в дискретном, что соответствует принятой в настоящее время цифровой форме регистрации полетных данных. В ДНМИ выполнен переход к расширенному вектору состояния, в который входят собственно вектор состояния $y(t)$ и вектор параметров a .

Далее для расширенного, или обобщенного, вектора $x^T(t) = [y(t) \ a]$ выполняется калмановская фильтрация.

Модель объекта записывается в виде

$$y'(t) = f(y(t), a, u(t)) + \omega(t) \quad (1.3.1)$$

$$\dot{a} = 0,$$

где обозначение имеет тот же смысл, что в(1.2.2) и (1.3.1). Из второго уравнения (1.3.1) видно, что вводится предположение о постоянстве параметров на участке идентификации.

Дискретная модель наблюдений задается уравнением (1.2.3):

$$z(t_i) = h(y(t_i), a, u(t_i)) + \eta(t_i).$$

До начала работы алгоритма идентификации необходимо задать начальные значения обобщенного вектора состояния $x^T(t_0) = [y(t_0) \ a_0]$ и соответствующую корреляционную матрицу $V(t_0)$.

Для нахождения оценок $\hat{x}(t_0)$ выполняются следующие вычислительные операции на каждом интервале $t \in [t_k, t_{k+1}]$, $k = \overline{0, N-1}$:

определение прогноза вектора состояния и параметров

$$\frac{d\mathfrak{y}(t|t_k)}{dt} = f(\mathfrak{y}(t|t_k), \hat{a}(t_k), u(t)), \quad (1.3.2)$$

$$\bar{a}(t_{k+1}|t_k) = \hat{a}(t_k),$$

при начальных условиях $\mathfrak{y}(t_k|t_k) = \hat{y}(t_k)$;

вычисление переходной матрицы $F_1(t_{k+1}, t_k)$ размерности $n \times (n+p)$ решением уравнения

$$\frac{dF_1(t, t_k)}{dt} = A_{11}(t, t_k) F_1(t, t_k) + [0_{(n \times n)} \ ; \ A_{12}(t, t_k)], \quad (1.3.6)$$

с начальными условиями $F_1(t_k, t_k) = [E_{(n \times n)} \ ; \ 0_{(n \times p)}]$,

где

$$A_{11}(t, t_k)_{(n \times n)} = \frac{\partial f(\mathfrak{y}(t|t_k), \hat{a}(t_k), u(t))}{\partial \mathfrak{y}(t|t_k)}, \quad A_{12}(t, t_k)_{(n \times p)} = \frac{\partial f(\mathfrak{y}(t|t_k), \hat{a}(t_k), u(t))}{\partial \hat{a}(t_k)};$$

определение корреляционной матрицы $W(t_{k+1}, t_k)$ эквивалентного дискретного шума объекта путем решения уравнения

$$\frac{dW(t, t_k)}{dt} = A_{11}(t, t_k) W(t, t_k) + W(t, t_k) A_{11}^T(t, t_k) + S_\omega(t) \quad (1.3.7)$$

с начальными условиями $W(t_{k+1}, t_k) = 0_{(n \times n)}$;

определение матрицы ошибки прогноза

$$P_{k+1} = F_k V_k F_k^T + W(t_{k+1}, t_k) W_k, \quad (1.3.8)$$

где

$$F_k = \begin{bmatrix} F_1(t_{k+1}, t_k) & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix}, \quad W_k = \begin{bmatrix} W(t_{k+1}, t_k) & 0_{(n \times p)} \\ 0_{(p \times n)} & 0_{(p \times p)} \end{bmatrix};$$

вычисление коэффициента усиления фильтра

$$K_{k+1} = P_{k+1} H_{k+1}^T (H_{k+1} P_{k+1} H_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1}, \quad (1.3.9)$$

где $H_{k+1} = \frac{\partial h(\bar{x}(t_{k+1}|t_k), u(t_{k+1}))}{\partial \bar{x}(t_{k+1}|t_k)}$ - матрица наблюдений размерности $r \times (n + p)$;

вычисление корреляционной матрицы ошибки текущей оценки состояния и параметров

$$V_{k+1} = (K_{k+1} H_{k+1} - E) P_{k+1} (K_{k+1} H_{k+1} - E)^T + K_{k+1} R_{k+1} K_{k+1}^T \quad (1.3.10)$$

определение текущей оценки вектора состояния и идентифицируемых параметров

$$\hat{x}(t_{k+1}) = \bar{x}(t_{k+1}|t_k) + K_{k+1} (z(t_{k+1}) - h(\bar{x}(t_{k+1}|t_k), u(t_{k+1}))) \quad (1.3.11)$$

1.4 Сравнительный анализ алгоритмов идентификации, основанных на критерии наименьших квадратов, максимуме правдоподобия и калмановской фильтрации

Выполним теперь сравнительный анализ рассмотренных алгоритмов, ММП, ДНМИ и метода линейной множественной регрессии, или метода наименьших квадратов (МНК). Минимизируемые функционалы во всех трех методах при принятом допущении о нормальности шумов весьма близки и представляют собой разновидности взвешенного функционала наименьших квадратов.

Все три метода обеспечивают возможность оценивания нелинейных систем, при этом рассмотренный вариант МНК имеет ограничение, связанное с требованием линейности по параметрам .

В методах ММП и ДНМИ модели объекта и наблюдений изначально сформированы так, чтобы обеспечить оценивание динамических систем. При этом дифференциальные уравнения объекта задаются в непрерывном времени, а модель наблюдений – в дискретном, что соответствует постановке задачи идентификации технических объектов по данным эксперимента и не требует дополнительных преобразований. В МНК для оценивания объекта, описываемого дифференцированным уравнением, надо выполнить, как правило, численное дифференцирование. При этом шумы наблюдений усиливаются, что снижает точность оценок. С другой стороны, МНК обладает свойством одношаговой сходимости и не нуждается в априорных оценках. Для ММП и ДНМИ необходимы начальные приближения, как правило, с ошибками не более 50% .

Точность рассмотренных алгоритмов исследовалось методом моделирования на примерах идентификации параметров продольного и бокового движения самолетов[12, 20]. В этом случае погрешности

идентификации определялись путем сравнения оценок параметров, полученных в результате идентификации, с соответствующими значениями, используемыми в модели при генерации данных. При уровнях шумов измерений, соответствующих натурному эксперименту, и при отсутствии шумов объекта (спокойная атмосфера), погрешности оценок МНК составили в основном 10...30%, а ММП, ММП с фильтром Калмана и ДНМИ 5...7%. При наличии шумов объекта (атмосферное турбулентность) погрешность алгоритмов МНК и ММП возрастала, а ММП с фильтром Калмана и ДНМИ оставались в основном на прежнем уровне, поскольку эти методы учитывают шум объекта.

Более низкая точность МНК обусловлена ошибками численного дифференцирования и ошибками измерения регрессоров. Алгоритмы ММП и ДНМИ этих недостатков лишены, поскольку численное дифференцирование в них не используется, а вектор состояния восстанавливается не по измерениям, а путем численного решения уравнений объекта и наблюдений. Ошибки измерений входного сигнала в этих методах значительно ослабляются, потому что уравнения движения самолета (модель объекта) представляют собой фильтр нижних частот.

Выполненный в разделе обзор основных методов идентификации, применяемых для оценивания аэродинамических коэффициентов самолетов по данным летных экспериментов, позволяет определить следующие направления исследований:

1. Поскольку точность оценок идентификации существенно зависит от уровня шумов измерений, формы и амплитуды входных сигналов, вида модели объекта, набора идентифицируемых параметров, представляется целесообразным разработать методики, позволяющие по результатам численного эксперимента априорно оценить погрешности оценок идентификации в зависимости от указанных выше факторов.

2. Учитывая преимущества метода линейной множественной регрессии,

следует разработать метод идентификации, позволяющий уменьшать влияние погрешностей численного дифференцирования и погрешностей измерения регрессоров.

3. Целесообразно разработать специальные варианты алгоритмов идентификации для практически значимого случая статически неустойчивого самолета, поскольку при этом возникают сложности при численном интегрировании неустойчивых уравнений модели объекта, что снижает точность таких эффективных алгоритмов, как ММП и ДНМИ.

4. Поскольку оценки идентификации неизбежно содержат погрешности и являются случайными величинами, целесообразно разработать специальную методику анализа результатов идентификации как случайных величин, используя, например, подходы классической математической статистики.

Выводы по разделу 1

1. Анализ опыта идентификации математических моделей самолетов по данным летных испытаний позволяет выделить относительно небольшую группу методов, получивших наибольшее практическое распространение, к которым относятся метод множественной регрессии, часто называемый методом наименьших квадратов, метод максимума правдоподобия, калмановская фильтрация, типичным представителем которой является дискретно-непрерывный метод идентификации.
2. Для повышения точности идентификации параметров математических моделей самолетов по данным летных экспериментов в ходе данного исследования предлагается решить следующие основные задачи:
 - разработка методики анализа влияния форм входных сигналов на точность идентификации аэродинамических коэффициентов;
 - разработка методики анализа влияния шумов измерений на погрешности оценок аэродинамических коэффициентов;

- разработка алгоритма повышения точности идентификации на основе гармонических сигналов;
- разработка алгоритмов идентификации аэродинамических параметров статически неустойчивых самолётов;
- разработка методики анализа результатов идентификации по данным бортовых измерений на основе математической статистики.

2 РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК АЛГОРИТМА ИДЕНТИФИКАЦИИ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ УСЛОВИИ ЛЁТНЫХ ЭКСПЕРЕМЕНТОВ

Идентификация аэродинамических параметров может быть эффективной для оценивания технического состояния самолета и бортовых систем [6, 23]. В данном разделе выполнено решение задачи идентификации составляющих коэффициента подъемной силы c_y и составляющих коэффициента момента тангажа m_z самолета на различных входных сигналах, и так же проведён анализ влияния уровня шумов измерения и влияния формы входных сигналов. Для моделирования шумов измерений используются нормально распределённые дискретные случайные величины с постоянными математическим ожиданием и среднеквадратическим отклонением. Для оценивания составляющих коэффициентов применяется алгоритм параметрической идентификации.

2.1 Структура математической модели движения самолёта

Выполненный анализ, а также практический опыт идентификации моделей движения самолетов различных типов показывает, что для идентификации в качестве основной целесообразно выбрать нелинейную модель пространственного движения самолета (2.1.1, 2.1.10), из которой линейные модели движения получаются как следствия.

Модель рекомендуется использовать в двух вариантах. В первом варианте уравнения движения самолета получены при допущении, что оси связанной системы координат совпадают с главными осями инерции:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \omega_z - \frac{1}{\cos\beta} \left[\left(\frac{a_x}{V} - \omega_y \sin\beta \right) \sin\alpha + \left(\frac{a_y}{V} + \omega_x \sin\beta \right) \cos\alpha \right], \quad (2.1.1)$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{a_z}{V} \cos\beta - \left(\frac{a_x}{V} \sin\beta - \omega_y \right) \cos\alpha + \left(\frac{a_y}{V} \sin\beta + \omega_x \right) \sin\alpha,$$

$$\frac{dV}{dt} = a_x \cos\alpha \cos\beta - a_y \sin\alpha \cos\beta + a_z \sin\beta,$$

$$\frac{d\omega_z}{dt} = \frac{J_x - J_y}{J_z} \omega_x \omega_y + q \frac{S b_A}{J_z} m_z - \frac{k_{\partial\delta} \omega_y}{J_z} - \frac{(P_{np} + P_{лев}) y_{\partial\delta}}{J_z},$$

$$\frac{d\omega_y}{dt} = \frac{J_z - J_x}{J_y} \omega_x \omega_z + q \frac{S l}{J_y} m_y + \frac{k_{\partial\delta} \omega_z}{J_y} + \frac{(P_{np} - P_{лев}) z_{\partial\delta}}{J_y},$$

$$\frac{d\omega_x}{dt} = \frac{J_y - J_z}{J_x} \omega_y \omega_z + q \frac{S l}{J_x} m_x,$$

$$\frac{dv}{dt} = \omega_y \sin\gamma + \omega_z \cos\gamma,$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \omega_x - \operatorname{tg} v (\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma),$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{\cos v} (\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma),$$

$$\frac{dH}{dt} = V [\cos\alpha \cos\beta \sin v - \sin\alpha \cos\beta \cos v \cos\gamma - \sin\beta \cos v \sin\gamma]. \quad (2.1.10)$$

Для более точного учета взаимного влияния каналов крена и направления целесообразно применять более сложную модель (2.1.10), в которой учитывается центробежный момент инерции J_{xy} и используется допущение о том, что самолет имеет плоскость симметрии:

$$\begin{aligned}
\frac{d\alpha}{dt} &= \omega_z - \frac{1}{\cos\beta} \left[\left(\frac{a_x}{V} - \omega_y \sin\beta \right) \sin\alpha + \left(\frac{a_y}{V} + \omega_x \sin\beta \right) \cos\alpha \right], \\
\frac{d\beta}{dt} &= \frac{a_z}{V} \cos\beta - \left(\frac{a_x}{V} \sin\beta - \omega_y \right) \cos\alpha + \left(\frac{a_y}{V} \sin\beta + \omega_x \right) \sin\alpha, \\
\frac{dV}{dt} &= a_x \cos\alpha \cos\beta - a_y \sin\alpha \cos\beta + a_z \sin\beta, \\
\frac{d\omega_z}{dt} &= \frac{J_x - J_y}{J_z} \omega_x \omega_y + q \frac{S b_A}{J_z} m_z - \frac{k_{\partial\delta} \omega_y}{J_z} - \frac{(P_{np} + P_{лев}) y_{\partial\delta}}{J_z} + \frac{J_{xy} (\omega_x^2 - \omega_y^2)}{J_z}, \\
\frac{d\omega_y}{dt} &= \frac{J_x (J_z - J_x) - J_{xy}^2}{J_x J_y - J_{xy}^2} \omega_x \omega_z + \frac{k_{\partial\delta} \omega_z J_x}{J_x J_y - J_{xy}^2} + \frac{(P_{np} - P_{лев}) z_{\partial\delta} J_x}{J_x J_y - J_{xy}^2} - \\
&\quad - \frac{J_{xy} (J_z - J_x - J_y)}{J_x J_y - J_{xy}^2} \omega_y \omega_z + \frac{J_x q S l m_y + J_{xy} q S l m_x}{J_x J_y - J_{xy}^2}, \\
\frac{d\omega_x}{dt} &= \frac{J_y (J_y - J_z) + J_{xy}^2}{J_x J_y - J_{xy}^2} \omega_y \omega_z - \frac{J_{xy} (J_y + J_x - J_z)}{J_x J_y - J_{xy}^2} \omega_x \omega_z + \\
&\quad + \frac{J_y q S l m_x + J_{xy} q S l m_y}{J_x J_y - J_{xy}^2} + \frac{J_{xy} (k_{\partial\delta} \omega_z + (P_{np} - P_{лев}) z_{\partial\delta})}{J_x J_y - J_{xy}^2}
\end{aligned} \tag{2.1.11}$$

$$\frac{dv}{dt} = \omega_y \sin\gamma + \omega_z \cos\gamma,$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \omega_x - \operatorname{tg} v (\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma),$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{\cos \nu} (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma),$$

$$\frac{dH}{dt} = \frac{dY}{dt} = V [\cos \alpha \cos \beta \sin \vartheta - \sin \alpha \cos \beta \cos \vartheta \cos \gamma - \sin \beta \cos \vartheta \sin \gamma],$$

Ускорения вдоль связанных осей:

$$a_x = qS(-c_x + c_p)/m - g \sin \nu = g(n_x - \sin \nu),$$

$$a_y = qSc_y/m - g \cos \nu \cos \gamma = g(n_y - \cos \nu \cos \gamma), \quad (2.1.12)$$

$$a_z = qSc_z/m + g \cos \nu \sin \gamma = g(n_z + \cos \nu \sin \gamma),$$

где c_x, c_y, c_z – коэффициенты аэродинамических сил в связанной системе координат.

Перегрузки вдоль связанных осей:

$$n_x = qS(-c_x + c_p)/gm = a_x/g + \sin \nu;$$

$$n_y = qSc_y/gm = a_y/g + \cos \nu \cos \gamma; \quad (2.1.13)$$

$$n_z = qSc_z/gm = a_z/g - \cos \nu \sin \gamma.$$

В системах уравнений (2.1.1)...(2.1.13) используются следующие обозначения:

α, β – углы атаки и скольжения, рад;

$\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – угловые скорости относительно связанных осей, рад/с;

ν, γ, ψ – углы тангажа, крена, рыскания, рад;

H – высота полета, м;

m_x, m_y, m_z – коэффициенты аэродинамических моментов;

c_x, c_y, c_z – коэффициенты аэродинамических сил;

J_x, J_y, J_z, J_{xy} – моменты инерции относительно связанных осей, кг×м²;

m – масса самолета, кг;

l, b_A – размах крыла и длина средней аэродинамической хорды, м;

S – эквивалентная площадь крыла, м²;

q – скоростной напор, Па;

ρ_H – плотность воздуха на высоте полета, кг/м³;

$c_p = P/qS$ – коэффициент тяги двигателей;

$P_{пр}, P_{лев}$ – сила тяги правого и левого двигателей, Н.

$k_{дв}$ – кинетический момент роторов двигателей, кг м².

$y_{дв}, z_{дв}$ – координаты двигателя относительно связанных осей, м;

$\varphi_{дв}$ – угол установки двигателей, рад.

Значения коэффициентов подъемной силы и сопротивления, определенные по результатам аэродинамических продувок, обычно задаются в полусвязанной системе координат $Ox_e Y_e Z_e$. Для перевода данных коэффициентов из одной системы в другую используются соотношения

$$c_{xe} = c_x \cos \alpha + c_y \sin \alpha,$$

$$c_{ye} = c_y \cos \alpha - c_x \sin \alpha, \tag{2.1.14}$$

$$c_x = c_{xe} \cos \alpha - c_{ye} \sin \alpha,$$

$$c_y = c_{ye} \cos \alpha + c_{xe} \sin \alpha,$$

где c_{xe} , c_{ye} – коэффициенты составляющих аэродинамической силы в полусвязанной системе координат.

В случае необходимости учета положения самолета в земной системе координат модели (2.1.1) и (2.1.11) дополняются следующими уравнениями:

$$\frac{dX_g}{dt} = V [\cos \alpha \cos \beta \cos \vartheta \cos \psi + \sin \alpha \cos \beta (\sin \vartheta \cos \gamma \cos \psi - \sin \gamma \sin \psi) + \sin \beta (\sin \vartheta \sin \gamma \cos \psi + \cos \gamma \sin \psi)], \quad (2.1.15)$$

$$\frac{dZ_g}{dt} = -V [\cos \alpha \cos \beta \cos \vartheta \sin \psi + \sin \alpha \cos \beta (\sin \vartheta \cos \gamma \sin \psi + \sin \gamma \cos \psi) + \sin \beta (\sin \vartheta \sin \gamma \sin \psi - \cos \gamma \cos \psi)].$$

Линейная модель аэродинамических коэффициентов продольного и бокового движения имеет вид

$$c_{ye} = c_{y0} + c_{ye}^{\alpha} \alpha + c_{ye}^{\delta_B} \delta_B,$$

$$m_z = m_{z0} + m_z^{\alpha} \alpha + m_z^{\delta_B} \delta_B + m_z^{\bar{\omega}_z} \cdot \frac{b_A}{V} \omega_z + m_z^{\bar{\alpha}} \cdot \frac{b_A}{V} \frac{d\alpha}{dt}. \quad (2.1.16)$$

$$c_z = c_z^{\beta} \beta + c_z^{\delta_n} \delta_n,$$

$$m_x = m_x^{\beta} \beta + m_x^{\bar{\omega}_x} \frac{l}{2V} \omega_x + m_x^{\bar{\omega}_y} \frac{l}{2V} \omega_y + m_x^{\delta_n} \delta_n + m_x^{\delta_{\vartheta}} \delta_{\vartheta}, \quad (2.1.17)$$

$$m_y = m_y^{\beta} \beta + m_y^{\bar{\omega}_x} \frac{l}{2V} \omega_x + m_y^{\bar{\omega}_y} \frac{l}{2V} \omega_y + m_y^{\delta_n} \delta_n + m_y^{\delta_{\vartheta}} \delta_{\vartheta}.$$

Идентификация нелинейных аэродинамических зависимостей рассмотрена в подразделах 2.1.16, 2.1.17.

2.2 Анализ влияния формы входных сигналов на точность идентификации аэродинамических коэффициентов.

На результаты идентификации аэродинамических коэффициентов самолета влияет целый ряд факторов. Данный подраздел фокусируется на входных сигналах, сформированных посредством управления пилотами, поскольку входы влияют значительно на точность оценивания. В этом исследовании, для моделирования шумов измерения используются нормально распределенные дискретные случайные величины с нулевым матожиданием и постоянными среднеквадратическими отклонениями. В этом подразделе сформулирована линейная модель движения самолета, а также различные типы входных сигналов, задаваемых пилотом. Так как модель линейна - для идентификации параметров применяется метод наименьших квадратов (МНК). Предлагаемая методика полностью сохраняет свою структуру в случае нелинейной модели объекта, рассмотренной в предыдущем подразделе.

2.2.1 Классификация входных сигналов

Различные типы входных сигналов φ_t формируются пилотом в соответствии с различными условиями, существует множество типов входных сигналов. Для анализа влияния формы входных сигналов на точность идентификации аэродинамических коэффициентов, рассматриваются три типа входных сигналов φ_t , и они представляют собой дипольную прямоугольную волну, многополярную прямоугольную волну и полигармонический сигнал. Полигармонический сигнал рассматривается как сумма двух или более синусоидальных волн с разными частотами.

Все типы сигналов моделируются во многих разных временах обработки. В этой работе рассмотрены три разных времени обработки (12с, 24с и 48с) в разном периоде волн. Входные сигналы φ_t во время обработки 12 с, генерируемые пилотным действием, показаны на рис. (2.2.1, 2.2.2, 2.2.3).

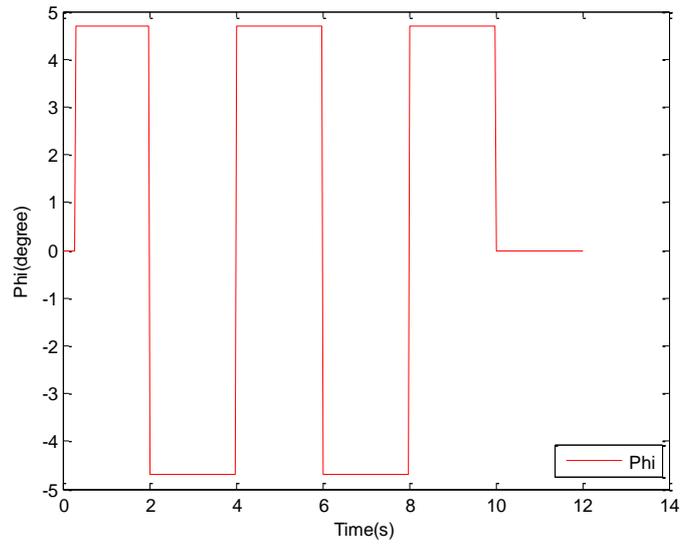


Рис.2.2.1. Дипольная прямоугольная волна

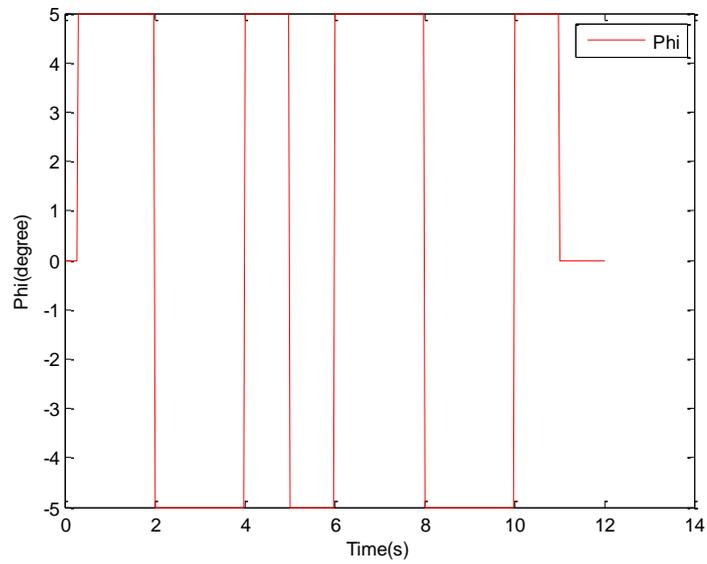


Рис.2.2.2. Многополярная прямоугольная волна

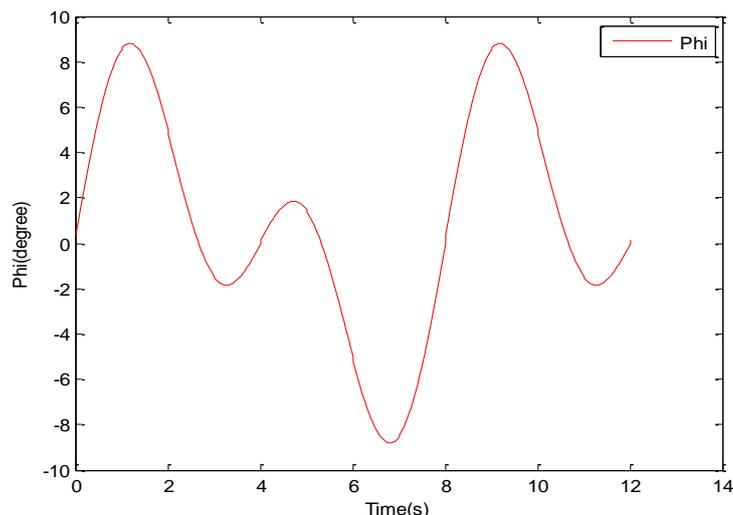


Рис.2.2.3. Полигармонический сигнал

Для моделирования и идентификации эти три формы входных сигналов формируются в 8 различных вариантов сигналов в соответствии с периодами волн и частот в этих работах, и эти сигналы перечислены в таблице (2.2.1, 2.2.2 и 2.2.3). В дипольной прямоугольной волне формирование входных сигналов с периодам волны осуществляется равномерно, так как период является однородным.

Сигнал	Форма сигнала	Период (с)	Интервал обработки (с)
1 ^{ый}	Дипольная волна прямоугольная	2 / 3 / 6	12 / 24 / 48
2 ^{ой}	Дипольная волна прямоугольная	4 / 6 / 12	12 / 24 / 48
3 ^{ий}	Дипольная волна прямоугольная	6 / 12 / 24	12 / 24 / 48

Таблица 2.2.1. Параметры входных сигналов в соответствии с периодом дипольной прямоугольной волны и с временем обработки

Сигнал	Форма сигнала	Период (с)	Время обработки (с)	Интервал обработки (с)
4 ^{ый}	Многополярная прямоугольная волна	2 / 3 / 6	1 / 1.5 / 3	12 / 24 / 48
5 ^{ый}	Многополярная прямоугольная волна	4 / 6 / 12	2 / 3 / 6	12 / 24 / 48
6 ^{ой}	Многополярная прямоугольная волна	6 / 12 / 24	3 / 6 / 12	12 / 24 / 48

Таблица 2.2.2. Параметры входных сигналов в зависимости от периода многополярной прямоугольной волны и времени обработки

Сигнал	Форма сигнала	Частоты составляющих (Гц)	Интервал обработки (с)
7 ^{ой}	Полигармонический сигнал	0.25; 0.125	12 / 24 / 48
8 ^{ой}	Полигармонический сигнал	0.125; 0.65	12 / 24 / 48

Таблица 2.2.3. Параметры полигармонических входных сигналов в соответствии со значениями частот и со временем обработки

2.2.2 Моделирование движения самолета в продольном канале

Для моделирования, необходимо сформировать модель объекта и знать входные сигналы. Для формирования модели объекта, используются уравнения угла атаки и угловой скорости тангажа самолета. Исходные математические уравнения для угла атаки (2.2.1) и угловой скорости тангажа (2.2.2) в непрерывном виде записываются следующим образом

$$\frac{d\alpha}{dt} = -\frac{1}{m}q(t)S C_y^\alpha \alpha(t) + \omega_z(t) - \frac{1}{m}q(t)S C_y^\varphi \varphi(t) \quad (2.2.1)$$

$$\frac{d\omega_z}{dt} = \frac{q(t)S b_A}{J_z} m_z^\alpha \alpha(t) + \frac{q(t)S b_A b_A}{J_z V} m_z^{\omega_z} \omega_z(t) + \frac{q(t)S b_A}{J_z} m_z^\varphi \varphi(t) \quad (2.2.2)$$

Обозначим $\frac{1}{m}q(t)S C_y^\alpha = Y^\alpha$, $\frac{1}{m}q(t)S C_y^\varphi = Y^\varphi$, $\frac{q(t)S b_A}{J_z} m_z^\alpha = M_z^\alpha$, $\frac{q(t)S b_A b_A}{J_z V} m_z^{\omega_z} = M_z^{\omega_z}$,
 $\frac{q(t)S b_A}{J_z} m_z^\varphi = M_z^\varphi$.

$$\frac{d\alpha}{dt} = -Y^\alpha \alpha(t) + \omega_z(t) - Y^\varphi \varphi(t) \quad (2.2.3)$$

$$\frac{d\omega_z}{dt} = M_z^\alpha \alpha(t) + M_z^{\omega_z} \omega_z(t) + M_z^\varphi \varphi(t) \quad (2.2.4)$$

Обычно моделирование является удобным в дискретной форме, поэтому представим уравнения всех сигналов в дискретной форме.

$$\alpha(t_{i+1}) = \alpha(t_i) + \Delta t[-Y^\alpha \alpha(t_i) + \omega_z(t_i) - \varphi(t_i)] \quad (2.2.5)$$

$$\omega_z(t_{i+1}) = \omega_z(t_i) + \Delta t[M_z^\alpha \alpha(t_i) + M_z^{\omega_z} \omega_z(t_i) - M_z^\varphi \varphi(t_i)] \quad (2.2.6)$$

где, $\alpha(t_{i+1})$ – угол атаки на момент времени $(t_{(i+1)})$ (рад),

$\omega_z(t_{i+1})$ – угловая скорость тангажа на момент времени $(t_{(i+1)})$ (рад/с),

$\alpha(t_i)$ – угол атаки на момент времени (t_i),

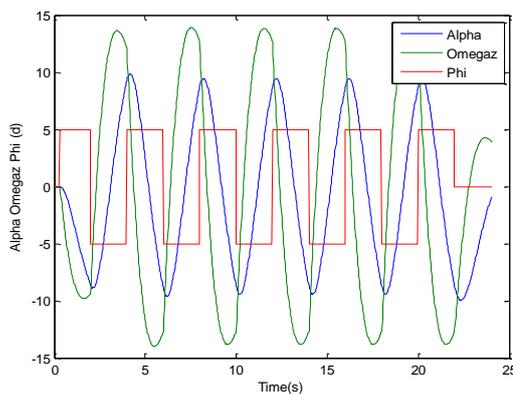
$\omega_z(t_i)$ – угловая скорость тангажа на момент времени (t_i),

$\Delta t = t_{i+1} - t_i$ – временной интервал дискретизации,

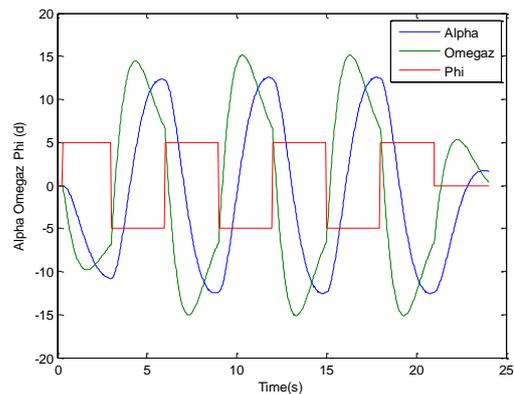
$\gamma^\alpha, \gamma^\varphi, M_z^\alpha, M_z^{\omega_z}, M_z^\varphi$ – аэродинамические параметры, которые будут определены.

Для моделирования предполагается, что частота регистрации (f-регистрации) составляет 32 Гц. Следовательно, временной интервал дискретизации $\Delta t = 1/32$ с. Эта частота регистрации (f-регистрации) также влияет на процесс оценивания и на точность оцениваемых параметров.

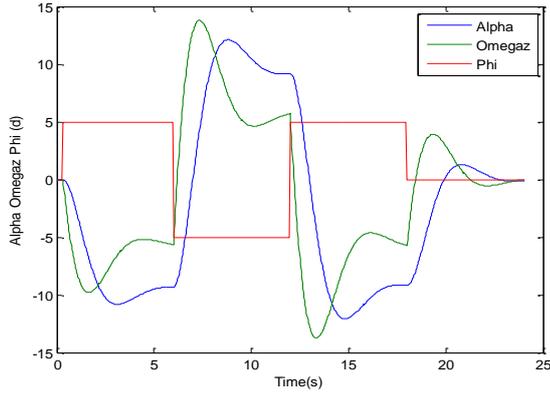
В начале все типы входных сигналов φ_t в этой работе, угол атаки (2.2.5) для каждого входного сигнала и угловая скорость тангажа (2.2.6) для каждого входного сигнала моделируются без шумов. После моделирования, были получены симулированные сигналы без шумов измерения, которые показаны на рис. (2.2.4, 2.2.5, 2.2.6).



(а) 1-ый сигнал

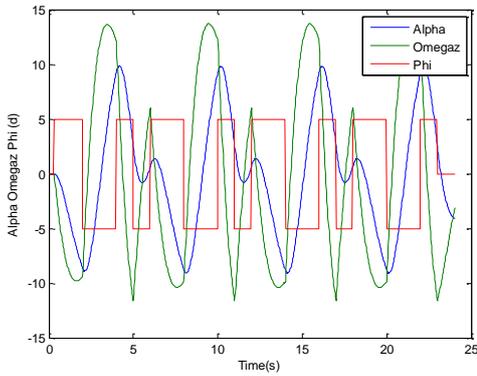


(б) 2-ой сигнал

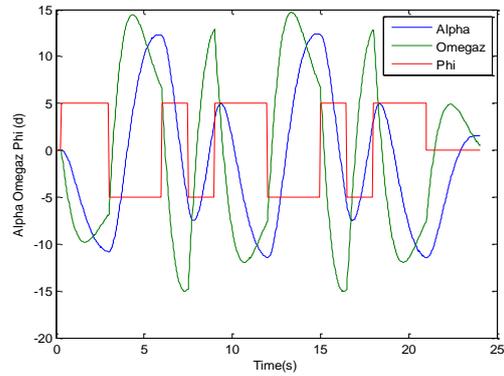


(v) 3-ий сигнал

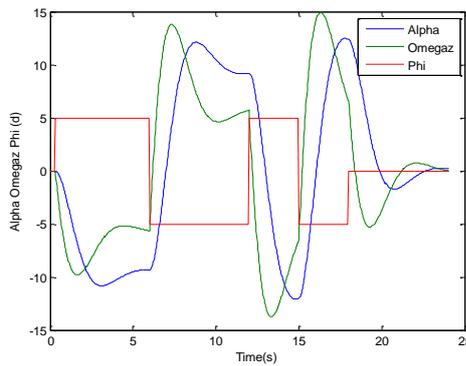
Рис.2.2.4. Моделирование сигналов без шумов с дипольной прямоугольной волной для трех разных периодов в течение 24 с



(a) 4-ой сигнал

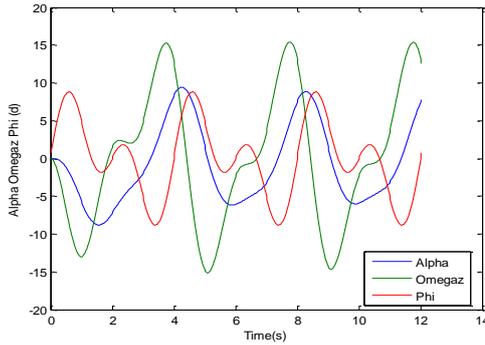


(б) 5-ый сигнал

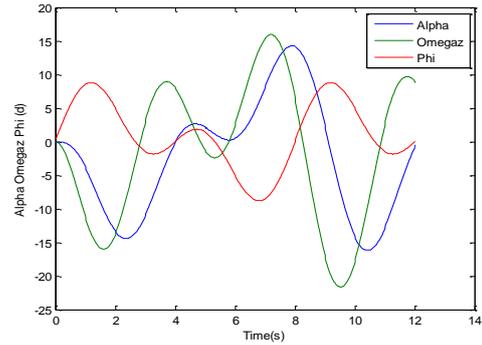


(v) 6-ой сигнал

Рис.2.2.5. Моделирование сигналов без шумов с многополярной прямоугольной волной для трех разных периодов в течение 24 с



(а) 7-ой сигнал

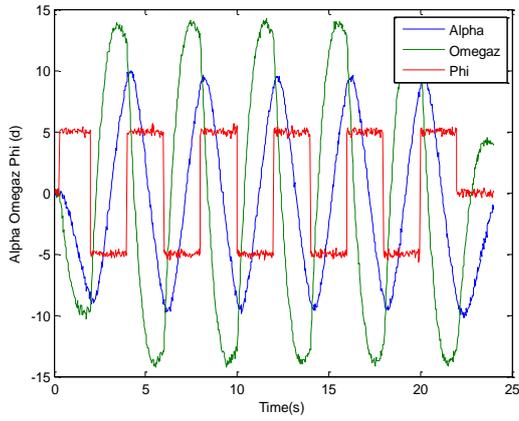


(б) 8-ой сигнал

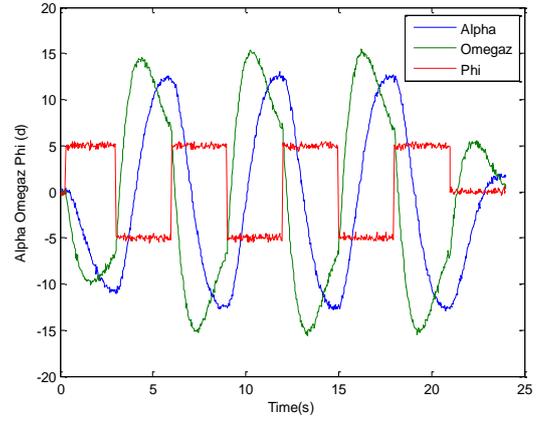
Рис.2.2.6. Моделирование сигналов без шумов с полигармоническим сигналом для двух разных частот на интервале 24 с

2.2.3 Измерение входных и выходных сигналов с шумами

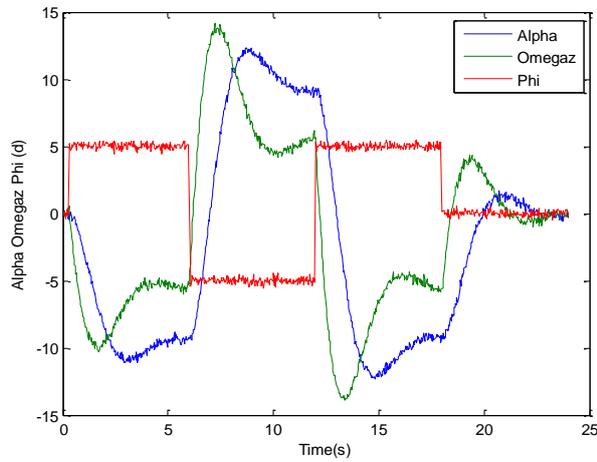
После моделирования сигналов выполняется моделирование измерений всех входных и выходных сигналов. В процессе измерения вычисляются угол атаки (2.2.5) и угловая скорость тангажа (2.2.6), соответствующие каждому из входных сигналов. Для моделирования шумов измерений используются нормально распределённые случайные величины, имеющие нулевое математическое ожидание и помоянное среднеквадратическое отклонение 0,2 градуса для отклонений стабилизатора и угла атаки, и 0,2 градуса/с для угловой скорости. Измеренные входные сигналы, угол атаки и угловая скорость тангажа, связанные с типами входных сигналов с шумами измерения, показаны на рис. (2.2.7, 2.2.8, 2.2.9).



(а) 1-ый сигнал

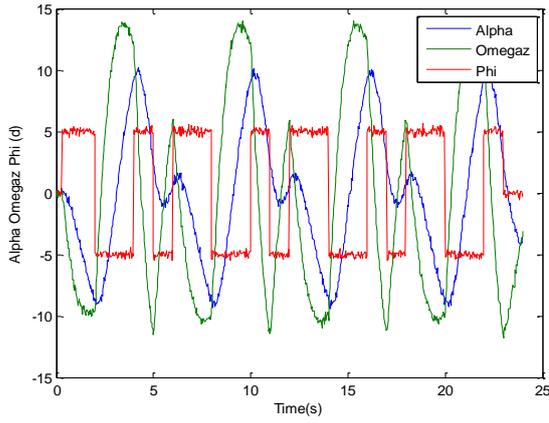


(б) 2-ой сигнал

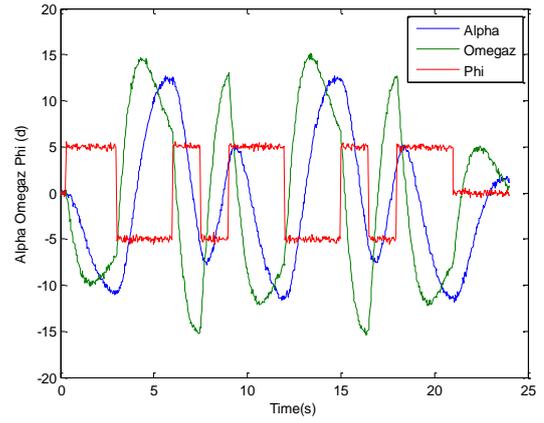


(в) 3-ий сигнал

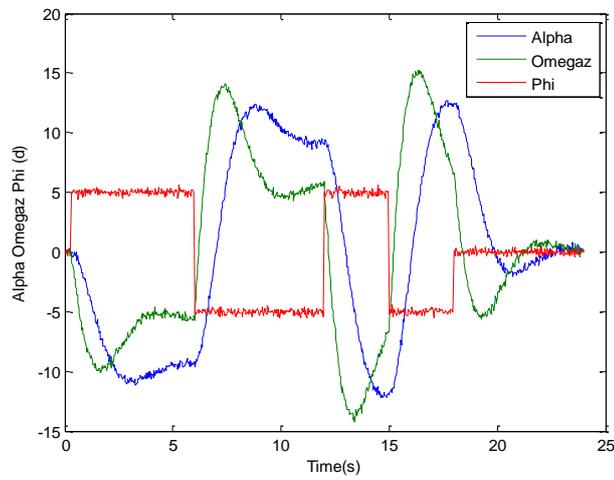
Рис.2.2.7. Сигналы с дипольной прямоугольной волной трех разных периодов на интервале 24 секунды с шумами измерений



(а) 4-ой сигнал

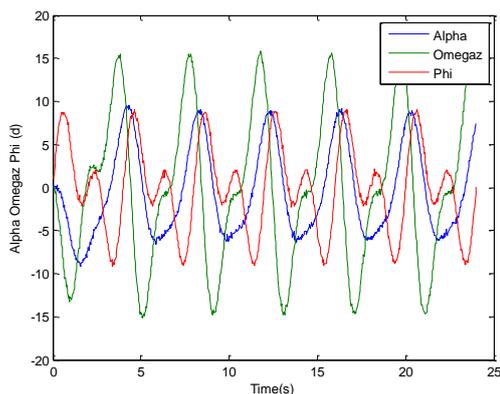


(б) 5-ый сигнал

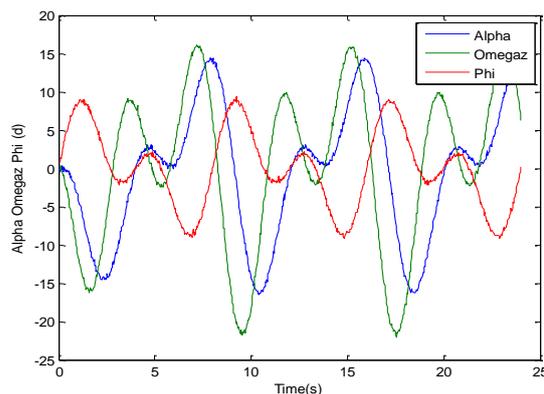


(в) 6-ой сигнал

Рис.2.2.8. Сигналы с многополярной прямоугольной волной трех разных периодов на интервале 24 секунды с шумами измерений



(а) 7-ой сигнал



(б) 8-ой сигнал

Рис.2.2.9. Полигармонические сигналы на интервале 24 секунды с шумами измерений для двух разных частот

2.2.4 Идентификация аэродинамических параметров

После того, как модель самолета выбрана, смоделирована и рассчитана, остается только ее идентификация, которая по существу является проблемой оптимизации. Типичный критерий идентификации обычно имеет форму минимизации функции ошибок прогнозирования. Функция обычно основана на матрице расстояния. Например, методы наименьших квадратов минимизируют евклидово расстояние между предсказанными и наблюдаемыми значениями (квадрат нормы ошибок прогнозирования). Другие факторы, такие как качество оценок параметров, количество параметров могут быть учтены в целевой функции. Для того чтобы выполнить оценивание аэродинамических параметров, используется метод наименьших квадратов (МНК), или метод линейной множественной регрессии, поскольку он эффективен для линейных систем.

Для оценивания аэродинамических параметров, необходимо формировать модель объекта. Рассмотрим каждое уравнение модели объекта отдельно. В общем виде для произвольного момента t_i его можно выразить следующим образом:

$$Z(t_i) = a_0 + a_1 F_1(t_i) + a_2 F_2(t_i) + a_3 F_3(t_i),$$

$$i = 1, 2, \dots, N,$$

где

a_0, a_1, a_2, a_3 – оцениваемые параметры,

N – количество измерений.

Модель объекта для идентификации может быть представлена как матрица \mathbf{F} и вектор \mathbf{Z} :

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & F_{1t(1)} & F_{2t(1)} & F_{3t(1)} \\ 1 & F_{1t(2)} & F_{2t(2)} & F_{3t(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & F_{1t(N)} & F_{2t(N)} & F_{3t(N)} \end{bmatrix} \quad (2.2.7)$$

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z(t_1) \\ Z(t_2) \\ \dots \\ Z(t_N) \end{bmatrix} \quad (2.2.8)$$

Для того чтобы сформировать матрицу \mathbf{F} для первого уравнения, используются входные сигналы φ_t , угол атаки (2.2.5) и угловая скорость тангажа (2.12.6). Для формирования выходной матрицы \mathbf{Z} , лучше использовать перегрузку, которая может быть выражена следующим образом;

$$n_y(t_i) = \left[\frac{V}{g} (Y^\alpha \alpha(t_i) + Y^\varphi \varphi(t_i)) \right] + S_n(t_i) \quad (2.2.9)$$

Где $n_y(t_i)$ - перегрузка с определенным шумом на момента времени (t_i) ,

V - воздушная скорость (м/с),

g - гравитационное ускорение (м/с²),

$S_n(t_i)$ - нормально распределенная случайная величина с нулевым математическим ожиданием и с.к.о. 0,02 единицы перегрузки.

Для целей идентификации, лучше представить уравнение угловой скорости тангажа в форме;

$$\frac{d\omega(t_i)}{dt} = M_Z^\alpha \alpha(t_i) + M_Z^{\omega_z} \omega_z(t_i) - M_Z^\varphi \varphi(t_i) \quad (2.2.10)$$

В этом случае матрица F такая же, как в первом уравнении, а выходной вектор Z состоит из оценок производной по времени угловой скорости.

$$\frac{d\omega(t_i)}{dt} = \frac{\omega(t_{i+1}) - \omega(t_{i-1}))}{2\Delta t}$$

Чтобы статистически оценить точность оценки параметров и влияние измерительных шумов, данные моделирования и обработка этих данных МНК проводилось многократно. Все задействованные сигналы были искажены имитируемыми шумами, нормально распределенными случайными величинами. В этой работе эксперименты проводились для 8 различных типов входных сигналов с шумом измерения, среднеквадратическое отклонение которое равно 0,2 . Для каждого типа входных сигналов, аэродинамические параметры рассчитывались по МНК.

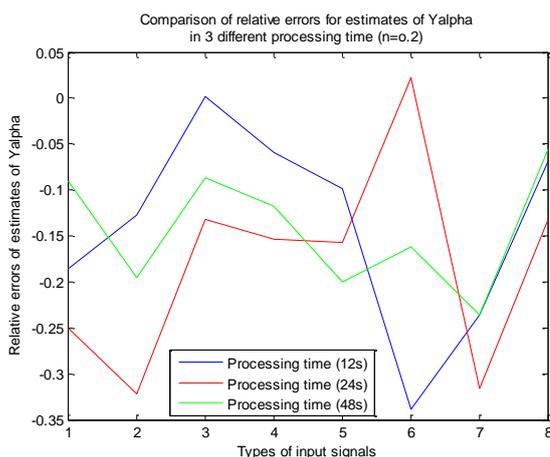
В этой работе предполагается, что на все сигналы, используемые для идентификации, влияют шумы измерений. По этой причине применяется статистическое моделирование, чтобы исследовать точность оцениваемых параметров.

2.2.5 Анализ относительных погрешностей оцениваемых параметров

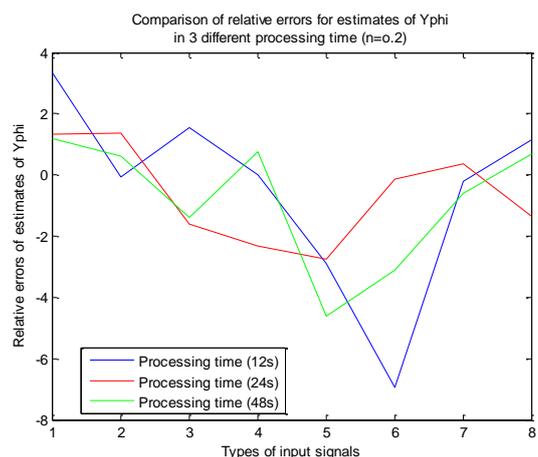
После процесса идентификации, обычно предполагается, что существует точное или истинное значение, основанная на том, как определяется, что оценивается. Хотя в общем случае невозможно узнать это истинное значение в точности, необходимо найти эту идеальную величину в меру своих возможностей с учетом времени и ресурсов. Очевидно, что в численном

эксперименте истинные значения идентифицируемых параметров известны точно.

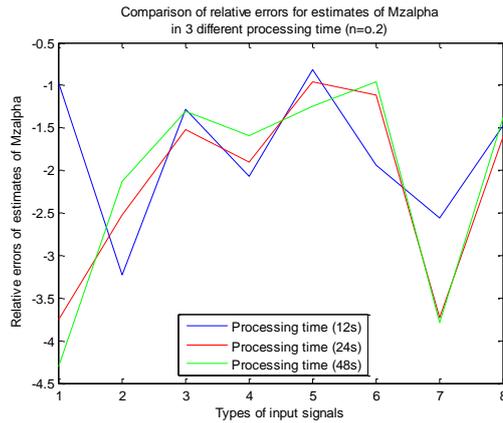
На этом этапе, относительные погрешности (2.2.10) оцениваемых аэродинамических параметров определяются на основе различных типов входных сигналов. Очевидно, что среднеквадратическое отклонение шума измерения - нормально распределённые случайные величины, могут влиять на точность оцениваемых параметров, а точность идентификации также зависит от типа входного сигнала. Относительные погрешности оцениваемых параметров показаны на рис. (2.2.10).



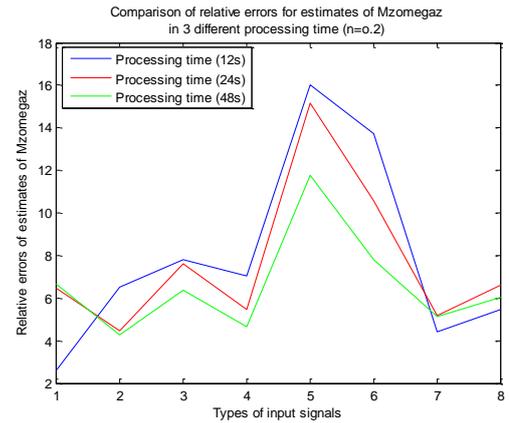
(a)



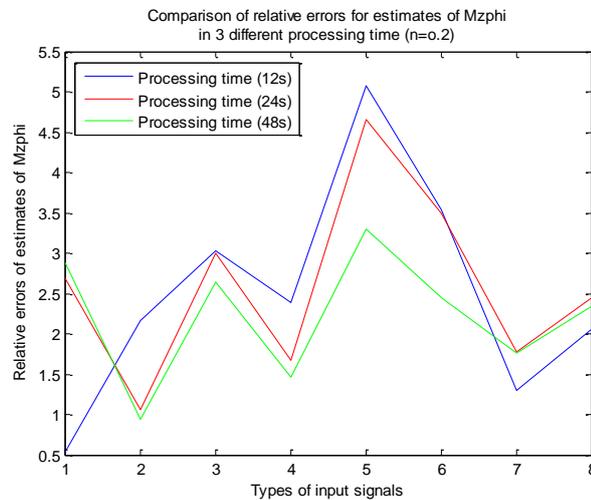
(б)



(B)



(Г)



(Д)

Рис.2.2.10. Относительные погрешности оцениваемых параметров для 8 типов входного сигнала

На графиках результатов обозначение $n = 0.2$ указывает на среднеквадратические отклонения нормально распределенных случайных величин, имитирующих шумы измерений - 0,2 градуса для угла атаки и отклонений стабилизатора, 0,2 градуса/с для угловой скорости, 0,02 ед. перегрузки для нормальной перегрузки. Числа 12, 24 и 48 относятся к времени обработки в секундах, в котором было выполнено оценивание параметров. Типы входного сигнала были упомянуты выше.

Анализ графиков показывает, что наименьшие погрешности соответствуют более простым сигналам типа бинарная волна и полигармонический двухчастотный сигнал, тогда как многополярная бинарная волна показывает увеличенные значения погрешностей. Наиболее вероятная причина в том, что для простых форм сигналов имеют место меньшие искажения, вызванные шумами и дискретизацией, и это перевешивает полезный эффект более широкого частотного спектра входного сигнала, создаваемого многополярными импульсами.

2.3 Анализ влияния уровня шумов измерения

Для анализа влияния шумов измерения на погрешности идентификации аэродинамических коэффициентов, рассматривается самый простой входной сигнал φ_t , и он представляет собой сигнал ступенчатой формы. Для моделирования шумов измерений используются, как и ранее, нормально распределенные дискретные случайные величины с нулевыми математическими ожиданиями и различными среднеквадратическими отклонениями.

Для того чтобы проводить моделирование, необходимо знать входной сигнал (2.3.1). Далее при моделировании рассматривается самый простой входной сигнал ступенчатой формы, который формируется лётчиком.

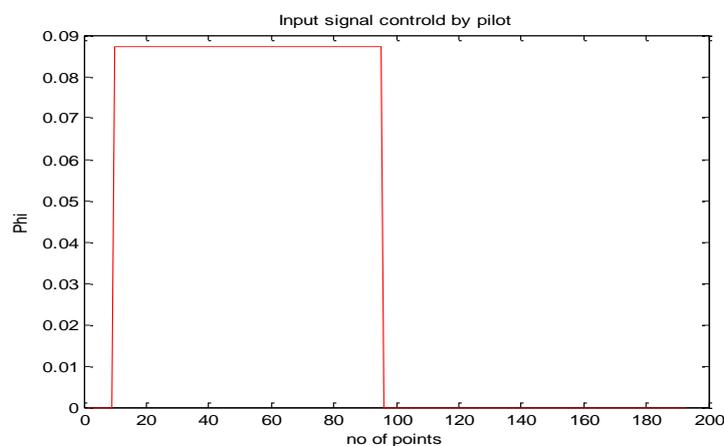


Рис.2.3.1. Входной сигнал φ_t ступенчатой формы

2.3.1 Моделирование движения самолёта

Для того чтобы провести моделирование, необходимо сформировать модель объекта и знать начальные условия и входные сигналы. Формирование модели объекта, осуществляется так же как в подразделе (2.2). Здесь частота регистрации (f -регистрация) тоже составляет 32 Гц. Следовательно, временной интервал дискретизации $\Delta t = 1/32$ с.

На первом этапе, как и в предыдущем разделе, все типы входных сигналов φ_t , угол атаки (2.2.5) и угловая скорость тангажа (2.2.6) моделируются без шумов. После моделирования, были получены симулированные сигналы без шумов измерения и показаны на рис. (2.3.2).

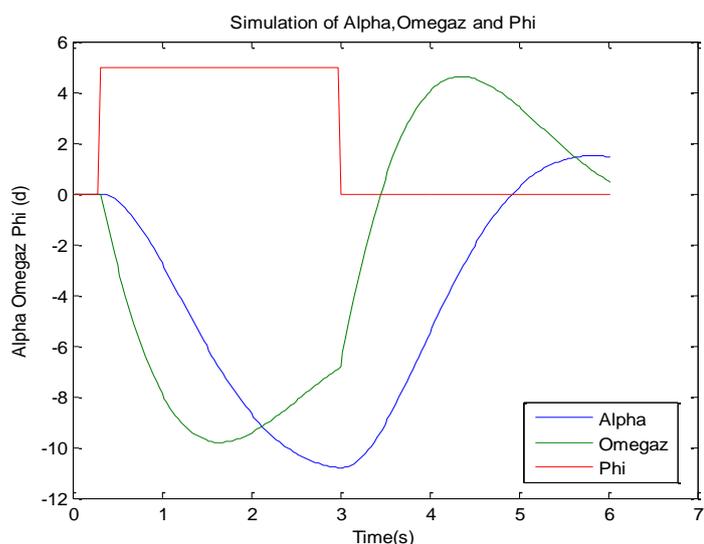


Рис.2.3.2. Входной сигнал φ_t , угол атаки и угловая скорость тангажа

2.3.2 Измерение входных и выходных сигналов с шумами

Далее выполняется моделирование шумов измерений всех входных и выходных сигналов. Для имитации процесса измерения к значениям входным сигналов, а также к значениям угла атаки (2.2.5) и угловой скорости тангажа (2.2.6) добавляются аддитивно шумы измерений - нормально распределённые случайные величины, имеющие нулевое математическое ожидание и различные

среднеквадратические отклонения. Измеренные входные сигналы, угол атаки и угловая скорость тангажа с шумами измерения, показаны на рис. (2.3.3).

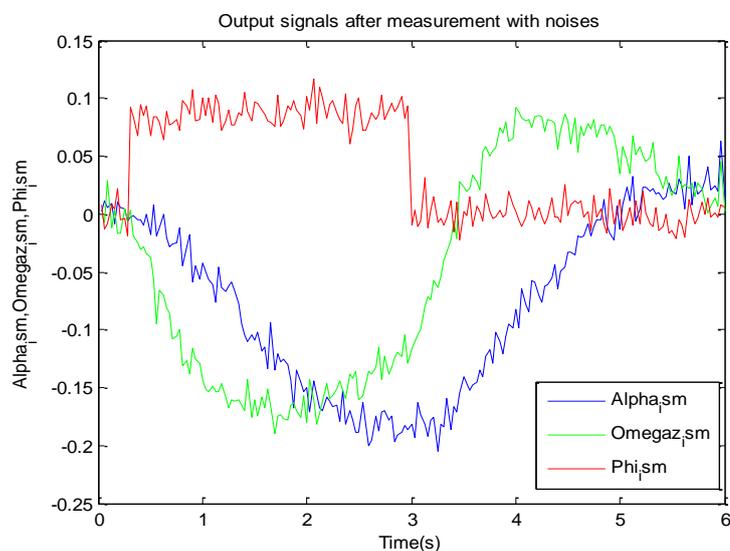


Рис.2.3.3. Входной сигнал φ_t , угол атаки и угловая скорость тангажа после измерения с шумами

2.3.3 Идентификация аэродинамических параметров

После моделирования и измерения с шумами, выполняется идентификация аэродинамических параметров, здесь тоже используется метод наименьших квадратов (МНК) (1.1.9) так же как в предыдущей работе. Для оценивания аэродинамических параметров, необходимо формировать уравнение модель объекта. В общем виде для произвольного момента t_i , его можно выразить следующим образом:

$$Z(t_i) = a_0 + a_1 F_1(t_i) + a_2 F_2(t_i) + a_3 F_3(t_i),$$

$$i = 1, 2, \dots, N,$$

где

a_0, a_1, a_2, a_3 – оцениваемые параметры,

N – количество измерений.

Для формирования матрицы F для первого уравнения, используются входные сигналы стабилизатора, угол атаки (2.2.5) и угловая скорость тангажа (2.2.6). Для формирования выходного вектора Z , используется перегрузка (2.2.9) и производная угловой скорости тангажа (2.2.10).

В этом подразделе генерация данных моделирования и обработка этих данных по методу наименьших квадратов (МНК) тоже были повторены для каждого варианта условий многократно. В этой работе, эксперименты проводились на 6 различных уровнях шумов стандартных отклонений, 20 независимых тестов для каждого уровня. Для каждого теста были вычислены оценки аэродинамических параметров. Затем из этих 20 оценок идентификации для каждого аэродинамического параметра были определены матожидания и среднеквадратические отклонения.

2.3.4 Анализ влияния шумов измерения

Относительные погрешности для всех оцениваемых параметров рассчитываются и показаны в рис (2.3.4). Изменяя значение среднеквадратических отклонений шумов измерений, можно найти зависимости относительных погрешностей от уровня шумов. Отметим, что здесь относительные погрешности вычисляются с учетом знака, чтобы повысить объем информации об оценках.

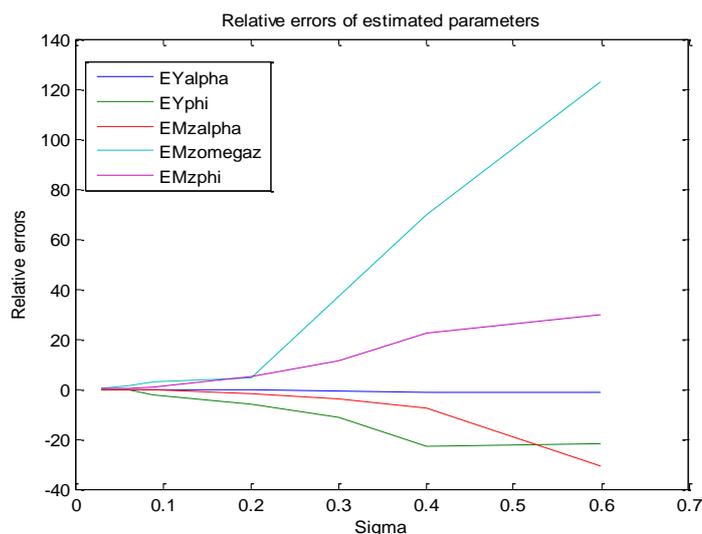


Рис.2.3.4. Относительные погрешности оцениваемых параметров

На графике результатов Sigma есть коэффициент, пропорциональный среднеквадратическому отклонению шумов измерения. В таблице (2.3.1) описаны его различные значения и соответствующие среднеквадратического отклонения шумов измерений различных сигналов.

Sigma	0.03	0.06	0.09	0.2	0.3	0.4	0.6
σ_φ , градус	0.03	0.06	0.09	0.2	0.3	0.4	0.6
σ_α , градус	0.03	0.06	0.09	0.2	0.3	0.4	0.6
σ_ω , градус/с	0.03	0.06	0.09	0.2	0.3	0.4	0.6
σ_{n_y} , ед. перегрузки	0.01	0.02	0.03	0.06	0.1	0.13	0.2

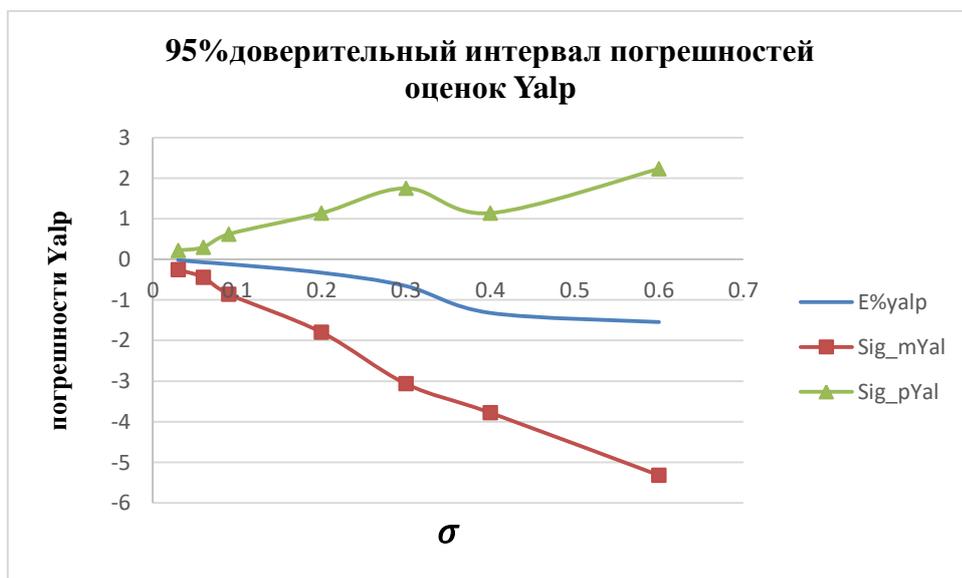
Таблица 2.3.1 Различные значения среднеквадратического отклонения шумов измерения для входного сигнала, угла атаки, угловой скорости тангажа и нормальной перегрузки

Анализ результатов, представленных на рис. 2.3.4 показывает, что удовлетворительные точности идентификации, соответствующие относительным погрешностям менее 5%, достигаются при уровне шумов с коэффициентом Sigma менее 0,2. При дальнейшем росте шумов погрешности существенно возрастают.

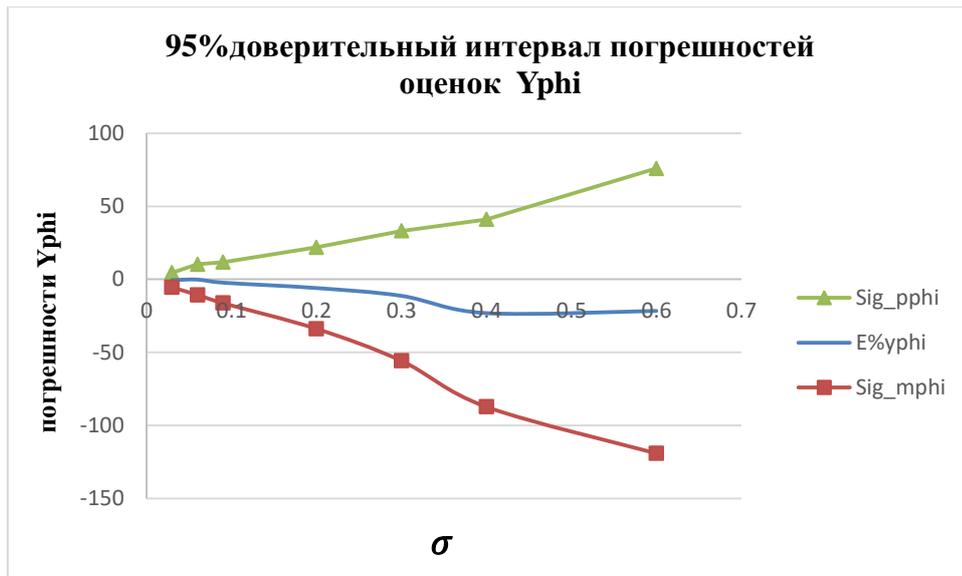
Дальнейший анализ относительных ошибок выполняется для каждого из оцениваемых параметров, чтобы знать точность идентификации и четко видеть границы доверия для каждого оцениваемого параметра. Границы доверительного интервала для доверительной вероятности 95% рассчитываются следующим образом:

$$Sig_m = M[e] + 1.96\sigma[e]$$

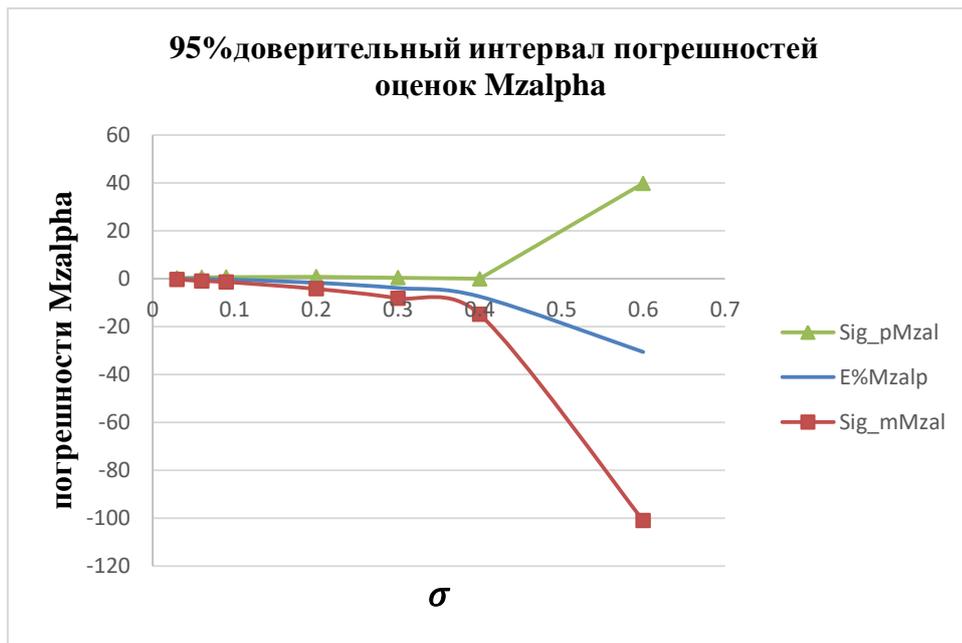
$$Sig_g = M[e] - 1.96\sigma[e] \quad (2.3.1)$$



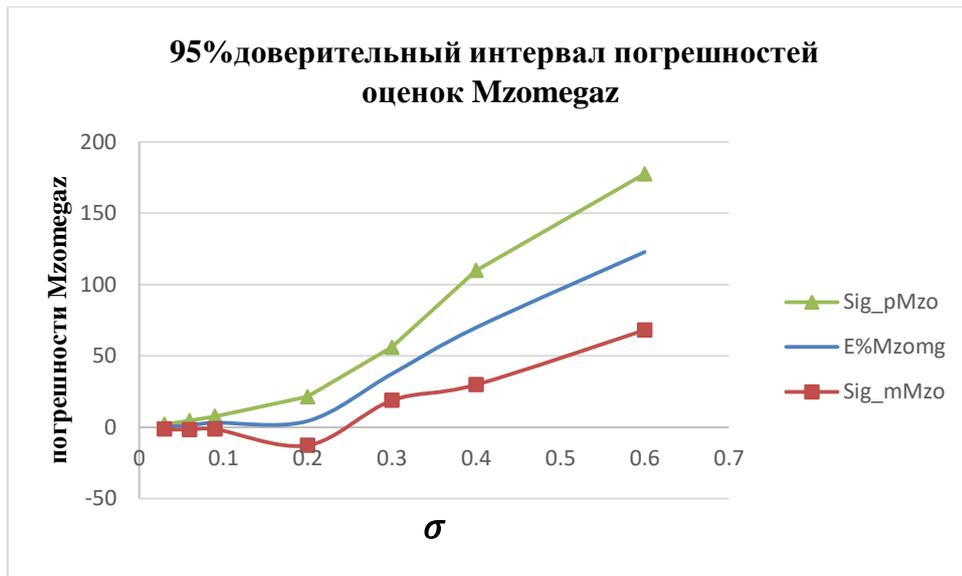
(a)



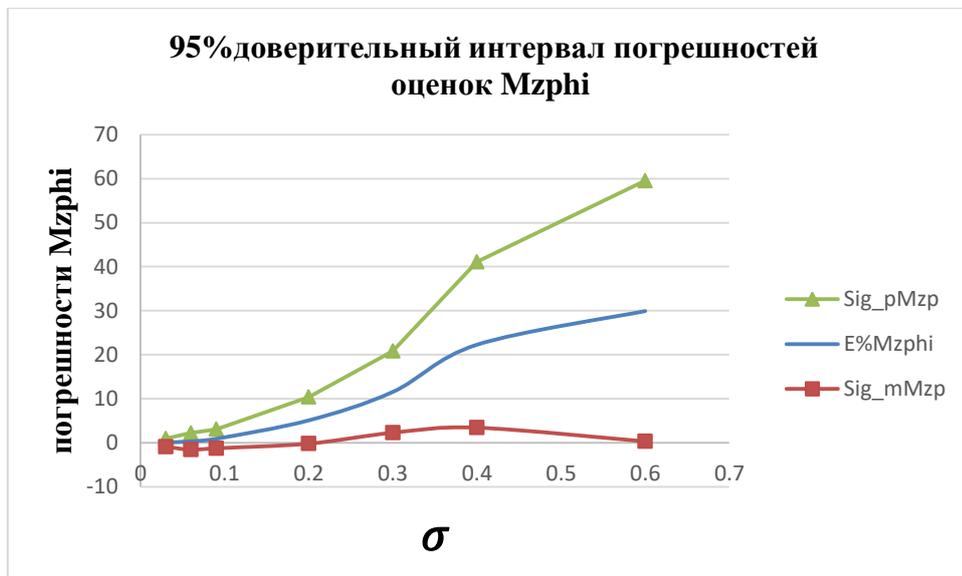
(б)



(в)



(Г)



(Д)

Рис. 2.3.5. Средняя относительная погрешность и 95% границы доверительного интервала для (Y^α) , (Y^φ) , (M_Z^α) , $(M_Z^{\omega z})$, (M_Z^φ) .

На графиках приведены средние относительные погрешности и 95% границы доверительного интервала для (Y^α) , (Y^φ) , (M_Z^α) , $(M_Z^{\omega z})$, (M_Z^φ) . Эти графики также показывают, что для коэффициентов момента 10-процентные границы имеют место при коэффициенте шумов Sigma, равном 0,2. Наблюдается

индивидуальная зависимость погрешностей от уровня шумов. Так, для коэффициента подъемной силы стабилизатора (Y^{φ}) (относительно малозначающий параметр) 10-процентные границы имеют место при коэффициенте шумов Sigma, равном 0,1. Напротив, для коэффициента подъемной силы всего самолета (Y^{α}) границы доверительного интервала при всех рассмотренных уровнях шумов не превышают 5%.

Даже при хорошем входном сигнале стохастические эффекты в измерениях могут быть достаточно высокими, чтобы ухудшить качество модели. Относительный вклад детерминированного входного сигнала и случайных погрешностей измерений количественно определяется мерой, известной как отношение шума к сигналу.

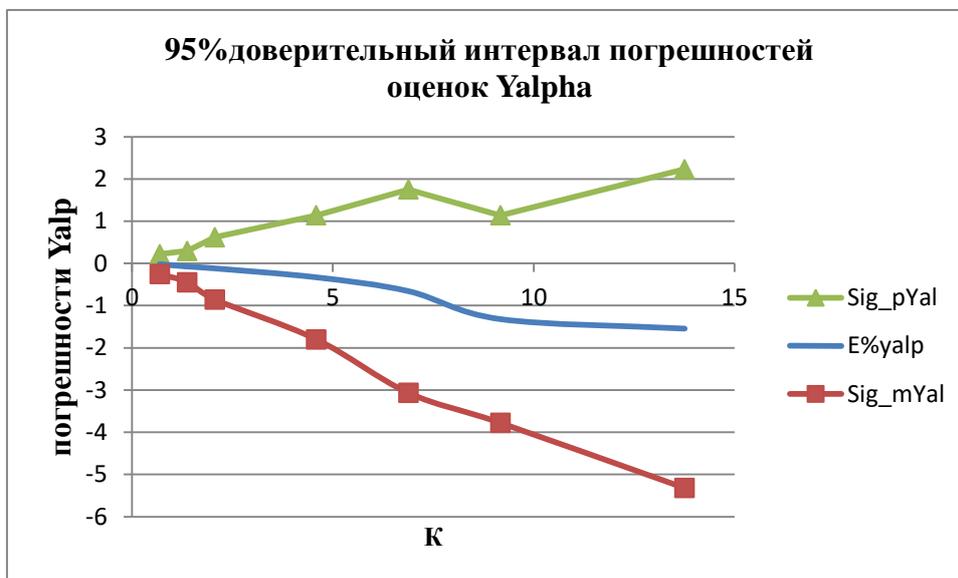
Термин сигнал здесь относится к истинному отклику системы. Наличие хорошего отношения шума к сигналу имеет решающее значение для получения надежных оценок параметров, независимо от метода оценки. Это качественно понимается следующим образом. Подстановка модели интуитивно сводится к объяснению изменений в выходе. Альтернативная точка зрения заключается в том, что отношение шума к сигналу представляет отношение эффектов, связанных с известной переменной, в сравнении с неопределенностями. Таким образом, чем выше отношение шума к сигналу, тем более неоднозначной является оценка модели ввода-вывода.

В некоторых случаях лучше исследовать отношение сигнала к шуму. Это отношение можно выразить как:

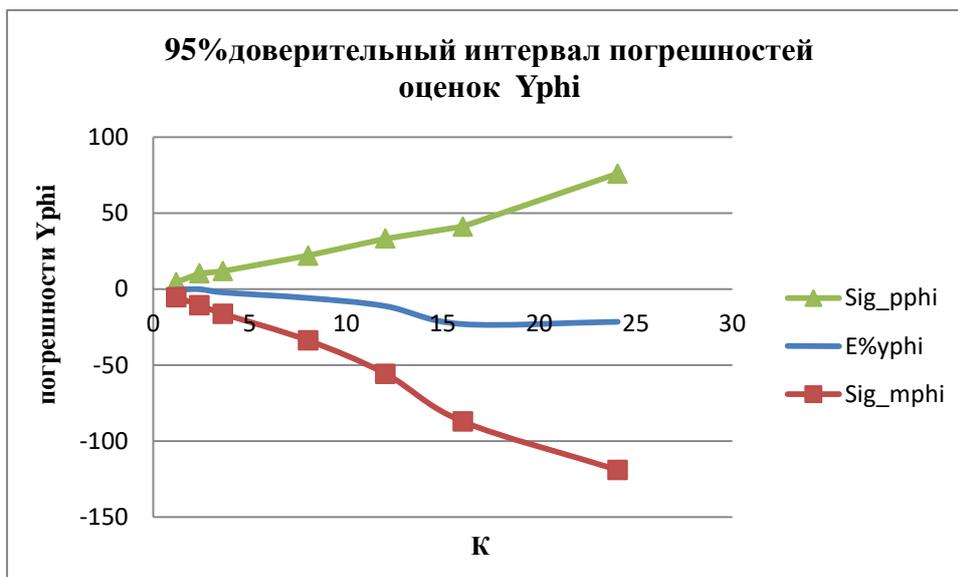
$$K = \left(\frac{\sigma_{signal}}{\sigma_{noise}} \right) \times 100\% \quad (2.3.2)$$

Графики погрешностей в зависимости от соотношения сигнал/шум представлены на рис. 2.3.6. Как видим, уровень шумов Sigma = 0,2

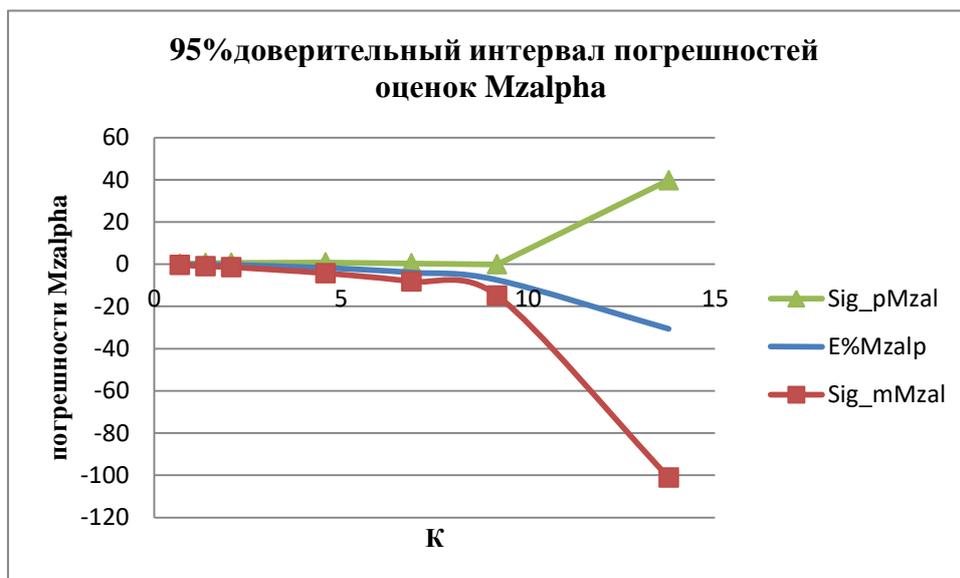
соответствует отношению сигнал/шум, равном 4. Это более универсальная характеристика, не зависящая от абсолютных значений сигналов и шумов.



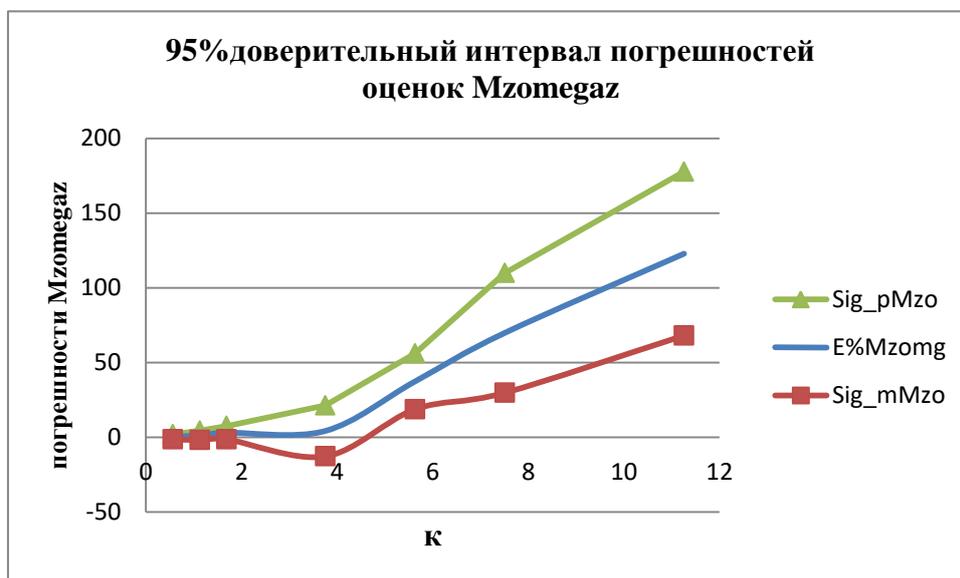
(a)



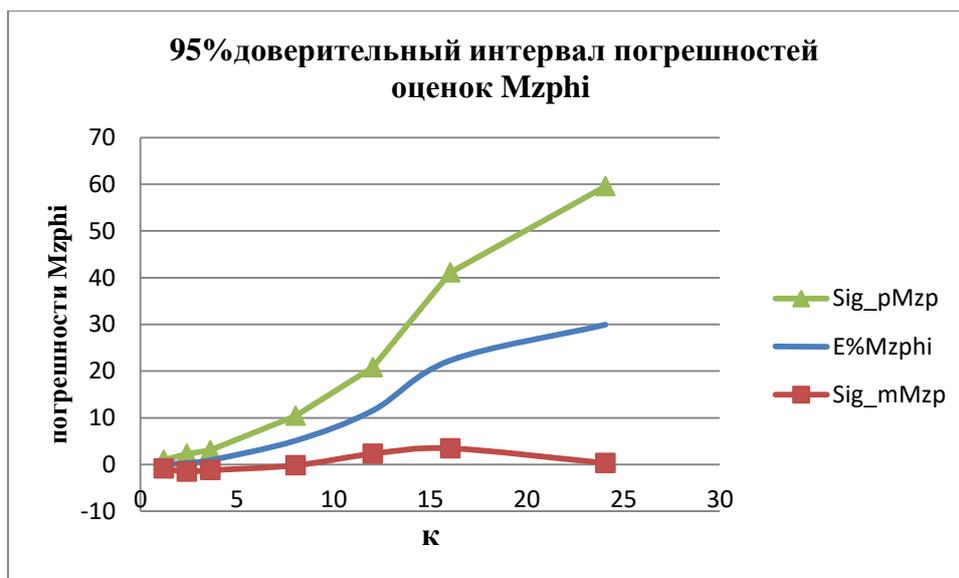
(б)



(В)



(Г)



(д)

Рис.2.3.6. Средняя относительная погрешность и 95% доверительный интервал границ в зависимости от отношения сигнал к шуму (К) для $(Y^\alpha), (Y^\varphi), (M_z^\alpha), (M_z^{\omega z}), (M_z^\varphi)$

2.4 Разработка алгоритма повышения точности идентификации аэродинамических коэффициентов на основе гармонических входных сигналов

В настоящее время хорошо развиты общие методы идентификации динамических систем и их приложения к идентификации математических моделей воздушных судов [5, 10]. Идентификация аэродинамических параметров имеет важное значение при решении задач летных испытаниях и при моделировании для целей динамики полета. Поскольку, как показано выше, шумы измерения и формы входного сигнала влияют на процесс идентификации [73, 74], необходимо разработать некоторый метод повышения точности идентификации. В данной работе предлагается следующий подход. Обычно для идентификации используются режимы полета, на которых управляющий сигнал задается летчиком. Очевидно, что высокоточное воспроизведение формы сигнала при ручном управлении невозможно. Следовательно, точное априорное

знание тестового входного сигнала в этом случае невозможно, что определяет сильную зависимость от погрешностей измерений. Поэтому предлагается применить аппаратно генерируемый тестовый сигнал, например, комбинацию двух синусоидальных волн с разными частотами. Для линейного объекта такой двухчастотный сигнал порождает отклики на тех же двух частотах. Поскольку теперь форма входных и выходных сигналов нам известна точно, мы можем представить их как композицию четырех линейно независимых гармонических составляющих. Для нахождения коэффициентов следует применить метод множественной регрессии [3, 13]. В данном случае он обладает высокой эффективностью, потому что опорные гармоники нам известны точно. Таким образом, выполняются основные требования регрессионного анализа, обеспечивающие несмещенность оценок коэффициентов при наличии шумов измерений сигналов объекта. Далее, используя коэффициенты разложения, восстанавливаем сигналы, которые теперь в высокой степени очищены от шумов. К восстановленным сигналам применяется какой либо алгоритм параметрической идентификации, точность которого будет высокой, поскольку шумы измерений всех используемых сигналов значительно ослаблены. В этом заключается основная идея метода. Рассмотрим теперь алгоритмическую реализацию и выполним тестирование методом моделирования.

2.4.1 Моделирование и измерение входного и выходных сигналов

В данной работе рассматривается входной сигнал, соответствующий отклонениям стабилизатора исследуемого самолета. Он представляет собой сумму двух синусоидальных сигналов с разными частотами и нулевой фазой (рис.2.4.1). В общем случае можно выбрать произвольное число гармоник.

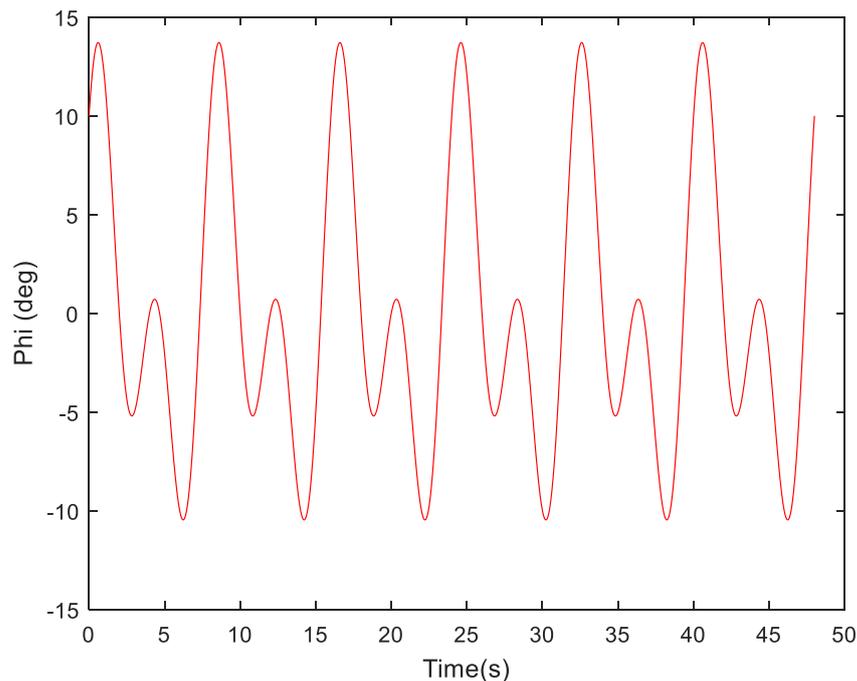


Рис.2.4.1. Входной сигнал, являющийся суммой двух гармонических сигналов

Для исследования предлагаемого алгоритма необходимо сформировать модель объекта и вычислить выходные сигналы. Для формирования модели объекта используются разностные уравнения угла атаки (2.2.5) и угловой скорости тангажа (2.2.6) самолета. Для численного интегрирования выбран относительно простой метод Эйлера. Для моделирования частота дискретизации (соответствует частоте регистрации данных в полете) составляет 32 Гц. Следовательно, временной интервал дискретизации $\Delta t = 1/32$ с. Эта частота также влияет на процесс оценивания и на точность оцениваемых параметров.

Вначале входной сигнал стабилизатора и выходные сигналы - угол атаки и угловая скорость тангажа моделируются по рекуррентным формулам (2.2.5) и (2.2.6) без шумов (рис. 2.4.2). Затем добавляются шумы измерений (рис. 2.4.3).

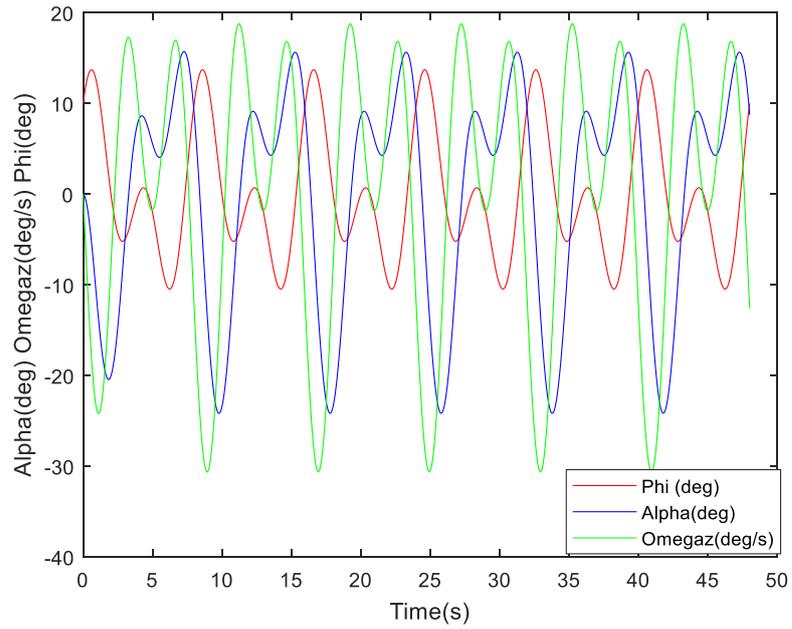


Рис.2.4.2. Моделирование сигналов без шумов измерения

В качестве шумов измерения используются нормально распределённые случайные величины с нулевым математическим ожиданием и различными среднеквадратическими отклонениями.

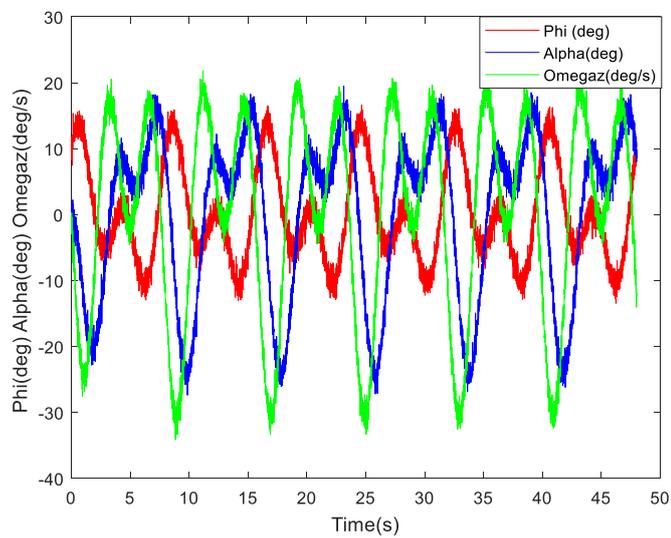


Рис.2.4.3. Сигналы с шумами измерения

2.4.2 Разработка метода декомпозиции с гармоническими сигналами

Применяемый в данном подразделе входной сигнал содержит две гармонические составляющие с двумя различными частотами. В общем случае для повышения информативности число частотных составляющих можно увеличивать. Понятно, что для декомпозиции двухчастотного сигнала достаточно сформировать четыре опорных гармонических сигнала, которые состоят из двух синусоидальных сигналов и двух косинусных сигналов на этих частотах. Тогда все сигналы, входящие в этот процесс декомпозиции, можно записать в следующем виде;

$$\begin{aligned} \varphi_k(t_i) = & \\ & (p_1(\sin(2\pi f_1 t_i))) + (p_2(\cos(2\pi f_1 t_i))) + (p_3(\sin(2\pi f_2 t_i))) + (p_4(\cos(2\pi f_2 t_i))) \end{aligned} \quad (2.4.1)$$

$$\begin{aligned} \alpha_k(t_i) = & \\ & (a_1(\sin(2\pi f_1 t_i))) + (a_2(\cos(2\pi f_1 t_i))) + (a_3(\sin(2\pi f_2 t_i))) + (a_4(\cos(2\pi f_2 t_i))) \end{aligned} \quad (2.4.2)$$

$$\begin{aligned} \omega_{zk}(t_i) = & \\ & (o_1(\sin(2\pi f_1 t_i))) + (o_2(\cos(2\pi f_1 t_i))) + (o_3(\sin(2\pi f_2 t_i))) + (o_4(\cos(2\pi f_2 t_i))) \end{aligned} \quad (2.4.3)$$

$$\begin{aligned} n_{y_k}(t_i) = & \\ & (n_1(\sin(2\pi f_1 t_i))) + (n_2(\cos(2\pi f_1 t_i))) + (n_3(\sin(2\pi f_2 t_i))) + (n_4(\cos(2\pi f_2 t_i))) \end{aligned} \quad (2.4.4)$$

где $p_1, p_2, p_3, p_4, a_1, a_2, a_3, a_4, o_1, o_2, o_3, o_4, n_1, n_2, n_3, n_4$ – коэффициенты, которые нужно оценить.

В общем виде для произвольного момента t_i каждое из уравнений (2.4.1)- (2.4.4) можно выразить следующим образом:

$$\begin{aligned} Z(t_i) = a_0 + a_1 x_1(t_i) + a_2 x_2(t_i) + a_3 x_3(t_i), \quad (2.4.5) \\ i = 1, 2, \dots, N, \end{aligned}$$

Где a_0, a_1, a_2, a_3 – оцениваемые параметры, N – количество измерений.

Уравнение (2.4.5) есть уравнение метода множественной регрессии [2.2.5, 2.2.6].

При идентификации коэффициентов p_1, p_2, p_3 и p_4 уравнения (2.4.1) по формулам (1.1.9) четыре гармонических сигнала используются для формирования матрицы F , а сигнал отклонений – для формирования вектора Z . При идентификации коэффициентов a_1, a_2, a_3 и a_4 уравнения (2.4.2) матрица F не изменяется, а угол атаки используется в формировании вектора Z . Коэффициенты для уравнений (2.4.3) и (2.4.4) определяются аналогично.

2.4.3 Разработка алгоритма повышения точности идентификации

Оценённые коэффициенты для четырёх сигналов $p_1, p_2, p_3, p_4, a_1, a_2, a_3, a_4, o_1, o_2, o_3, o_4, n_1, n_2, n_3, n_4$ далее используются для моделирования всех сигналов. Это существенно ослабляет влияние шумов и, следовательно, повышает точность идентификации. Моделирование выполняется по формулам, аналогичным (2.4.1)-(2.4.4). В результате получаем восстановленные сигналы $\varphi_{\text{кмод}}(t_i), \alpha_{\text{кмод}}(t_i), \omega_{z_{\text{кмод}}}(t_i), n_{y_{\text{кмод}}}(t_i)$.

Для того чтобы оценить аэродинамические коэффициенты был использован метод регрессии (1.1.9). В формировании матрицы F для идентификации коэффициентов Y^α и Y^φ используются восстановленный входной сигнал $\varphi_{\text{кмод}}(t_i)$ и угол атаки $\alpha_{\text{кмод}}(t_i)$. Для формирования выходной матрицы Z при этом лучше использовать перегрузку $n_{y_{\text{кмод}}}(t_i)$. Для целей идентификации коэффициентов $M_Z^\alpha, M_Z^{\omega_z}$ и M_Z^φ , лучше представить уравнение (2.2.6) в форме;

$$\frac{d\omega_{z_{\text{кмод}}}(t_i)}{dt} = M_Z^\alpha \alpha_{\text{кмод}}(t_i) + M_Z^{\omega_z} \omega_{z_{\text{кмод}}}(t_i) - M_Z^\varphi \varphi_{\text{кмод}}(t_i) \quad (2.4.6)$$

В этом случае матрица регрессоров формируется из восстановленных сигналов $\varphi_{\text{кмод}}(t_i), \alpha_{\text{кмод}}(t_i), \omega_{z_{\text{кмод}}}(t_i)$, а выходной вектор Z состоит из оценок аналитической производной по времени угловой скорости. Аналитическое

дифференцирование в данном случае выполняется просто, поскольку сигнал представлен как сумма четырех гармонических функций.

Для того чтобы исследовать статистическую точность идентификации коэффициентов и влияние шумов измерения, данные моделирования и обработка этих данных по предложенному методу были повторены много раз.

2.4.4 Анализ погрешностей разработанного алгоритма идентификации

Для анализа погрешностей разработанного алгоритма повышения точности идентификации аэродинамических коэффициентов, используются различные уровни шумов измерения, среднеквадратические значения которых представлены в таблице 2.4.1.

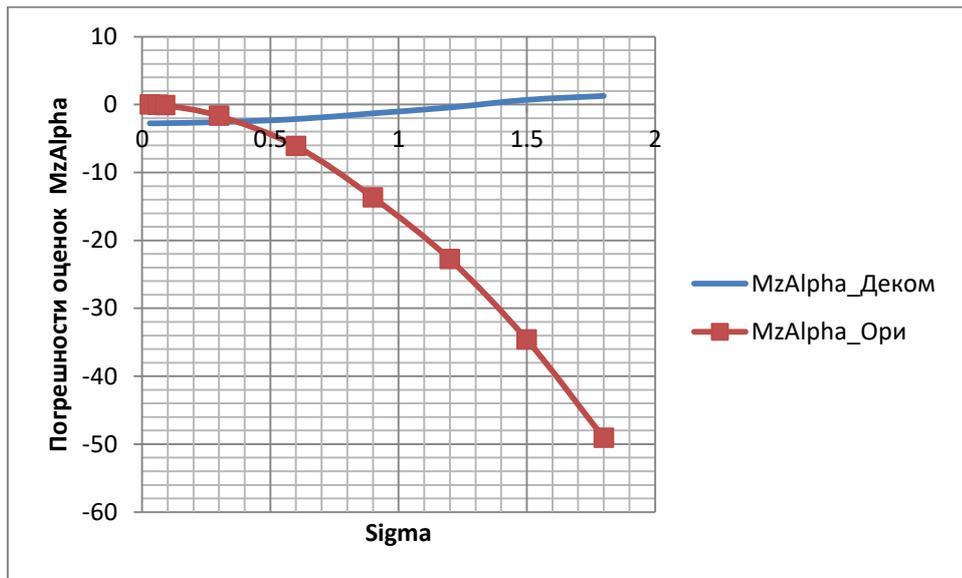
Таблица 2.4.1 Различные значения среднеквадратического отклонения шумов измерения

$\sigma_\alpha, \sigma_\omega, \sigma_\varphi$ градус и градус/с	0.03	0.06	0.09	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8
σ_{n_y} ед.перегрузки	0.01	0.02	0.03	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6

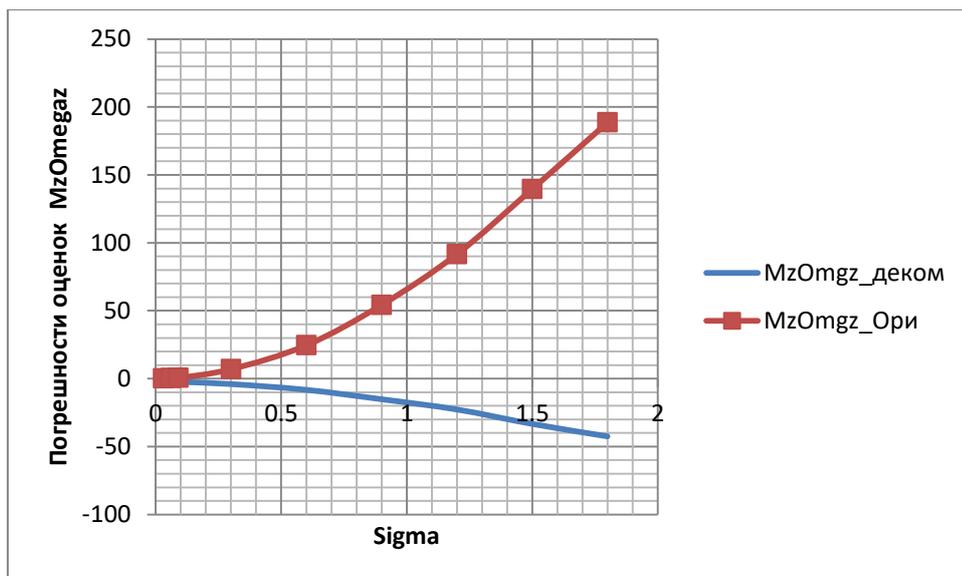
В таблице $\sigma_\alpha, \sigma_\omega, \sigma_\varphi$ означают шумы измерения угла атаки, угловой скорости тангажа и входного сигнала, σ_{n_y} означает шум измерения перегрузки.

При обработке одни и те же данные обрабатывались как предложенным алгоритмом, использующим декомпозицию, так и стандартным методом множественной регрессии. На рис. 2.4.4 представлены оценки обоих методов для коэффициентов момента тангажа. На рисунке 2.4.4 Sigma означает шумы измерения угловых величин и они отложены по оси X. Относительные погрешности оценок параметров отложены по оси Y. На рисунках

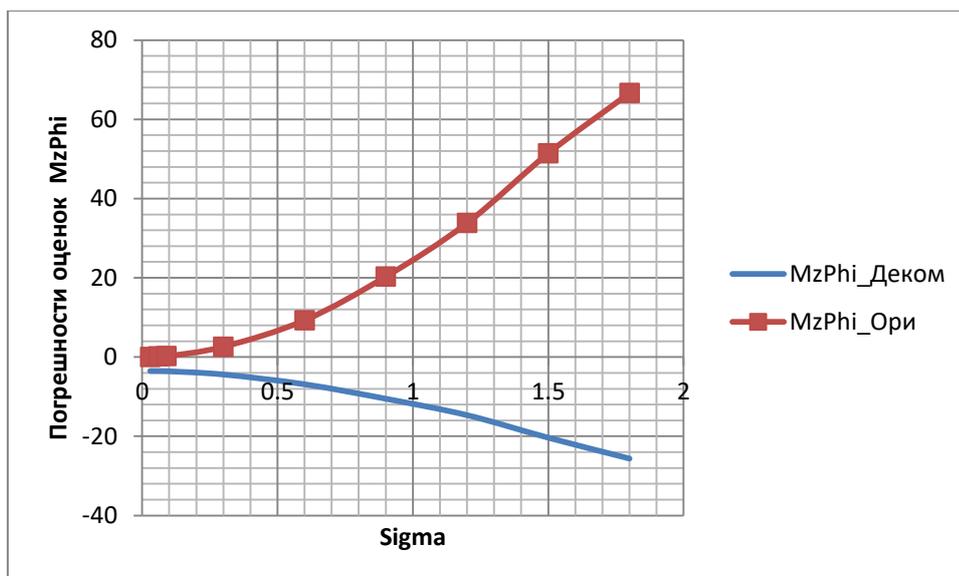
$m_{Z_{\text{Деком}}}^{\alpha}$, $m_{Z_{\text{Деком}}}^{\omega_z}$, и $m_{Z_{\text{Деком}}}^{\varphi}$ представляют собой оценки полученные по разработанному алгоритму повышения точности идентификации путем применения метода декомпозиции и $m_{Z_{\text{Ори}}}^{\alpha}$, $m_{Z_{\text{Ори}}}^{\omega_z}$, и $m_{Z_{\text{Ори}}}^{\varphi}$ означают оценки получены по стандартному методу наименьших квадратов.



(а) Сравнение относительных погрешностей коэффициента $M_{Z\alpha}^{\alpha}$



(б) Сравнение относительных погрешностей коэффициента $M_{Z\omega_z}^{\omega_z}$



(в) Сравнение относительных погрешностей коэффициента M_z^φ

Рис.2.4.4. Сравнение относительных погрешностей оцениваемых коэффициентов M_z^α , $M_z^{\omega_z}$, M_z^φ

Анализ рис.(2.4.4) показывает, что при малых уровнях шумов точность предложенного метода примерно совпадает со стандартным методом множественной регрессии, однако при увеличении уровня шумов точность предложенного метода декомпозиции существенно выше. Метод обеспечивает повышение точности оценок идентификации по сравнению с методом линейной множественной регрессии в 3-7 раз при уровнях шумов с с.к.о. 1,5-1,8 градуса по углу атаки и отклонениям стабилизатора, 1,5-1,8 градуса/с по угловой скорости, 0,5-0,6 единиц перегрузки по нормальной перегрузке.

Выводы по разделу 2

1. В разделе разработаны методики оценивания влияния на точность идентификации аэродинамических коэффициентов самолета формы входного сигнала и уровня шумов измерений, основанные на статистическом моделировании; выполнены численные эксперименты, подтверждающие работоспособность предложенных методик.

2. Разработан новый метод повышения точности идентификации аэродинамических коэффициентов на основе аппаратно генерируемых входных полигармонических сигналов и декомпозиции входных и выходных сигналов на гармонические составляющие. При этом эффект подавления шумов достигается за счет использования априорной информации о формах сигналов. Метод обеспечивает повышение точности оценок идентификации по сравнению с методом линейной множественной регрессии в при значительных уровнях шумов в 3-7 раз.

3 РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ ИДЕНТИФИКАЦИИ СТАТИЧЕСКИ НЕУСТОЙЧИВЫХ САМОЛЕТОВ

Некоторые современные самолеты на отдельных режимах полета являются статически неустойчивыми, что определяет практическую значимость идентификации математических моделей статически неустойчивых ЛА.

В случае статически неустойчивого ЛА многие алгоритмы идентификации утрачивают работоспособность. Поэтому данная задача требует специального рассмотрения.

При этом можно выделить два основных подхода. В соответствии с первым подходом, ММ неустойчивого ЛА дополняется ММ его системы управления (СУ), после чего задача идентификации неустойчивого ЛА заменяется задачей идентификации устойчивой системы "ЛА-СУ". Недостаток этого подхода обусловлен тем, что современные СУ являются весьма сложными, вследствие чего количество неизвестных параметров и порядок уравнений, описывающих идентифицируемую систему, существенно возрастают. Кроме того, в этом случае необходимо учитывать модель электрогидропривода. В разделе (3.2) показано, что основная проблема данного подхода заключается в необходимости весьма точного учета моделей вычислителей СУ и привода, поскольку ошибки в этих моделях приводят к смещениям оценок

аэродинамических коэффициентов самолета. Это указывает на целесообразность применения к рассматриваемой задаче принципа декомпозиции.

Поэтому привлекательным представляется второй подход, который в качестве модели объекта рассматривает только ММ самолета и не учитывает СУ и привод. При этом входными сигналами являются измеренные в полете отклонения управляющих поверхностей самолета, а выходными – параметры движения, например, угловые скорости и перегрузки. В результате идентифицируемая модель получается простой. Однако она является неустойчивой, что отрицательно влияет на многие известные алгоритмы идентификации. Известно, что одной из основных причин, нарушающих работоспособность традиционных методов идентификации, является накопление ошибок при численном интегрировании неустойчивых уравнений объекта. Рассмотрим эту проблему более подробно.

3.1 Сравнение различных методов идентификации в задаче оценивания статически неустойчивого самолета

В настоящем подразделе на примере оценивания параметров модели продольного движения маневренного самолета проводится сравнительный анализ рассмотренных в подразделе 1.4 трех алгоритмов идентификации: метода наименьших квадратов (МНК), метода максимума правдоподобия (ММП), дискретно-непрерывного метода идентификации (ДНМИ).

Исследования проводились методом математического моделирования. Для генерации исходных данных использовалась модель продольного короткопериодического движения, заданная в приращениях относительно установившегося движения. При этом вычислялись также приращения нормальной перегрузки.

Уравнения движения самолета дополнялись уравнениями модели системы дистанционного управления, реализующей обратные связи по

нормальной перегрузке и угловой скорости тангажа с передаточными функциями

$$W_n(p) = \frac{K_n}{T_n p + 1}, \quad W_\omega(p) = K_w \frac{T_2 p + 1}{T_1 p + 1} \quad (3.1.1)$$

В систему уравнений объекта включались также модель атмосферной турбулентности и модели датчиков угловой скорости и перегрузки, которые представляли собой инерционные звенья второго порядка с декрементами затухания 0,65 и собственными круговыми частотами 90 1/с.

Для моделирования атмосферной турбулентности использовалась, модель Драйдена, согласно которой спектральные плотности турбулентного ветра в вертикальном, продольном и боковом направлениях определяются выражениями [78]:

$$S_W(\omega) = \sigma_W^2 \frac{L_W}{\pi V} \frac{1 + 3 \left(\frac{L_W}{V} \omega \right)^2}{\left(1 + \left(\frac{L_W}{V} \omega \right)^2 \right)^2},$$

$$S_U(\omega) = \sigma_U^2 \frac{L_U}{\pi V} \frac{1}{1 + \left(\frac{L_U}{V} \omega \right)^2},$$

$$S_V(\omega) = \sigma_V^2 \frac{L_V}{\pi V} \frac{1 + 3 \left(\frac{L_V}{V} \omega \right)^2}{\left(1 + \left(\frac{L_V}{V} \omega \right)^2 \right)^2}, \quad (3.1.2)$$

где V - скорость полета, м/с;

ω - круговая частота, 1/с;

$\sigma_W, \sigma_U, \sigma_V$ - с.к.о. скоростей порывов ветра, м/с;

L_w, L_U, L_V - масштабы турбулентности, м.

Масштабы турбулентности при высоте полета $H > 525$ м $L_w = L_U = L_V = 525$ м. При $H < 525$ м $L_w = H, L_U = L_V = 43,5 H^{1/3}$. Кроме того, имеет место соотношение

$$\frac{\sigma_w^2}{L_w} = \frac{\sigma_U^2}{L_U} = \frac{\sigma_V^2}{L_V}. \quad (3.1.3)$$

Для оценки влияния турбулентности выполось моделирование с учетом модели Драйдена. В данном случае допустимо выбрать линеаризованные модели, поскольку движение, вызванное турбулентностью, происходит в окрестности некоторого установившегося движения, например, прямолинейного горизонтального полета.

Для примера рассмотрим продольное движение самолета с СДУ в условиях турбулентности. Модель СДУ аппроксимируем обратными связями по перегрузке и угловой скорости с передаточными функциями (3.1.1)

В этом случае отклонения стабилизатора

$$\varphi_B(t) = \varphi_n(t) - \varphi_n(t) - \varphi_\omega(t), \quad (3.1.4)$$

где $\varphi_n(t)$ - отклонения, обусловленные действиями летчика.

После преобразования передаточных функций к модели в пространстве состояний получим

$$\varphi_n'(t) = -\frac{1}{T_n} \varphi_n(t) + \frac{K_n}{T_n} n_y(t),$$

$$e'(t) = -\frac{1}{T_n} e(t) + \frac{K_\omega}{T_1} \omega_z(t),$$

$$\varphi_\omega(t) = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) e(t) + K_\omega \frac{T_2}{T_1} \omega_z(t).$$

Уравнения формирующего фильтра для вертикальной составляющей скорости порывов турбулентного ветра [20] имеет вид

$$u_1'(t) = u_2(t),$$

$$u_2'(t) = -\mu^2 u_1(t) - 2\mu u_2(t) + v_w(t).$$

Объединим полученные уравнения с моделью продольного короткопериодического движения, заданной в приращениях относительно установившегося движения. Для полноты учета динамических и случайных составляющих ошибок измерений дополнительно введем модели датчиков угловой скорости и перегрузки, которые аппроксимируем колебательными звеньями. Модели датчиков используем также в качестве формирующих фильтров для шумов измерений. В результате получим следующую систему уравнений

$$\alpha'(t) = \omega_z(t) - c_y^\alpha \frac{qS}{mV} \left(\alpha(t) + \frac{1}{V} \left(u_2(t) + \frac{\mu}{\sqrt{3}} u_1(t) \right) \right) - c_y^\varphi \frac{qS}{mV} \varphi_B(t),$$

$$\begin{aligned} \omega_z'(t) &= m_z^\alpha \frac{qSb_A}{J_z} \left(\alpha(t) + \frac{1}{V} \left(u_2(t) + \frac{\mu}{\sqrt{3}} u_1(t) \right) \right) + m_z^\varphi \frac{qSb_A}{J_z} \varphi_B(t) + \\ &+ \frac{m_z^{\omega_z} qSb_A}{J_z} \cdot \frac{b_A}{V} \omega_z(t), \end{aligned}$$

$$u_1'(t) = u_2(t),$$

$$u_2'(t) = -\mu^2 u_1(t) - 2\mu u_2(t) + v_w(t),$$

$$\omega_{zuzm}'(t) = \omega_1(t),$$

$$\omega_1'(t) = -a_0^\omega \omega_{zuzm}(t) - a_1^\omega \omega_1(t) + a_0^\omega \omega_z(t) + v_\omega(t),$$

$$n_{yuzm}'(t) = n_1(t),$$

$$n_1'(t) = -a_0^n n_{yuzm}(t) - a_1^n n_1(t) + a_0^n n_y(t) + v_n(t),$$

$$\begin{aligned} \varphi'_n(t) &= -\frac{1}{T_n} \varphi_n(t) + \frac{K_n}{T_n} n_{\text{уизм}}(t), \\ e'(t) &= -\frac{1}{T_1} e(t) + \frac{K_\omega}{T_1} \omega_{\text{зизм}}(t), \end{aligned} \quad (3.1.5)$$

где V - скорость полета, м/с;

q - скоростной напор, Па;

m, S, b_A - масса, кг, эквивалентная площадь крыла, м^2 , длина с.а.х., м;

J_z - момент инерции, кг м^2 ;

$\mu = M/L_w$ - собственная частота турбулентности, 1/с;

$\omega_1(t), n_1(t), e(t)$ - вспомогательные переменные;

$$a_0^\omega = \omega_\omega^2, \quad a_1^\omega = 2\xi_\omega \omega_\omega,$$

$a_0^n = \omega_n^2, \quad a_1^n = 2\xi_n \omega_n$ - параметры датчиков угловой скорости и перегрузки, где

ω_ω, ω_n - собственные частоты датчиков, 1/с;

ξ_ω, ξ_n - коэффициенты демпфирования датчиков;

$\omega_{\text{зизм}}(t), n_{\text{уизм}}(t)$ - выходные сигналы датчиков;

$\nu_w(t), \nu_\omega(t), \nu_n(t)$ - нормальные случайные процессы типа белого шума с нулевыми средними и интенсивностями [20]

$$S_w = 3\mu\sigma_w^2, \quad S_\omega = 2a_0^\omega a_1^\omega \sigma_w^2, \quad S_n = 2a_0^n a_1^n \sigma_n^2,$$

где σ_w - с.к.о. скорости вертикальной составляющей турбулентности, м/с;

σ_ω, σ_n - с.к.о. флюктуационных ошибок датчиков угловой скорости (1/с) и перегрузки (единицы перегрузки),

$n_y(t)$ - приращения фактической перегрузки относительно установившегося значения, вычисляемого по формуле

$$n_y(t) = \frac{V}{g} \left(c_y^\alpha \frac{qS}{mV} \left(\alpha(t) + \frac{1}{V} \left(u_2(t) + \frac{\mu}{\sqrt{3}} u_1(t) \right) \right) + c_y^\varphi \frac{qS}{mV} \varphi_B(t) \right). \quad (3.1.6)$$

В (3.1.5) отклонения стабилизатора вычисляются по формуле (3.1.4), в которой составляющая $\varphi_\omega(t)$ имеет вид

$$\varphi_\omega(t) = \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) e(t) + K_\omega \frac{T_2}{T_1} \omega_{z_{изм}}(t).$$

В (3.1.5) также предполагается, что угол атаки, обусловленный влиянием турбулентности, определяется выражением

$$d_w(t) \approx \frac{\Delta(t)}{V},$$

где $\Delta(t) = u_2(t) + \frac{\mu}{\sqrt{3}} u_1(t)$ - скорость вертикальных порывов турбулентного ветра, м/с.

Для генерации исходных данных моделировался прямолинейный горизонтальный полет. Длительность участка обработки составляла 12 с при частоте регистрации 16 Гц. Уровень турбулентности соответствовал спокойной атмосфере, с.к.о. шумов измерений сигналов перегрузки, угловой скорости и отклонений стабилизатора имели значения соответственно 0,05 единиц перегрузки, 0,005 рад/с, 0,005 рад. При моделировании входным сигналом являлись отклонения ручки управления самолетом (РУС) по тангажу, которые имели симметричную трапецевидную форму и период 3 с. Для идентификации использовались сигналы нормальной перегрузки, угловой скорости, тангажа и отклонений стабилизатора, вектор оцениваемых параметров включал коэффициенты $\bar{Y}^\alpha, \bar{M}_z^\alpha, \bar{M}_z^\varphi, \bar{M}_z^{\omega_z}, \bar{Y}^\varphi$. При идентификации модель СУ не использовалась. В алгоритмах ММП, ДНМИ модель объекта включала модели

датчиков перегрузки и угловой скорости с теми же параметрами, что и при моделировании. В алгоритме ДНМИ использовалась также модель Драйдена атмосферной турбулентности. В алгоритме МНК угол атаки заменялся на сигнал перегрузки при помощи соотношения (3.1.6), поскольку предполагалось, что измерения угла атаки для идентификации не используются.

Вначале все три алгоритма проверялись на последовательностях данных, полученных путем моделирования полета статически устойчивого самолета с системой дистанционного управления в спокойной атмосфере на высоте 5000 м и 100 м с разными числами Маха.

Для алгоритмов ММП и ДНМИ погрешности оценивания были приблизительно одинаковыми и не превышали уровня 5...7 %. Это показывает, что для статически устойчивого самолета при отсутствии шумов объекта (спокойная атмосфера) применение фильтра Калмана не дает преимуществ по сравнению с традиционным ММП, в котором шум объекта не учитывается. Оценки МНК имели погрешности до 30 %, что можно объяснить нарушением предположения о точном измерении регрессоров и погрешностями численного дифференцирования.

Идентификация статически неустойчивого самолета проводилась для пяти режимов полета, для которых уровень статической неустойчивости $(m_z^a / c_y^a) \cdot 100\%$ находился в диапазоне 0,7...2,0 %. Результаты приведены в таблицах 3.1.1 и 3.1.2, где показаны погрешности Δa полученных разными методами оценок, выраженные в процентах относительно истинных значений параметров

$$\Delta a = \frac{\hat{a} - a_{ист}}{a_{ист}} \cdot 100\% . \quad (3.1.7)$$

Таблица.3.1.1. Погрешности оценок параметров, %

Параметр	M=0,6; H=5000 м		M=0,5; H=100 м		M=0,7; H=100 м	
	МНК	ММП	МНК	ММП	МНК	ММП
\bar{Y}^α	-0,9	7,2	-0,6	10,4	7,9	12,6
\bar{M}_z^α	-37,1	23,9	-62,8	35,1	-72,5	-34,6
\bar{M}_z^φ	-11,0	44,7	-15,8	43,6	-28,0	31,8
$\bar{M}_z^{\omega_z}$	-43,5	38,5	-50,0	51,8	-56,9	43,4
\bar{Y}^φ	-8,4	-25,9	-17,0	-22,5	26,6	22,1

Таблица.3.1.2. Погрешности оценок параметров, %

Параметр	M=0,4; H=5000 м		M=0,8; H=5000 м	
	МНК	ММП	МНК	ММП
\bar{Y}^α	1,0	-7,5	-0,5	-2,0
\bar{M}_z^α	-85,6	-36,6	-45,3	29,9
\bar{M}_z^φ	-18,2	-7,2	-10,7	15,3
$\bar{M}_z^{\omega_z}$	-60,0	-22,8	-43,9	30,8
\bar{Y}^φ	-16,2	32,5	-9,4	32,2

В таблицах отражены только те случаи, когда сходимость алгоритмов не нарушалась. Полученные результаты показывают, что статическая неустойчивость самолета приводит к значительному снижению эффективности алгоритмов идентификации. Так, ДНМИ расходится на всех рассмотренных режимах, вследствие чего оценки ДНМИ в таблицах не представлены. Алгоритм ММП обеспечивает весьма низкую точность оценивания (таблицы 3.1.1, 3.1.2). Погрешности МНК также возрастают и в отдельных случаях превышают 50 %.

Предложим объяснение полученных результатов. Нарушение работоспособности ММП происходит, очевидно, вследствие накопления ошибок вычисления оценок прогноза, поскольку при этом производится численное интегрирование уравнений неустойчивого объекта. Калмановская фильтрация вводит в задачу определенную регуляризацию, но не обеспечивает сходимость ДНМИ. Причина заключается в том, что в ДНМИ оценки параметров корректируются на каждом шаге, вследствие чего степень регуляризации, создаваемая фильтром, не достаточна для того, чтобы обеспечить одновременную коррекцию и ошибок интегрирования, и вызванных ими ошибок оценивания параметров.

Таким образом, проведенные исследования показали, что сохраняется актуальность поиска принципиально новых методов решения задачи идентификации статически неустойчивых самолетов.

3.2 Разработка метода дополнительной модели идентификации статически неустойчивого самолета

В предыдущем подразделе показано, что одной из основных причин, нарушающих работоспособность традиционных методов идентификации, является накопление ошибок при численном интегрировании неустойчивых уравнений объекта. Выберем какой-либо алгоритм идентификации, например, метод максимума правдоподобия (ММП), и предложим решение данной проблемы.

Рассмотрим вначале простой случай. Допустим, что модель самолета линейна и стационарна, а вектор состояния наблюдается непосредственно:

$$y'(t) = Ay(t) + Bu(t), \quad (3.2.1)$$

$$z(t_i) = y(t_i) + u(t_i). \quad (3.2.2)$$

В (3.2.1) входным сигналом $u(t)$ являются отклонения аэродинамических управляющих поверхностей. Предполагается, что они измеряются в процессе эксперимента. При наличии измерений $z(t_i), u(t_i), i = 1, 2, \dots, N$ и при заданных начальных условиях $y(t_0)$ для идентификации можно использовать алгоритм ММП, принимая в качестве моделей объекта и наблюдений уравнения (3.2.1), (3.2.2) соответственно. При этом оцениваемыми параметрами являются элементы матриц A и B .

Если модель объекта (3.2.1) устойчива, алгоритм ММП обеспечивает получение качественных оценок. В случае неустойчивого объекта при численном интегрировании (3.2.1) накапливаются ошибки, которые приводят к значительному смещению оценок идентификации.

Решение задачи. Смысл предлагаемого подхода состоит в том, чтобы выполнить преобразование модели объекта, исключающее необходимость интегрирования неустойчивых уравнений. После этого для идентификации преобразованной системы используется ММП или какой-либо другой алгоритм идентификации. Начнем рассмотрение с простого случая. Пусть модели статически неустойчивого ЛА и системы измерений заданы в виде (3.2.1), (3.2.2). Предположим также, что в процессе эксперимента выполнены измерения $z(t_i), u(t_i), i = 1, 2, \dots, N$.

В результате идентификации необходимо получить оценки элементов матриц A и B .

Введем дополнительную устойчивую модель, имеющую такую же структуру, что и модель объекта (3.2.1):

$$y'_0(t) = A_0 y_0(t) + B_0 u(t), \quad (3.2.3)$$

Назовем (3.2.3) моделью, параллельной модели объекта (3.2.1). Как известно, устойчивость систем (3.2.1) и (3.2.3) определяется значениями

элементов матриц A и A_0 . В общем случае для выбора матрицы A_0 устойчивой системы следует провести анализ устойчивости. Для ряда конкретных задач результаты такого анализа известны. Например, для модели продольного короткопериодического движения самолета устойчивость определяется элементом матрицы A_0 , соответствующим производной продольного момента по углу атаки. Остальные элементы матриц A_0 и B_0 системы (3.2.3) выберем близким к соответствующим элементам матриц A и B системы (3.2.1). При этом рекомендуется использовать априорные оценки параметров системы (3.2.1). В данном случае высокая точность не требуется. Так, по результатам моделирования ошибки априорных оценок в пределах 30...80 % от истинного значения параметра не влияли на эффективность метода.

Подадим на вход параллельной модели (3.2.3) входной сигнал, измеренный в эксперименте. При этом непрерывная функция $u(t)$ восстанавливается по дискретным измерениям $u(t_i), i = 1, 2, \dots, N$ при помощи линейной интерполяции.

Численное интегрирование параллельной системы (3.2.3) трудностей не представляет, поскольку эта система является устойчивой.

Для матриц систем (3.2.1) и (3.2.3) выполняется очевидное соотношение:

$$A = A_0 + \Delta A, \quad B = B_0 + \Delta B \quad (3.2.4)$$

В (3.2.4) матрицы параллельной системы A_0 и B_0 известны. Поэтому задача идентификации исходной неустойчивой системы эквивалентна идентификации элементов матриц ΔA и ΔB .

Найдем теперь дифференциальное уравнение для разности выходных сигналов систем (3.2.1) и (3.2.3) $\Delta y(t) = y(t) - y_0(t)$. Для этого подставим (3.2.4)

в (3.2.1) и вычтем из полученного уравнения (3.2.3), учитывая, что входной сигнал $u(t)$ одинаков для обеих систем:

$$\begin{aligned} \Delta y'(t) &= (A_0 + \Delta A)y(t) + (B_0 + \Delta B)u(t) - A_0 y_0(t) - B_0 u(t) = \\ &= A_0 \Delta y(t) + \Delta A y(t) + \Delta B u(t). \end{aligned} \quad (3.2.5)$$

Дифференциальное уравнение (3.2.5) является устойчивым, поскольку его характеристики устойчивости определяются той же матрицей A_0 , что и в случае параллельной модели (3.2.3). Слагаемые $\Delta A y(t), \Delta B u(t)$ являются для (3.2.5) входным сигналом и на устойчивость не влияют. Таким образом, для вычисления выходного сигнала $y(t)$ нет необходимости численно интегрировать неустойчивое уравнение (3.2.1). Вместо этого можно выполнить интегрирование устойчивого уравнения параллельной системы (3.2.3) и устойчивого уравнения (3.2.5) для разности $\Delta y(t)$, после чего выходной сигнал системы (3.2.1) вычисляется по формуле:

$$y(t) = y_0(t) + \Delta y(t). \quad (3.2.6)$$

Для (3.2.3) можно принять те же начальные условия $y_0(t) = y(t_0)$, что и для (3.2.1). Тогда уравнение (3.2.5) решается при нулевых начальных условиях. Вместо непрерывных функций $y(t)$ и $u(t)$, стоящих в правой части уравнения (3.2.5), следует использовать приближенные функции $\tilde{y}(t)$ и $\tilde{u}(t)$, получающиеся из соответствующих дискретных измерений, например, путем линейной интерполяции по времени.

Функция $\tilde{u}(t)$ используется также при интегрировании уравнения (3.2.3). Функции $\tilde{y}(t)$ и $\tilde{u}(t)$ содержат ошибки, обусловленные шумом измерений входного сигнала и шумом $v(t_i)$ системы наблюдений (3.2.2). При интегрировании уравнений (3.2.3), (3.2.5) эти шумы существенно ослабляются. Причина состоит в том, что данные уравнения описывают движение самолета,

который является низкочастотной системой с полосой пропускания от нуля до 0,8...1 Гц. Поэтому интегрирование уравнений (3.2.3), (3.2.5) можно рассматривать как пропускание сигналов $\tilde{y}(t)$ и $\tilde{u}(t)$ через фильтр нижних частот.

Таким образом, смысл предложенного преобразования состоит в замене уравнения неустойчивого объекта (3.2.1) устойчивыми уравнениями (3.2.3), (3.2.5) и формулой (3.2.6). При этом в (3.2.5) вместо решения неустойчивой системы подставляются результаты измерений.

Проведенное преобразование позволяет применять для идентификации ММ неустойчивого объекта известные методы идентификации, непосредственное использование которых в данной задаче невозможно вследствие ошибок численного интегрирования неустойчивых уравнений.

Рассмотрим применение предложенного преобразования совместно с методом ММП. Пусть ММ неустойчивого ЛА и системы измерений заданы уравнениями (3.2.1), (3.2.2). При реализации ММП примем (3.2.2) в качестве модели наблюдений, а в качестве модели объекта возьмем уравнения (3.2.3), (3.2.5) и формулу (3.2.6). Такой выбор позволяет вычислять оценку прогноза наблюдений $\hat{z}(t_i, \hat{a}), i = 1, 2, \dots, N$, что обеспечивает реализацию алгоритма ММП. Идентификации подлежат элементы матриц $\Delta A, \Delta B$, после чего матрицы исходной системы вычисляются по формулам (3.2.4).

Предложенный подход легко распространяется на случай линейного объекта, определяемого уравнением следующего вида:

$$y'(t) = F_a(t)Ay(t) + F_b(t)Bu(t) + D(t), \quad (3.2.7)$$

где $F_a(t)$, $F_b(t)$, $D(t)$ - известные функции времени, представляющие собой матрицы размерности $n \times n$, $n \times n$, $n \times 1$ соответственно, n , m - размерности векторов состояния и управления.

Введем параллельную модель

$$y'_0(t) = F_a(t)A_0(t)y_0(t) + F_b(t)B_0(t)u_0(t) + D(t), \quad (3.2.8)$$

Рассуждая, как и ранее, получим уравнение для разности сигналов:

$$\Delta y(t) = F_a(t)A_0(t)\Delta y(t) + F_a(t)\Delta A(t)y(t) + F_b(t)\Delta B(t)u(t). \quad (3.2.9)$$

Порядок применения ММП аналогичен предыдущему случаю с тем отличием, что уравнения (3.2.3), (3.2.5) заменяются уравнениями (3.2.8), (3.2.9).

Предполагается, что функции $F_a(t)$, $F_b(t)$, $D(t)$ являются вспомогательными и не оказывают определяющего влияния на характер движения. Более детально применение данного варианта алгоритма рассмотрено в примере 2.

Условие непосредственной наблюдаемости (3.2.2) не является обязательным. Достаточно потребовать, чтобы обеспечивалось полнокомпонентное измерение. При этом модель наблюдений имеет вид (3.2.2), векторы наблюдения и состояния имеют одинаковую размерность, а функция h такова, что для заданных $z(t_i)$, $u(t_i)$, а уравнение

$$z(t_i) = h(y(t_i), u(t_i), a) \quad (3.2.10)$$

однозначно разрешается относительно $y(t_i)$.

Итак, предложен алгоритм идентификации продольного движения статически неустойчивых самолетов, основанный на использовании дополнительной, или параллельной, устойчивой модели. Смысл предложенного

подхода состоит в замене уравнения неустойчивого объекта двумя устойчивыми уравнениями, после чего к преобразованной системе может применяться какой-либо из известных методов идентификации. В настоящей статье рассмотрено применение ММП, хотя возможно применение других алгоритмов идентификации, использующих численное интегрирование уравнений объекта.

Полученные результаты сформулированы в достаточно общем виде, что позволяет предположить возможность их применения не только к ММ продольного движения ЛА, но и к отдельным классам линейных систем.

Представим два примера использования предложенного алгоритма.

Пример 1. Рассмотрим результаты проверки работоспособности алгоритма при помощи математического моделирования на примере идентификации параметров продольного короткопериодического движения статически неустойчивого самолета. Уравнения движения объекта имеет вид (3.2.1). При этом

$$y(t) = \begin{bmatrix} \alpha(t) \\ \omega_z(t) \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} -\bar{Y}^\alpha & 1 \\ \bar{M}_z^\alpha & \bar{M}_z^{\omega_z} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -\bar{Y}^\varphi \\ \bar{M}_z^\varphi \end{bmatrix}, \quad u(t) = \varphi(t),$$

где $\alpha(t), \omega_z(t), \varphi(t)$ - приращения угла атаки, угловой скорости тангажа, отклонений стабилизатора относительно балансировочных значений;

$\bar{Y}^\alpha, \bar{M}_z^\alpha, \bar{M}_z^\varphi, \bar{M}_z^{\omega_z}, \bar{Y}^\varphi$ - производные подъемной силы и продольного момента по соответствующим параметрам движения самолета.

Уравнение для измерений принимает вид

$$\begin{aligned} z_1(t_i) &= \omega_z(t_i), \\ z_2(t_i) &= (V/g)(\bar{Y}^\alpha \alpha(t_i) + \bar{Y}^\varphi \varphi(t_i)), \end{aligned} \quad (3.2.11)$$

где V - истинная воздушная скорость, g - ускорение свободного падения, $z_1(t_i)$, $z_2(t_i)$ - измерения сигналов угловой скорости тангажа $\omega_z(t_i)$ и перегрузки $n_y(t)$. Предполагается также, что выполняются измерения сигнала $\varphi(t)$.

Пусть неизвестными являются параметры \bar{Y}^α , \bar{M}_z^α , \bar{M}_z^ϕ , $\bar{M}_z^{\omega_z}$.

Введем параллельную модель вида (3.2.3), где

$$y_0(t) = \begin{bmatrix} \alpha_0(t) \\ \omega_{z0}(t) \end{bmatrix}, \quad A_0 = \begin{bmatrix} -\bar{Y}_0^\alpha & 1 \\ \bar{M}_{z0}^\alpha & \bar{M}_{z0}^{\omega_z} \end{bmatrix}, \quad B_0 = \begin{bmatrix} -\bar{Y}_0^\phi \\ \bar{M}_{z0}^\phi \end{bmatrix}.$$

В матрицах A_0 , B_0 зададим $M_{z0}^\alpha < 0$, а остальные параметры приравняем их априорным оценкам. Это обеспечивает устойчивость системы (3.2.3).

Матрицы ΔA и ΔB равны

$$\Delta A = A - A_0 = \begin{bmatrix} -\Delta \bar{Y}^\alpha & 0 \\ \Delta \bar{M}_z^\alpha & \Delta \bar{M}_z^{\omega_z} \end{bmatrix}, \quad \Delta B = B - B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta \bar{M}_z^\phi \end{bmatrix}.$$

Уравнения (2.2.3, 2.2.4) для разности сигналов принимает вид:

$$\Delta \alpha'(t) = -\bar{Y}_0^\alpha \Delta \alpha(t) + \Delta \omega_z(t) - \Delta \bar{Y}^\alpha \alpha(t), \tag{3.2.12}$$

$$\Delta \omega_z'(t) = \bar{M}_{z0}^\alpha \Delta \alpha(t) + \bar{M}_{z0}^{\omega_z} \Delta \omega_z(t) + \Delta \bar{M}_z^\alpha \alpha(t) + \Delta \bar{M}_z^{\omega_z} \omega_z(t) + \Delta \bar{M}_z^\phi \phi(t).$$

При численном решении (3.2.12) функции $\alpha(t)$, $\omega_z(t)$ восстанавливаются по дискретным значениям $\alpha(t_i)$, $\omega_z(t_i)$, которые, в свою очередь, находятся из (3.2.11). Функция $\varphi(t)$ интерполируется по измерениям $\varphi(t_i)$. При идентификации оцениваемыми параметрами являются элементы матриц ΔA и

ΔV . Элементы матриц исходной системы восстанавливаются по формулам (3.2.4).

Модель, используемая для генерации исходных данных, кроме уравнений движения самолета, содержала модель автоматической системы управления, без которой невозможен полет статически неустойчивого самолета, модели датчиков угловой скорости и перегрузки, модель Драйдена атмосферной турбулентности. Датчики описывались колебательными звеньями, которые выполняли также роль формирующих фильтров для ММ шумов измерений. Коэффициенты модели движения имели следующие значения: $\bar{Y}^{\alpha} = 0.55 \text{ с}^{-1}$, $\bar{Y}^{\varphi} = 0.06 \text{ с}^{-1}$, $\bar{M}_z^{\alpha} = 3.84 \text{ с}^{-2}$, $\bar{M}_z^{\varphi} = -3.9 \text{ с}^{-2}$, $\bar{M}_z^{\omega_z} = -0.6 \text{ с}^{-2}$.

Модель системы управления состояла из звеньев обратной связи по сигналам угловой скорости и перегрузки с передаточными функциями соответственно $(0.4p + 1)/(0.6p + 1)$ и $0.025/(0.6p + 1)$.

Моделировался полет на высоте 5000 м со скоростью 130 м/с при слабом уровне турбулентности. Длительность участка идентификации составляла 18 с, частота регистрации 16 Гц. Входным сигналом являлись симметричные трапециевидные отклонения ручки управления самолетом "от себя" и "на себя" с периодом 6 с, при этом максимальные приращения перегрузки достигали ± 1.6 единиц.

Для идентификации использовались измерения перегрузки, угловой скорости, отклонений стабилизатора. Модели системы управления и датчиков при идентификации не использовались.

Относительные погрешности оценок параметров исходной модели неустойчивого ЛА для различных значений среднеквадратических отклонений (с.к.о.) шумов измерений представлены в таблице 3.2.1.

Таблица.3.2.1. Погрешности оценок параметров, %

Относительные погрешности, %				С.к.о. шумов		
\bar{Y}^α	\bar{M}_z^α	\bar{M}_z^φ	$\bar{M}_z^{\omega_z}$	η_y , ед.	ω_z , рад/с	φ , рад
0,9	4,2	2,2	14,1	0,0025	0,0025	0,0025
1,1	6,3	3,3	18,3	0,025	0,0025	0,0025
1,3	8,4	5,1	21,1	0,05	0,005	0,0025
1,6	9,6	6,9	26,2	0,05	0,005	0,005

Из таблицы видно, что точность оценивания снижается при увеличении уровня шумов. Наибольшее влияние оказывают шумы измерений сигналов перегрузки, что подтверждается сравнением 1 и 2 строк таблицы, и отклонений стабилизатора (3 и 4 строки таблицы). В основном погрешности не превышают 10 %. Меньшая точность оценивания параметра $\bar{M}_z^{\omega_z}$ типична для задачи идентификации продольного движения самолета.

При идентификации также установлено, что ошибки априорных значений параметров в пределах 30...80 процентов практически не влияют на точность оценок.

Проведенное моделирование также показало, что точность рассматриваемого метода сохраняется при увеличении уровня статической неустойчивости до 9...10 %.

Для сравнения те же данные были обработаны при помощи исходного метода максимального правдоподобия. Как и следовало ожидать, вследствие накопления ошибок интегрирования работоспособность алгоритма идентификации нарушилась. Во всех четырех случаях ошибки оценивания

параметров $\bar{M}_z^\alpha, \bar{M}_z^\phi$ составили 50 ... 100%, а параметра $\bar{M}_z^{\omega_z}$ - до 200%. Относительно точно идентифицировался только параметр \bar{Y}^α , ошибки оценивания которого не превышали 10 %.

Таким образом, предложенный алгоритм обеспечивает приемлемую точность оценивания параметров модели продольного движения статически неустойчивого самолета при уровне шумов, соответствующем реальному эксперименту. Завершая пример 1, отметим, что обычно уравнения продольного короткопериодического движения ЛА записывают в несколько ином виде :

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{dt} &= -\bar{Y}^\alpha \alpha(t) + \omega_z(t) - \bar{Y}^\phi \phi(t), \\ \frac{d\omega}{dt} &= \tilde{M}_z^\alpha \alpha(t) + \tilde{M}_z^{\omega_z} \omega_z(t) + \tilde{M}_z^{\alpha'} \alpha'(t) + \tilde{M}_z^\phi \phi(t). \end{aligned} \quad (3.2.13)$$

Отличие состоит в составляющей момента тангажа, пропорциональной производной угла атаки по времени (учет скоса потока). Подставляя $\alpha'(t)$ из первого уравнения и введя обозначения $\bar{M}_z^\alpha = (\tilde{M}_z^\alpha - \tilde{M}_z^{\alpha'} \bar{Y}^\alpha)$, $\bar{M}_z^{\omega_z} = \tilde{M}_z^{\omega_z} + \tilde{M}_z^{\alpha'}$, $\bar{M}_z^\phi = \tilde{M}_z^\phi + \tilde{M}_z^{\alpha'} \bar{Y}^\phi$, получим уравнения ЛА из примера 1.

Данный прием хорошо известен в идентификации ЛА, поскольку исключает сигнал $\alpha'(t)$, являющийся линейной комбинацией сигналов $\alpha(t)$, $\omega_z(t)$, $\phi(t)$. В результате в правой части остаются только линейно независимые сигналы, коэффициенты при которых могут быть идентифицированы. Аналогичная ситуация имеет место при обработке данных экспериментов в аэродинамических трубах, где часто определяется только суммарный коэффициент $\tilde{M}_z^{\omega_z} + \tilde{M}_z^{\alpha'}$, называемый «комплексом нестационарной и вращательной производной».

Пример 2. При выполнении натурального эксперимента в целях идентификации продольного движения ЛА параметры бокового движения

обычно выдерживаются околонулевыми и ими можно пренебречь. При этом допустимо использовать модель из примера 1. Если же в силу взаимосвязанности продольного и бокового движения, нечеткости пилотирования или каких-либо других причин параметры бокового движения достигают значительного уровня, их следует учитывать. В этом случае следует использовать алгоритм в варианте (3.2.7)...(3.2.9). Необходимо помнить, что основное движение осуществляется в продольном канале. Боковое движение возникает вследствие дополнительных эффектов и не оказывает принципиального влияния на характер процесса.

Рассмотрим, например, систему уравнений пространственного движения ЛА (2.1.1, 2.1.10) и выпишем из нее уравнения продольного канала с учетом боковых

составляющих:

$$\begin{aligned} \alpha'(t) = & -(S\rho V/2m)(C_{y_0} + C_y^\alpha \cdot \alpha(t) + C_y^\varphi \cdot \varphi(t)) + \omega_z(t) - \beta(t)\omega_x(t) + \\ & + (g/V)\cos v(t)\cos \gamma(t), \\ \omega_z'(t) = & ((J_x - J_y)/J_z)\omega_x(t)\omega_y(t) + (Sb_A\rho V^2/2J_z) \times \\ & (m_{z0} + m_z^\alpha \cdot \alpha(t) + m_z^{\omega_z} \cdot \omega_z(t) + m_z^\varphi \cdot \varphi(t) + m_z^{\alpha'} \cdot \alpha'(t)) + \\ & (Sb_A\rho V^2/2J_z)m_z^\beta |\beta(t)| + (J_p\omega_p/J_z)\omega_y(t), \end{aligned} \quad (3.2.14)$$

где S , b_A , m - эквивалентная площадь крыла, средняя аэродинамическая хорда и масса ЛА; ρ - плотность воздуха на высоте полета; J_x , J_y , J_z - моменты инерции ЛА; J_p , ω_p - момент инерции и скорость вращения ротора двигателя; $\varphi(t)$ - угол отклонения стабилизатора; $\omega_x(t)$, $\omega_y(t)$, $\omega_z(t)$ - составляющие угловой скорости ЛА; $\alpha(t)$, $\beta(t)$ - углы атаки и скольжения; $v(t)$, $\gamma(t)$ - углы тангажа и крена; C_{y_0} , C_y^α , C_y^φ , m_{z0} , m_z^α , $m_z^{\alpha'}$, $m_z^{\omega_z}$, m_z^φ - коэффициенты подъемной силы и продольного аэродинамического момента.

Введем обозначения

$$Q_1 = (S\rho V / 2m); \quad Q_2 = (Sb_A\rho V^2 / 2J_z);$$

$$d_1(t) = (g/V)\cos\mathcal{G}(t)\cos\gamma(t) - \beta(t)\omega_x(t) - Q_1 C_{y0};$$

$$d_2(t) = ((J_x - J_y)/J_z)\omega_x(t)\omega_y(t) + Q_2 m_z^\beta |\beta(t)| +_1 \\ + (J_p \omega_p / J_z)\omega_y(t) + Q_2 m_{z0} + Q_2 m_z^{\alpha'} \alpha'(t).$$

Тогда первое уравнение принимает вид:

$$\alpha'(t) = -Q_1 c_y^\alpha \alpha(t) + \omega_z(t) - Q_1 c_y^\phi \cdot \phi(t) + d_1(t) \quad (3.2.15)$$

Подставляя первое уравнение во второе, получим

$$\omega_z'(t) = Q_2 \tilde{m}_z^\alpha \alpha(t) + Q_2 \tilde{m}_z^{\omega_z} \omega_z(t) + Q_2 \tilde{m}_z^\phi \phi(t) + d_2(t) \quad (3.2.16)$$

где обозначено $\tilde{m}_z^\alpha = m_z^\alpha - Q_1 m_z^{\alpha'} c_y^\alpha$, $\tilde{m}_z^{\omega_z} = m_z^{\omega_z} + m_z^{\alpha'}$, $\tilde{m}_z^\phi = m_z^\phi - Q_1 m_z^{\alpha'} c_y^\phi$.

Полученные уравнения (3.2.15) и (3.2.16) соответствуют (3.2.7), если принять

$$A = \begin{bmatrix} -C_y^\alpha & 1 \\ \tilde{m}_z^\alpha & \tilde{m}_z^{\omega_z} \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} -C_y^\phi \\ \tilde{m}_z^\phi \end{bmatrix}; \quad D(t) = \begin{bmatrix} d_1(t) \\ d_2(t) \end{bmatrix};$$

$$F_a(t) = F_a = \begin{bmatrix} Q_1 & 1 \\ Q_2 & Q_2 \end{bmatrix}; \quad F_b(t) = F_b = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & Q_2 \end{bmatrix}$$

Неизвестными параметрами, подобно примеру 1, являются C_y^α , \tilde{m}_z^α , $\tilde{m}_z^{\omega_z}$, \tilde{m}_z^ϕ . Сигналы, входящие в функцию $D(t)$, восстанавливаются по результатам измерений путем линейной интерполяции. Если скорость полета изменяется, ее также задают по результатам измерений. В этом случае Q_1 и Q_2 зависят от времени.

Уравнение для измерений нормальной перегрузки в модели (3.2.14) имеет вид

$$n_y(t) = (V/g) \cdot Q_1(C_{y0} + C_y^\alpha \alpha(t) + C_y^\phi \phi(t))$$

Рассмотренный пример показывает, что предложенный алгоритм может применяться с достаточно сложными моделями движения ЛА, хотя это и требует дополнительных преобразований исходной модели.

Таким образом, предложенный в настоящем подразделе метод обеспечивает идентификацию линейных моделей движения статически неустойчивых самолетов.

3.3 Разработка частотного алгоритма идентификации статически неустойчивых самолетов, использующего информацию о структуре оцениваемой модели

Для идентификации линейных стационарных систем традиционно используются частотные алгоритмы, основанные на соотношениях

$$\hat{S}_{uy}(k) = W(k) \hat{S}_u(k), \quad (3.3.1)$$

$$\hat{S}_y(k) = |W(k)|^2 \hat{S}_u(k), \quad (3.3.2)$$

где $W(k)$, $\hat{S}_u(k)$, $\hat{S}_y(k)$, $\hat{S}_{uy}(k)$ - значения передаточной функции системы, оценок спектральных плотностей и взаимной спектральной плотности входного и выходного сигналов для частотной составляющей $f_k, k = 1, 2, \dots, L$. В случае многомерных систем вместо скалярных соотношений (3.3.1) или (3.3.2) используется векторно-матричное представление.

Как известно, точность методов такого типа, особенно в случаях, когда входной сигнал не является гармоническим или широкополосным сигналом типа белого шума, существенно ниже соответствующих временных алгоритмов, основанных на представлении модели объекта в виде

$$y'(t) = A y(t) + B u(t) \quad (3.3.3)$$

Причина состоит в том, что указанные частотные алгоритмы не используют информацию о структуре модели, и нахождение оценок передаточной функции для различных частотных составляющих $f(k)$ происходит без учета задаваемых этой структурой связей. Таким образом, имеется возможность повышения точности частотных методов на основе информации о структуре модели, содержащейся в (3.3.3). Для этого предлагается следующий алгоритм.

Рассмотрим, для определенности, систему вида (3.3.3) с векторным выходом $y(t)$ и скалярным входом $u(t)$. Выразим векторную передаточную функцию через вектор параметров a , состоящий из элементов матриц A и B , для чего требуется аналитически или численно решить уравнение

$$(pE - A)W(p, a) = B, \quad (3.3.4)$$

где E - единичная матрица.

Сформируем функционал

$$J(a) = \sum_{k=1}^L (\hat{S}_{uy}(k) - \hat{S}_{uym}(k, a))^* (\hat{S}_{uy}(k) - \hat{S}_{uym}(k, a)), \quad (3.3.5)$$

где $\hat{S}_{uy}(k)$ - оценки взаимной спектральной плотности измеренных в эксперименте сигналов $u(t)$ и $y(t)$, а $\hat{S}_{uym}(k)$ вычисляются по формуле:

$$\hat{S}_{uym}(k, a) = W(k, a) \hat{S}_u(k), \quad k = 1, 2, \dots, L \quad (3.3.6)$$

Для нахождения оценок \hat{a} , минимизирующих функционал, применим модифицированный метод Ньютона.

$$\hat{a}_{k+1} = \hat{a}_k - (D(\hat{a}_k))^{-1} \frac{dJ_f(\hat{a}_k)}{d\hat{a}_k}, \quad (3.3.7)$$

где $\frac{dJ_f(\hat{a}_k)}{d\hat{a}_k}$ - вектор первой производной функционала по вектору

параметров;

$D(\hat{a}_k)$ - матрица, приближённо равная матрице вторых производных функционала по вектору параметров.

Дифференцируя (3.3.5) дважды по вектору параметров и выполняя преобразования по аналогии с подразделом 3.2.6, получим:

$$\frac{dJ_f(a)}{da} = -2 \operatorname{Re} \left[\sum_{k=1}^L \frac{d\hat{S}_{uym}^*(k, a)}{da} (\hat{S}_{uy}(k) - \hat{S}_{uym}(k, a)) \right], \quad (3.3.8)$$

$$D(a) = 2 \operatorname{Re} \left[\sum_{k=1}^L \frac{d\hat{S}_{uym}^*(k, a)}{da} \cdot \frac{d\hat{S}_{uym}(k, a)}{da} \right]. \quad (3.3.9)$$

При реализации алгоритма выражения (3.3.8) и (3.3.9) подставляются в рекуррентную формулу (3.3.7), производные $d\hat{S}_{uym}(k, a)/da$ определяются численно. Оценки спектральных плотностей вычисляются с использованием быстрого преобразования Фурье.

Проведенная оценка работоспособности на примере идентификации продольного движения самолета показала, что предложенный частотный алгоритм имеет приблизительно такие же характеристики точности, что и соответствующий временной.

Предложенный алгоритм целесообразно использовать в тех случаях, когда применение временных алгоритмов встречается с трудностями, например, вследствие накопления ошибок при численном интегрировании (3.3.3). Это имеет место при идентификации статически неустойчивых самолетов, при низких частотах регистрации и т.д.

Вариант алгоритма, основанный на соотношении вида (3.3.2), инвариантен к разности фаз, поэтому его целесообразно применять при наличии ошибок системы регистрации типа сдвиг по времени.

Проведем исследование возможностей предложенного алгоритма методом математического моделирования на примере идентификации продольного движения статически неустойчивого самолета. Модели объекта зададим в виде (2.2.3). Дополним уравнения движения самолета (2.2.3) моделью СДУ с передаточными функциями (3.1.1). Для идентификации, как и в предыдущих подразделах, используем сигналы нормальной перегрузки, угловой скорости, отклонений стабилизатора. Модель наблюдений определим через приращения относительно установившихся значений:

$$z_1(t_i) = (V/g) \left(\bar{Y}^a \Delta\alpha(t_i) + \bar{Y}^\varphi \Delta\varphi_B(t_i) \right) + v_{ny}(t_i),$$

$$z_2(t_i) = \Delta\omega_z(t_i) + v_{\omega z}(t_i),$$

где $v_{ny}(t_i)$, $v_{\omega z}(t_i)$ - шумы измерений перегрузки и угловой скорости, представляющие собой гауссовские дискретные независимые последовательности с нулевыми математическим ожиданием и с.к.о. 0.02 ед. перегрузки и 0.003 c^{-1} соответственно.

Для шума наблюдений φ_B зададим нулевое математическое ожидание и с.к.о. 0.003 рад.

Для модели (2.2.3) передаточные функции от стабилизатора к выходным сигналам угловой скорости и перегрузки имеют вид:

$$W_{\omega z / \varphi_B}(p) = \frac{b_1^{\omega z} p + b_0^{\omega z}}{p^2 + a_1 p + a_0},$$

$$W_{ny / \varphi_B}(p) = \frac{V}{g} \frac{b_2^{ny} p^2 + b_1^{ny} p + b_0^{ny}}{p^2 + a_1 p + a_0}, \quad (3.3.10)$$

где зависимость коэффициентов передаточных функций (3.3.10) от параметров модели (2.2.3) задается следующими выражениями [1.18]:

$$\begin{aligned}
a_0 &= \left(-\bar{M}_z^\alpha + \bar{M}_z^{\omega_z} \bar{Y}^\alpha \right), & a_1 &= \bar{Y}^\alpha - \bar{M}_z^{\omega_z}, \\
b_0^{\omega_z} &= \bar{M}_z^\varphi \bar{Y}^\varphi - \bar{M}_z^\alpha \bar{Y}^\varphi, & b_1^{\omega_z} &= \bar{M}_z^\varphi, \\
b_0^{n_y} &= -\bar{M}_z^\alpha \bar{Y}^\varphi + \bar{M}_z^\varphi \bar{Y}^\alpha, & b_1^{n_y} &= -\bar{M}_z^{\omega_z} \bar{Y}^\varphi, \\
b_2^{n_y} &= \bar{Y}^\varphi.
\end{aligned}$$

Вектор идентифицируемых параметров определим следующим образом

$$a^T = \left[\bar{Y}^\alpha \quad \bar{M}_z^\alpha \quad \bar{M}_z^\varphi \quad \bar{M}_z^{\omega_z} \right].$$

Для сравнения к тем же данным применим традиционный алгоритм ММП. В этом случае

$$a^T = \left[\bar{Y}^\alpha \quad \bar{M}_z^\alpha \quad \bar{M}_z^\varphi \quad \bar{M}_z^{\omega_z} \quad C_{ny} \quad C_{\omega_z} \quad C_\varphi \right],$$

где C_{ny} C_{ω_z} C_φ - постоянные ошибки измерений.

Для генерации исходных данных выполним моделирование прямолинейного горизонтального полета с истинной воздушной скоростью $V = 128$ м/с на высоте $H = 5000$ м. Зададим длительность участка обработки $t_{обр} = 32$ с при частоте регистрации $f_{рег} = 32$ Гц.

В качестве входного сигнала зададим симметричные дачи РУС по тангажу длительностью 1,5...2 с. Выполним моделирование для 9 вариантов, различающихся уровнями статической неустойчивости.

Относительные погрешности оценок параметров, вычисленные по формуле (3.1.2), представлены в таблице 3.3.1 в столбцах 2...5. В столбце 6 указано соотношение $(m_z^\alpha / c_y^\alpha) \cdot 100\%$, а в последнем столбце – метод, при помощи которого получены оценки. При этом буквой W обозначен алгоритм,

предложенный в настоящем подразделе, а сокращением ММП – традиционный метод максимума правдоподобия.

Из таблицы видно, что для статически устойчивого самолета (варианты 1, 2) оба метода обеспечивают решение задачи, при этом точность традиционного ММП, сформированного в области времени составляет в среднем 5 %, тогда как погрешности предложенного метода достигают 10 %. Это показывает, что для устойчивых систем метод не дает преимуществ.

Однако при наличии статической неустойчивости (варианты 3...9) погрешности ММП значительно возрастают (варианты 3, 4), а при дальнейшем росте уровня неустойчивости алгоритм ММП либо расходится (варианты 7, 9), либо дает очень большие ошибки (варианты 5, 8).

При этом погрешности предложенного метода остаются в пределах 10 % (варианты 3...7) и возрастают только при значительных уровнях неустойчивости (варианты 8, 9).

Таким образом, предложенный алгоритм обеспечивает оценивание параметров модели продольного движения статически неустойчивого самолета при значениях отношения $(m_z^\alpha / c_y^\alpha) \cdot 100\%$ до 3 % .

Таблица.3.3.1. Погрешности оценок параметров, %

N варианта	\bar{Y}^α	\bar{M}_z^φ	$\bar{M}_z^{\omega_z}$	\bar{M}_z^α	$\left(\frac{m_z^\alpha}{c_y^\alpha}\right) \cdot 100\%$	Метод
1	-5.40	-2.06	9.2	-8.60	-2.3	W
	-3.114	-1.08	-6.0	0.47	-2.3	ММП
2	-5.55	-1.80	13.4	-8.87	-4.7	W
	-1.11	-0.25	-4.8	-1.69	-4.7	ММП

3	-3.59	-3.117	3.4	3.110	0.78	W
	-4.76	-3.08	-6.0	-43.50	0.78	ММП
4	-3.02	-2.98	0.12	-6.10	1.57	W
	-3.57	-3.08	-7.80	-20.24	1.57	ММП
5	-3.98	-3.08	-3.6	-10.47	2.3	W
	13.130	4.88	5.2	53.94	2.3	ММП
6	-3.145	-4.04	-6.6	-13.125	3.12	W
	-7.77	-0.51	-22.0	-13.61	3.12	ММП
7	-1.75	-4.22	-7.0	-13.131	3.19	W
	-	-	-	-	3.19	ММП
8	3.17	-10.54	-9.2	-15.32	4.7	W
	-41.27	-37.28	-8.0	-113.50	4.7	ММП
9	-3.98	-3.117	23.6	-27.88	6.27	W
	-	-	-	-	6.27	ММП

Выводы по разделу 3

1. В случае статически неустойчивого самолета точность известных методы идентификации существенно снижается вплоть до полного нарушения работоспособности. Причина заключается в накоплении ошибок при численном интегрировании уравнений неустойчивого объекта.
2. В разделе разработан метод дополнительной модели, позволяющий исключить операцию численного интегрирования неустойчивых уравнений объекта. По результатам численного эксперимента

погрешности метода в основном погрешности не превышают 10 % для значений степени статической неустойчивости $(m_z^a / c_y^a) \cdot 100\%$ до 6%.

3. В разделе разработан частотный метод идентификации, обеспечивающий уровень погрешности идентификации параметров модели продольного движения статически неустойчивого самолета в пределах 10 % при значениях степени статической неустойчивости $(m_z^a / c_y^a) \cdot 100\%$ до 6 % .

4 РАЗРАБОТКА МЕТОДИЧЕСКИХ РЕКОМЕНДАЦИЙ ПО АНАЛИЗУ РЕЗУЛЬТАТОВ ИДЕНТИФИКАЦИИ НА ОСНОВЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

В разделе рассмотрена задача анализа результатов обработки полетных данных, решение которой можно получить на основе классических методов математической статистики, таких как оценивание математического ожидания, коэффициента корреляции, проверки статистических гипотез о значимости математического ожидания и коэффициента корреляции. Рассмотрены примеры обработки полетных данных, подтверждающие работоспособность предложенного подхода.

В настоящее время для обработки полетных данных используются различные алгоритмы и методы, в том числе достаточно сложные. К ним относятся, например, алгоритмы параметрической и структурной идентификации, позволяющие находить по данным летных испытаний оценки аэродинамических коэффициентов самолетов или оценки параметров их бортовых систем. Указанные алгоритмы получены на основе теории случайных процессов, стохастической фильтрации и т.д., и обеспечивают получение оценок в условиях воздействия случайных помех. Однако опыт практического применения и проведенный анализ, показывают, что эти оценки являются оптимальными только в случае, когда математическая модель (ММ) объекта и

допущения о статистических свойствах шумов соответствуют реальности. На практике это требование обычно не выполняется, вследствие чего оценки, полученные путем идентификации или другими методами обработки, содержат погрешности.

Указанные погрешности зависят от режима полета, вида маневра, структурной полноты модели и т.д. Для каждого отдельного участка они являются, как правило, систематическими, то есть закономерно изменяющимися. Если же рассмотреть совокупность участков, полученных на различных режимах полета и при различных входных сигналах, то данные погрешности можно считать случайными величинами. Это позволяет применять классические методы математической статистики, например, вычисление оценок математического ожидания и коэффициента корреляции, проверку гипотез о значимости математического ожидания и значимости коэффициента корреляции. При этом возникает ряд задач, которые и рассмотрены в настоящем подразделе на примерах анализа результатов обработки данных летных испытаний нескольких современных самолетов.

4.1 Определение зависимости оцениваемых параметров от режима полета

Пусть методами идентификации по результатам летного эксперимента получены оценки аэродинамических коэффициентов продольного движения для математической модели следующего вида;

$$\begin{aligned} c_y &= c_{y0} + c_y^\alpha \alpha + c_y^\varphi \varphi_\delta, \\ m_z &= m_{z0} + m_z^\alpha \alpha + m_z^{\bar{\omega}_z} \omega_z + m_z^\varphi \varphi_\delta. \end{aligned} \tag{4.1.1}$$

где c_y, m_z - аэродинамические коэффициенты подъемной силы и продольного момента; α - угол атаки; φ_δ - угол отклонения стабилизатора; ω_z - угловая

скорость тангажа; $c_{y0}, c_y^\alpha, c_y^\varphi, m_{z0}, m_z^\alpha, m_z^{\bar{\omega}_z}, m_z^\varphi$ - постоянные составляющие и производные коэффициентов подъемной силы и продольного момента.

Пусть для $N=20\dots30$ участков полета при различных значениях числа M в пределах эксплуатационного диапазона высот и скоростей получены оценки параметров

$$c_{y0i}, c_{yi}^\alpha, c_{yi}^\varphi, m_{z0i}, m_{zi}^\alpha, m_{zi}^{\bar{\omega}_z}, m_{zi}^\varphi, i = 1, 2, \dots, N \quad (4.1.2)$$

Определим, имеет ли место зависимость этих параметров от числа M полета. С этой целью для каждого параметра вычислим оценку коэффициента корреляции с числом M по формуле

$$\hat{r} = \frac{A}{\sqrt{BC}} \quad ,$$

$$A = \sum_{i=1}^N (\hat{a}_i - \hat{m}_a)(M_i - \hat{m}_M),$$

$$B = \sum_{i=1}^N (\hat{a}_i - \hat{m}_a)^2, \quad (4.1.3)$$

$$C = \sum (M_i - \hat{m}_M)^2,$$

$$\hat{m}_a = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{a}_i, \quad \hat{m}_M = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N M_i,$$

где \hat{a}_i - оценки параметров (вместо \hat{a}_i поочередно подставляются оценки параметров (4.1.2)), M_i - значение числа M на участке. Далее проверяется статистическая гипотеза о том, что истинное значение коэффициента корреляции равно нулю. Для этого вычисляется величина

$$t = \frac{\hat{r}}{\sqrt{1-\hat{r}^2}} \sqrt{N-2}, \quad (4.1.4)$$

имеющая распределение Стьюдента с $N-2$ степенями свободы. Гипотеза принимается с уровнем значимости, например, $\alpha = 0.05$, если выполняется условие

$$p(t) \geq \alpha \quad (4.1.5)$$

где $p(t)$ есть вероятность события, что случайная величина t^* , имеющая распределение Стьюдента с $N-2$ степенями свободы, примет значение, по модулю большее t : $|t^*| > |t|$.

В таблице 4.1.1 приведены результаты расчетов для оценок параметров $\hat{m}_z^{\omega_z}$, полученных методом идентификации в ходе летных испытаний самолета.

Таблица.4.1.1. Результаты статистической обработки

параметр	М.О.	С.К.О.	\hat{r}	t	$p(t)$	$N-2$
$\hat{m}_z^{\omega_z}$	-6.878	1.16	-0.147	-0.8135	0.422	30

В столбцах таблицы последовательно представлены оценки математического ожидания, среднеквадратического отклонения, коэффициента корреляции (4.1.3), критерия Стьюдента (4.1.4) и значения вероятности $p(t)$, вычисленное по распределению Стьюдента с $N-2$ степенями свободы. Поскольку условие (4.1.5) при уровне значимости $\alpha = 0.05$ выполняется, то гипотеза о равенстве истинного значения коэффициента корреляции нулю принимается. На этом основании делается вывод, что коэффициент демпфирования по тангажу

$\hat{m}_z^{\bar{\omega}_z}$ в рассмотренном диапазоне от числа M не зависит. Этот результат совпадает с банком аэродинамических характеристик данного самолета, полученным путем продувок в аэродинамической трубе (АТД). На рис.(4.1.1) показан график оценок параметра $\hat{m}_z^{\bar{\omega}_z}$ в функции чисел M , а также вычисленная по методу наименьших квадратов линия регрессии вида;

$$\hat{m}_z^{\bar{\omega}_z} = b + kM \quad (4.1.6)$$

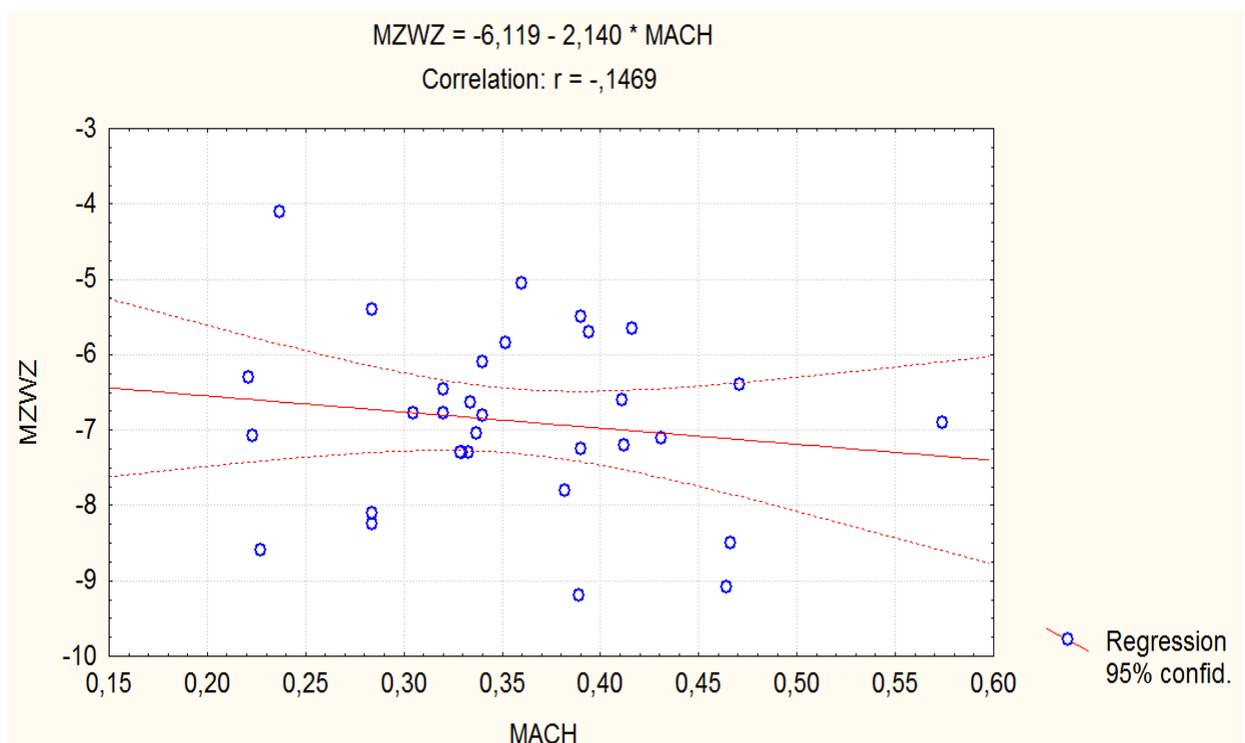


Рис.4.1.1. График зависимости оценок параметра $\hat{m}_z^{\bar{\omega}_z}$ от числа M и линия регрессии вида $\hat{m}_z^{\bar{\omega}_z} = b + kM$, вычисленная методом наименьших квадратов.

4.2 Проверка соответствия результатов идентификации имеющимся априорным данным для линейной и нелинейной модели

4.2.1 Проверка соответствия априорным значениям для скалярного параметра

Проверяется соответствие параметра априорному значению. Пусть по данным летных испытаний методами идентификации получены оценки параметров (4.1.2). Пусть имеется банк априорных аэродинамических данных, составленный до начала летных испытаний по результатам продувок в АТД. В этом случае возникает задача проверки соответствия априорной модели результатам летных испытаний. Решение можно получить на основе проверки статистической гипотезы об истинном значении математического ожидания (м.о.) случайной величины.

Пусть для какого-либо параметра в результате обработки данных летных испытаний получены оценки по N участкам полета. Пусть также известно априорное значение этого параметра μ_0 , а по N значениям получены оценки м.о. и дисперсии:

$$\hat{m}_a = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i ,$$
$$\hat{D}_a = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (a_i - \hat{m}_a)^2 . \quad (4.2.1)$$

Проверим статистическую гипотезу о том, что истинное значение математического ожидания m_a равно μ_0 . Для этого вычисляем случайную величину

$$t = \frac{\hat{m}_a - \mu_0}{\sqrt{\frac{\hat{D}_a}{N}}} , \quad (4.2.2)$$

которая имеет распределение Стьюдента с $N-1$ степенями свободы.

Гипотеза принимается, если выполняется условие $p(t) \geq \alpha$, где вероятность $p(t)$ и уровень значимости α имеют тот же смысл, что и в предыдущем разделе. В этом случае считаем, что априорные значения соответствую данным летных испытаний.

В таблице 4.2.1, в первой строке приведены результаты расчетов для коэффициента эффективности стабилизатора m_z^φ .

При числе обработанных участков полета $N=32$ оценки м.о. и с.к.о. составили -0.01832 1/град и 0.0019 1/град, а априорное значение, взятое согласно банку аэродинамических характеристик -0.018 1/град. В данном случае гипотеза принимается, и априорные значения считаются согласующимися с данными летного эксперимента.

Таблица.4.2.1. Результаты расчетов для коэффициента эффективности стабилизатора m_z^φ

Наименование параметра	Априорное значение μ_0 , 1/град	t	$P(t)$	$N-1$
m_z^φ	-0.018	0.9376	0.356	31
	-0.0185	0.548	0.588	31
	-0.019	2.033	0.0507	31
	-0.0175	-2.42	0.0214	31
	-0.017	-3.91	0.00047	31
	-0.020	5.0	0.00002	31

С целью исследования разрешающей способности метода вычисления выполнялись также для различных значений μ_0 в диапазоне $-0.020\dots-0.017$ 1/град. Результаты представлены в строках 2...6 таблицы 4.2.1.

Из таблицы видно, что для уровня значимости $\alpha = 0.05$ гипотеза принимается только для узкого диапазона $-0.018\dots-0.019$ 1/град, причем значение -0.019 1/град находится на границе области принятия решения ($P(t)=0.0507$). За пределами указанного диапазона, составляющего 5.5% от априорного значения, гипотеза отвергается. При этом убывание вероятности $P(t)$ проходит очень быстро.

4.2.2 Проверка соответствия параметра априорным значениям при наличии зависимости от режима полета.

Если параметр зависит от режима полета, например, от числа M , тогда результаты обработки различных участков нельзя свести к одной точечной оценке. Однако и в этом случае решение можно получить на основе проверки гипотезы о математическом ожидании. Рассмотрим этот вид задач на примере оценивания параметра c_y^α линейной модели (4.1.1).

На рисунке 4.2.1 в функции числа M (оцифровка по шкале X) показаны полученные методом идентификации по данным летных испытаний для $N=24$ оценки параметра c_y^α (обозначены на графике СУА и оцифрована по оси ОУ), а также вычисленная по банку аэродинамических данных априорная зависимость $c_y^\alpha = f_M$ (обозначена на графике СУАМ, оцифрована по оси ОУ).

При одинаковых значениях M вычислим разности

$\Delta(c_y^\alpha)_i = c_{y_i}^\alpha - c_y^\alpha(M)_i, i = 1, 2, \dots, N$ и проверим гипотезу о равенстве математического ожидания разностей нулю.

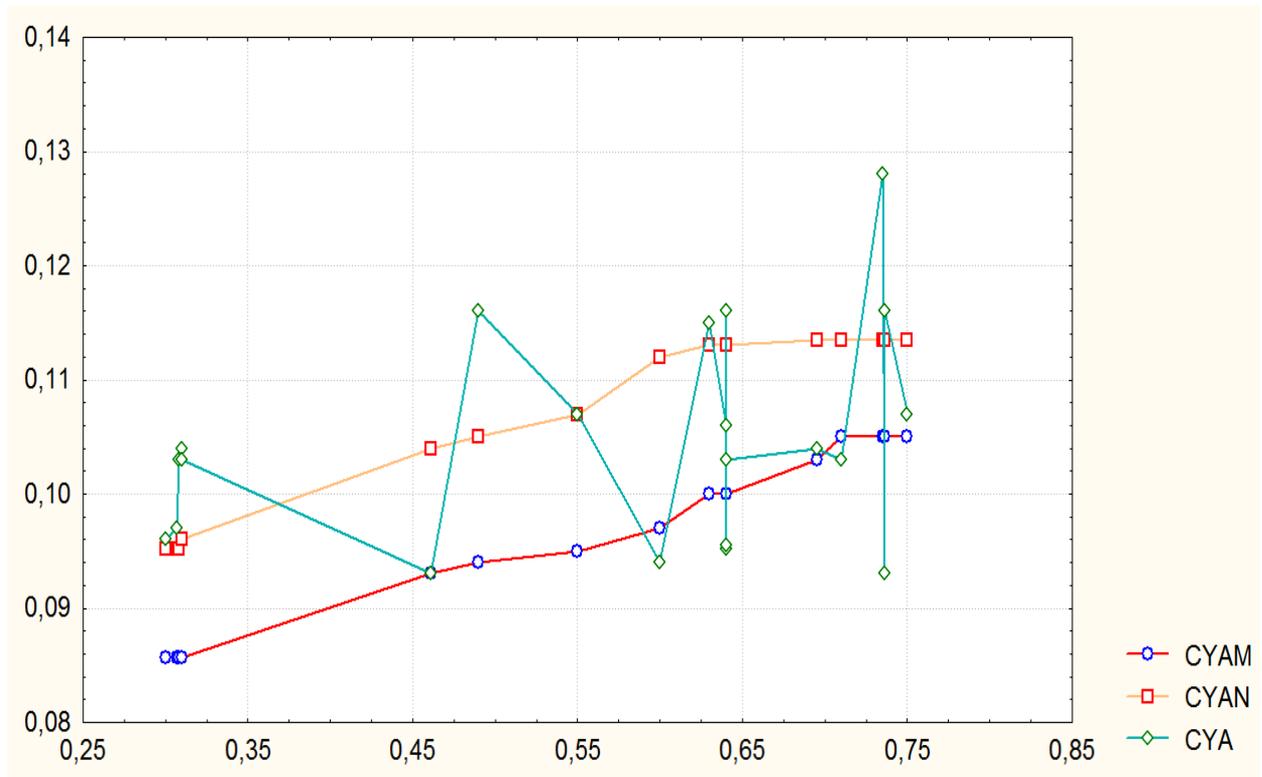


Рис.4.2.1. Зависимость вида $c_y^\alpha = f_M$

Проверка гипотезы показала отрицательный результат. Тогда априорные значения были скорректированы на постоянную величину. Скорректированная зависимость на рисунке 4.2.1 обозначена CYAN. Результаты проверки приведены в таблице 4.2.2.

Таблица.4.2.2. Результаты проверки статистической гипотезы о значимости математического ожидания

Обозначение параметра	м.о.	с.к.о.	t	$P(t)$	$N-1$
$\Delta(C_y^\alpha)$	0.00058	0.0037	0.6845	0.499	23

Из таблицы видно, что гипотеза принимается. Таким образом проведенная проверка показывает, что априорная модель соответствует данным летных испытаний с точностью до постоянной погрешности.

4.2.3 Проверка соответствия нелинейных аэродинамических зависимостей априорным значениям

В предыдущих пунктах подраздела рассматривались оценки параметров линейных аэродинамических моделей вида (4.1.1).

Рассмотрим теперь нелинейную модель следующего вида:

$$c_y = c_y(\alpha) + c_y^\varphi \varphi_\varphi,$$

$$m_z = m_z(\alpha) + m_z^{\bar{\omega}_z} + m_z^\varphi \varphi_\varphi.$$

По данным летных испытаний обработанных методами идентификации 3 можно получить оценки нелинейной зависимости $m_z(\alpha)$ в виде множества точек $\hat{m}_z(\alpha_i)$, $i=1,2,\dots,N$.

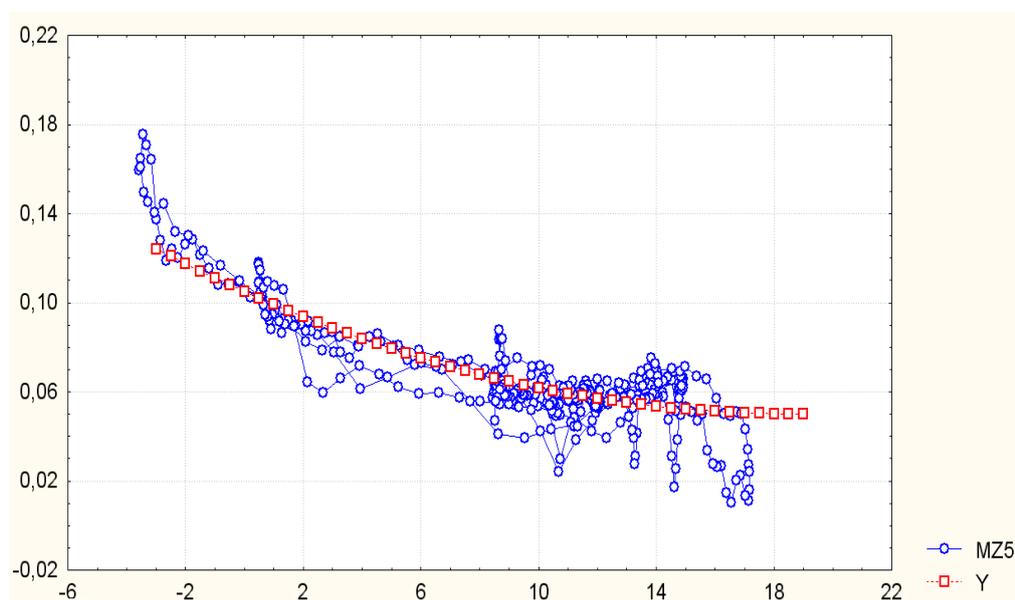


Рис.4.2.2. График, сравнивающий зависимость вида $m_z = f(\alpha)$ ^{MZM} рассчитанную методами идентификации (MZ5) и полученную из банка априорных данных (MZM)

На этом же графике показана взятая из банка аэродинамических коэффициентов априорная зависимость $m_z(\alpha_i)$, обозначенная MZM . Вычислим разность

$$\Delta(m_z(\alpha_i)) = \hat{m}_z(\alpha_i) - m_z(\alpha_i), \quad i = 1, 2, \dots, N$$

Проверим гипотезу о том, что истинное значение математического ожидания разности $\Delta(m_z(\alpha_i))$ равно нулю. Если гипотеза принимается, считаем, что априорная зависимость согласовывается с экспериментальными данными. Порядок проверки тот же, что и в предыдущих случаях. В данном примере для $N=368$ значений получено $t=1.51$, $p(t)=0.131$. Для уровня значимости $\alpha=0.05$ гипотеза принимается.

Данные методы являются относительно простыми. Они реализуются либо путем составления программы на любом языке программирования высокого уровня (Фортран, Си, Паскаль и т.д.), либо путем использования стандартных статистических функций, которые имеются в таких широко распространенных программных комплексах, как Excel, MatLAB, Statistica.

Представленные примеры обработки реальных полетных данных подтверждают работоспособность предложенного подхода.

4.3 Разработка методических рекомендаций по оценке постоянной погрешности измерения угла атаки

Как известно, для в общем случае для самолета положение датчика угла атаки по отношению к строительной горизонтали фюзеляжа имеет смещение в силу особенностей построения планера. Обозначим этот угол как $\varphi_{кр}$. Учтем также, что угол тангажа, при выполнении горизонтального полета на постоянной скорости (манёвр типа «площадка») равен углу атаки:

$$\nu = \alpha_{ист.}$$

Эта формула соответствует случаю, когда углы атаки и тангажа отсчитываются от единой оси, например, от строительной горизонтали фюзеляжа.

В случае смещения это соотношение примет вид:

$$\alpha_{ист} = \mathcal{J} + \varphi_{кр} . \quad (4.3.1)$$

Для определения погрешности измерения угла атаки примем во внимание, что значение $\alpha_{ист}$ в уравнении (4.3.1) представляет собой сумму измеренного в полете значения угла атаки и постоянной погрешности, носящей систематический характер:

$$\alpha_{ист} = \alpha_{изм} + C_{\alpha} \quad (4.3.2)$$

Для того, чтобы выразить погрешность C_{α} необходимо подставить уравнение (4.3.1) в (4.3.2), и выразить от туда C_{α} :

$$C_{\alpha} = \alpha_{ист} - \mathcal{J} - \varphi_{кр} \quad (4.3.3)$$

Значения погрешности C_{α} , рассчитанной по формуле 4.3.3, представлены в таблице 4.3.1. Кроме того в таблице представлены также средние значения углов атаки $\alpha_{ср}$, тангажа $\nu_{ср}$; значения числа М, высоты, а также характеристики обрабатываемых участков.

Среднее значение постоянной погрешности измерений по всем участкам составило -0.806 градуса. Для исследуемых участков был проведен статистический анализ данных. А именно проверялись гипотезы о значимости

коэффициентов корреляции, во-первых, между C_α и числом М, во-вторых, между C_α и средним углом атаки на обрабатываемом участке полета.

Таблица.4.3.1. Результаты оценивания погрешности измерения угла атаки $\alpha_{ист}$

№ п/п	М ср, ед	α ср, град	ν ср, град	C_α , град	Н, м
1	2	3	4	5	6
1	0.2500	10.0000	8.4900	-0.49	3600.0
2	0.2500	10.3800	9.6200	-1.24	3600.0
3	0.3400	4.7200	3.9600	-1.24	3900.0
4	0.4900	2.0750	0.9400	-0.87	3540.000
5	0.4100	3.2070	2.0750	-0.87	4000.000
6	0.4100	3.2100	2.0800	-0.87	3650.000
7	0.5600	1.3200	0.1900	-0.87	3580.000
8	0.5800	1.3200	0.1900	-0.87	3580.000
9	0.2800	6.2500	4.5500	-0.30	3580.000
10	0.3400	6.2500	4.7200	-0.47	3580.000
11	0.2600	11.2500	9.6200	-0.37	3580.000
12	0.3400	6.0200	4.7200	-0.70	3580.000
13	0.7500	1.2500	-0.5700	-0.18	3580.000
14	0.6000	1.8800	0.5700	-0.69	3580.000

1	2	3	4	5	6
15	0.4300	3.7500	2.0800	-0.33	3580.000
16	0.4200	4.3800	2.4500	-0.07	3580.000
17	0.5100	3.1300	1.3200	-0.19	3580.000
18	0.7500	0.6300	-0.1900	-1.18	3580.000
19	0.4200	7.4300	6.6800	-1.25	5743.0000
20	0.415	7.1600	5.9900	-0.83	5743.0000
21	0.415	7.3600	6.1500	-0.79	5922.0000
22	0.415	7.5300	6.5200	-0.99	6281.0000
23	0.415	7.1800	6.1500	-0.97	6281.0000
24	0.43	7.3200	6.4900	-1.17	5922.0000
25	0.47	6.6400	5.6400	-1.00	7897.0000
26	0.47	6.7900	5.9400	-1.15	8077.0000
27	0.49	7.0000	5.6600	-0.66	8077.0000
28	0.49	6.8000	5.8000	-1.00	8077.0000
29	0.34	5.4000	5.1400	-1.74	537.6
30	0.58	1.2400	0.8000	-1.56	537.6000
31	0.74	0.1800	-0.3100	-1.51	537.6
32	0.28	5.4100	4.3500	-0.94	537.6
33	0.23	10.3400	8.5700	-0.23	537.6
34	0.19	14.7500	14.0800	-1.33	537.6

1	2	3	4	5	6
35	0.23	6.4900	4.7000	-0.21	537.6
36	0.19	11.6200	10.1200	-0.50	537.6
37	0.26	2.1000	0.7300	-0.63	537.6
38	0.26	5.7600	4.4300	-0.67	537.6
39	0.23	10.1000	8.6100	-0.51	537.6

Была построена таблица 4.3.2, где отображены результаты проверки статистической гипотезы.

Таблица.4.3.2. Результаты проверки гипотезы о равенстве коэффициента корреляции нулю

X	Y	r_{xy}	t	N	p	результат
С α	М	-0.2291	-1.4319	39	0.16	$r_{xy}=0$
	аср	0.08986	0.54	39	0.59	$r_{xy}=0$

В столбцах записаны значения коэффициента корреляции r_{xy} , постоянной Стьюдента t , количество значений переменных X и Y , значение вероятности p и результат проверки - гипотеза о равенстве коэффициента корреляции нулю принимается.

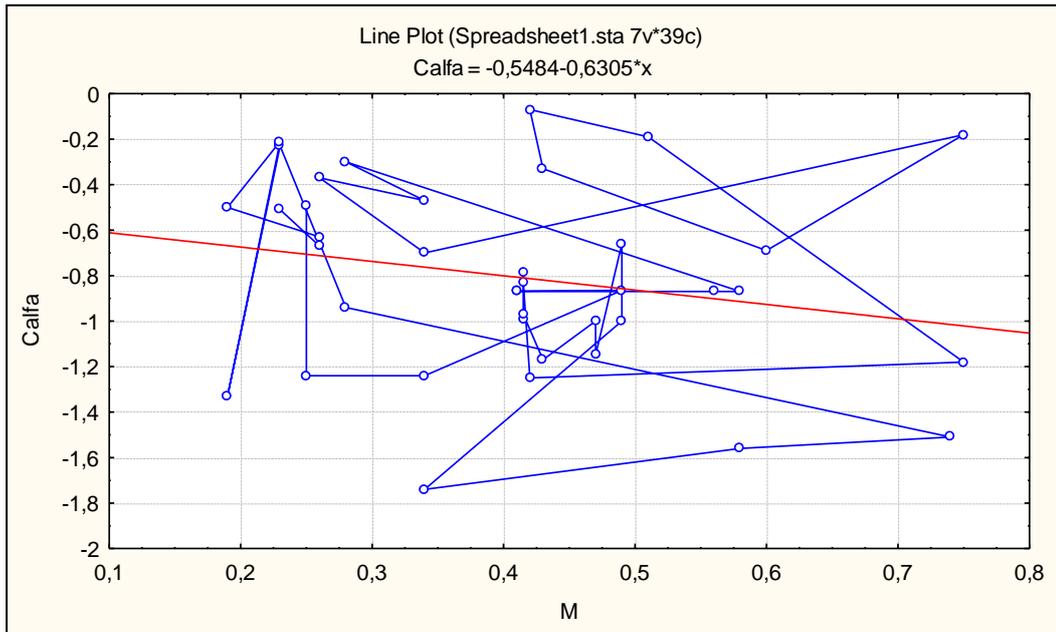


Рис.4.3.1. Зависимость постоянной погрешности на участке полета от числа М

$$c_{\alpha} = f_M$$

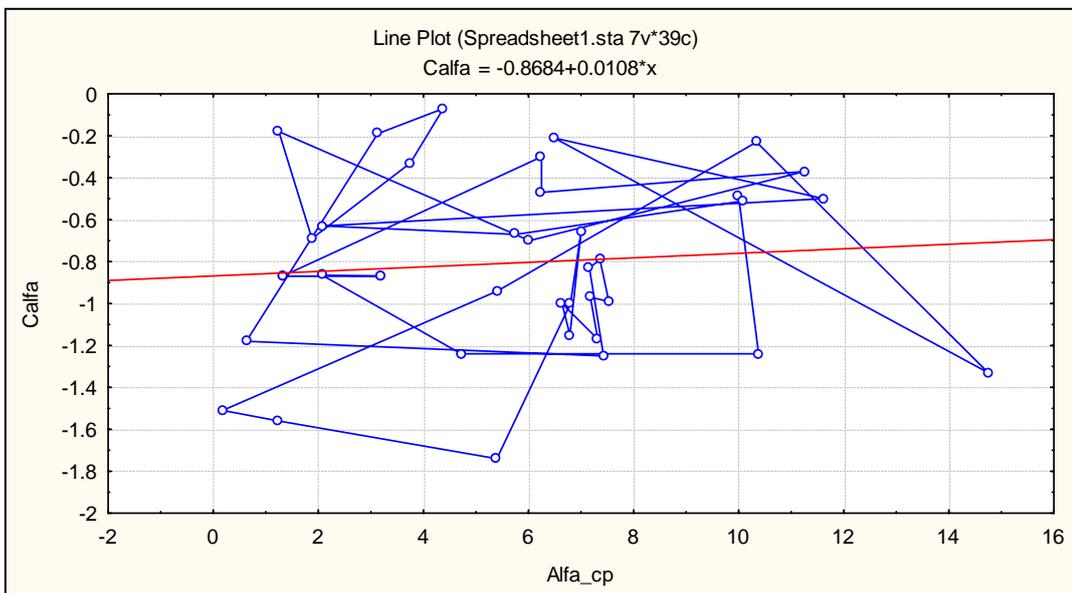


Рис.4.3.2. Зависимость постоянной погрешности на участке полета от угла атаки

$$c_{\alpha} = f_{\alpha=cp}$$

На рисунках 4.3.1 и 4.3.2 показаны графики функциональной зависимости систематической погрешности $c_\alpha = f_{\alpha=cp}$ в первом случае от числа M , во втором случае от среднего значения угла атаки. Видно, что зависимость на обоих графиках отсутствует в силу малого угла наклона линии регрессии. Таким образом, результат статистической проверки гипотезы о равенстве коэффициента корреляции нулю огласовывается также и с визуальным анализом.

Выводы по разделу (4)

1. В разделе сформулированы методические рекомендации по анализу оценок идентификации как случайных величин на основе базовых методов математической статистики. Рассматриваются такие задачи, как проверка соответствия исходному банку аэродинамических характеристик, установление факта зависимости от параметров полета, для чего используются процедуры проверки статистических гипотез.
2. Используемые методы математической статистики являются относительно простыми. Они реализуются либо путем составления программы на любом языке программирования высокого уровня, либо путем использования стандартных статистических функций, которые имеются в таких широко распространенных программных комплексах, как Excel, MatLAB, Statistica.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Использование в процессе испытаний и эксплуатации самолетов методов моделирования приводит к значительному сокращению сроков и стоимости создания новых ЛА, повышению безопасности полетов. Важнейшим средством создания математических моделей самолетов для сопровождения испытаний и эксплуатации являются методы теории идентификации динамических систем, получающие информацию непосредственно из летного эксперимента, что существенно повышает уровень достоверности.
2. В работе получены следующие основные научные и практические результаты:
 - методики анализа влияния форм входных сигналов и уровня шумов измерения на точность идентификации аэродинамических коэффициентов,
 - алгоритм повышения точности идентификации аэродинамических коэффициентов на основе гармонических сигналов и применения метода декомпозиции,
 - алгоритм идентификации параметров статически неустойчивых самолетов, основанный на использовании дополнительной устойчивой модели, позволяющий избежать численного интегрирования дифференциальных уравнений неустойчивого объекта,
 - частотный алгоритм идентификации параметров линейных моделей движения статически неустойчивых самолетов,
 - методические рекомендации по анализу результатов идентификации на основе математической статистики.

3. Разработаны методики оценивания влияния на точность идентификации аэродинамических коэффициентов самолета формы входного сигнала и уровня шумов измерений, основанные на статистическом моделировании; выполнены численные эксперименты, подтверждающие работоспособность предложенных методик.
4. Разработан новый метод повышения точности идентификации аэродинамических коэффициентов на основе аппаратно генерируемых входных полигармонических сигналов и декомпозиции входных и выходных сигналов на гармонические составляющие. При этом эффект подавления шумов достигается за счет использования априорной информации о формах сигналов. Метод обеспечивает повышение точности оценок идентификации по сравнению с методом линейной множественной регрессии в при значительных уровнях шумов в 3-7 раз.
5. В случае статически неустойчивого самолета точность известных методы идентификации существенно снижается вплоть до полного нарушения работоспособности. Причина заключается в накоплении ошибок при численном интегрировании уравнений неустойчивого объекта.
6. Разработан метод дополнительной модели, позволяющий исключить операцию численного интегрирования неустойчивых уравнений объекта. По результатам численного эксперимента погрешности метода в основном погрешности не превышают 10 % для значений степени статической неустойчивости до 6%.
7. Разработан частотный метод идентификации, обеспечивающий уровень погрешности идентификации параметров модели продольного движения статически неустойчивого самолета в пределах 10 % при значениях степени статической неустойчивости до 6 % . Разработанный новый частотный алгоритм идентификации целесообразно использовать в тех случаях, когда применение временных алгоритмов встречается с трудностями, например, вследствие накопления ошибок при численном

интегрировании. Это имеет место при идентификации статически неустойчивых самолетов, при низких частотах регистрации и т.д.

8. Сформулированы методические рекомендации по анализу оценок идентификации как случайных величин на основе базовых методов математической статистики. Рассматриваются такие задачи, как проверка соответствия исходному банку аэродинамических характеристик, установление факта зависимости от параметров полета, для чего используются процедуры проверки статистических гипотез.
9. Используемые методы математической статистики реализуются либо путем составления программы на любом языке программирования высокого уровня, либо путем использования стандартных статистических функций, которые имеются в таких широко распространенных программных комплексах, как Excel, MatLAB, Statistica.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] К. К. Васильченко, В. А. Леонов, И. М. Пашковский, Б. К. Поплавский, Летное испытание самолетов (Машиностроение, Москва, 1996).
- [2] Schutte A., Einarsson G., Raichle A., Schoning B., Monnich W., Forkert T. Numerical simulation of maneuvering aircraft by aerodynamic, flight mechanics, and structural mechanics coupling// *Journal of Aircraft*. 2009. Vol. 46. No. 1. P. 53–64.
- [3] Корсун О.Н. Методы параметрической идентификации технических систем. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. 69 с.
- [4] R.V. Jategaonkar, Flight vehicle system identification: a time domain methodology – USA, Reston: AIAA. 2006. 410 p.
- [5] Klein V., Morelli E. A. Aircraft system identification: Theory and Practice. — USA, Reston, AIAA. 2006.
- [6] Корсун О.Н, Николаев С.В, Пушков С.Г, Алгоритм оценивания систематических погрешностей измерений воздушной скорости, углов атаки и скольжения в летных испытаниях, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 55, pp. 446-457 (2016).
- [7] Lin G. F., Lan C. E. A generalized dynamic aerodynamic coefficient model for flight dynamics application, 22nd Atmospheric flight mechanics conference and exhibit. pp. AIAA-1997-3643, 1997.
- [8] R. Larsson, System Identification of Flight Mechanical Characteristics. Linköping Studies in Science and Technology, Licentiate Thesis, Linköping University, Sweden. 2013.
- [9] Корсун О.Н, Николаев С.В, Поплавский Б.К. Алгоритмы проверки данных полета и оценка нелинейностей аэродинамических коэффициентов самолета. *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2017. Т.18, № 4. С. 270-278.

- [10] Овчаренко В.Н., Идентификация аэродинамических характеристик самолетов полетными данными, Издательство МАИ, Москва, 2017.
- [11] Wang Y., Dong J., Liu X., Zhang L. Identification and standardization of maneuvers based upon operational flight data, Chinese Journal of Aeronautics, 2015. Vol. 28, No. 1, pp. 133-140.
- [12] Васильченко К.К., Кочетков Ю.А., Леонов В.А., Поплавский Б.К.. Структурная идентификация математической модели движения самолета. – М.: Машиностроение, 1993, 352 с.
- [13] Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. М.: Физматгиз, 1962. 333 с.
- [14] Льюнг Л. Идентификация систем: теория для пользователя. М.: Наука, 1991. 432 с.
- [15] Моисеев Н.Н., Иванилов Ю.П., Столярова Е.М. Методы оптимизации. М.: Наука, 1978. 352 с.
- [16] Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления. М.: Мир, 1975. 685 с.
- [17] Кулифеев Ю.Б. Дискретно-непрерывный метод идентификации непрерывных систем, Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1981. № 5. С.47–55.
- [18] Maine R.E., Pliff K.W. Identification of Dynamic System : Theory and Formulation, NASA Reference Publication 1138. 1985. 160 p.
- [19] Zadeh L.A. From Circuit Theory to System Theory. Proc. IRE. № 50. 1962. P 856-865.
- [20] Белоцерковский С.М., Кулифеев Ю.Б. и др. Создание и применение математических моделей самолетов. М: Наука, 1984. 143 с.

- [21] О.Н. Корсун, Б.К. Поплавский, Подходы к идентификации параметров самолета. 29-й Конгресс Международного совета авиационных наук, ICAS 2014; Санкт-Петербург, Российская Федерация, 7 сентября 2014 года по 12 сентября 2014 года. Документ № 2014-0210.
- [22] Гумаров С.Г., Корсун О.Н. Метод определения динамической погрешности оптических станций траекторных измерений, Метрология. 2011. № 3. С. 16-23.
- [23] Корсун О.Н., Поплавский Б.К. Оценивания систематических погрешностей бортовых измерений углов атаки и скольжения на основе интеграции данных спутниковой навигационной системы и идентификации скорости ветра, Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2011. № 1. С. 133-146.
- [24] Mathisen, S.H.; Fossen, T.I.; Johansen, T.A., "Non-linear model predictive control for guidance of a fixed-wing UAV in precision deep stall landing," in Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), 2015 International Conference on , vol., no., pp.356-365, 9-12 June 2015.
- [25] Neumann P.P, Bartholmai M., Real-time wind estimation on a micro unmanned aerial vehicle using its inertial measurement unit , Sensors and Actuators, A: Physical, Volume 235, 1 November 2015, Pages 300-310, BAM Federal Institute for Materials Research and Testing, Unter den Eichen 87, Berlin, Germany.
- [26] Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов. Под ред. Бюшгенса Г.С. М.: Наука, 1998. 816 с.
- [27] Леонов В.А., Поплавский Б.К. Метод линейных преобразований идентификации динамических систем. – Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1990, № 2, с. 163- 170.

- [28] Klein V. Estimation of aircraft aerodynamic parameters from flight data. Prog. Aerospace. Sci. 1989. № 26. P. 1–77.
- [29] Беаш Х.Л., Бушнелл Д.М. Требования к авиакосмической экспериментальной базе в 2000-х годах. Авиастроение: Экспресс-информация. - 1991. -№36. -С.22-35.
- [30] Берестов Л.М., Поплавский Б.К., Мирошниченко Л.Я. Частотные методы идентификации летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1985. -184с.
- [31] Корсун О.Н. Принципы параметрической идентификации математических моделей самолетов по данным летных испытаний. Мехатроника, автоматизация, управление. Приложение. 2008. № 06. С. 2-7.
- [32] Корсун О.Н. Алгоритм идентификации динамических систем с функционалом в частотной области, Автоматика и телемеханика. -2003. -№5.- С.111-121.
- [33] Корсун О.Н., Кулифеев Ю.Б. Дискретно-непрерывный алгоритм идентификации нелинейных систем, использующий сплайн-функции. Под ред. М.И. Ништа, Труды ВВИА им.проф.Н.Е.Жуковского.-1993. -Вып. 1317. -С.46-54.
- [34] Идентификация летательных аппаратов, силовых установок и авиационного оборудования: Материалы международной НТК. -М., 1994. -547с.
- [35] Andrew P.Sage, Mele JL, Identification of control systems: Science, 1974.-246 p.
- [36] Скиба Г.Г., Ву Нгок Хое. Методика идентификации аэродинамических коэффициентов по значениям аэродинамических характеристик, Научные технологии. -2006. -№ 1. -С.32-36.

- [37] Современные методы идентификации систем. Под ред. П. Эйхкоффа.-М.: Мир, 1983.- 440с.
- [38] Гроп Д. Методы идентификации систем: Пер. с англ. Под ред. Е.П. Кринецкого. М.: Мир, 1979. -302с.
- [39] Аэромеханика самолета: Динамика полета: Учебник для авиационных вузов. А.Ф. Бочкарев, В.В. Андреевский, В.М. Белоконов и др.; Под ред. А.Ф. Бочкарева и В.В. Андреевского. 2-е изд. перераб. и доп. – М.: Машиностроение 1985г. - 360 с.
- [40] Бюшгенс Г.С., Ступнев Р.В. Аэродинамика самолета: Динамика продольного и бокового движения. – М.: Машиностроение, 1979 г. - 352 с.
- [41] Morelli, E.A. Estimating Noise Characteristics from Flight Test Data using Optimal Fourier Smoothing, *Journal of Aircraft*, Vol. 32, No. 4, July-August 1995, pp. 689-695.
- [42] Klein, V. and Morgan, D.R. Estimation of Bias Errors in Measured Airplane Responses using Maximum Likelihood Method, NASA TM 89059, January 1987.
- [43] Maine, R.E. and Iliff, K.W., The Theory and Practice of Estimating the Accuracy of Dynamic Flight-Determined Coefficients, NASA RP 1077, July 1981.
- [44] Morelli, E.A. and Klein, V. Accuracy of Aerodynamic Model Parameters Estimated from Flight Test Data, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 20, No. 1, January-February 1997, pp. 74-80.
- [45] Morelli, E.A., Real-Time Parameter Estimation in the Frequency Domain, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 23, No. 5, SeptemberOctober 2000, pp. 812-818.
- [46] Song, Y., Campa, G., Napolitano, M.R., Seanor, B., and Perhinschi, M.G. Online Parameter Estimation Techniques Comparison Within a Fault Tolerant Flight

Control System, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 25, No. 3, May-June 2002, pp. 528-537.

[47] MathWorks, Dryden Wind Turbulence Model (Continuous), Following Military Specification MIL-F-8785C.

[48] Anderson, J. D., Fundamentals of Aerodynamics, McGraw-Hill, Inc., 2nd ed., 1991.

[49] Johansen, T., Cristofaro, A., Sorensen, K., Hansen, J., and Fossen, T., On estimation of wind velocity, angle-of-attack and sideslip angle of small UAVs using standard sensors, Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), 2015 International Conference on, June 2015, pp. 510–519.

[50] Корсун О. Н., Набатчиков А. М., Бурлак Е. А. Синхронизация информационных потоков при полунатурном моделировании движения летательных аппаратов. Электронный научно-технический журнал "Инженерный вестник", - 2013. - №10. - С. 1-16.

[51] Корсун О. Н., Мотлич П. А. Комплексный контроль бортовых измерений основных параметров полета летательного аппарата. Электронный научно-технический журнал "Наука и образование", - 2013. - №1. - С. 135-148.

[52] Ключев Г.И., Макаров Н.Н., Солдаткин В.М., Ефимов И.П. Измерители аэродинамических параметров летательных аппаратов. Ульяновск: УлГТУ, 2005. 509 с.

[53] Пушков С.Г., Харин Е.Г., Кожурин В.Р., Ловицкий Л.Л. Технология определения аэродинамических погрешностей ПВД и воздушных параметров в летных испытаниях ЛА с использованием спутниковых средств траекторных измерений. Проблемы безопасности полетов. 2006. № 7.С.12-1.

- [54] Создание и применение математических моделей самолетов. Под ред. С.М. Белоцерковского. М.: Наука, 1984. 284 с.
- [55] Корсун О.Н., Лысюк О.П. Комплексная оценка погрешностей бортовых измерений в целях обеспечения задач безопасности полетов, Проблемы безопасности полетов. 2007. № 2. С. 31-41.
- [56] Васильченко К.К., Кочетков Ю.А., Леонов В.А. и др. Структурная идентификация математической модели движения самолета. М.: Машиностроение, 1993. 350 с.
- [57] Кувшинов В.М., Анимица О.В. Программный комплекс FLIGHTSIM для моделирования и анализа динамики самолета с системой управления в среде MATLAB/SIMULINK, Труды конференции «Проектирование инженерных и научных приложений в среде MATLAB». – М.: ИПУ РАН. 2002. С. 638-650.
- [58] Корсун О.Н., Бурлак Е.А., Набатчиков А.М. Исследовательский по натурный стенд для анализа задач пилотирования и алгоритмов обработки полетных данных, Седьмой международный аэрокосмический конгресс IAC'2012. Сб. научн. тр. М.: 2013. 1 электрон. опт. диск (CD-ROM) рег. № 0321303652/ 03.06.2013.
- [59] Корсун О.Н., Семенов А.В. Методика определения характеристик устойчивости и управляемости высотного дозвукового самолета М-55 «Геофизика» по результатам летного эксперимента и моделирования. Полет,– 2006. – № 2. – С. 22-29.
- [60] ГОСТ 20058-80. Динамика летательных аппаратов в атмосфере. Термины, определения и обозначения. М. 1981 – 54 с.
- [61] ГОСТ 4401-81. Атмосфера стандартная. Параметры. М. 1982 – 181 с.
- [62] Вентцель Е.С. Теория вероятностей - М.:Наука ВВИА 1969, 576с.

- [63] Музалев Г.А. Вероятностные основы авиационного оборудования - М.:ВВИА им.проф Н.Е. Жуковского ВВИА 1991, 155с .
- [64] Справочник по прикладной статистике. Под редакцией Э. Ллойда, У. Ледерман- М.: Финансы и статистика 1989, 510с.
- [65] Семенов А. Д., Артамонов Д. В., Брюхачев А. В. Идентификация объектов управления: Учебн. пособие. - Пенза: Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2003. 211 с. : ил. 59, табл. - , библиогр. 141 назв.
- [66] Дж. Бендат А. Пирсон. Прикладной анализ временных рядов - М.: «Мир» 1989, 542с.
- [67] Корсун О.Н, Моунг Хтанг Ом., Восстановление углов ориентации беспилотного летательного аппарата в полете при отказе инерциальной системы. Научные чтения по авиации, посвященные памяти н.е. жуковского, Общество с ограниченной ответственностью "Экспериментальная мастерская Наука Софт" (Москва) . 2015. №.- 3. Ст. 469-472.
- [68] Корсун О. Н., Чжо Зин Латт, Моунг Хтанг Ом , Оценивание постоянных составляющих погрешностей измерения углов ориентации летательного аппарата, Состояние и проблемы измерений : сборник материалов XIII Всерос. научно-техн. конф., МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2015. - С. 90-93.
- [69] Korsun O.N, Mounng Htang Om, Kyaw Zin Latt, Restoration of orientation angles during flight in case of failure of inertial system, Eighth International Aerospace Congress IAC'15, dedicated to 50 years of the first-ever spacewalk and to 70 years of the united nations. 2015.
- [70] Korsun O.N, Om M.H, Latt K.Z, Stulovskii A.V, Real-Time Aerodynamic Parameter Identification For the Purpose of Aircraft Intelligent Technical State Monitoring, Procedia Computer Science, 103, Elsevier Science Bv, 2017, С. 67–74.

- [71] Evdokimenkov V.N, Krasil'shchikov M.N, Om M.H, Korsun O.N, Sebryakov G.G, Individually-Adapted Control and Support of Pilot'S Control Actions Based on Neural Network Models, *Procedia Computer Science*, 103, Elsevier Science Bv, 2017, С. 126–134.
- [72] Mounг Htang Om, Kyaw Zin Latt, Karapetyan TS, Estimation of aerodynamic parameters in conditions of measurement. *ITM Web of Conferences*. Т. 10, 01007 (2017).
- [73] Моунг Хтанг Ом, Чжо Зин Латт, Анализ влияния форм входных сигналов на точность идентификации аэродинамических параметров в продольном движении самолета, *Cloud of Science*. 2017. Т. 4. №. 4, С. 636-649.
- [74] Mounг Htang Om, Aerodynamic Parameters Identification in Aircraft Longitudinal Motion // LAP LAMBERT Academic Publishing, 2018. 64p.
- [75] Моунг Хтанг Ом , Чжо Зин Латт , Приходько С.Ю. , Разработка алгоритма повышения точности идентификации аэродинамических коэффициентов на основе гармонических входных сигналов // *Электронный журнал «Труды МАИ»*. 2018. Выпуск № 99.
- [76] Kyaw Zin Latt., Mounг Htang Om., Development of wind velocity estimation method using the airspeed // *Вестник Московского авиационного института*. 2018. Т. 25. № 2. С. 152-159.
- [77] Егорова Е.Ю., Левитин И.М., Овчаренко В.Н. Идентификация аэродинамического коэффициента момента тангажа многоцелевого маневренного самолета по результатам летных испытаний, *Электронный журнал «Труды МАИ»*. 2011. Выпуск № 44. С. 1-13.
- [78] Доброленский Ю.П. Динамика полета в неспокойной атмосфере/ Ю.П. Доброленский. - М.:Машиностроение, 1969. -356 с.

[79] Корсун О.Н., Николаев С.В. Идентификация аэродинамических коэффициентов самолетов в эксплуатационном диапазоне углов атаки. Вестник компьютерных и информационных технологий. 2016. № 9 (147). С. 3-10.

[80] Николаев С.В. Метод имитационного моделирования в летных испытаниях авиационных комплексов, Прикладная физика и математика. № 3. 2017 г. С. 57-68.