

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

На правах рукописи



БАБАЙЦЕВ АРСЕНИЙ ВЛАДИМИРОВИЧ

**МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО
СОСТОЯНИЯ ТОЛСТОСТЕННЫХ КОМПОЗИТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ,
РАБОТАЮЩИХ В УСЛОВИЯХ ДИНАМИЧЕСКОГО НАГРУЖЕНИЯ**

Специальность 01.02.04 «Механика деформируемого твёрдого тела»

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель
доктор физико-математических наук
профессор Рабинский Л.Н.

Москва 2019

Содержание

Введение.....	3
1. Современное состояние исследования.....	8
2. Постановка задачи. Аналитические методы приближенного расчета толстостенной симметричной конструкции.....	22
2.1. Расчет на прочность составной композитной конструкции на основе предложенного метода.....	26
2.1.1. Результаты расчета составной композитной конструкции на основе разработанного метода	31
2.1.2. Исследование влияния параметров геометрии на напряженно-деформированное состояние конструкции.....	37
2.2. Разработка метода расчета напряженно-деформированного состояния конструкции с учетом обжатия.....	43
2.3. Верификация результатов, полученных с использованием разработанного метода	56
2.3.1. Верификация результатов, полученных с использованием разработанного метода для фрагмента изделия цилиндрической и конической формы	56
2.4. Сопоставление результатов полученных с использованием разработанных аналитических методов.....	70
3. Физико-механические свойства композиционных материалов.	73
3.1. Экспериментальное исследование композиционных материалов в условии статического нагружения	76
3.2. Экспериментальное исследование композиционных материалов в условии высокоскоростного нагружения	81
3.3. Анализ результатов экспериментальных исследований.	89
4. Конечно элементное моделирование напряженно-деформированного состояния исследуемых конструкций в условии динамического нагружения.....	93
4.1. Исследование влияния схемы армирования конструкции, выполняемой из трехмерно-армированного композита.....	94

4.2. Исследование напряженно-деформированного состояния конструкции, выполненной из слоистого композита	111
Заключение	117
Список литературы	119

Введение

Высокие характеристики удельной прочности и удельной жесткости композиционных материалов (КМ) делают их перспективными для применения во многих областях техники. В настоящее время композиты широко применяются во многих конструкциях, к которым предъявляются требования по массовой эффективности в авиастроении, в космической технике, в кораблестроении, в энергетике и т.д. Например, замена традиционно применяемых алюминиевых сплавов на композиционные материалы позволяет, при правильном проектировании конструкции, существенно снизить ее массу на 30-50% при сохранении несущей способности. При этом, ключевым моментом является правильный подход к проектированию изделия, то есть к выбору ее геометрии, схеме армирования, типу армирующих волокон и матрицы.

Большинство существующих конструкций, в которых эффективно применяются композиционные материалы, все-таки являются тонкостенными или сетчатыми, или представляют собой сэндвич панели с композитными несущими слоями и облегченными заполнителями. Расчету и проектированию таких изделий посвящено большое количество работ российских и зарубежных ученых [1-25]. Эти методы за частую доведены до уровня замкнутых аналитических решений или аналитических проектировочных методик. Моделирование и расчет толстостенных изделий из КМ является более сложной задачей, требующей привлечения неклассических теорий пластин и оболочек (теории Рейсснера - Миндлина и др.) или решения трехмерных уравнений анизотропной теории упругости с учетом сложных критериев прочности. Поэтому для расчета толстостенных и трехмерных композитных изделий применяются, преимущественно, методы численного моделирования на основе метода конечного элемента.

Рассматриваемая в настоящей диссертации задача относится к разработке перспективных технических систем, в которых осесимметричные толстостенные составные композитные конструкции, работают в условиях действия поверхностных нагрузок (давления на поверхности тела) и объемных инерционных

нагрузок. Проектировочных методов расчета таких конструкций известно не так много, в то время как получаемый возможный выигрыш от замены сплавов на композиционные материалы в таких изделиях может быть существенным с точки зрения снижения их массы и повышения скорости полета. Поэтому развиваемые в настоящей диссертации методы приближенного аналитического расчета таких конструкций, а также результаты численного моделирования и исследования влияния схемы армирования и геометрии на напряженно-деформированное состояние (НДС) изделий являются **актуальными**.

Основной **целью** работы является исследование механического поведения толстостенных композитных конструкций, работающих в условиях динамического нагружения. К целям работы также относится получение аналитического решения толстостенной составной конструкции в форме цилиндра, конуса, составных цилиндров и конусов из изотропных и анизотропных материалов. Сопоставление аналитического и численного решений для составных конструкций сложной формы. Экспериментальное исследование высокоскоростного испытания КМ.

Согласно поставленным целям сформулированы следующие **задачи**:

- разработка аналитических подходов для прочностного расчета составной осесимметричной протяженной конструкции переменного поперечного сечения, в которой присутствует внутренняя металлическая часть (металлический стержень, сердечник) и внешняя часть – композитное ведущее устройство (ВУ). Исследование влияния геометрии и свойств применяемых материалов на НДС рассматриваемой конструкции, а также на прочность соединения сердечник-ведущее устройство. Сопоставление результатов аналитических расчетов с результатами численного моделирования методом конечных элементов.
- численный динамический расчет изделия для разных вариантов укладки слоев с учетом прогрессирующего разрушения и без него. Исследование влияние схемы армирования на уровень напряжений в конструкции, включающее предварительное теоретическое и экспериментальное

исследование механических характеристик применяемых композиционных материалов.

Объектом исследования являются толстостенные составные композитные осесимметричные конструкции, работающие в условиях динамического нагружения. Конструкция при этом состоит из металлического сердечника (армирующего компонента) и ведущего устройства, выполняемой из композиционного материала.

Научная новизна работы определяется следующими результатами:

- разработаны аналитические подходы к прочностному расчету составных осесимметричных композитных конструкций, позволяющие оценить напряженно-деформированное состояние изделия, работающего в условиях интенсивного нагружения поверхностными и объемными нагрузками, оценить уровень нормальных напряжений в элементах конструкции и касательные напряжения на границе их сопряжения, в том числе, с учетом эффекта обжатия и концентрации;

- проведены исследования статической и высокоскоростной прочности композитного материала на основе эпоксидной матрицы и углеродных волокон. Впервые исследовано влияние эффектов искривления волокон (характерного для толстостенных композитов) на характеристики материала в условиях высокоскоростного нагружения;

- на основе численных расчетов проведено исследование влияния схемы армирования композиционного материала, из которого выполняется изделие, на ее несущую способность в условиях интенсивного нагружения. Расчеты проведены в динамической постановке, в том числе, с учетом эффектов прогрессирующего нагружения, для случая, трехмерно-армированного и слоистого композиционного материала;

Достоверность полученных результатов, полученных при разработке аналитических методов расчета, определяется примененными строгими методами механики деформируемого твердого тела, теории упругости, механики композиционных материалов, теории дифференциальных уравнений. Хорошую согласованность показало сопоставление численных и аналитических результатов

моделирования. Для оценки влияния параметров скорости нагружения на свойства рассмотренных композитов проведены экспериментальные исследования на основе стандартных апробированных методик. Численное моделирование проведено в динамической постановке в системах Ansys Workbench и COMSOL Multiphysics с использованием детализированных моделей изделий, высокоплотной сетки и эффектов конечных деформаций и прогрессирующего разрушения. Достоверность численных расчетов оценивалось путем варьирования размера конечно-элементной сетки, а также сопоставлением полученных решений с решением в рамках упрощённых аналитических моделей.

Структура диссертационной работы следующая. В первой главе представлено современное состояние исследований в предметной области диссертационной работы. Указаны аналогичные работы, известные в литературных источниках, а также известные запатентованные решения и их особенности. Во второй главе изложено два подхода, которые с различной степенью приближения позволяют получать быстрые оценки НДС рассматриваемых изделий, что подтверждено сопоставлением получаемых результатов с численным моделированием. В третьей главе представлены результаты экспериментального исследования механических свойств образцов композиционного материала, применяемого в составе конструкции изделия. Определены характеристики прочности на сжатие, которые являются наиболее важными в рассматриваемых конструкциях, в том числе, исследовано влияние эффекта искривления волокон. В заключительной четвертой главе, представлены результаты численного трехмерного моделирования рассматриваемых изделий, для которых дана оценка влияния типа композиционного материала (трехмерно армированного или слоистого) и схемы армирования на напряженно-деформированное состояние, прочность и характер развития дефектов (в рамках моделей прогрессирующего разрушения).

Апробация работы. Основные положения и результаты работы докладывались на следующих конференциях:

1. Бабайцев А.В., Рабинский Л.Н., Радченко В.П. Multiscale modelling of the stress - strain state of layered composite structures within the gradient theory of thermoelasticity. Санкт - Петербург, ИпМАШ РАН, Международная конференция "Advanced Problems in Mechanics - 2014"

2. Бабайцев А.В., Егорова О.В., Шестёркин П.С. Высокоскоростные испытания толстосекционных композиционных материалов с использованием разрезного стержня Гопкинсона по методу Кольского. Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред. Материалы XXIV международного симпозиума имени А.Г. Горшкова. 2018, стр. 22-23. Издательство: ООО"ТРП".

3. Бабайцев А.В., Моргунова А.А., Рабинский Л.Н. Исследования вопросов разработки математических моделей и программного обеспечения для расчетов конструкций изделий из специальных композиционных материалов. Тезисы докладов VII международного научного семинара "динамическое деформирование и контактное взаимодействие тонкостенных конструкций при воздействии полей различной физической природы".

4. А.В. Бабайцев, Ю.О. Соляев, Л.Н. Рабинский. Метод приближенной оценки напряжений в толстостенной осесимметричной композитной конструкции. IX Международная научн.-практ. конф., Гомель.

Основные публикации. По теме диссертационной работы опубликовано 5 работы, в том числе 1 научная работа в международном журнале и 4 научных работ в издание, входящем в перечень ведущих рецензируемых научных журналов, рекомендованных ВАК РФ.

SCOPUS

1. A.V. Babaytsev, A.A. Zotov. Designing and Calculation of Extruded Sections of an Inhomogeneous Composition. Russian Metallurgy (Metally), Vol. 2019, No. 13, pp. 134–137

ВАК

2. А.В. Бабайцев, А.А.Зотов, А. Н. Волков. Определение НДС многослойного ламината с использованием ступенчатой аппроксимации. Известия Тульского государственного университета. Выпуск 12. Часть 2. с175-185.

3. А.В. Бабайцев, А.А.Зотов. Проектирование и расчет прессованных профилей неоднородного состава. Технология металлов. 2018. № 11. С. 16-20. DOI: 10.31044/1684-2499-2018-11-16-20

4. А.В. Бабайцев, А.Ю. Бурцев, Л.Н. Рабинский, Ю.О. Соляев. Методика приближенной оценки напряжений в толстостенной осесимметричной композитной конструкции. Труды МАИ. 2019. Выпуск №107

5. А.В. Бабайцев, А. В. Инюхин, А.В. Лисицын, П.А. Моссаковский, Л.Н. Рабинский, Ю.О. Соляев Влияние искривления волокон на прочность углепластика при высокоскоростном нагружении. Механика композиционных материалов и конструкций. Том 25. №3 2019.

1. Современное состояние исследования.

С ростом технологий и потребностью к улучшению физико-механических свойств материалов все больше растет количество сфер, в которых возможно применять композиционные материалы (КМ). Одна из таких сфер, рассматриваемых в настоящей диссертации, являются осесимметричные протяженные изделия, работающие в условии быстроизменяющихся нагрузок. Чаще всего подобные изделия представляют собой составные конструкции, состоящие из металлического сердечника и ведущего устройства (ВУ) со сложной геометрией, в которой, следовательно, тем присутствуют зоны с локальными концентраторами напряжения. В настоящее время нагрузки на подобные конструкции все больше возрастают, а в совокупности с необходимостью уменьшения веса возникает необходимость применения композиционных материалов. Применение КМ при создании ВУ направлено на снижение их массы и скорости полета.

Разработка подобных конструкций проводится с 70-80 годов и актуальна по сей день [26-29]. В качестве конструкционных материалов ВУ рассматриваются преимущественно композиционные материалы на основе полимерных связующих, армированных углеродными волокнами [26-28]. Также известны предложения по использованию металлокомпозитных материалов на основе алюминия, армированного волокнами оксида алюминия [27-28]. Традиционно применяемые в конструкциях такого типа алюминиевые сплавы являются изотропными материалами с достаточно высокими удельными механическими характеристиками (жесткости, текучести, прочности), и их плотность составляет $\sim 2,7$ г/см³. Композиционные материалы, армированные ориентированными волокнами, являются анизотропными материалами, и их прочность может существенно варьироваться в зависимости от направления приложения нагрузки и сочетания нагрузок, действующих в различных направлениях. Плотность композитов на основе углепластика составляет $\sim 1,4-1,6$ г/см³, поэтому их применение является целесообразным для снижения массы ВУ при возможности обеспечения его прочности.

Основной проблемой, возникающей при разработке ВУ из КМ, является необходимость обеспечения прочности толстостенного изделия, которым является ВУ, в условиях сложного трехмерного напряженного состояния. Известно, что волокнистые композиты обладают высокой прочностью в направлении укладки армирующих волокон, и значительно более низкими механическими свойствами в направлениях, в которых основную нагрузку воспринимает материал матрицы – направление поперек волокон, сдвиг в плоскости укладки волокон, межслоевые сдвиги. Поэтому для обеспечения прочности композитных изделий применяются различные схемы армирования, при которых в изделии проводится выкладка волокон в направлении действия максимальных нагрузок.

Наиболее широко применяются слоистые композитные конструкции, которые чаще всего представляют собой тонкостенные изделия, в которых применены либо квази-изотропные схемы армирования (с ориентацией армирующих волокон в различных направлениях в плоскости слоев), либо волокна,

уложенные в направлении действия максимальных нагрузок. Для объемных изделий могут применяться пространственно-армированные композитные материалы, которые, однако, более сложны в изготовлении, по сравнению со слоистыми композиционными материалами и обладают, зачастую, сниженными характеристиками жесткости. По-видимому, наиболее простым решением для создания ВУ было бы использованием композитов, наполненных рубленым (например, углеродным) волокном, равномерно и изотропно распределенным по объему изделия. В этом случае материал является изотропным, и проблемы, связанные с обеспечением прочности матрицы, были бы исключены. Однако, на сегодняшний день, по-видимому, отсутствуют подобные материалы, которые могут обеспечить общую прочность ВУ при реализуемых нагрузках.

Таким образом, основной задачей проектирования композитных ВУ является выбор материалов и схемы армирования изделия, которые позволяют наиболее эффективным образом передавать внешнюю нагрузку на армирующие компоненты, при реализации минимального нагружения более слабой фазы матрицы. Для проектирования ВУ проводятся расчетные работы с использованием моделей различной степени приближения: на основе упрощенных аналитических оценок, на основе конечно-элементного моделирования в квазистатической осесимметричной постановке, в динамической постановке с проведением дальнейшего послойного анализа изделия или с учетом прогрессирующего разрушения.

Помимо требования обеспечения собственной прочности конструкционного материала ВУ, дополнительным условием, которое необходимо учитывать при проектировании, является условие обеспечения прочности соединения ВУ и основной части изделия – металлического сердечника. Это соединение может быть резьбовым. Из-за большого различия механических и физических характеристик материалов ВУ и сердечника, в области их соединения возникает концентрация касательных напряжений, которая может приводить к срезу (смятию) резьбового соединения и разрушению изделия в процессе нагружения.

Одна из первых проектировочных методик, применимых для создания композитных ВУ была предложена в работе [26] в 1981 году. Представленная там методика основана на простых соотношениях динамики твердого тела для оценки основных параметров нагружения конструкции и теории сопротивления материалов для оценки напряженного состояния ведущего устройства и сердечника. Эта методика применима для любых типов изотропных и анизотропных конструкционных материалов, так как представляет собой, фактически, одномерное приближение. В результате расчетов по этой методике предложено определять оптимальную геометрию переднего и заднего скосов ВУ, вдоль которых обеспечивается постоянство касательных усилий на срез резьбы. Отмечается, что в этом случае удастся в значительной степени обеспечить и общую прочность изделия. Детальные уточняющие расчеты предлагается проводить с использованием конечно-элементного моделирования. В данной диссертации указанная методика [26] обобщена на случай проектирования не только скосов, но и всех остальных сегментов изделия [30].

Активная разработка программного обеспечения для анализа напряженно-деформированного состояния (НДС) толстостенных композитных конструкций была начата за рубежом в начале 90-х годов и была связана непосредственно с разработкой технологии изготовления композитных ВУ. Первыми программными продуктами были системы LAMPAT [8, 18, 31] и его модификации, позволяющие оценить эффективные характеристики жесткости композиционного материала во всех направлениях анизотропии (до этого были реализованы только программы для расчета слоистых композитов, работающих в условиях плоского напряженного состояния и изгиба), провести расчет для модели анизотропного тела с найденными эффективными характеристиками и далее провести послойный анализ, то есть оценить запас прочности в каждом из слоев, из которых набрана композитная конструкция. Для этого в каждом слое вычисляется значение критерия прочности, который, в отличие от изотропных материалов, для трансверсально-изотропных слоев, армированных волокнами, не может быть представлен в виде, например, критерия Мизеса, а должен учитывать анизотропию прочностных свойств

материала. В частности, при проектировании композитных ВУ активно применялся критерий по максимальным напряжениям (вдоль и поперек армирующих волокон), модифицированный для учета влияния всестороннего сжатия [28, 29, 31], реализующегося в зоне действия давления газов в задней части ВУ. Было установлено, что действие всестороннего сжатия может приводить к повышению прочности изделия [31], поэтому его учет может позволить получить уточненную оценку прочности, снизить применяемые коэффициенты запаса и дополнительно уменьшить массу конструкции.

Программа LAMPAT позволяла проводить оценки и на основе различных иных, в том числе, более сложных и общих критериев прочности – по максимальным деформациям, по критерию Хашина, Цая-Ву, Кристенсена [29]. Эффективные характеристики жесткости вычислялись на основании соотношений теории упругости для трехмерной слоистой среды, состоящей из, в общем случае, из анизотропных слоев с моноклинной симметрией [32], которая, как частный случай, позволяет описывать и наиболее распространённые композитные структуры – ортотропные и трансверсально изотропные. Программа имела ограничения, в ней не была реализована возможность оценивать межслойные сдвиговые напряжения на свободных краях модели, что может являться существенным при оценке начала разрушения. В целом, методика расчета была многократно проверена и была показана ее достаточно хорошая согласованность с экспериментом, по крайней мере, в отношении оценки квазистатической прочности и параметров жесткости толстосекционных композитов [33-36].

Изначально LAMPAT был разработан, как подпрограмма для системы Patran, расчетный модуль которого использовался для определения НДС гомогенизированной модели. Позднее программа была адаптирована к системе DYNA3D (является одной из первых версий современного пакета LS-DYNA) [37], для возможности проведения динамических и высоконелинейных расчетов, в том числе с учетом прогрессирующего разрушения. Основной проблемой для данной процедуры являлась несимметричность матрицы жесткости, рассчитываемой в программе LAMPAT. Эта несимметричность показывает деградацию упругих

свойств композиционного материала под действием нагрузки. Для обхода этой проблемы матрицы жесткости директивно симметризировались и после пересчета коды LAMPAT вводились в DYNA3D в виде пользовательской модели материала.

Разработчиками системы LAMPAT, помимо создания данного продукта, был выполнен и опубликован ряд работ, связанных с отработкой технологии изготовления и испытания толстостенных (или толстосекционных, *thick-section*) слоистых композитов. В работе [38] проводилось исследование влияние волнистости укладки на жесткость и прочность толстосекционных композитов. Была построена аналитическая модель, учитывающая свойства применяемых материалов и параметры волнообразования. Эффект волнистости был охарактеризован, в первую очередь, как негативное проявление недостаточно отработанных процессов выкладки толстосекционных композитов. Отмечалось, что волнообразование приводит к существенному снижению жесткости материала и снижению прочности. На основе расчетов было показано, что в таких материалах может снижаться прочность при сжатии в направлении волнообразования, вследствие перехода от типичного характера разрушения при сжатии к разрушению через межслойный сдвиг (из-за возникающих касательных проекций от сжимающих продольных усилий на фрагментах изогнутых слоев, ориентированных под углом к действующей нагрузке). Полученные в указанной работе результаты учтены в настоящей диссертации и при определении свойств применяемых композиционных материалов было исследовано влияние возможного искривления волокон [39].

Известны также работы, в которых проводилось моделирование и исследование влияния технологических параметров на процесс полимеризации толстосекционных композитов [40-42]. Авторы использовали алгоритм, в котором применялся пересчет на каждом шаге по времени гомогенных свойств пакета, учитывающий изменение свойств слоев. Отмечалось возможное существенное влияние неравномерной полимеризации связующего при наличии сложной геометрии изделия, анизотропии его свойств и высоких градиентов температуры на реализующееся остаточное напряженно-деформированное состояние изделия

(возникновение поволок, остаточных напряжений). Было указано, что критический уровень остаточных напряжений может приводить к растрескиванию матрицы и возникновению расслоений, что может приводить к снижению механических свойств готового изделия. При этом уровень остаточных напряжений повышался при увеличении толщины выкладываемого изделия, поэтому отмечалось, что при моделировании толстосекционных композитов нежелательно пренебрегать влиянием остаточных напряжений [41].

Параллельно с разработкой методов проведения теоретических прочностных расчетов толстосекционных композитов в 90-х годах проводились исследования и разработка методов экспериментального определения их механических характеристик. В частности, рассматривалась проблема определения модуля упругости и прочности при сжатии композиционных материалов с высокой степенью анизотропии и различным соотношением жесткости на растяжение и сдвиг, и были даны рекомендации по уточнению стандартных требований к размерам экспериментальных образцов [43-58]. Отрабатывались методики высокоскоростных испытаний образцов композиционных материалов с использованием разрезного стержня Гопкинсона (метода Кольского) [43-58]. В этом методе могут быть проведены испытания образцов на сжатие на скорости деформаций до 10^4 . Принципиально возможна реализация высокоскоростных испытаний на растяжение, но затруднительна для композитных материалов, так как требует изготовления образцов с резьбовым соединением. В [45, 46] было отмечено, что прочность и модуль упругости при сжатии композиционного материала (рассматривался композит на основе термопластичной матрицы) повышаются при увеличении скорости деформаций, что соответствует типичному поведению материалов при высокоскоростном нагружении.

В процессе испытаний наблюдались следующие механизмы разрушений:

1) при высокоскоростном нагружении в направлении толщины материала появлялись трещины смятия в матрице, дробление волокон, боковое течение пучков волокон (в отличие от поперечного растрескивания и разрушения в основной плоскости сдвига, характерных для квазистатического нагружения [39]);

2) при высокоскоростном нагружении в плоскости слоев появлялось формирование изломов, расслоение, поперечное растрескивание матрицы и продольное расщепление (в отличие от характерных для квазистатического нагружения излома и сдвига под углом 40° с направлением загрузки);

Основываясь на работах [43-58], а также на общих требованиях, предъявляемых к испытаниям исследуемых композитов и условиям их работы в изделии, в процессе работы над диссертацией были реализованы аналогичные экспериментальные исследования по методу Кольского для определения механических характеристик применяемых материалов при высокоскоростном нагружении.

Выбор применяемого программного обеспечения для проведения расчетов изделия был основан на анализе существующих систем КЭ моделирования и разработанных методик. Можно отметить, что в настоящее время проблема разработки программного обеспечения, предназначенного непосредственно для моделирования тонкостенных или толстосекционных волокнистых композитов, в том числе с трехмерным или пространственным армированием, фактически, является решенной. Во всех системах КЭ моделирования реализованы элементы типа слоистых пластин (*laminates*) и слоистые элементы (*solid laminate, solid shell*), позволяющие задавать различные схемы армирования изделий. Существуют также специализированные программные комплексы и пре- постпроцессоры, предназначенные для моделирования композитных конструкций со сложными схемами армирования, сложными условиями нагружения и настраиваемыми критериями прочности (Composites Simulation Suite ESI, ANSYS Composite PrepPost, ESRD's StressCheck, ESAComp, Simulayt Dassault Systems).

Одним из наиболее развитых и мощных пакетов конечно-элементного моделирования является применяемый в настоящей работе ANSYS, который, в сочетании со встроенным модулем для подготовки и анализа моделей композитных конструкций Composite PrepPost и в сочетании с решателем и постпроцессором системы LS-DYNA, позволяет выполнять все процедуры, необходимые для моделирования и оценки прочности толстосекционных конструкций композитных

ВУ с произвольными схемами армирования. Модуль ANSYS Composite PrepPost позволяет моделировать сложные схемы армирования изделий путем задания направления выкладки волокон и поверхностей по которым проводится выкладка, позволяет подготавливать конечно-элементную модель конструкции из слоистого материала с учетом ориентации волокон в каждом из слоев (путем задания соответствующего поворота локальной системы координат и связанных с ней осей анизотропии материала). В модуле заложены возможности обработки результатов расчетов. В частности, можно проводить послойный прочностной анализ с использованием различных встроенных критериев прочности – по максимальным напряжениям и деформациям, критерии Цая-Ву (*Tsai-Wu*), Цая-Хилла (*Tsai-Hill*), Хашина (*Hashin*), Пака и др. Имеется возможность оценки прочности слоев как в предположении плоского напряженного состояния, так и в случае трехмерного напряженного состояния, в том числе с учетом деламинации, обжатия и отрыва слоев в рамках соответствующих модификаций указанных критериев. Возможно моделирование нарушения контакта волокон и матрицы с использованием когезионных элементов и моделирование роста трещин с использованием моделей VCCT (*virtual crack closure technique*). Недостатком модуля ANSYS Composite PrepPost, который, по всей видимости, не устранен на сегодняшний день, является невозможность проведения постпроцессинга и послойного прочностного анализа результатов расчетов, проведенных в подключаемом решателе LS-DYNA. Для проведенного анализа в этом случае необходимо прибегать к другому постпроцессору - LS-PrePost, в котором эта процедура является более трудоемкой, а также доступен несколько ограниченный набор критериев прочности (на уровне монослоя) - Чанга и Цая-Ву, формулируемых только в 2D, то есть для случая нагружения в плоскости слоев и с учетом межслоевых сдвигов. Для использования трехмерных критериев необходимо использование специальных элементов, которые, вероятно, доступны после приобретения дополнительной лицензии. Выходом из этой ситуации может быть использование встроенного явного решателя ANSYS – модуля Transient Structural, в котором расчеты проводятся по времени дольше, чем в LS-DYNA, однако доступен удобный постпроцессинг

результатов расчетов в системе ANSYS Composite PrepPost с использованием трехмерных критериев прочности.

Кратко остановимся на критериях прочности, доступных в указанных программах. Критерий прочности, в общем случае, формулируется, как некоторая функция, зависящая от напряжений или деформаций f . Эта функция вычисляется в каждой точке тела на основании построенного конечно-элементного решения. В точках, где значение критерия становится равным или большим 1, происходит разрушение. Критерий по максимальным напряжениям используется обычно для хрупких материалов и, в частности, может быть использован для первоначальной или приближенной оценки прочности углепластика (этот критерий наиболее применим в направлении армирования волокнами, в поперечном направлении желательно использовать уточненные или деформационные критерии). Этот критерий записывается следующим образом:

$$\text{при растяжении: } f = \frac{\sigma_{ij}}{X_{ij,t}}, \sigma_{ij} > 0 \quad (1.1)$$

$$\text{при сжатии: } f = -\frac{\sigma_{ij}}{X_{ij,c}}, \sigma_{ij} < 0, \quad (1.2)$$

где $X_{ij,t}$, $X_{ij,c}$ - соответствующие пределы прочности материала при растяжении и сжатии, индексы i, j обозначают направление действующей нагрузки в локальной системе координат, определяющей анизотропию материала в данной точке материала.

Критерий по максимальным напряжениям в применении к композитам обычно записывается не только относительно нормальных напряжений, но и относительно касательных напряжений, причем для ортотропных материалов выполняется $X_{ij,t} = X_{ij,c}$, $i \neq j$.

Критерий по максимальным деформациям используется для описания пластичных материалов, а также, записывает иногда для оценки прочности однонаправленных композиционных материалов или монослоев в поперечном направлении к армированию. Этот критерий записывается следующим образом:

При растяжении: $f = \frac{\varepsilon_{ij}}{E_{ij,t}}$, $\varepsilon_{ij} > 0$, а при сжатии: $f = -\frac{\varepsilon_{ij}}{E_{ij,c}}$, $\varepsilon_{ij} < 0$;

где $E_{ij,t}, E_{ij,c}$ - соответствующие предельные деформации материала при растяжении и сжатии, индексы i, j обозначают направление действующей нагрузки в локальной системе координат, определяющей анизотропию материала в данной точке материала.

Критерий Цая-Хилла описывает материалы, обладающие одинаковой прочностью при растяжении и сжатии, что не позволяет его применять для рассматриваемых далее композитов. Наиболее распространенными и достоверными считаются два критерия оценки прочности слоистых композитов (на уровне монослоя) – критерий Хашина и критерий Цая-Ву [2]. Именно эти критерии используются при проведении послойного анализа композитных ВУ. Критерий Хашина для случая трехмерного нагружения записывается следующим образом:

Прочность при нагружении вдоль волокон:

$$f_f = \left(\frac{\sigma_{11}}{X_t} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_{12}} \right)^2, \quad \sigma_{11} > 0$$

$$f_f = -\frac{\sigma_{11}}{X_c}, \quad \sigma_{11} < 0$$
(1.3)

Прочность при нагружении поперек волокон:

$$f_m = \left(\frac{\sigma_{22}}{Y_t} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{S_{23}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{13}}{S_{13}} \right)^2, \quad \sigma_2 > 0$$

$$f_m = \frac{\sigma_{22}}{Y_c} \left(\left(\frac{Y_c}{2S_{23}} \right)^2 - 1 \right) + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{S_{23}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{22}}{2S_{23}} \right)^2, \quad \sigma_2 < 0$$
(1.4)

Прочность при нагружении в направлении «из плоскости», деламминация:

$$f_f = \left(\frac{\sigma_3}{Z_t} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{13}}{S_{13}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{23}}{S_{23}} \right)^2,$$
(1.5)

здесь X_t, X_c, Y_t, Y_c, Z_t - соответствующие пределы прочности материала при растяжении и сжатии, S_{12} - прочность при сдвиге в плоскости, S_{13}, S_{23} - прочности

при межслоевом сдвиге вдоль и поперек волокон. Прочность при сжатии поперек слоев в этом критерии не проверяется, так как предполагается, что она является достаточно большой, и разрушения в этом направлении не происходит.

Разрушение происходит, если хотя бы одна из функций (1.3) - (1.5) достигает значения 1. При этом в зависимости от того, какая функция достигает этого значения раньше, делается вывод о характере прогнозируемого разрушения – по волокнам (1.3), по матрице (1.4) или по межслоевому сдвигу, деламации (1.5). Все указанные характеристики прочности могут быть определены на основании стандартных методик [59-61].

Критерий Цая-Ву является полиномиальным квадратичным критерием и имеет следующий вид:

$$f = \frac{\sigma_{11}^2}{X_t X_c} + \frac{\sigma_{22}^2}{Y_t Y_c} + \frac{\sigma_{33}^2}{Z_t Z_c} + \frac{\sigma_{12}^2}{S_{xy}^2} + \frac{\sigma_{13}^2}{S_{xz}^2} + \frac{\sigma_{23}^2}{S_{yz}^2} - \frac{\sigma_{11}\sigma_{22}}{\sqrt{X_t X_c Y_t Y_c}} - \frac{\sigma_{22}\sigma_{33}}{\sqrt{Y_t Y_c Z_t Z_c}} - \frac{\sigma_{11}\sigma_{33}}{\sqrt{X_t X_c Z_t Z_c}} + \sigma_{11} \left(\frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c} \right) + \sigma_{22} \left(\frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c} \right) + \sigma_{33} \left(\frac{1}{Z_t} - \frac{1}{Z_c} \right), \quad (1.6)$$

где использованы приближенные общепринятые оценки для перекрестных коэффициентов при членах вида $\sigma_{ii}\sigma_{jj}$ (коэффициенты типа $\frac{1}{\sqrt{X_t X_c Y_t Y_c}}$), которые затруднительно определять экспериментально, так как для этого требуется проведения сложных испытаний на двухосное растяжение, результаты которых не всегда можно обработать с достаточной точностью. Указанные критерии позволяют оценить прочность слоистых конструкций, работающих в условиях сложного трехмерного напряженного состояния, и их целесообразно применять для уточненной оценки прочности композитных ВУ.

В заключение данной главы следует отметить, что возможность получения достоверных результатов расчетов рассматриваемого композитного ВУ должна быть основана 1) на правильном выборе расчетной модели, 2) на достоверном теоретическом или экспериментальном определении параметров этой модели и 3)

на использовании надежных и достаточно универсальных программ и методов численного моделирования.

Выбор модели, применяемой в данной диссертации, выполнен на основе имеющихся литературных данных и заданных исходных данных – известных ориентировочных условий нагружения и типов применяемых материалов. В частности, оказывается допустимым проводить аналитические и численные расчеты, в первом приближении, в квазистатической постановке [26], что определяется тем фактом, что рассматриваемые процессы деформирования конструкций развиваются значительно медленнее процессов распространения возмущений. Это подтверждено в настоящей диссертации, как результатами последующих численных расчетов, в которых время, фактически, оказывается параметром для учета характера изменения внешних нагрузок в процессе нагружения и характера развития дефектов (при рассмотрении задач прогрессирующего разрушения).

Идентификация параметров, применяемых при моделировании проводится на основе расчетных и экспериментальных методик, которые, в том числе, позволяют оценить поведение материала при высокоскоростном нагружении. Выбор программы и методики численного моделирования основана на возможности реализации в них выбранной расчетной модели и на удобстве проведения пре/пост- процессинговой обработки трехмерной геометрии изделия. Заметим, что в случае отсутствия возможности экспериментального определения некоторых параметров модели композитного материала, их можно оценить на основе известных теоретических методов механики композиционных материалов, либо на основе приближенных инженерных оценок. Для прогноза эффективных характеристик жесткости композитов (в общем случае 9 констант для ортотропного материала) и прочности (9-15 констант в критерии прочности) в настоящей работе приводятся подходы, основанные на методе асимптотического осреднения, реализованного с использованием систем Ansys, Digimat-FE и методы аналитического моделирования, реализованные в системе Digimat-MF.

В процессе работы над диссертацией были изучены и патенты по тематике проводимой работы. Рассматривались изделия, применяемые с композитными ВУ и работающие в условиях высокоскоростного нагружения. Было установлено, что в рамках исследуемой темы ведется работа над актуальной задачей, которая к настоящему времени не является решенной. На сегодняшний день нет однозначных ответов на вопросы о том, какой должен быть внешний облик ВУ, из каких материалов он должен изготавливаться, и какая должна применяться технология изготовления. Стоит отметить, что большинство современных авторов считает необходимым переход от металлических ВУ к композиционным. На основании проведенных исследований патентных источников [62-71] можно сделать следующие выводы:

- композиционные ВУ имеют значительные преимущества над металлическими как по массовым характеристикам, так и по возможности управлять жёсткостными и прочностными характеристиками в различных направлениях;

- большинство патентов посвящены различным схемам армирования с различными углами укладки слоев относительно продольной оси осесимметричной конструкции, при этом чаще всего схема выкладки не конкретизируется. Скорее всего, это связано с вопросами патентной чистоты. Тем не менее, известны патенты на ВУ с радиальной укладкой под углами выкладки слоев 0° , $+45^\circ$, -45° , 0° . Такая укладка обеспечивает 50% ориентации волокон вдоль оси и 50% под углом 45° . Это максимизирует прочность как в осевом направлении, так и на сдвиг;

- патенты на классическую кольцевую схему армирования композиционных ВУ не были найдены. Главным недостатком данной схемы является низкая сдвиговая прочность и высокая вероятность расслоения при эксплуатации изделия, поэтому, по-видимому, ее не используют;

- в основном патентуются способы увеличения жесткости на сдвиг (использование непрерывного волокна, различные металлические вставки, добавление коротких волокон в межслоевое пространство) и средства борьбы с расслоением (защитные кольца, металлические вставки и т.д.);

2. Постановка задачи. Аналитические методы приближенного расчета толстостенной симметричной конструкции.

Проектировочные расчеты, основанные на одномерных приближенных моделях стержней и балок переменного сечения, могут эффективно использоваться при разработке осесимметричных конструкций большого удлинения. Подобные одномерные модели применяются к примеру, при проектировании колонн и опор, в том числе композитных, элементов конструкций авиакосмической техники [8-10], и т.д. Такие модели позволяют в первом приближении оценить прочность конструкции и определить условия нагружения ее элементов (отсеков, участков) для проведения дальнейших уточненных численных расчетов. Помимо этого, упрощенные расчеты могут быть полезны для выбора основных геометрических параметров, компоновки и конструктивно-силовой схемы проектируемых изделий. Естественно, что одномерные расчеты не являются достаточными, даже при предварительном проектировании, но их можно считать базовыми, сводящими рассматриваемую проблему к задаче, решаемой наиболее простыми методами из курса сопротивления материалов.

В настоящей работе рассматривается задача моделирования композитного осесимметричного изделия, состоящего из расположенного в центральной части стального цилиндрического сердечника (армирующего компонента) и окружающей его толстостенной оболочки, выполняемой из углепластика и имеющей внешний диаметр, изменяющийся вдоль оси изделия (рис. 2.1). Интенсивное давление, действующее на внешнюю поверхность оболочки в задней части конструкции, приводит к большим ускорениям в осевом направлении и, соответственно, к большим значениям инерционных нагрузок (рис. 2.2). В результате, конструкция работает в условиях сложно напряженного состояния (всестороннее обжатие в задней части, продольное сжатие в передней части, сдвиг на границе контакта ВУ и сердечника и в области изменения размеров поперечного сечения ВУ и т.д.), которое, однако, в первом приближении может быть сведено к

простому одномерному случаю нагружения составного стержня переменного сечения. Задачей расчета в такой упрощенной модели является определение напряжений растяжения/сжатия в оболочке и в стержне и определение касательных напряжений в зоне их контакта. Для оценки прочности и целостности конструкции, найденные напряжения сравниваются, соответственно, с пределом прочности материала ВУ, который может быть изотропным в случае сплава или анизотропным в случае композита, пределом текучести металлического стержня и пределом прочности на срез (смятие) их контактного соединения.

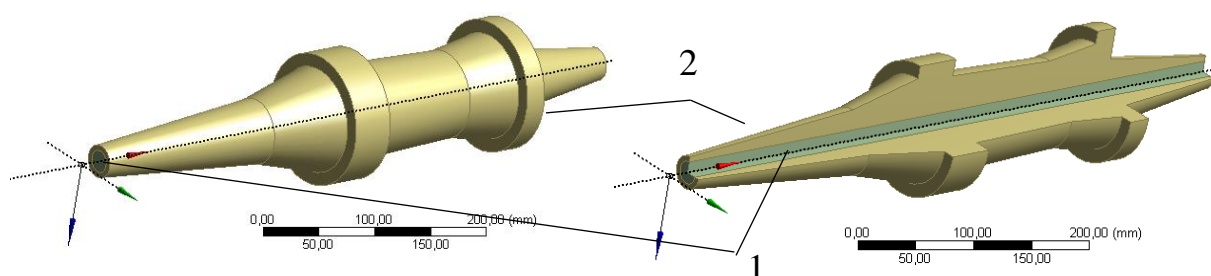


Рис. 2.1 Общий вид: 1 – стальной армирующий сердечник, 2 – композитное ведущее устройство переменного сечения.

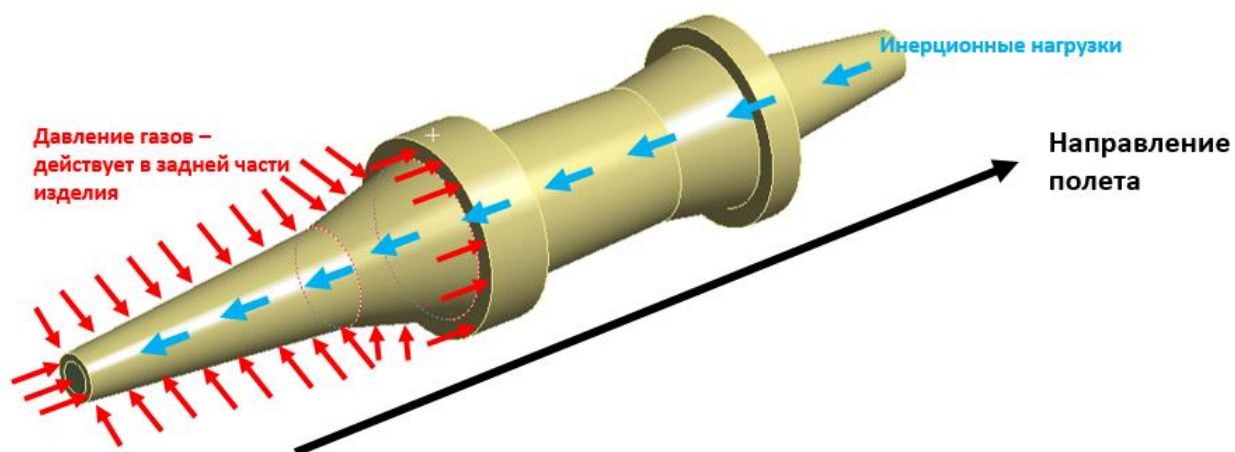


Рис. 2.2. Схема нагружения конструкции.

Особенностью проводимых расчетов является относительно малое удлинение рассматриваемых конструкций и наличие существенного внешнего давления. В этом случае пренебрежение поперечными деформациями композитной оболочки в радиальном и окружном направлениях, приводит к значительным

погрешностям расчетов. Для учета этих деформаций в первом приближении используется методика, предложенная в работе [26], в которой, фактически, используется решение задачи Ламе о деформациях толстостенного полого цилиндра под давлением [2]. Изначально, в [26] расчеты проводились только для законцовок рассматриваемой конструкции. В настоящей работе методика [26] обобщена на случай произвольного числа последовательно-расположенных отсеков заданной конической или цилиндрической формы, для которых решение строится с учетом условий сопряжения на границах их контакта. Так как в рассматриваемом случае геометрия отсеков является известной, то решение может быть построено с использованием интегральной формы уравнений равновесия для каждого отсека изделия, в отличие от [26], где использовались уравнения равновесия в дифференциальной форме. Достоверность предложенной методики проектировочных расчетов проверяется на примере типовой геометрии рассматриваемого изделия, для которой проводятся уточненные численные расчеты методом конечных элементов.

Следует учитывать, что в применяемой модели присутствуют только продольные характеристики материалов изделия, поэтому, в общем случае методика оказывается справедливой, как для изотропных, так и для анизотропных композитных материалов оболочки. Более того, в случае применения трехмерно-армированного композита с одинаковыми свойствами в трех направления (кубическая симметрия), допустимо использовать соответствующие соотношения изотропной теории с учетом отсутствия связи между упругими константами, так как в среде с кубической симметрией модуль сдвига является самостоятельной характеристикой, не связанной с модулем Юнга и коэффициентом Пуассона.

Схема продольного сечения изделия представлена на рис. 2.3. При проектировании изделия некоторые его геометрических размеры могут быть изменены. В частности, могут быть изменены протяженность и угол скоса каждой части ВУ.

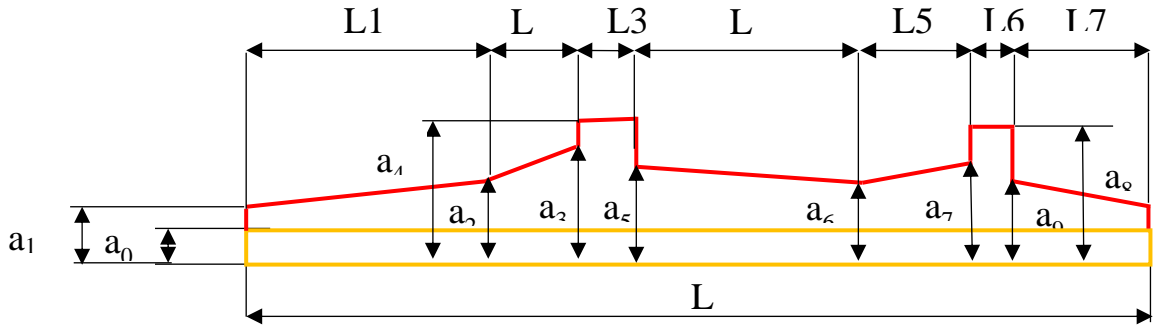


Рис. 2.3. Пример продольного сечения изделия, [мм]:

$L=580$; $L_1=180$; $L_2=70$; $L_3=40$; $L_4=110$; $L_5=50$; $L_6=20$; $L_7=110$;
 $a_0=10$; $a_1=15$; $a_2=30$; $a_3=48$; $a_4=60$; $a_5=44$; $a_6=40$; $a_7=48$; $a_8=60$; $a_9=30$;

Для проведения дальнейших тестовых расчетов принято, что общая длина изделия составляет 620 мм. Максимальный диаметр поперечного сечения составляет $d_{max} = 120$ мм, а его площадь, соответственно, $S = \frac{\pi \cdot d_{max}^2}{4}$. Диаметр армирующего сердечника 20 мм.

Материал стержня – сталь, а материал композитной оболочки – слоистый углепластик. Свойства используемых материалов представлены в таблице 2.1.

Таблица 2.1. Свойства применяемых материалов

Материал	Плотность, кг/м ³	Модуль Юнга, ГПа	Коэффициент Пуассона	Предел текучести/прочности, МПа
Сталь	7,85	200	0,3	535
Свойства КМ	1.6	60	0,25	650

Изделие подвергается воздействию давления газа в задней части (рис. 2.2), которое приводит к возникновению ускорения и значительным инерционными нагрузкам. Давлением набегающего потока пренебрегается. Результирующие действующих нагрузок направлены вдоль оси изделия. Максимальное давление газов составляет 350 МПа. Ориентировочное значение максимальной перегрузки составляет 50 000 g.

В численных расчетах, с которыми сопоставлено полученное ниже аналитическое решение, давление газа было задано на всей поверхности задней части изделия в виде распределенной нагрузки, действующей в направлении нормали к поверхности (рис. 2.2). Таким образом, давление газа придает ускорение изделию и создает «обжатие» в области его задней части.

2.1. Расчет на прочность составной композитной конструкции на основе предложенного метода

Рассмотрим методику проектирования заднего скоса ВУ, изложенную в работе 1981 г. [26], и обобщим ее на случай расчета всей конструкции целиком. Одна из основных задач этой методики заключается в выборе геометрии ВУ, обеспечивающей постоянство перерезывающего усилия в области резьбового соединения с корпусом. По словам авторов, зона контакта ВУ и корпуса является одной из наиболее нагруженных областей в изделии и при наличии высокой концентрации напряжений на срез.

Расчет проводится в квазистатическом приближении для момента времени, при котором реализуется максимальное давление газов. Допустимость квазистатического расчета обосновывается достаточно большими временами протекающих процессов (максимальные деформации развиваются в изделии за время ~5 миллисекунд) по сравнению со временем распространения возмущений в материале изделия (прохождение упругих волн по длине стандартной конструкции занимает время, порядка, единиц микросекунд). Кроме этого, предполагается возможность использования свойств материала ВУ, полученных в статических испытаниях. Это предположение, сделано как для металлов, так и для композитов, для которых при реализующихся скоростях деформаций свойства (предел текучести/прочности, модули упругости) меняются незначительно (см. раздел 2 диссертации). В качестве критерия, используется требование по не превышению напряжений предела текучести/прочности материалов. Таким образом, материал должен работать в упругой зоне, при проектировании композитного ВУ,

изготовленного из углепластика, критериями являются пределы прочности материала, а при рассмотрении металлического сердечника критерием является предел текучести.

Применение методики для композитного устройства возможно, в том числе и потому, что в приближенных расчетах используются только значения характеристик материала ВУ в осевом направлении. Предполагается, что возникновение малых нелинейных деформаций должно обеспечивать дополнительный запас прочности.

Рассмотрим только часть изделия по габаритам ВУ, а выступающие части стержня заменим присоединенными массами. Определим ускорение изделия при заданной величине давления. Зная массу изделия целиком m (оболочка, стержень и при наличии присоединенные массы) и площадь максимального поперечного сечения задней части изделия S , на которую действует давление, находим:

$$a = pS / m \quad (2.1.1)$$

Далее в «нулевом» приближении оценим перерезывающие погонное усилие, действующие в направлении оси стержня в области резьбового контакта с оболочкой. Заменим воздействие оболочки на стержень распределенным погонным усилием \bar{T} , постоянным по величине (это главное упрощение на данном этапе расчета «нулевого» приближения) и действующим в продольном направлении. Записывая уравнение равновесия для стержня, как твердого тела, найдем:

$$m_c a = pS_c + \bar{T} L,$$

где m_c – масса стержня, $S_c = \pi d_c^2 / 4$ – площадь поперечного сечения стержня, ρ_c – плотность материала стержня, L – длина стержня и $d_c = 2R_c$ – диаметр стержня.

Тогда перерезывающие погонное усилие определяется из следующего выражения:

$$\bar{T} = (m_c a - pS_c) / L$$

Средние касательные напряжения на резьбе определяются из соотношения:

$$\bar{\tau} = \frac{\bar{T}}{2\pi R_c} \quad (2.1.2)$$

Далее, в первом приближении, будем строить решение в одномерной постановке, рассматривая равновесие изделия только в направлении его оси симметрии. Для этого все действующие нагрузки интегрируем по сечению и по внешней поверхности изделия и сносим их на центральную ось. В первом приближении предполагаем, что все напряжения постоянны по сечению оболочки и стержня. Такой подход позволяет оценить нормальные напряжения растяжения/сжатия во внешней оболочке $\sigma_v(z)$ и в стержне $\sigma_c(z)$, а также касательные напряжения на границе их контакта $\tau(z)$. При этом, фактически, используется метод сечений, применяемый в теории сопротивления материалов, который, однако развивается на случай учета касательных напряжений на границе контакта сердечника и ВУ.

Внешний контур реального изделия приближаем кусочно-линейными участками, то есть осесимметричная геометрия оболочки аппроксимируется участками в виде усеченных конусов и цилиндров (рис. 2.4). Сердечник моделируется в виде цилиндра. Предполагается идеальный контакт между сердечником и ВУ.

Для построения решения рассмотрим отсеченную часть фрагмента изделия, представленную на рис. 2.4. На этом рисунке показаны внешние нагрузки и внутренние напряжения, действующие на вырезанный фрагмент ВУ и сердечника (показаны штриховкой).

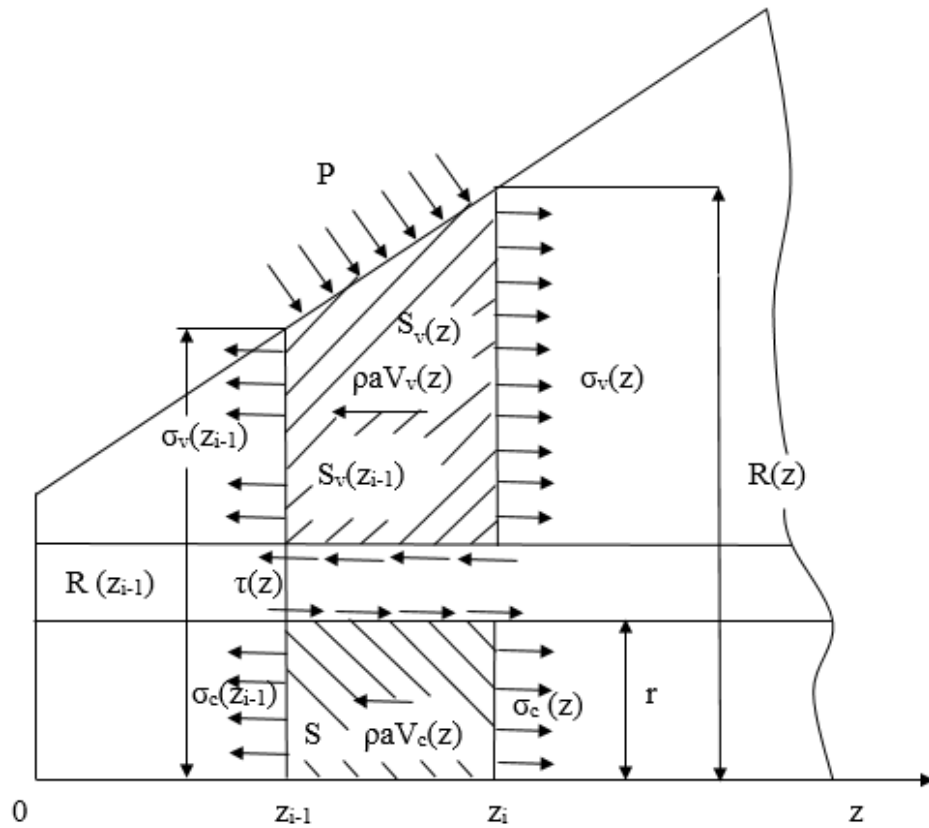


Рис. 2.4. Фрагмент сердечника и ВУ, и действующие на них нагрузки. На границе контакта стержня и ВУ действуют касательные напряжения.

Запишем уравнения равновесия и условия совместности деформаций для i -го фрагмента изделия, в пределах которого осевая координата изменяется в диапазоне $z_{i-1} \leq z \leq z_i$. Получаем следующие соотношения:

1) Условие равновесия элемента внешней оболочки:

$$\sigma_v(z)S_i(z) = \sigma_v(z_{i-1})S_i(z_{i-1}) + \rho_v a V_i(z) + T(z) - p(S_i(z) - S_i(z_{i-1})), \quad (2.1.3)$$

где $S_i(z) = \pi(R_i^2(z) - R_i^2)$ – площадь поперечного сечения рассматриваемого i -го элемента оболочки в данной точке z , $R_i(z) = R_i(0) + (z - z_{i-1}) \tan \alpha_i$ – радиус поперечного сечения фрагмента в данной точке, $R_i(0)$ – радиус начального сечения фрагмента, α_i – угол конусности фрагмента (для цилиндрических

фрагментов $\alpha_i = 0$), $\sigma_v(z)$ – напряжения в текущем сечении фрагмента оболочки, $\sigma_v(z_{i-1})$ – напряжения, действующие на левой границе рассматриваемого фрагмента оболочки (в начальной точке $z = 0$ эти напряжения равны действующему давлению p , а далее определяются на основании решения на предыдущем участке изделия), $V_i(z) = \frac{1}{3}\pi(z - z_{i-1})(R_i^2(0) + R_i(0)R_i(z) + R_i^2(z)) - V_c(z)$ – объем фрагмента оболочки, $V_c(z) = \pi R_i^2(z - z_{i-1})$ – объем фрагмента стержня, $T(z) = 2\pi R_c \int_{z_{i-1}}^z \tau(z) dz$ – равнодействующая касательных напряжений, действующих на контакте фрагмента оболочки и стержня.

2) Условие равновесия элемента стержня:

$$\sigma_c(z)S_c = \sigma_c(z_{i-1})S_c + \rho_c a V_c(z) - T(z), \quad (2.1.4)$$

где $S_c = \pi R_c^2$ – площадь сечения стержня; и в начальной точке напряжения вычисляются с учетом действующего давления и присоединенной массы:

$$\sigma_c(0) = \frac{m_0 a}{S_c} - p$$

3) Условия совместности деформаций с приближенным учетом действующего давления записываются следующим образом [26]:

$$\frac{(\sigma_v(z) - 2\nu_v p)}{E_v} = \frac{(\sigma_c(z) + 2\nu_c p)}{E_c}, \quad (2.1.5)$$

где E_c , E_v , ν_c , ν_v – модули упругости и коэффициенты Пуассона материалов стержня и оболочки, соответственно.

Для фрагментов оболочки, на которых не действует давление, условие (2.1.3) сводится к более простому соотношению $E_c \sigma_v = E_v \sigma_c$, которое определяет

равенство продольных деформаций в стержней и в оболочке. Учет обжатия конструкции в (2.1.5), фактически, сводится к использованию трехмерного закона Гука и предположению, что окружные и радиальные напряжения примерно равны заданному давлению, что вообще говоря является сильным упрощением из-за возникающей концентрации напряжений [17].

Из записанных трех уравнений (2.1.3) - (2.1.5) определяются три неизвестные функции: $\sigma_v(z)$, $\sigma_c(z)$, $T(z)$.

Касательные напряжения на контакте стержня и оболочки определяются из соотношения:

$$\tau(z) = \frac{d}{dz} \left(\int_{z_{i-1}}^z \tau(z) dx \right) = \frac{1}{2\pi R_c} \frac{dT(z)}{dz}.$$

Эти напряжения, в отличие от решения «нулевого» приближения (2.1.2), оказываются переменными по длине стержня. Найденные значения напряжений сравниваются с соответствующими предельно допустимыми напряжениями для материалов оболочки, стержня и их резьбового соединения.

2.1.1. Результаты расчета составной композитной конструкции на основе разработанного метода

Метод расчета, описанный в предыдущем разделе был протестирован путем сопоставления результатов расчетов с численным моделированием, реализованным с использованием метода конечных элементов в ПО Ansys Workbench и Comsol Multiphysics, с учетом осевой симметрии задачи. Пример конечно-элементной модели изделия представлен на рис. 2.5. Средний размер элементов составляет ~1 мм, общее число элементов в модели ~20101. Давление задается в области задней части изделия (на границе, выделенной цветом, на рис. 2.5) и уравновешивается инерционными силами, связанными с ускорением в продольном направлении изделия. Резьбовое соединение не прорисовывается – задается идеальный контакт между стержнем и оболочкой по гладкой границе,

удаленной от центральной оси на расстояние, равное радиусу стержня. Расчет проводится в линейно упругой постановке в предположении малых деформаций, в квазистатическом приближении.

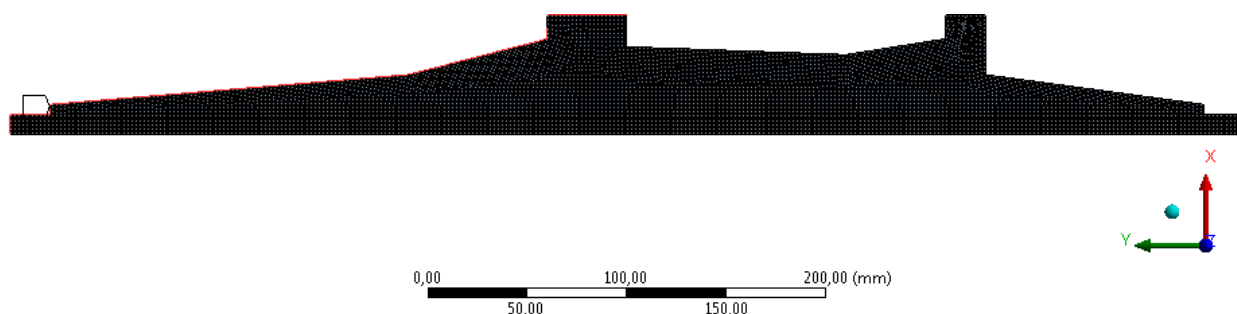


Рис. 2.5. Конечно-элементная модель. Красным цветом показана зона действия внешнего давления.

Результаты численного моделирования в Ansys представлены на рис. 2.6. Здесь показано распределение нормальных напряжений в продольном направлении и касательных напряжений в плоскости сечения модели ZR.

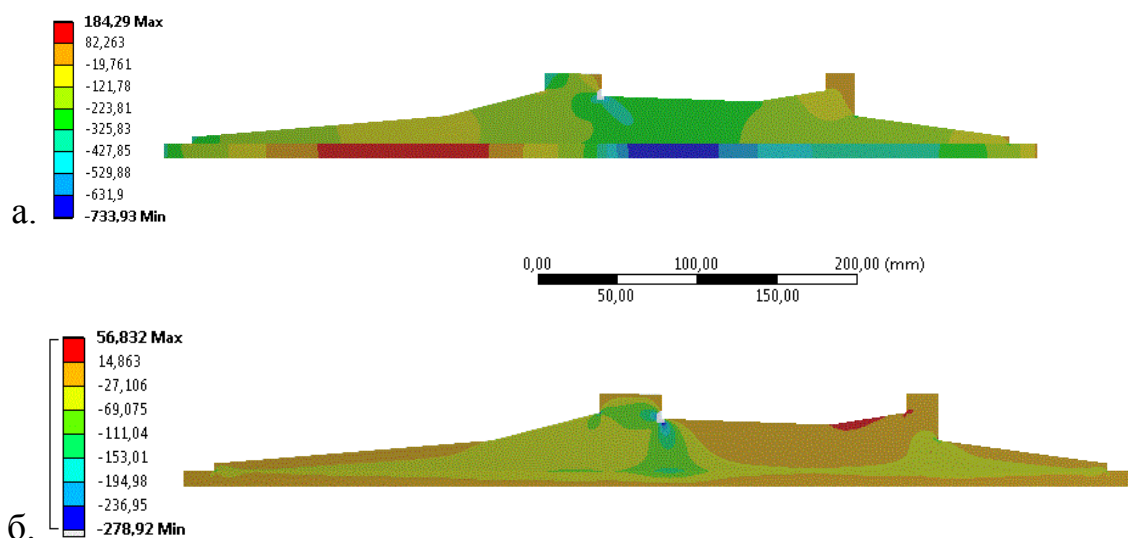


Рис. 2.6. Результаты конечно-элементного моделирования, а: нормальные напряжения в продольном направлении, б: касательные напряжения в плоскости рассматриваемого сечения модели

Однако, при использовании системы Ansys, была выявлена особенность решателя, приводящая к сеточной расходимости для касательных напряжений, действующих на границе контакта сердечника и ВУ. При уменьшении размера элементов касательные напряжения на контакте стержня и ВУ стремились к нулю (рисунок 2.7). Добавление фасок, так же не убрали расходимость. При это значение нормальных напряжений от размера элемента не менялось, что говорит нам о корректном найденном значении нормальных напряжений в стержне и ВУ. Поэтому в дальнейшей работе использовался также и решатель Comsol, в котором данного эффекта в осесимметричном решении не наблюдалось и расходимость решения при измельчении сетки не возникала.

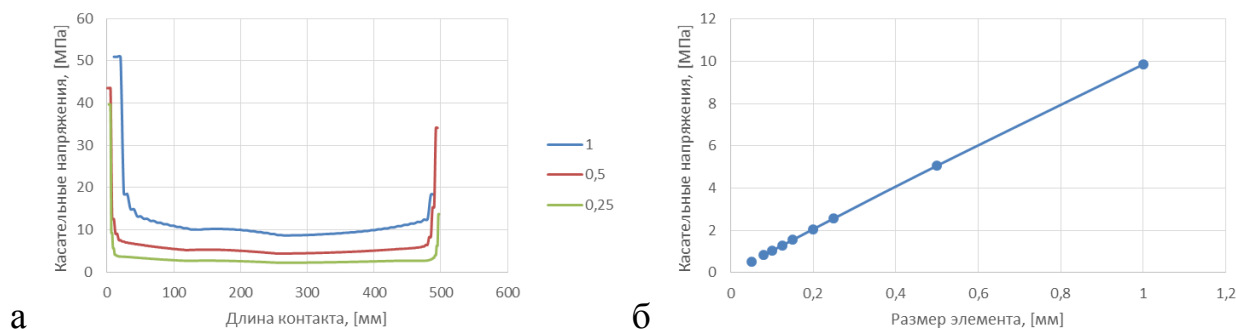


Рис. 2.7. Значение касательного напряжения в зависимости от размера элемента.

(а- распределение касательных напряжений по длине контакта при размере элемента 1мм, 0,5мм и 0,25мм, б- зависимость значения касательного напряжения от размера элемента на расстоянии 0,2 м от начала контакта)

Пример конечно-элементной модели изделия в Comsol представлен на рис. 2.8. Средний размер элементов составляет ~ 1 мм, общее число элементов в модели ~ 28296 . Давление задается в области задней части изделия (на границе, выделенной цветом, на рис. 2.8) и уравнивается инерционными силами, связанными с ускорением в продольном направлении изделия. Резьбовое соединение не прорисовывается – задается идеальный контакт между стержнем и оболочкой по гладкой границе, удаленной от центральной оси на расстояние, равное радиусу стержня. Расчет проводится в линейно упругой постановке в предположении

малых деформаций, в квазистатическом приближении. Примеры результатов численного моделирования представлены на рис. 2.9. Здесь показано распределение нормальных напряжений в продольном направлении и касательных напряжений в плоскости сечения модели *ZR*.

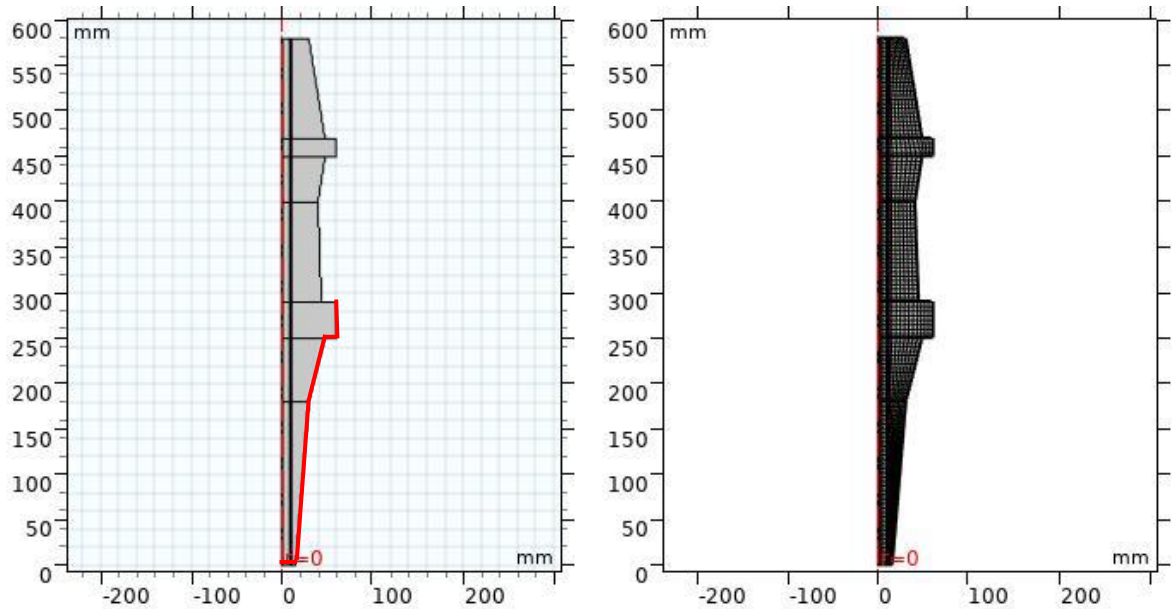


Рис. 2.8 Пример рассматриваемой геометрии изделия и его конечно-элементная модель. Цветом показана зона действия внешнего давления.

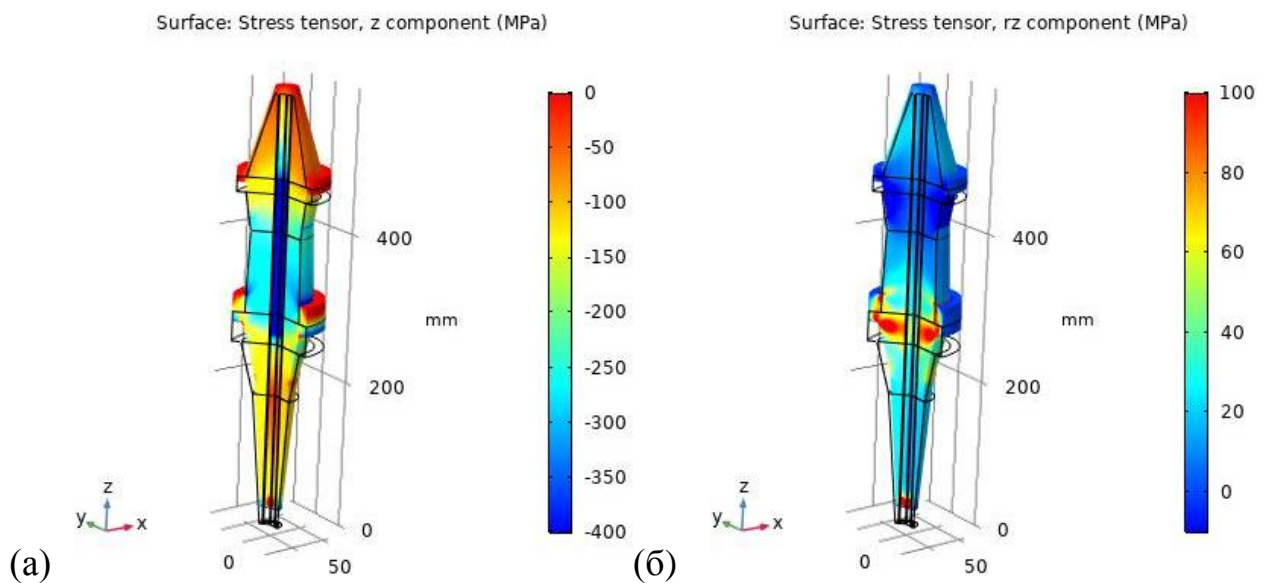


Рис. 2.9. Результаты конечно-элементного моделирования, а: продольные нормальные напряжения, б: касательные напряжения

На рисунке 2.10 показано сопоставление результатов проектировочных расчетов по аналитической методике, изложенной в разделе 2, с результатами численного моделирования. Здесь показано распределение нормальных напряжений в продольном направлении в стержне (на центральной оси) и в оболочке, рис. 2.10а и 2.10б. Распределение касательных напряжений на границе контакта оболочки и стержня показано на рис. 2.10в.

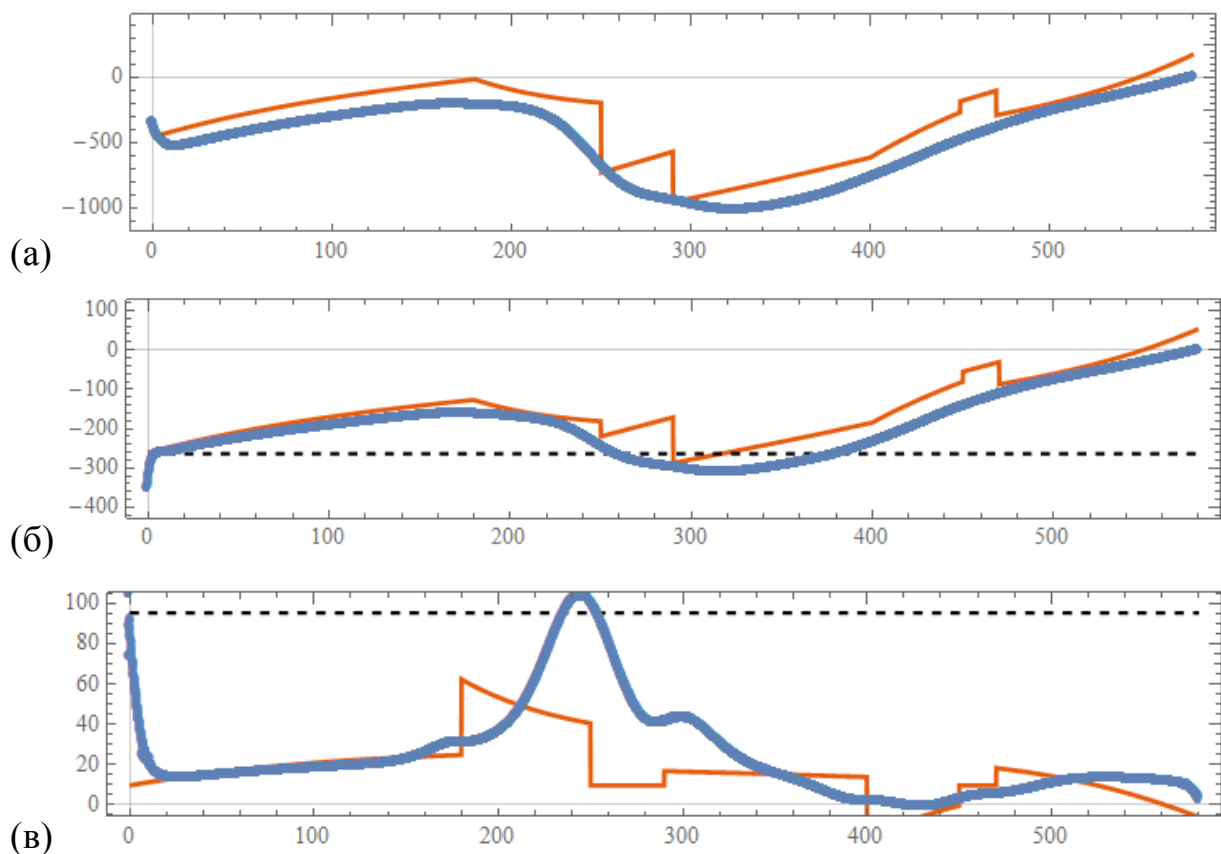


Рис. 2.10. Сопоставление результатов аналитического (сплошные линии) и численного (точки) моделирования, а: продольные напряжения в сердечнике $\sigma_c(z)$ [МПа], б: продольные напряжения в ВУ $\sigma_v(z)$ [МПа], в: касательные напряжения на контакте $\tau(z)$ [МПа]. Пунктиром показаны соответствующие пределы прочности.

Получаемое аналитическое решение для нормальных напряжений (рис. 2.10 а, б) оказывается достаточно близким к результатам численного моделирования. Нормальные напряжения оказываются отрицательными по всей длине изделия. Для

выбранных параметров расчета эти напряжения превышают заданные предельно допустимые значения, что, соответственно, требует изменения геометрии изделия, либо параметров ее нагружения. Таким образом, получаемое приближенное решение может быть использовано для предварительного проектирования и для выбора геометрии внешней оболочки, которая обеспечивает прочность стержня и оболочки на растяжение-сжатие без учета концентрации, связанной с неравномерным распределением напряжений по сечению оболочки.

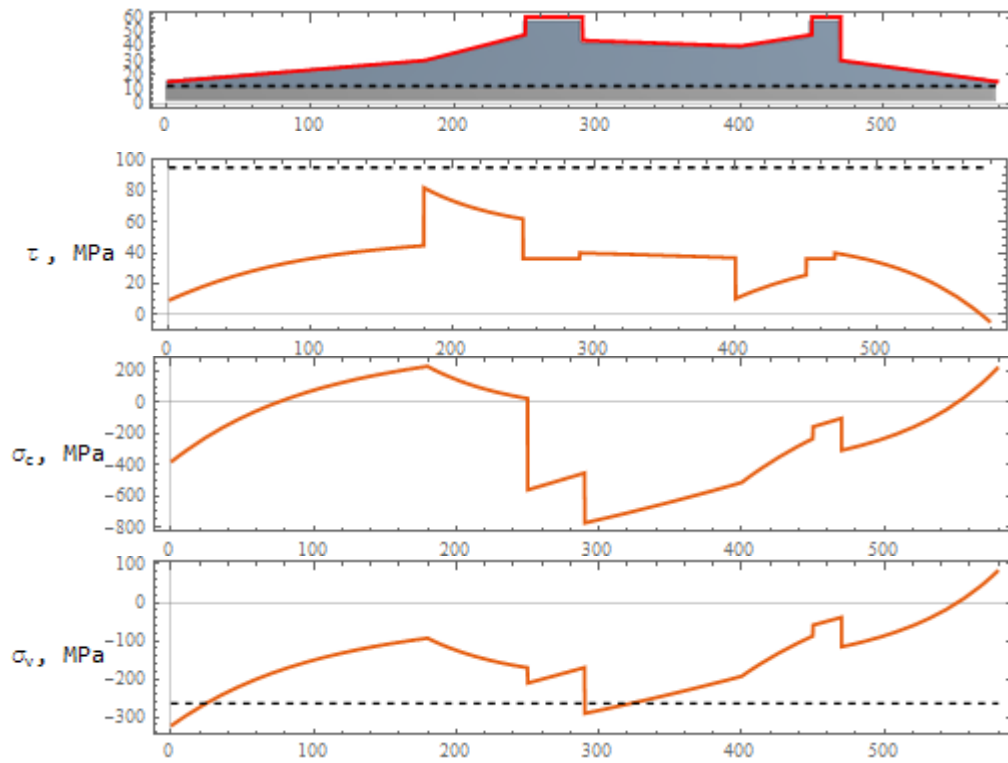
Получаемые оценки для касательных напряжений (рис. 2.10 в), содержат достаточно большие погрешности, хотя определяемое аналитическое решение приблизительно коррелирует с численным и может быть в первом приближении использовано для оценки уровня действующих напряжений, которые могут приводить к срезу резьбового соединения. Из результатов численных расчетов следует, что концентрация касательных напряжений реализуется в областях резкого изменения геометрии, где происходит уменьшение или увеличения радиуса внешней композитной оболочки. В этих местах может начинаться срез резьбового соединения. Исключить это можно усилением указанных областей с использованием соответствующих конструктивных решений. При дальнейшем проектировании изделия необходим полноценный трехмерный расчет и использование критериев пластичности/прочности, учитывающих сложнапряженное состояние [2, 34, 44, 72].

Уточненные аналитические оценки для касательных напряжений могут быть получены путем более аккуратного моделирования концентрации напряжений на границе контакта металлического сердечника и внешней оболочкой. Для этого, вообще говоря, необходимо решать задачу об осесимметричных деформациях тела в форме усеченного тела под действием внешнего давления и осесимметричной нагрузки [17, 73-79], что является в некотором приближении выполнено в следующем разделе диссертации.

2.1.2. Исследование влияния параметров геометрии на напряженно-деформированное состояние конструкции.

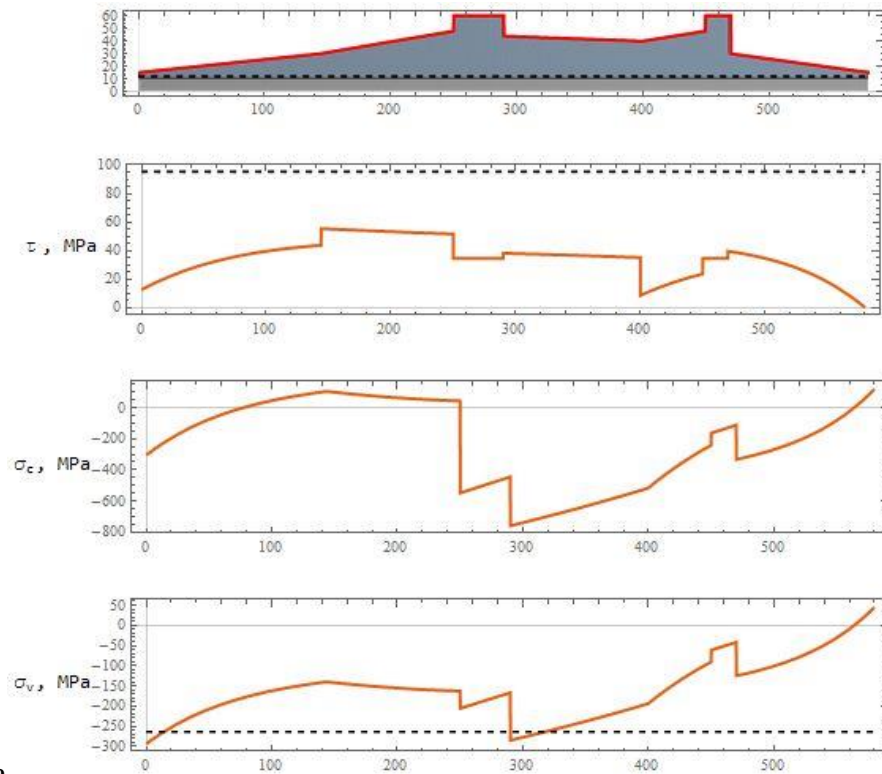
Рассмотрим влияние изменения геометрических параметров на НДС изделия путем варьирования габаритами длины и высоты на 20% первых двух отсеков без изменения общей длины изделия. Результаты исходной геометрии представлены на рисунке 2.11. Рассматривались по 4 варианта изменения геометрии для первого и для второго участка: увеличение и уменьшение длины участка на 20% и увеличение и уменьшение высоты участка на 20% (рисунок 2.12). Для каждого случая были получены распределения касательных и нормальных напряжений, результаты при изменении первого отсека даны на рисунках 2.12-2.13, а при изменении второго отсека даны на рисунках 2.14-2.15.

Результаты расчетов показали, что для исходной геометрии ВУ разрушение может происходить в области заднего скоса и в центральной части между кольцами. В частности, в области перехода от заднего скоса к заднему кольцу возникает концентрация касательных напряжений на резьбе, которая может приводить к разрушению конструкции. Для предотвращения среза резьбы можно предложить увеличить радиус заднего скоса изделия и сделать его более пологим. Снизить массу ВУ и увеличить ускорение можно, если использовать геометрию ВУ с удлиненным задним скосом и в рассматриваемом случае, когда до кольца имеется два участка снижения высоты второго участка, фактически представляя его в виде цилиндра. На рис. 2.15 показано, что использование удлиненного заднего скоса позволяет добиться существенного снижения нормальных и касательных напряжений при увеличении массы ВУ всего на 2,8% и с падением ускорения всего на 3%, что в 2,5 раза меньше, по сравнению с соответствующими изменениями, которые реализуются для изделия с длиной заднего скоса, заданной исходной геометрией. Таким образом, в данном разделе диссертации показано возможное эффективное применение предложенной методики расчета при проектировании изделия.



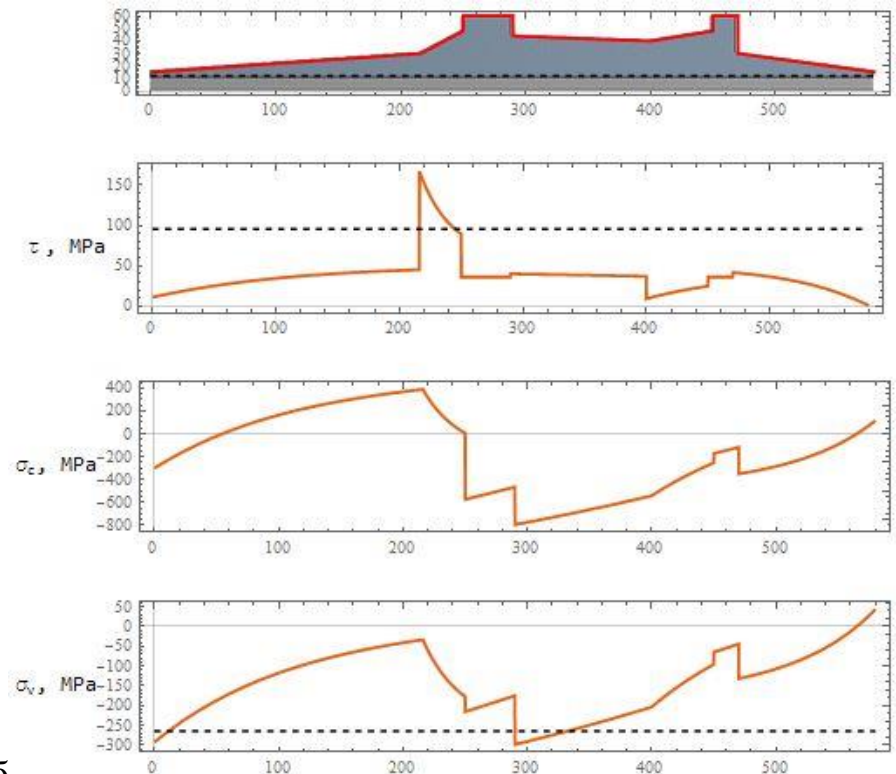
Масса 8,215 кг, ускорение 49116,5 м/с².

Рис. 2.11. Результаты исходной геометрии. Сверху вниз касательные напряжения на контакте, нормальные напряжения в сердечнике, нормальные напряжения в ВУ.



а

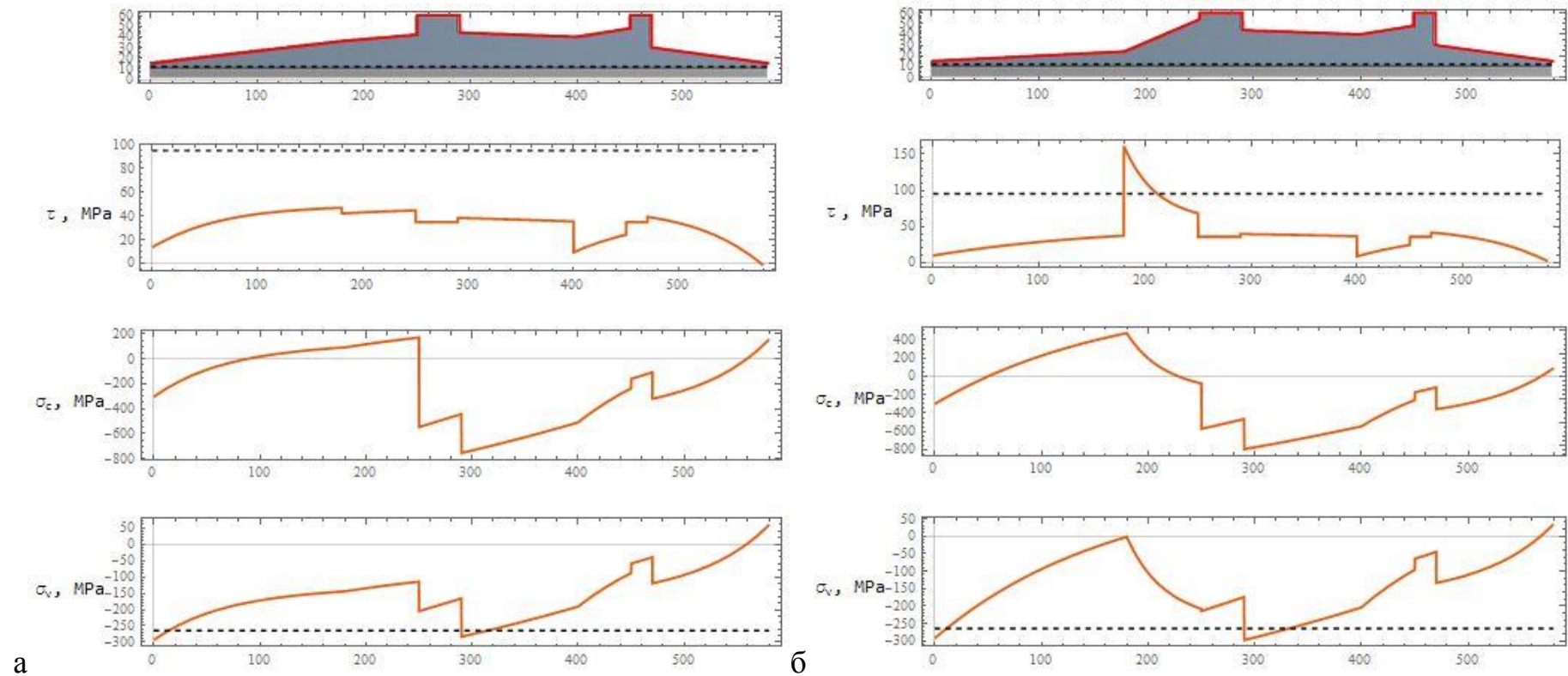
Масса 8,4 кг, ускорение 48034,2 м/с².



б

Масса 8,03 кг, ускорение 50248,8 м/с².

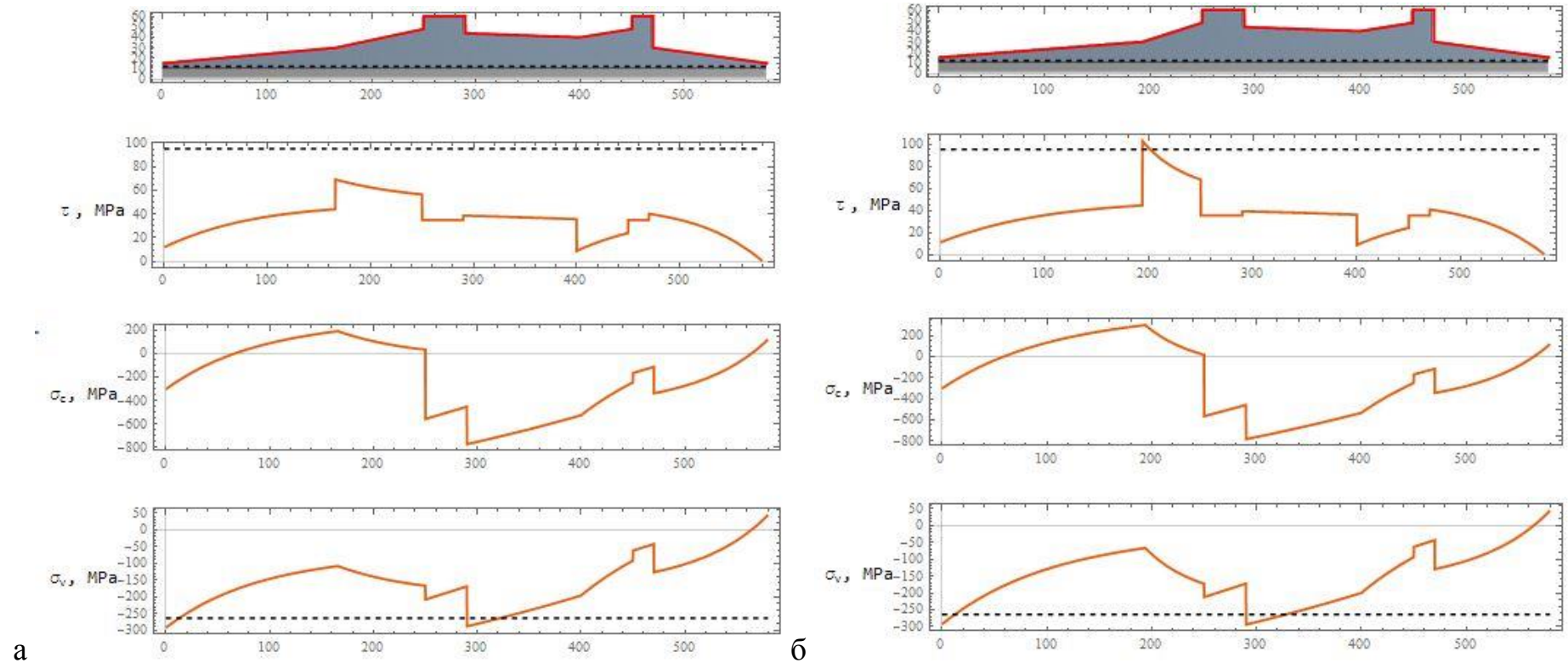
Рис. 2.12. Изменение длины первого участка при сохранении общей геометрии за счет изменения 2го участка. Сверху вниз измененная геометрия, касательные напряжения на контакте, нормальные напряжения в сердечнике, нормальные напряжения в ВУ. (а- уменьшена длина на 20%, б- увеличена длина на 20%).



а Масса 8,35 кг, ускорение 48304,3 м/с².

б Масса 8,1 кг, ускорение 49770,6 м/с².

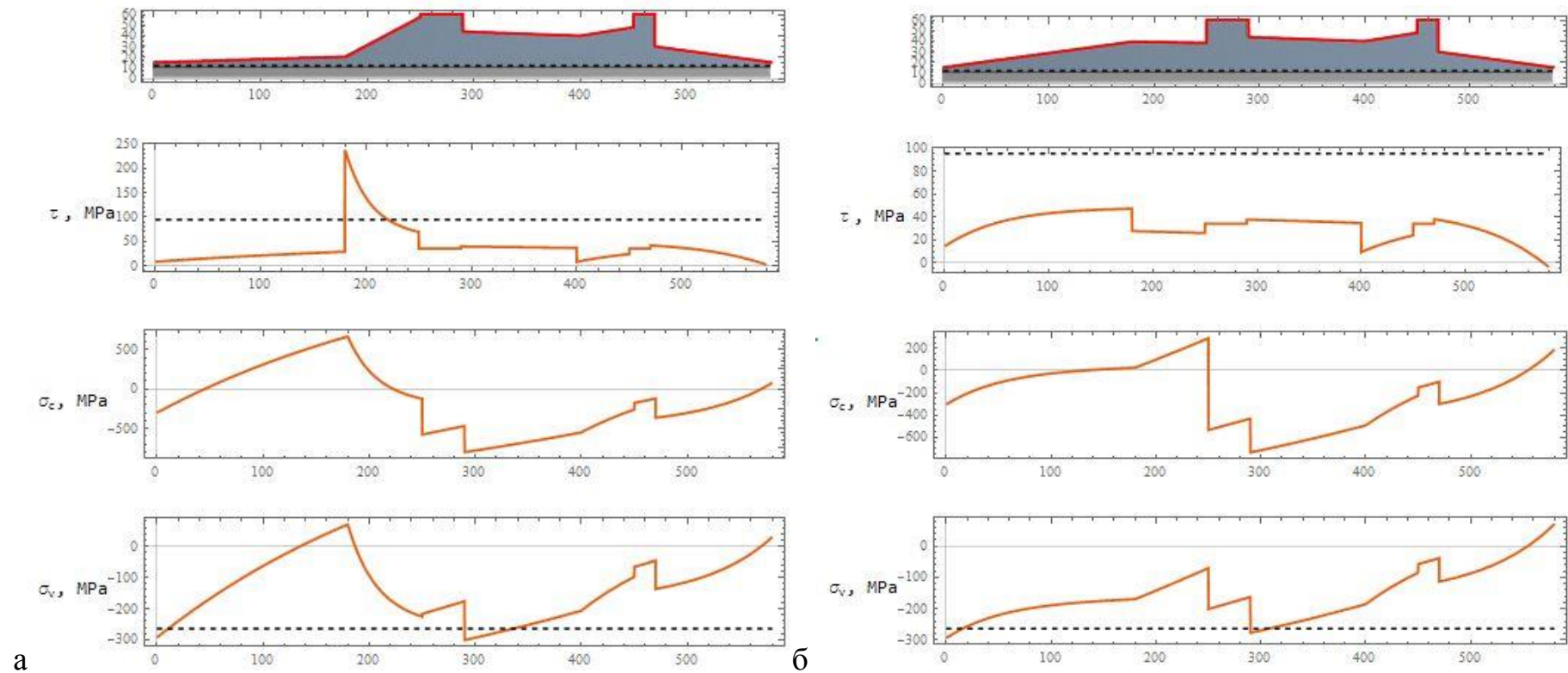
Рис. 2.13. Изменение высоты первого участка при сохранении общей геометрии за счет изменения 2го участка. Сверху вниз измененная геометрия, касательные напряжения на контакте, нормальные напряжения в сердечнике, нормальные напряжения в ВУ (а-увеличена высота на 20%, б-уменьшена высота на 20%).



а Масса 8,287 кг, ускорение 48689,8 м/с².

б Масса 8,143 кг, ускорение 49550,7 м/с².

Рис. 2.14. Изменение длины второго участка при сохранении общей геометрии за счет изменения первого участка. Сверху вниз измененная геометрия, касательные напряжения на контакте, нормальные напряжения в сердечнике, нормальные напряжения в ВУ (а-увеличена длина на 20%, б-уменьшена длина на 20%).



Масса 8,057 кг, ускорение 50081,4 м/с².

Масса 8,45 кг, ускорение 47747,9 м/с².

Рис. 2.15. Изменение высоты второго участка при сохранении общей геометрии за счет изменения первого участка. Сверху вниз измененная геометрия, касательные напряжения на контакте, нормальные напряжения в сердечнике, нормальные напряжения в ВУ (а-увеличена высота на 20%, б-уменьшена высота на 20%).

2.2. Разработка метода расчета напряженно-деформированного состояния конструкции с учетом обжатия.

В данном разделе изложен метод уточненного аналитического расчета рассматриваемых конструкций, учитывающий концентрацию напряжений на границе контакт ВУ и сердечника. В рамках предлагаемой методики рассматриваемая задача разделяется на две подзадачи: 1) о продольных деформациях и 2) об обжатии составного цилиндра.

В подзадаче о продольных деформациях решается задача для стержня переменного поперечного сечения. В ходе решения вводится эффективный модуль упругости составной конструкции, строится одномерное решение и находится распределение продольного усилия $N(z)$ вдоль длины изделия. Нормальные напряжения в стержне и в ВУ находятся из условия, что найденное продольное усилие $N(z)$ является результирующей для этих напряжений (что справедливо по принципу Сен-Венана вдали от краев и зон изменения геометрии). Касательные напряжения на границе контакта сердечника и ВУ определяются из общих уравнений равновесия, рассматриваемых в цилиндрической системе координат с учетом найденного распределения нормальных напряжений.

В подзадаче об обжатии составного цилиндра – решается задача в рамках обобщенного плоского деформированного состояния (ПДС) для случая осесимметричной задачи. Фактически, уточняется распределение напряжений в направлении радиальной координаты в пренебрежении конусности изделия. При этом дается оценка для нормальных радиальных и окружных напряжений. В рассматриваемой задаче напряжения вдоль оси симметрии отсутствуют, а продольные деформации определяются из построенного решения. Причем, в рамках обобщенного ПДС эти деформации постоянны по сечению, как и в первой задаче, поэтому результирующее значение продольных деформаций определяется суммой найденных соответствующих значений из двух подзадач.

Для реализации предложенного подхода запишем уравнения равновесия теории упругости в цилиндрической системе координат в общем виде:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} + K_r = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2\sigma_{r\theta}}{r} + K_\theta = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{2\sigma_{rz}}{r} + K_z = 0 \end{cases} \quad (2.2.1)$$

Учтем случай осевой симметрии – отсутствие изменяемости решения по углу и равенство нулю касательных напряжений $\sigma_{r\theta}$, $\sigma_{\theta\theta}$, $\sigma_{\theta z}$. Тогда в системе уравнений (2.2.1) второе уравнение удовлетворяется тривиальным образом, а оставшиеся два уравнения в направлении радиуса и в направлении оси симметрии примут вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} + K_r = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{2\sigma_{rz}}{r} + K_z = 0 \end{cases} \quad (2.2.2)$$

Рассмотрим сначала подзадачу о продольных деформациях, т.е. 2-е уравнение системы (2.2.2). На основе этого уравнения равновесия построим модель одномерного стержня и будем решать его относительно результирующего продольного усилия. Для этого используем стандартный подход, например, описанный в работах [2,11].

Вводим стандартные кинематические гипотезы для теории стержней:

$$u_z = u(z), u_r = u_\theta = 0 \quad (2.2.3)$$

Для общей постановки в цилиндрической системе координат (рис. 2.16). запишем соотношения Коши.

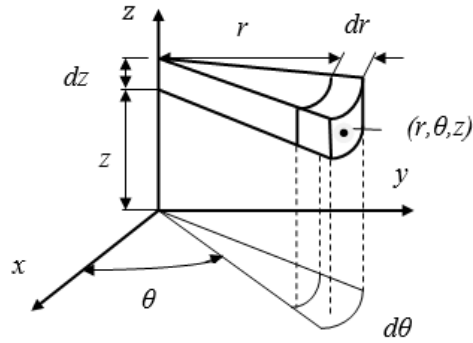


Рис. 2.16. К постановке задачи в цилиндрической системе координат

$$u = (u_r, u_\theta, u_z)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= \frac{du_r}{dr}, \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \frac{du_\theta}{d\theta} + \frac{u_r}{r}, \varepsilon_{zz} = \frac{du_z}{dz}, \varepsilon_{rz} = \frac{1}{2} \left(\frac{du_r}{dz} + \frac{du_z}{dr} \right) \\ \varepsilon_{r\theta} &= \frac{1}{2} \left(\frac{du_r}{d\theta} + r \frac{d}{dr} \left(\frac{u_\theta}{r} \right) \right), \varepsilon_{\theta z} = \frac{1}{2} \left(\frac{du_\theta}{dz} + \frac{1}{r} \frac{du_r}{d\theta} \right) \end{aligned} \quad (2.2.4)$$

Но в рассматриваемом случае (2.2.3), очевидно, остаются только деформации в направлении: $\varepsilon_{zz} = \frac{du_z}{dz}$, остальные компоненты равны нулю.

Запишем закон Гука для нормальных напряжений в общем виде

$$\begin{cases} \sigma_{zz} = \frac{E}{1+\nu} \varepsilon_{zz} + \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} (\varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{zz}) \\ \sigma_{rr} = \frac{E}{1+\nu} \varepsilon_{rr} + \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} (\varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{zz}) \\ \sigma_{\theta\theta} = \frac{E}{1+\nu} \varepsilon_{\theta\theta} + \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} (\varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{zz}) \end{cases} \quad (2.2.5)$$

или

$$\begin{cases} \varepsilon_{zz} = \frac{1}{E} (\sigma_{zz} - \nu(\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta})) \\ \varepsilon_{rr} = \frac{1}{E} (\sigma_{rr} - \nu(\sigma_{zz} + \sigma_{\theta\theta})) \\ \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{E} (\sigma_{\theta\theta} - \nu(\sigma_{zz} + \sigma_{rr})) \end{cases}$$

Для введённых кинематических гипотез (2.2.3), а так же с учетом того, что в теории стержней необходимо принять равенство коэффициента Пуассона нулю $\nu = 0$ [48], получим из (2.2.5) простейшую форму закона Гука:

$$\sigma_{zz} = E\varepsilon_{zz}, \quad (2.2.6)$$

а остальные компоненты напряжений окажутся равными нулю.

В результате уравнение равновесия в напряжениях (2.1.2) в направлении оси симметрии примет простой вид:

$$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + K_z = 0 \quad (2.2.7)$$

Т.к. рассматриваемый стержень является неоднородным по сечению, то мы будем решать задачу в усилиях. Для этого проинтегрируем полученное уравнение равновесия (2.2.7) по площади поперечного сечения и учтем граничные условия на поверхности тела ($r = R(z): \sigma_{ij}n_j = pn_i$). Получим следующее соотношение, выражающее условие равновесия в рамках приближенной стержневой модели, в которой поверхностные нагрузки, фактически, сносятся на ось стержня [48]:

$$\int_s \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} ds + \int_s K_z ds + 2\pi R(z)pn_z = 0 \quad (2.2.8)$$

где

p – действующее на поверхности изделия давление,

$R(z_0) = R_0$ – радиус поперечного сечения в начале фрагмента ВУ,

$R(z)$ – радиус поперечного сечения в фрагменте в зависимости от координаты z .

Введем обозначение для продольного усилия:

$$N(z) = \int_s \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} ds, \quad (2.2.9)$$

и, в первом приближении, пренебрегая зависимостью площади от координаты z (т.е. предполагаем малую конусность), поменяем местами

порядок интегрирования по площади и производную по продольной координате. Получаем уравнение равновесия относительно результирующего усилия:

$$\frac{\partial N(z)}{\partial z} + K_z(z) + 2\pi R(z)pn_z = 0 \quad (2.2.10)$$

Общий вид решения уравнения равновесия (2.2.10) имеет вид:

$$N(z) = N_0(z_0) + \int_{z_0}^z \int_{s(z)} K_z(z) ds dz + \int_{z_0}^z 2\pi R(z)pn_z dz \quad (2.2.11)$$

где $N(z_0) = N_0$ граничные условия заданные в начале рассматриваемого участка, при $z = z_0$.

Рассмотрим погонную нагрузку, приходящую на стержень. Как видно из (2.2.10), (2.2.11) она состоит из усилий от действия объемных (инерционных) сил K_z и от погонных усилий связанных с действием давления на поверхности изделия.

Объемная нагрузка, связанная с инерционными силами, определяется из соотношения:

$$K_z = -\rho(r)a \quad (2.2.13)$$

Где $\rho(r)$ - плотность зависящая от r , т.к. стержень не однородный и a - ускорение изделия, определяемое выражением (2.1.1).

Вычислим интеграл от этой нагрузки, необходимый для решения задачи о стержне:

$$\begin{aligned} \int_{z_0}^z \int_{s(z)} K_z ds dz &= - \int_{z_0}^z \int_{s(z)} \rho(r) a ds dz = - \int_{z_0}^z \int_{S_v(z)} \rho_v a ds dz - \int_{z_0}^z \int_{S_c(z)} \rho_c a ds dz = \\ &= -a \int_{z_0}^z (\rho_v S_v(z) + \rho_c S_c(z)) dz = -a \bar{\rho}(z) V(z) \end{aligned} \quad (2.2.14)$$

где $S_v = \pi(R(z)^2 - r^2)$ – площадь поперечного сечения ВУ, $V_v(z)$ - объем ВУ, ρ_v - плотность ВУ.

$S_c = \pi r^2$ – площадь поперечного сечения сердечника, $V_c(z)$ – объем сердечника, ρ_c – плотность сердечника

и где введена $\bar{\rho}(z)$ эффективная плотность, равная:

$$\bar{\rho}(z) = \rho_v \frac{V_v(z)}{V(z)} + \rho_c \frac{V_c(z)}{V(z)} \quad (2.2.15)$$

Определим погонное усилие, связанное с действующим давлением, учитывая зависимость радиуса поперечного сечения от угла образующей усеченного конуса, которым приближенно описываются все фрагменты изделия (рис. 2.17). Легко показать для конических фрагментов, для которых выполняется $n_z = \sin \theta$, имеет место следующее равенство:

$$\int_{z_0}^z 2\pi R(z) p n_z dz = p(S_v(z) - S_c(z)) = p\pi(R(z)^2 - R(z_0)^2) \quad (2.2.16)$$

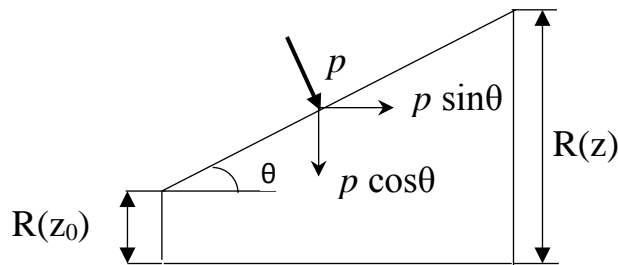


Рис. 2.17. К определению горизонтальной проекции от результирующего давления p , действующего на фрагмент в форме усеченного конуса,

Таким образом, получаем общее решение для распределения усилия во фрагменте стержня $[z_0, z]$ представляя уравнение (11) в виде:

$$N(z) = N_0 - a\bar{\rho}V(z) + p\pi(R(z)^2 - R(z_0)^2) \quad (2.2.17)$$

Далее определим продольные нормальные напряжения и деформации, возникающие в изделии. Для этого, во-первых, найдем средние напряжения равные отношению найденного усилия $N(x)$ к полной площади поперечного сечения:

$$\bar{\sigma} = \frac{N(z)}{S} \quad (2.2.18)$$

Запишем закон Гука для средних напряжений:

$$\bar{\sigma} = \bar{E} \cdot \bar{\varepsilon} \quad (2.2.19)$$

где $\bar{\varepsilon} = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{E}}$ - средняя деформации в сечении, которые в рамках модели стержня совпадают с деформациями в сердечнике и в ведущем устройстве (предполагается совместность деформаций).

Эффективный модуль Юнга вводится на основании уравнения (2.2.9).

Для этого преобразуем его следующим образом:

$$\begin{aligned} N(z) &= \int_{S(z)} \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} ds = \int_{S_v(z)} E_v \bar{\varepsilon} ds + \int_{S_c(z)} E_c \bar{\varepsilon} ds = \\ &= \int_{S_v(z)} \frac{E_v}{S(z)} S(z) \bar{\varepsilon} ds + \int_{S_c(z)} \frac{E_c}{S(z)} S(z) \bar{\varepsilon} ds = \bar{E} \bar{\varepsilon} S(z) \end{aligned}$$

$$\text{Получаем: } \bar{E} = E_v \frac{S_v(z)}{S(z)} + E_c \frac{S_c(z)}{S(z)} \quad (2.2.20)$$

где E_v - модуль упругости в ВУ, E_c - модуль упругости в сердечнике

Нормальные напряжения находятся на основании закона Гука с учетом условия совместности деформаций. В простейшем случае можно использовать:

$$\sigma_v = E_v \varepsilon_v, \quad (2.2.21.1)$$

$$\sigma_c = E_c \varepsilon_c, \quad (2.2.21.2)$$

где σ_v - нормальные напряжения в ВУ, ε_v - деформации в ВУ

σ_c - нормальные напряжения в сердечнике, ε_c - деформации в сердечнике

Однако, для учета влияния обжатия мы будем рассматривать полную форму обобщенного закона Гука и, в частности, соотношение для продольных деформаций:

$$\varepsilon_{zz} = \frac{1}{E} (\sigma_{zz} - \nu (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta})) \quad (2.2.22)$$

Фактически такой подход был предложен впервые в ARL[26], где однако, радиальные и окружные напряжения σ_{rr} и $\sigma_{\theta\theta}$ были оценены по порядку равными заданному давлению p . В настоящей работе это допущение не принимается и указанные напряжения будут найдены ниже с учетом эффекта концентрации из решения соответствующей задачи в плоскости поперечного сечения рассматриваемого составного тела. Более того, мы должны учесть, что эффект обжатия проявляется не только в ненулевых значениях напряжений σ_{rr} и $\sigma_{\theta\theta}$, но и в возникновении дополнительных деформаций в направлении оси симметрии, вследствие эффекта Пуассона. Поэтому более точным вариантом, будет следующее соотношение, следующее из (2.2.22):

$$\sigma_v = E_v(\varepsilon_v + e_z) + \nu(\sigma_{rr}^v + \sigma_{\theta\theta}^v), \quad (2.2.22)$$

$$\sigma_c = E_c(\varepsilon_c + e_z) + \nu(\sigma_{rr}^c + \sigma_{\theta\theta}^c),$$

Где e_z - это продольные деформации, возникающие в стержне в следствие обжатия. Величина этих деформаций будет также оценена ниже.

Касательные напряжения определяем из исходных уравнений равновесия (2.2.2). Причем будем рассматривать область, занятую сердечником. В рассматриваемой задаче этого оказывается достаточно, так как максимальные касательные напряжения реализуются на границе контакта сердечника и ВУ (где возникает концентрация напряжений). Внутри однородной области, занятой сердечником, в условиях осесимметричного нагружения реализуются касательные напряжения, величина которых не зависит от радиуса, то есть, фактически, здесь реализуется состояние простого сдвига в плоскости RZ . Поэтому в этой области и на ее границе, то есть на соединении сердечника с ВУ, мы можем принять $\frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} = 0$. С учетом этого из второго уравнения системы (2.2.2) получаем соотношение для определения касательных напряжений:

$$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{2\sigma_{rz}}{r} + K_z = 0 \quad (2.2.23)$$

Преобразуя это соотношение находим связь касательных и нормальных напряжений:

$$\sigma_{rz} = -\frac{K_z + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z}}{2} r \quad (2.2.24)$$

Причем, здесь напряжения σ_{zz} вычисляются в сердечнике, а $K_z = -\rho_s a$, так как мы рассматриваем уравнения равновесия для области занятой сердечником, то есть:

$$\sigma_{rz} = \frac{\bar{a}\rho(z)V(z) - \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z}}{2} r \quad (2.2.25)$$

Таким образом, из построенного приближенного решения одномерной задачи мы определяем напряжения и деформации изделия в продольном направлении и касательные напряжения на контакте.

Далее рассмотрим подзадачу об обжатии составного композитного тела. Из решения этой задачи определим компоненты тензора напряжения σ_{rr} и $\sigma_{\theta\theta}$ которые будут использованы в соотношении (2.2.22) для вычисления нормальных напряжений с учетом эффекта обжатия.

Рассматриваем первое уравнение в системе (2.2.2). В рамках этой подзадаче учтем деформации ε_{rr} и $\varepsilon_{\theta\theta}$ и эффекта Пуассона используя гипотезу об обобщенном плоском деформированном состоянии, определив нормальные радиальные и окружные напряжения, пренебрегая конусностью и полагая

$\frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} = 0$, рис. 2.18. Гипотеза об обобщенном плоском деформированном

состоянии в рассматриваемой осесимметричной задаче подразумевает, что тело обладает достаточно большой протяженностью в направлении оси симметрии и может свободно деформироваться в этом направлении без возникновения напряжения σ_{zz} . Фактически, в рамках предлагаемого подхода,

мы пренебрегаем конусностью тела, считая возможным моделировать его в виде цилиндра, при оценке указанных компонент напряжений. При этом вектор перемещений может быть представлен в виде:

$$u_r = v(r)$$

$$u_\theta = 0$$

$$u_z = e_z(z - z_0)$$

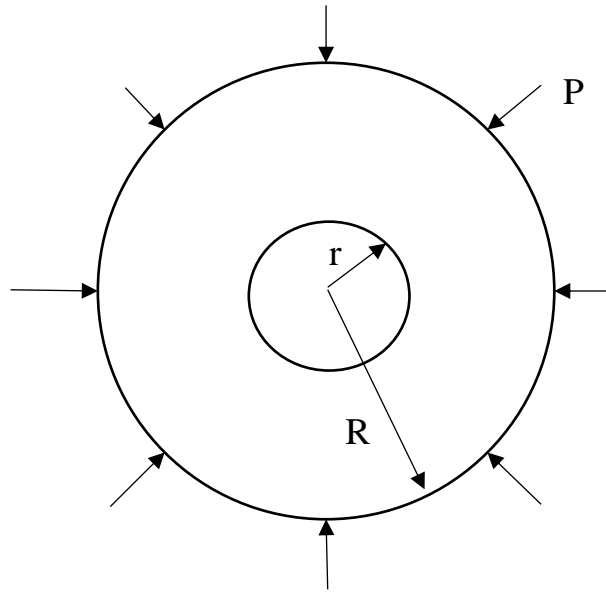


Рис. 2.18

Таким образом, первое уравнения равновесия системы (2.2.2), дает нам обычное уравнение для плоской осесимметричной задачи теории упругости, которое в терминах напряжений имеет вид:

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0 \quad (2.2.25)$$

Здесь мы также учли отсутствие объемной нагрузки в направлении радиальной координаты.

Используя соотношения Коши (2.2.4), гипотезы о плоской деформации и обобщенный закон Гука (2.2.5), получаем:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \varepsilon_{rr} E = \frac{du_r}{dr} E \\ \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} &= \frac{\partial \varepsilon_{rr}}{\partial r} E = \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} E \end{aligned} \quad (2.2.26)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \varepsilon_{\theta\theta} E = \frac{1}{r} \frac{du_{\theta}}{d\theta} + \frac{u_r}{r}, \quad \text{т.к. } u_{\theta} = 0, \quad \text{то } \sigma_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r}$$

$$\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} E + \frac{E}{r} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r} \right) = 0 \quad (2.2.27)$$

Получаем уравнение равновесия в перемещениях в следующем виде:

$$\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r} \right) = 0$$

Общее решение этого уравнения для искомой компоненты вектора перемещений в области занятой ВУ (2.2.28.1) и сердечником (2.2.28.2):

$$u_r^v = C_1^v r + C_2^v \frac{1}{r} \quad (2.2.28.1)$$

$$u_r^c = C_1^c r + C_2^c \frac{1}{r} \quad (2.2.28.2)$$

Тогда деформации в радиальном и окружном направлении будут равны для ВУ (2.2.29.1) и сердечника (2.2.29.2):

$$\varepsilon_{rr}^v = C_1^v - \frac{C_2^v}{r^2}, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^v = C_1^v + \frac{C_2^v}{r^2} \quad (2.2.29.1)$$

$$\varepsilon_{rr}^c = C_1^c - \frac{C_2^c}{r^2}, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^c = C_1^c + \frac{C_2^c}{r^2} \quad (2.2.29.2)$$

Подставляя полученные деформации в закон Гука в общем виде (2.2.5), получим:

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left(C_1 - (1-2\nu) \frac{C_2}{r^2} + \nu e_z \right) \\ \sigma_{\theta\theta} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left(C_1 + (1-2\nu) \frac{C_2}{r^2} + \nu e_z \right) \\ \sigma_{zz} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} (2\nu C_1 + (1-2\nu) \nu e_z) \end{cases} \quad (2.2.30)$$

$$\text{Введем обозначение: } A = \frac{EC_2}{(1+\nu)} \quad \text{и} \quad B = \frac{EC_1}{2(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2.2.31)$$

С учетом этого перемещения в радиальном направлении примут вид:

$$u_r = \frac{1+\nu}{E} \left(\frac{-A}{r} + (1-2\nu)Br \right) \quad (2.2.32)$$

Получим напряжения в радиальном и окружном направлении:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \frac{A}{r^2} + B + \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} e_z \\ \sigma_{\theta\theta} &= -\frac{A}{r^2} + B + \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} e_z \end{aligned} \quad (2.2.33)$$

А напряжения от обжатия в направлении оси симметрии следуют из (2.2.5) и записываются в виде:

$$\sigma_z = 2\nu B + \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} e_z \quad (2.2.34)$$

Перемещения в радиальном направлении в области занятой ВУ и сердечником примут вид:

$$\begin{aligned} u_r^v &= \frac{1+\nu_v}{E_v} \left(\frac{-A_v}{r} + (1-2\nu_v)B_v r \right) \\ u_r^c &= \frac{1+\nu_c}{E_c} \left(\frac{-A_c}{r} + (1-2\nu_c)B_c r \right) \end{aligned} \quad (2.2.35)$$

Запишем напряжения в радиальном и окружном направлении в области занятой ВУ и сердечником

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^v &= \frac{A_v}{r^2} + B_v + \frac{\nu_v E_v}{(1+\nu_v)(1-2\nu_v)} e_z \\ \sigma_{\theta\theta}^v &= -\frac{A_v}{r^2} + B_v + \frac{\nu_v E_v}{(1+\nu_v)(1-2\nu_v)} e_z \\ \sigma_{rr}^c &= \frac{A_c}{r^2} + B_c + \frac{\nu_c E_c}{(1+\nu_c)(1-2\nu_c)} e_z \\ \sigma_{\theta\theta}^c &= -\frac{A_c}{r^2} + B_c + \frac{\nu_c E_c}{(1+\nu_c)(1-2\nu_c)} e_z \end{aligned} \quad (2.2.36)$$

Коэффициенты А и В определяются из граничных и контактных условий, а величина e_z определяется из условия совместности деформаций.

Рассмотрим эти условия более подробно:

1) На границе контакта учитывается условие непрерывности перемещений и нормальных напряжений:

$\sigma_{rr}^c = \sigma_{rr}^v$, то есть

$$\frac{A_c}{r^2} + B_c + \frac{\nu_c E_c}{(1 + \nu_c)(1 - 2\nu_c)} e_z = \frac{A_v}{r^2} + B_v + \frac{\nu_v E_v}{(1 + \nu_v)(1 - 2\nu_v)} e_z \quad (2.2.37)$$

$u_{rr}^c = u_{rr}^v$, то есть

$$\frac{1 + \nu_v}{E_v} \left(\frac{-A_v}{r} + (1 - 2\nu_v) B_v r \right) = \frac{1 + \nu_c}{E_c} \left(\frac{-A_c}{r} + (1 - 2\nu_c) B_c r \right)$$

2) Учитывается условие совместности деформаций на контакте:

$$\left(2\nu_v B_v + \frac{(1 - \nu_v) E_v}{(1 + \nu_v)(1 - 2\nu_v)} e_{vz} \right) S_v + \left(2\nu_c B_c + \frac{(1 - \nu_c) E_c}{(1 + \nu_c)(1 - 2\nu_c)} e_z \right) S_c = 0 \quad (2.2.38)$$

3) Учитывается условие ограниченности перемещений (отсутствие гиперболических членов) во внутренней области дает нам:

$$A_c = 0 \quad (2.2.39)$$

4) Для отсеков под действием сжимающего давления используется условие на внешней поверхности, что радиальные напряжения равны заданному давлению (в предположении малой конусности):

$\sigma_{rr}^v = -p$

$$\frac{A_v}{R(z)^2} + B_v + \frac{\nu_v E_v}{(1 + \nu_v)(1 - 2\nu_v)} e_z = -p \quad (2.2.40)$$

При отсутствии сжимающего давления коэффициенты равны нулю:

$$A_R = B_R = A_r = B_r = 0$$

2.3. Верификация результатов, полученных с использованием разработанного метода с учетом обжатия

На основании вышеизложенного подхода рассмотрим фрагмент толстостенного изделия цилиндрической и конической формы, нагруженный внешним давлением и инерционными силами. Задачу решим с учетом и без учета обжатия.

2.3.1. Верификация результатов, полученных с использованием разработанного метода для фрагмента изделия цилиндрической и конической формы

Цилиндрический фрагмент

Для построения решения рассматривался фрагмент толстостенного изделия цилиндрической формы, представленную на рис. 2.19. На этом рисунке показаны внешние нагрузки и внутренние напряжения, действующие на вырезанный фрагмент оболочки и стержня (показан пунктиром).

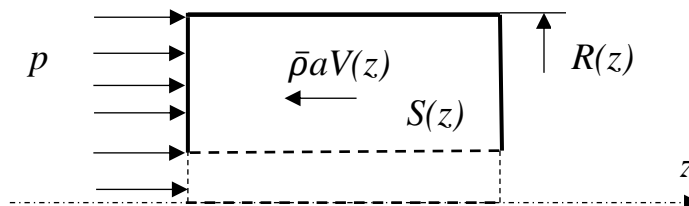


Рис. 2.19. Фрагмент сердечника и ВУ оболочки в форме цилиндра, и действующие на них нагрузки (давление на торце)

Рассмотрим сначала задачу без обжатия с заданным давлением только на конце цилиндра согласно предложенному методу из главы 2.2. С учетом используемых характеристик:

p – действующее давление,

$R(z)$ – радиус поперечного сечения фрагмента оболочки, r – радиус стержня,

$S = \pi R^2$ – площадь поперечного сечения на которую действует давление

$V = zS$ – объем изделия,

L – длина изделия, $M_v = \rho_v S_v L$ – масса ВУ, $M_c = \rho_c S_c L$ – масса сердечника,

$$a = \frac{\rho S}{M_v + M_c} \text{ – инерция, выражение (2.1.1)}$$

С учетом уравнений (2.2.2) - (2.2.21) были получены следующее аналитическое решение:

Нормальные напряжения в сердечнике:

$$\sigma_c = \frac{E_c p R^2 (-L + z)}{(E_c - E_v) L r^2 + E_v L R^2} \quad (2.3.1)$$

Нормальные напряжения в ВУ:

$$\sigma_v = \frac{E_v p R^2 (-L + z)}{(E_c - E_v) L r^2 + E_v L R^2} \quad (2.3.2)$$

Касательные напряжения на контакте:

$$\tau = \frac{1}{2} p r R^2 \left(-\frac{E_c}{(E_c - E_v) L r^2 + E_v L R^2} + \frac{\rho_c}{L(r^2(\rho_c - \rho_v) + R^2 \rho_v)} \right) \quad (2.3.3)$$

Записанное решение (2.3.1) - (2.3.3) с высокой точностью сходится с численным моделированием, так как, фактически, строгим (классическим) образом сводится к решению одномерной задачи о стержне. Уточнением к известным решениям, фактически, является указанная оценка для касательных напряжений на границе контакта (2.3.3).

Далее получим решение для того же цилиндра, но уже с учетом обжатия, возникающего вследствие задания давления на внешней образующей цилиндра, рисунок 2.20. Этот случай более сложный и его классическое решение для стержня описывает с гораздо меньшей точностью из-за возникающего трехмерного напряженного состояния.

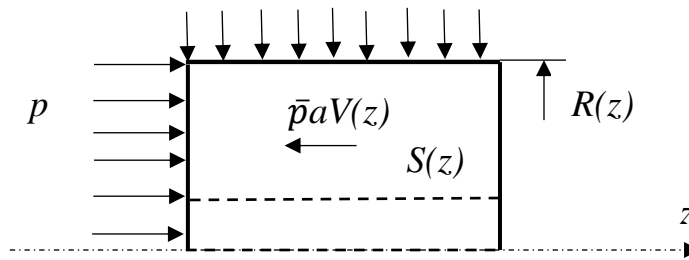


Рис. 2.20. Фрагмент сердечника и ВУ в форме цилиндра, и действующие на них нагрузки. Давление задано на задней и боковой поверхности

Решение с учетом обжатия, то есть с использованием уточнения, получаемого из решения задачи в плоскости поперечного сечения (2.2.22) - (2.2.40), может быть найдено аналитически. Здесь оно не приводится, так как оно может быть легко получено, как частный случай более общего решения, приведенного ниже для случая фрагмента в виде усеченного конуса.

На основе выше сказанного в среде Wolfram Mathematics были созданы математические модели. Для проверки результатов аналитических расчетов проводилось численное моделирование методом конечных элементов с использованием ПО COMSOL Multiphysics с учетом осевой симметрии задачи.

Рассматривался составной цилиндр с радиусом внутреннего фрагмента равном 10 мм и полым внешним цилиндром, с внешним радиусом 30 мм и внутренним радиусом соответственно 10 мм. Длина изделия составляла 300 мм. Средний размер элементов составляет $\sim 0,5$ мм, общее число элементов в модели ~ 57750 . В качестве материала сердечника использовалась сталь, а материал ВУ использовался КМ (см. таблицу 1).

На рисунках 2.21 - 2.22 показано сопоставление результатов расчетов по аналитической методике, изложенной выше без учета обжатия (рис. 2.21) и с учетом обжатия (рис. 2.22). Здесь показано распределение нормальных напряжений в продольном направлении без учета обжатия, рис. 2.21а, с учетом обжатия, рис. 2.22а. Распределение нормальных напряжений в сердечнике (на

центральной оси), рис. 2.21а (без учета обжатия), 2.22а (с учетом обжатия) и распределение нормальных напряжений в ВУ 2.21б (без учета обжатия) 2.22б (с учетом обжатия). Распределение касательных напряжений на границе контакта оболочки и стержня даны на рис. 2.21в (без учета обжатия) 2.22в (с учетом обжатия).

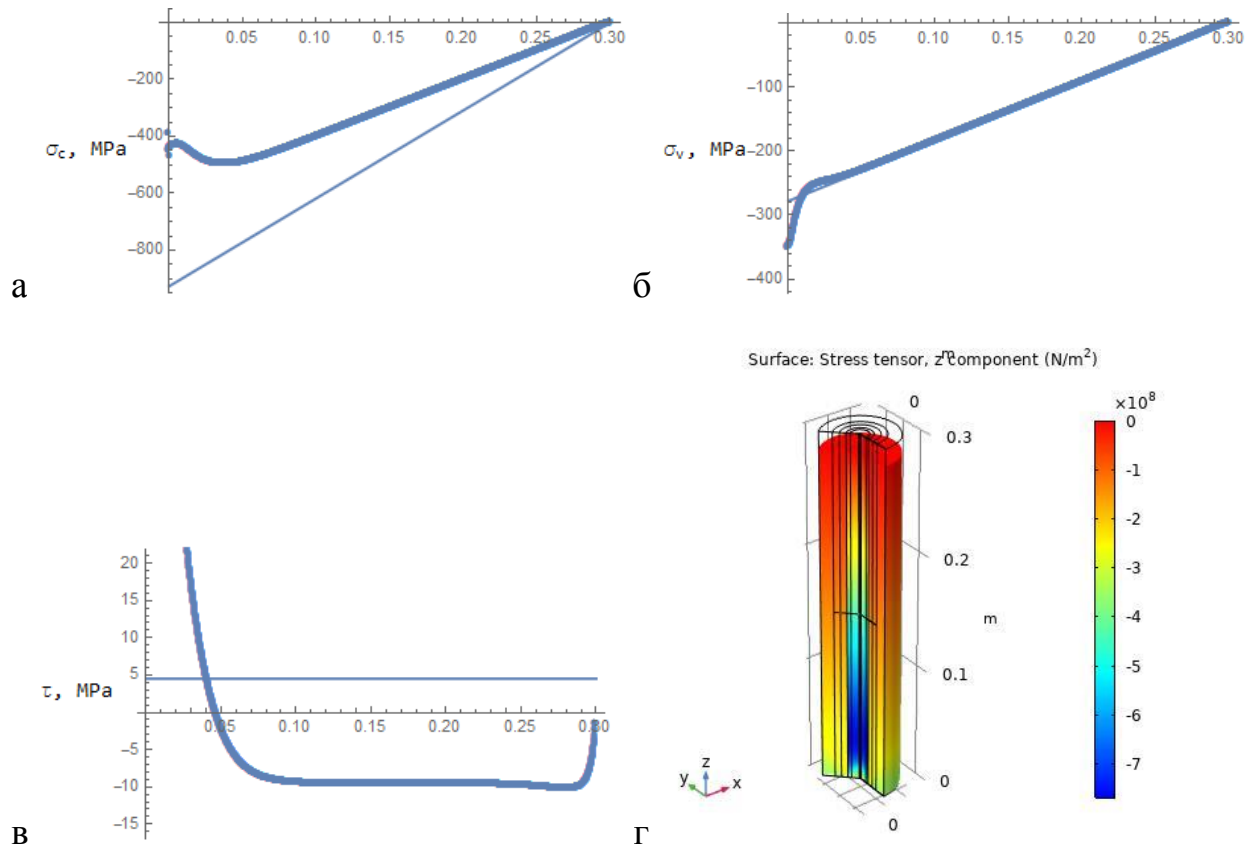


Рис. 2.21. Сопоставление результатов аналитического (тонкие сплошные линии) без учета обжатия и численного (точки) моделирования, а- продольные напряжения в сердечнике $\sigma_c(x)$ [МПа], б- продольные напряжения в ВУ $\sigma_v(x)$ [МПа], в- касательные напряжения на контакте $\tau(x)$ [МПа], г- распределение напряжений и КЭМ из COMSOL Multiphysics.

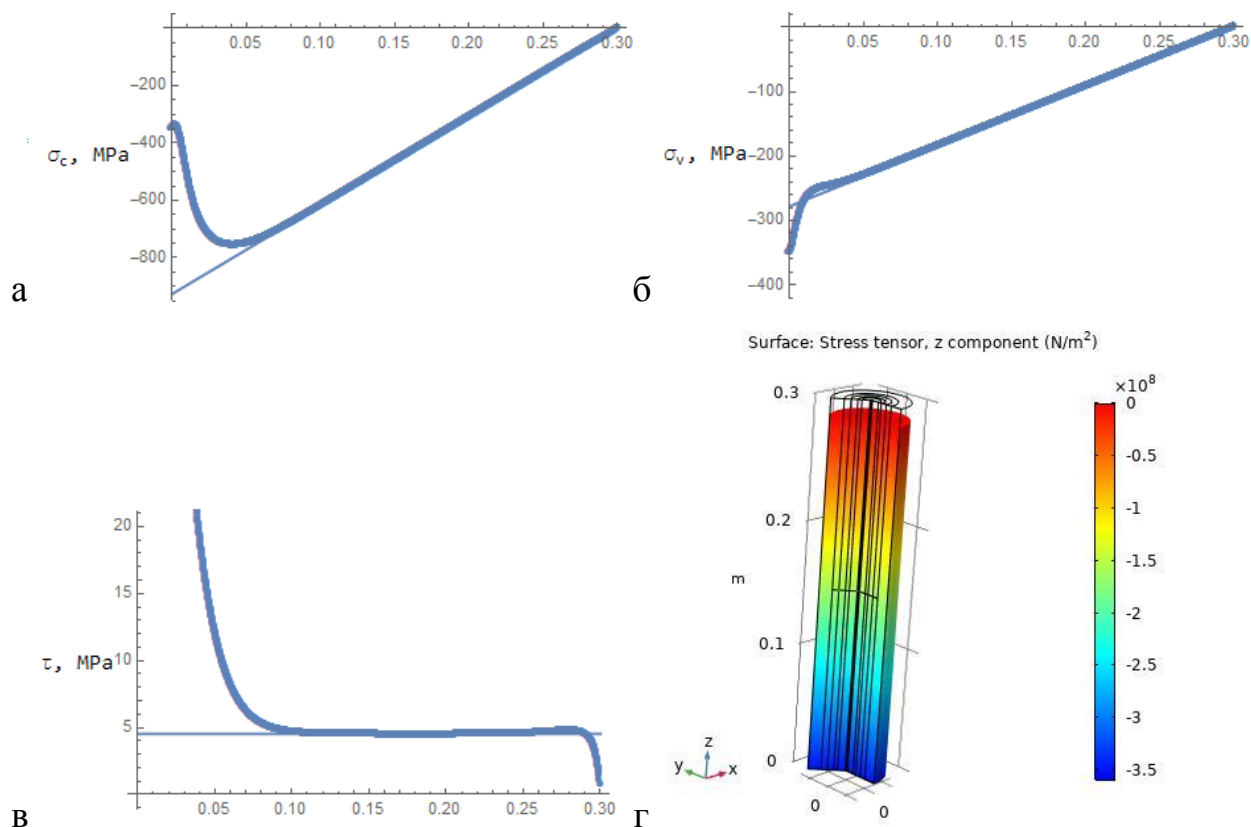


Рис. 2.22. Сопоставление результатов аналитического (тонкие сплошные линии) с учетом обжатия и численного (точки), а-продольные напряжения в сердечнике $\sigma_c(x)$ [МПа], б-продольные напряжения в ВУ $\sigma_v(x)$ [МПа], в- касательные напряжения на контакте $\tau(x)$ [МПа], г-распределение напряжений и КЭМ из COMSOL Multiphysics.

Конический фрагмент

Рассматривался фрагмента толстостенного изделия в виде усечённого конуса, представленную на рис. 2.23. На этом рисунке показаны внешние нагрузки и внутренние напряжения, действующие на вырезанный фрагмент ВУ и сердечника (показан пунктиром).

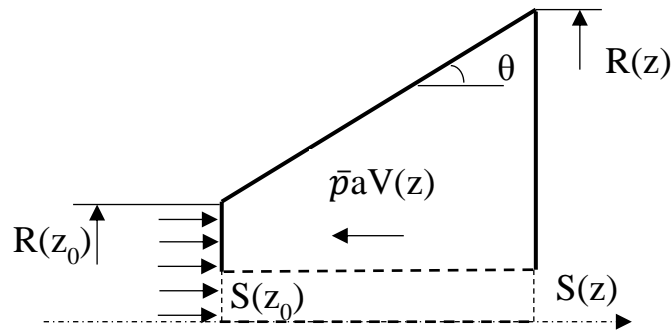


Рис. 2.23. Фрагмент сердечника и ВУ в форме конуса, и действующие на них нагрузки. Давление задано на торце.

Аналитические решения для внешнего сегмента в виде усеченного конуса и внутреннего сердечника построены из уравнений (2.2.2) - (2.2.21) и могут быть представлены в виде:

Нормальные напряжения в сердечнике:

$$\sigma_c = \frac{E_c p (-L(3r^2(\rho_c - \rho_v) + (R^2 + RR_0 + R_0^2)\rho_v)(R_0 + \frac{R-R_0}{L}z)^2)}{L(3r^2(\rho_c - \rho_v) + (R^2 + RR_0 + R_0^2)\rho_v)(E_c r^2 + E_v(-r^2 + (R_0 + \frac{R-R_0}{L}z)^2))} +$$

$$+ \frac{E_c p R^2 z (3r^2(\rho_c - \rho_v) + \rho_v(3R_0^2 + 3R_0 \frac{R-R_0}{L}z + \frac{(R-R_0)^2}{L^2}z^2))}{L(3r^2(\rho_c - \rho_v) + (R^2 + RR_0 + R_0^2)\rho_v)(E_c r^2 + E_v(-r^2 + (R_0 + \frac{R-R_0}{L}z)^2))}$$

Нормальные напряжения в ВУ:

$$\sigma_v = \frac{E_v p (-L(3r^2(\rho_c - \rho_v) + (R^2 + RR_0 + R_0^2)\rho_v)(R_0 + \frac{R-R_0}{L}z)^2)}{L(3r^2(\rho_c - \rho_v) + (R^2 + RR_0 + R_0^2)\rho_v)(E_c r^2 + E_v(-r^2 + (R_0 + \frac{R-R_0}{L}z)^2))} +$$

$$+ \frac{E_v p R^2 z (3r^2(\rho_c - \rho_v) + \rho_v(3R_0^2 + 3R_0 \frac{R-R_0}{L}z + \frac{(R-R_0)^2}{L^2}z^2))}{L(3r^2(\rho_c - \rho_v) + (R^2 + RR_0 + R_0^2)\rho_v)(E_c r^2 + E_v(-r^2 + (R_0 + \frac{R-R_0}{L}z)^2))}$$

Касательные напряжения на контакте:

$$\begin{aligned} \tau = & \frac{\rho r}{2L(3r^2(\rho_c - \rho_v) + (R^2 + RR_0 + R_0^2)\rho_v)} [3R^2\rho_c + \frac{E_c\rho_v\lambda(2LRR_0\alpha + 2LR_0^2\alpha)}{E_cr^2 + E_v(-r^2 + \lambda^2)}] \\ & + \frac{E_c\rho_v\lambda(R^2(-3R_0 + 2L\alpha - 3\alpha z))}{E_cr^2 + E_v(-r^2 + \lambda^2)} - \frac{E_c3r^2(\rho_c - \rho_v)(R^2 - 2L\alpha\lambda)}{E_cr^2 + E_v(-r^2 + \lambda^2)} + \\ & + \frac{2E_cE_v\alpha\lambda((-L(3r^2(\rho_c - \rho_v) + (R^2 + RR_0 + R_0^2)\rho_v)\lambda^2)}{(E_cr^2 + E_v(-r^2 + \lambda^2))^2} + \frac{(R^2 + RR_0 + R_0^2)\rho_v\lambda^2}{(E_cr^2 + E_v(-r^2 + \lambda^2))^2} + \\ & + \frac{2E_cE_v\alpha\lambda}{(E_cr^2 + E_v(-r^2 + \lambda^2))^2} (R^2z(3r^2(\rho_c - \rho_v) + \rho_v(3R_0^2 + 3\alpha z\lambda))] \end{aligned}$$

где $\alpha = \sin \theta$, а для упрощения введен коэффициент $\lambda = R_0 + \alpha z$

Записанное решение достаточно хорошо сходится с численным моделированием при конусности изделия не более 20 градусов. В случае больших углов конусности необходимо использовать уточненные решения, учитывающие влияние изменения площади поперечного сечения на уравнения равновесия (2.2.10).

Далее рассмотрим аналитическое решение в случае заданного давления и на боковой поверхности изделия (рис. 2.24). Для построения решения используются формулы (2.2.22) - (2.2.40).

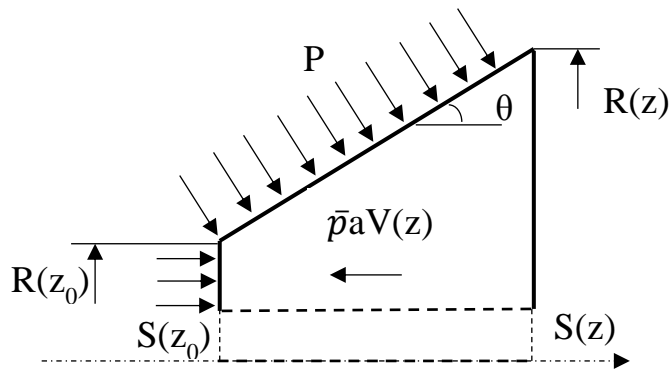


Рис. 2.24. Фрагмент сердечника и ВУ в форме конуса, и действующие на них нагрузки. Давление задано на торце и на боковой поверхности.

С учетом (2.2.37) - (2.2.40) находятся коэффициенты для ВУ A_v , B_v , для сердечника A_c , B_c и для деформации e_z с учетом введенного обозначения

$$v = v_c \cdot v_v, \quad \chi_v = 2v + v_v - 1, \quad \chi_c = 2v + v_c - 1, \quad \psi_v = 1 + v_v, \quad \psi_c = 1 + v_c, \\ \psi_{-v} = v_v - 1, \quad \psi_{-c} = v_c - 1$$

$$\frac{1}{A_R} = \frac{E_v^2(r^2 - R_i^2)S_v(\psi_{-c} + 2v_c^2) - E_c^2S_c\psi_v(-R_i^2 + r^2(-1 + 2v_v))}{pr^2R_i^2(-E_v^2S_v(\psi_{-c} + 2v_c^2) + E_c^2S_c(\psi_{-v} + 2v_v^2) + E_cE_v(-S_c\chi_c + S_v\chi_v))} + \\ + \frac{E_cE_v(R_i^2(-S_c\chi_c + S_vv_v + S_v) + r^2(S_c\chi_c - S_v\chi_v))}{pr^2R_i^2(-E_v^2S_v(\psi_{-c} + 2v_c^2) + E_c^2S_c(\psi_{-v} + 2v_v^2) + E_cE_v(-S_c\chi_c + S_v\chi_v))} \\ \frac{1}{B_R} = \frac{\psi_v(-1 + 2v_v)(-E_v^2(r^2 - R_i^2)S_v(-1 + v_c + 2v_c^2)}{pR_i^2(-E_v^2S_v(\psi_{-c} + 2v_c^2)\psi_{-v} + E_c^2S_c(\psi_v^2(\psi_{-v} + v_v) + E_c\psi_v(S_v\psi_{-v} + S_c(\chi_c + 2v_v - 6v))))} - \\ - \frac{\psi_v(-1 + 2v_v)(E_c^2S_c\psi_v(-R_i^2 + r^2(-1 + 2v_v))}{pR_i^2(-E_v^2S_v(\psi_{-c} + 2v_c^2)\psi_{-v} + E_c^2S_c(\psi_v^2(-1 + 2v_v) + E_c\psi_v(S_v\psi_{-v} + S_c(\chi_c + 2v_v - 6v))))} - \\ - \frac{E_cE_v(R_i^2(-S_c\chi_c + S_vv_v + S_v) + r^2(S_c\chi_c - S_v\chi_v))}{pR_i^2(-E_v^2S_v(\psi_{-c} + 2v_c^2)\psi_{-v} + E_c^2S_c(\psi_v^2(-1 + 2v_v) + E_c\psi_v(S_v\psi_{-v} + S_c(\chi_c + 2v_v - 6v))))}$$

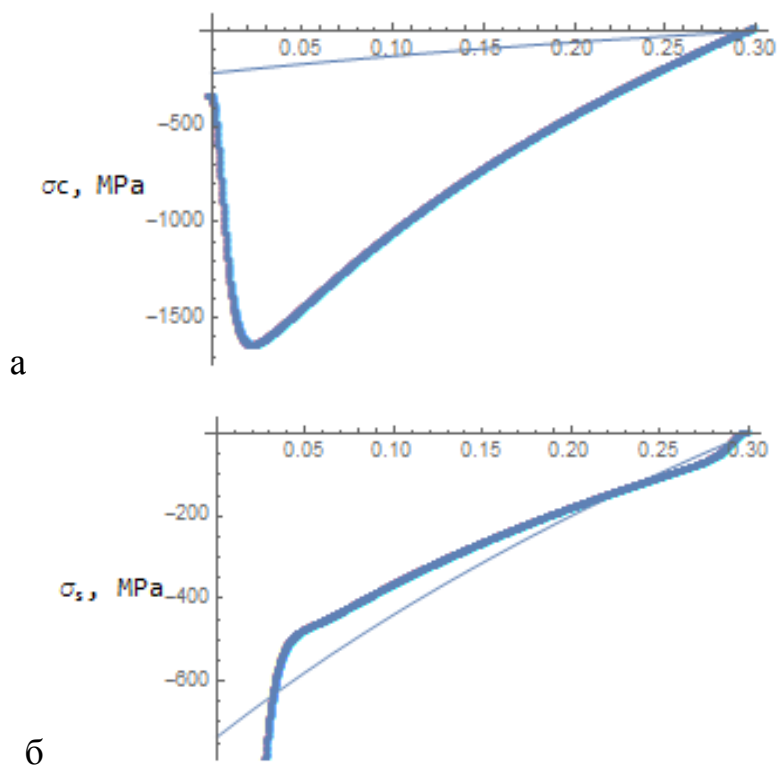
$$A_r = 0$$

$$\frac{1}{B_r} = \frac{\psi_c(-1 + 2v_c)(E_v^2(r^2 - R_i^2)S_v(\psi_{-c} + 2v_c^2) - E_c^2S_c\psi_v(-R_i^2 + r^2(-1 + 2v_v))}{(2E_cpR_i^2(-E_vS_v(\psi_{-c} + 2v_c^2) + E_c\psi_v(S_c\psi_{-c}\psi_{-v} + S_vv))} + \\ + \frac{\psi_c(-1 + 2v_c)E_cE_v(R_i^2(-S_c\chi_c + S_vv_v + S_v) + r^2(S_c\chi_c - S_v\chi_v))}{(2E_cpR_i^2(-E_vS_v(\psi_{-c} + 2v_c^2) + E_c\psi_v(S_c\psi_{-c}\psi_{-v} + S_vv))} \\ \frac{1}{e_z} = \frac{-E_v^2(r^2 - R_i^2)S_v(-1 + v_c + 2v_c^2) + E_c^2S_c\psi_v(-R_i^2 + r^2(-1 + 2v_v))}{(2pR_i^2(E_vS_v(-1 + v_c + 2v_c^2)v_v + E_c\psi_v(2S_cv_c(-1 + v_v) - S_vv_v))} - \\ - \frac{E_cE_v(R_i^2(-S_c\chi_c + S_vv_v + S_v) + r^2(S_c\chi_c - S_v\chi_v))}{(2pR_i^2(E_vS_v(-1 + v_c + 2v_c^2)v_v + E_c\psi_v(2S_cv_c(-1 + v_v) - S_vv_v))}$$

Подставляя эти коэффициенты в уравнения напряжений для ВУ и для сердечника может быть найдено распределение нормальных напряжений (2.2.36), а касательных напряжений на контакте между собой определяются из (2.2.25).

Для проверки полученного результата проводилось численное моделирование методом конечных элементов с использованием ПО COMSOL Multiphysics. Рассматривался усеченный конус с радиусами 30 мм и 20 мм со вставленным в него стержнем радиусом 10мм. Оба сегмента конструкции изготавливались из одного материала, сталь согласно таблицы 2.1. Средний размер элементов составляет $\sim 0,5$ мм, общее число элементов в модели ~ 36060 .

На рисунках 2.25 - 2.26 показано сопоставление результатов расчетов по аналитической методике, изложенной выше, с результатами численного моделирования. Как видно из этих результатов учет обжатия оказывается существенным и может менять не только величину напряжения на сотни процентов, но и их знак. Фактически, видно, что несмотря на большое количество сделанных допущений и упрощений в предложенной методике, удается получить существенное уточнение результатов расчетов, как для нормальных, так и для касательных напряжений.



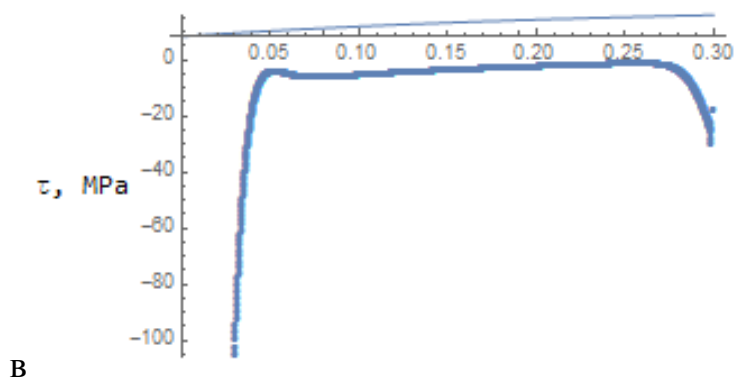
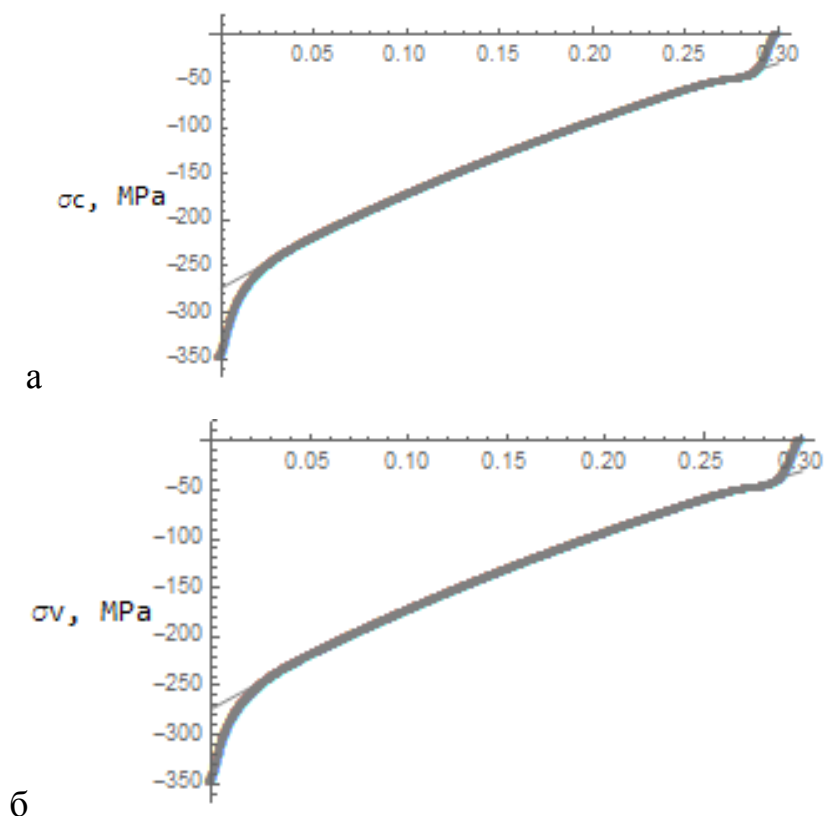


Рис. 2.25. Сопоставление результатов аналитического (тонкие сплошные линии) без учета обжатия и численного (точки) моделирования, а- продольные напряжения в сердечнике $\sigma_c(x)$ [МПа], б- продольные напряжения в ВУ $\sigma_v(x)$ [МПа], в- касательные напряжения на контакте $\tau(x)$ [МПа], г- распределение напряжений и КЭМ из COMSOL Multiphysics. Давление задано только на торце и на боковой поверхности.



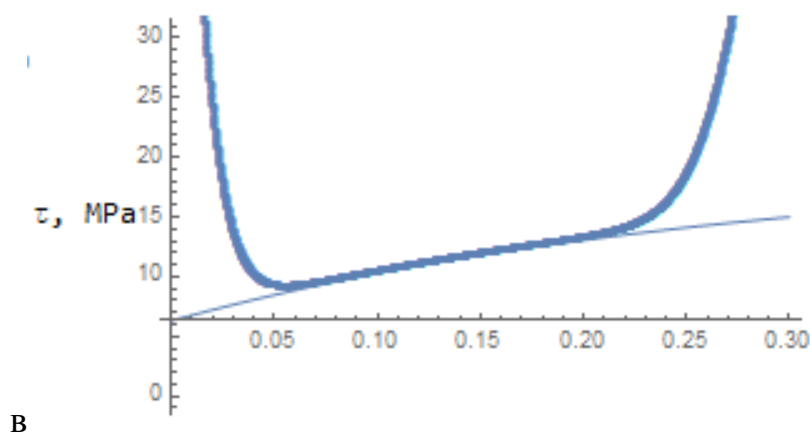


Рис. 2.26. Сопоставление результатов аналитического (тонкие сплошные линии) с учетом обжатия и численного (точки) моделирования, а- продольные напряжения в сердечнике $\sigma_c(x)$ [МПа], б- продольные напряжения в ВУ $\sigma_v(x)$ [МПа], в- касательные напряжения на контакте $\tau(x)$ [МПа], г- распределение напряжений и КЭМ из COMSOL Multiphysics. Давление задано только на торце и на боковой поверхности.

Варьирование угла конусности

Исследуем применимость метода с учетом изменения конусности. Для этого рассмотрим влияние угла наклона образующей усеченного конуса. Рассматривался усеченный конус с меньшим радиусом 20 мм и варьируемым большим радиусом со ставленным в него стержнем радиусом 10 мм. Длина изделия составляла порядка 300 мм. Материал для стержня выбирался из стали, а усеченного конуса из КМ, согласно таблицы 2.1. Угол варьировался с 2.5° до 30° градусов. Каждый вариант сопоставлялся с численным, рисунок 2.27.

Как видно из рисунка 2.27 при увеличении большего радиуса на нормальные и, следовательно, касательные напряжения все больше сказывается краевой эффект. Так при угле наклона в 30° мы имеем картину полного несовпадения численного и аналитического решения. Чтобы удостовериться в этом выводе отодвинем краевой эффект путем добавления к

большему диаметру цилиндрический фрагмент длиной 300 мм в численном решении, рисунок 2.28.

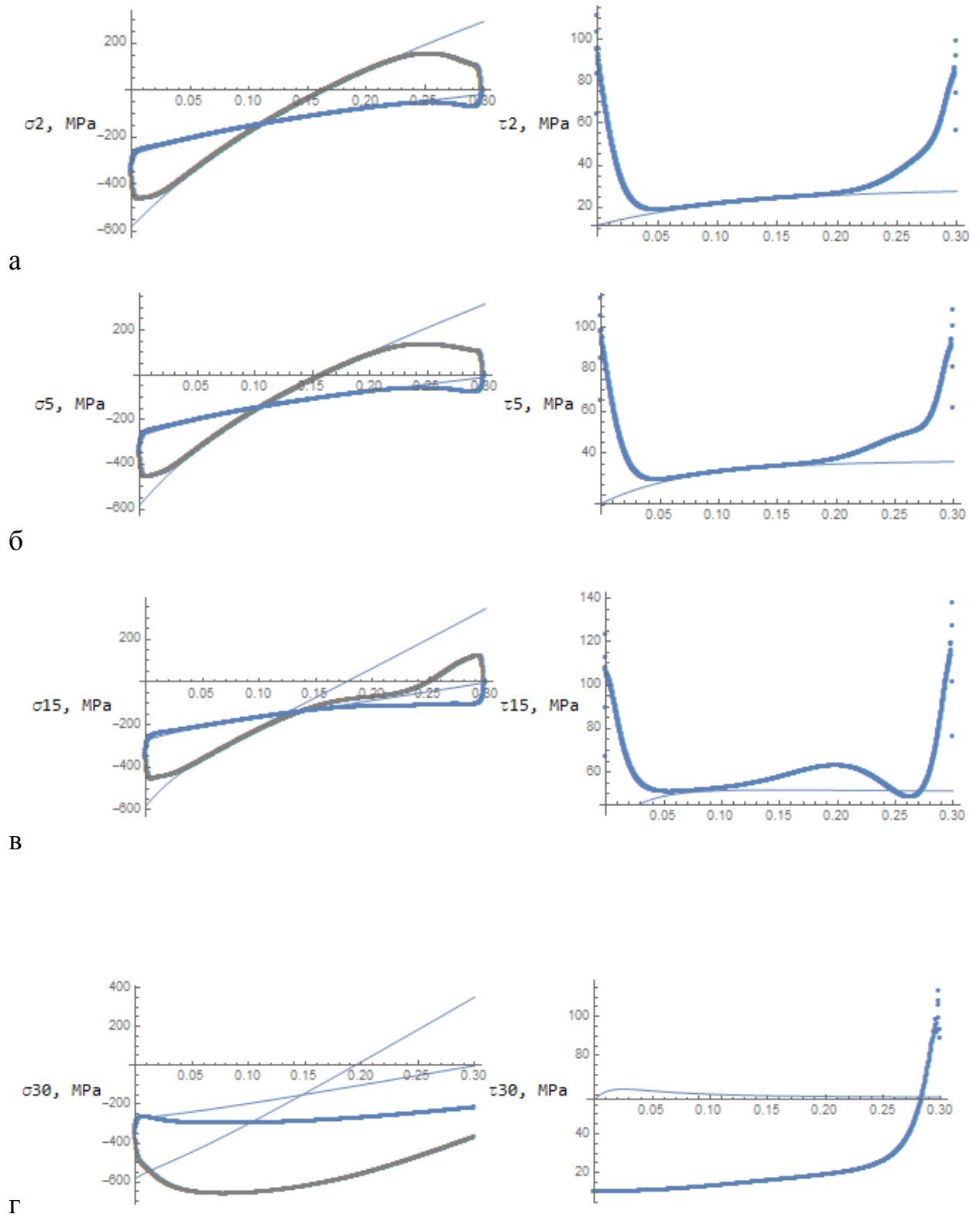


Рисунок 2.27. Результаты нормальных и касательных напряжений, полученные аналитическим и численным методом в зависимости от угла

наклона усечённого конуса. (а - угол наклона $2,5^{\circ}$, б - угол наклона 5° , в - угол наклона 15° , г - угол наклона 30°)

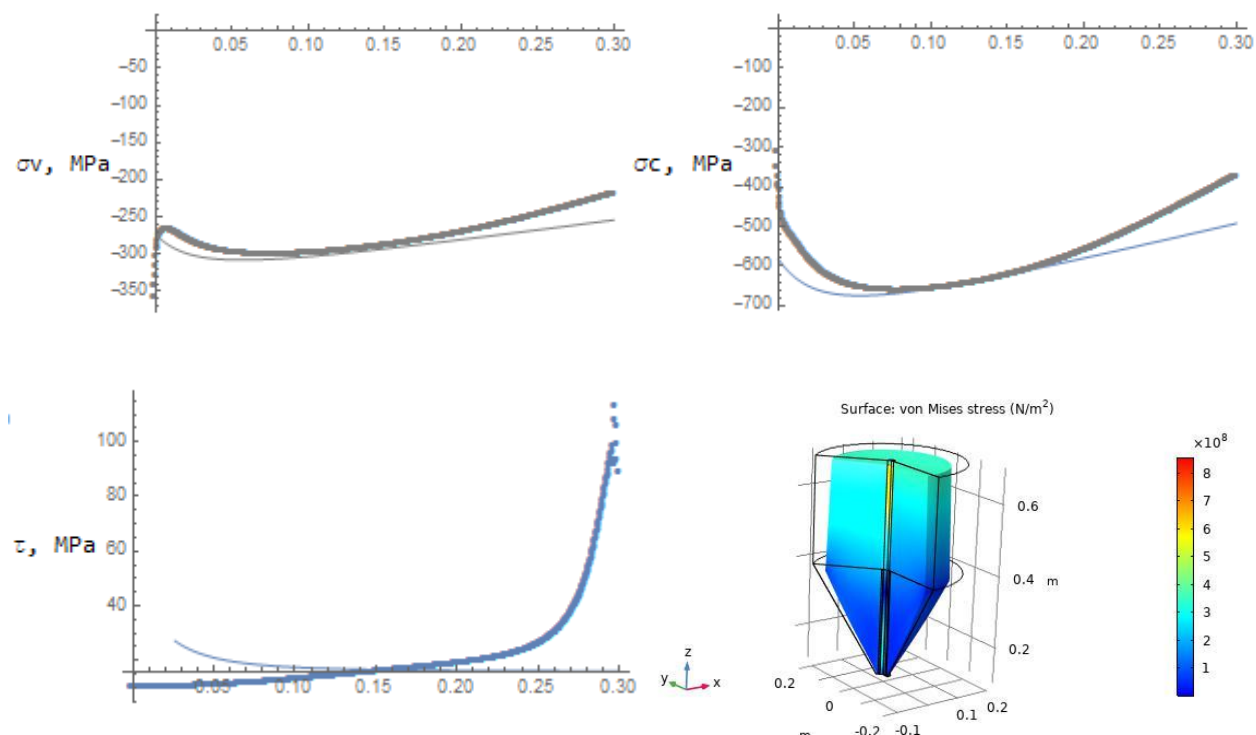


Рис. 2.28. Сопоставление результатов аналитического (сплошные линии) и численного (точки) моделирования, а-продольные напряжения в сердечнике $\sigma_c(x)$ [МПа], б-продольные напряжения в усечённом конусе $\sigma_v(x)$ [МПа], в- касательные напряжения на контакте $\tau(x)$ [МПа], г-распределение напряжений и КЭМ из COMSOL Multiphysics.

Адаптирование полученного решения для протяженной конструкции из нескольких отсеков

Полученная методика для усеченного конуса адаптируется для составной конструкции сложной формы. Полученные решения расширяются до составной конструкции с изменяющей геометрией и учета продольного нагружения от предыдущего отсека, а также от торцевого внешнего давления. Что бы исключить краевой эффект рассматриваемую конструкцию удлиняют: $L_3=420\text{мм}$, $L_4=430\text{мм}$, $L_5=L_6=L_7=200\text{мм}$ (рис. 2.3). Полученный результат с

сопоставленным аналитическим (сплошные линии) и численным (точки) результатом моделирования представлен на рисунке 2.29.

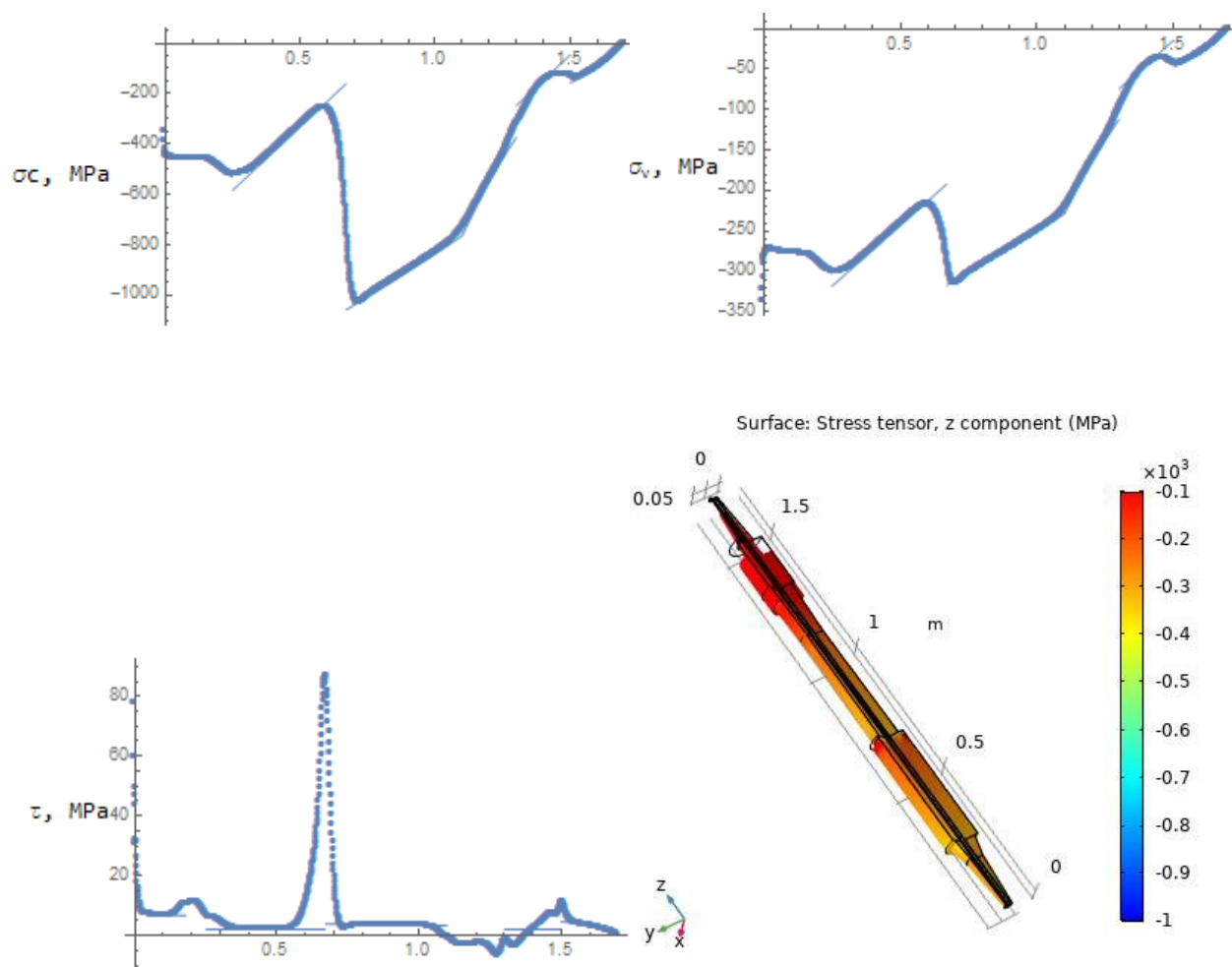


Рис. 2.29. Сопоставление результатов аналитического (сплошные линии) и численного (точки) моделирования, а-продольные напряжения в сердечнике $\sigma_c(x)$ [МПа], б-продольные напряжения в ВУ $\sigma_v(x)$ [МПа], в- касательные напряжения на контакте $\tau(x)$ [МПа], г-распределение напряжений и КЭМ из COMSOL Multiphysics.

В рассматриваемой же конструкции, с геометрией из главы 2 рис. 2.3, результаты представлены на рисунке 2.30.

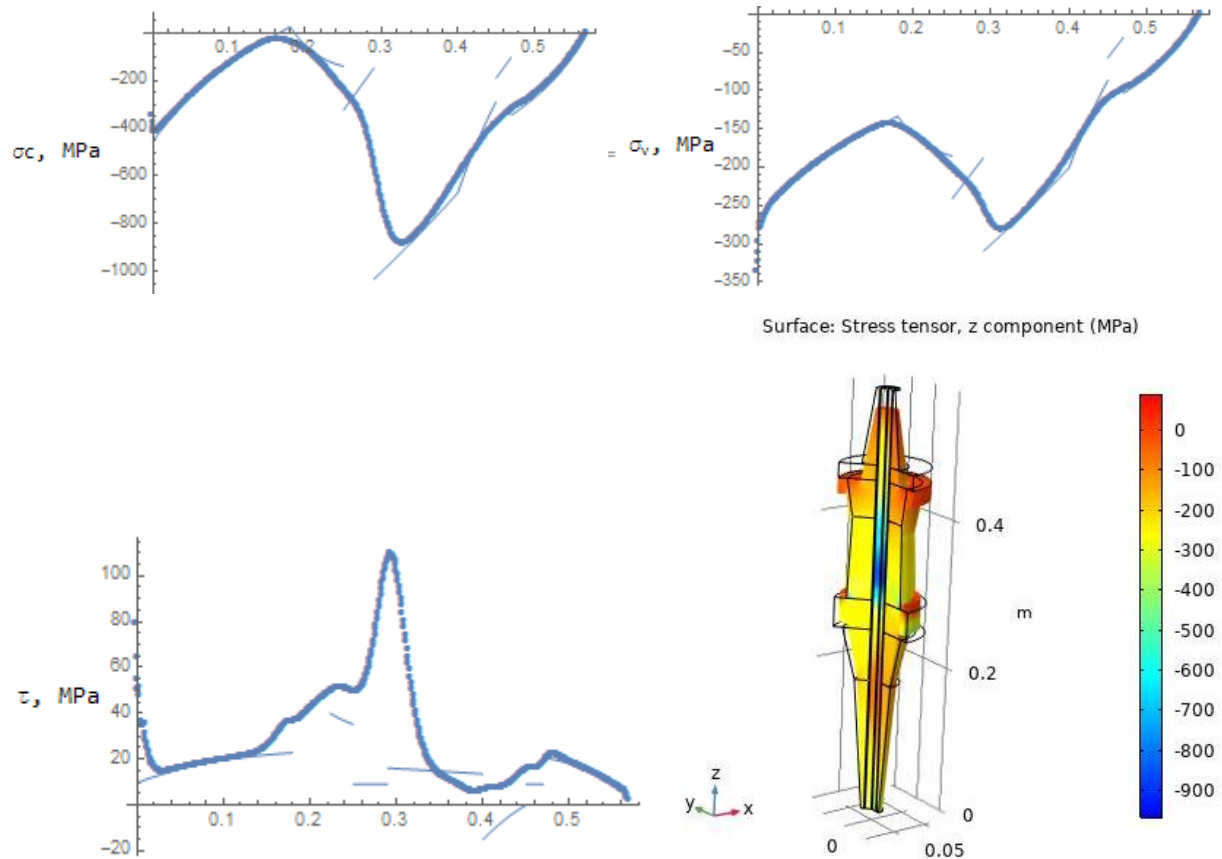


Рис. 2.30. Сопоставление результатов аналитического (сплошные линии) и численного (точки) моделирования, а-продольные напряжения в сердечнике $\sigma_c(x)$ [МПа], б - продольные напряжения в ВУ $\sigma_v(x)$ [МПа], в - касательные напряжения на контакте $\tau(x)$ [МПа], г - распределение напряжений и КЭМ из COMSOL Multiphysics.

2.4. Сопоставление результатов полученных с использованием разработанных аналитических методов

Сравним полученные методы между собой. Результаты сравнения представлены для касательных напряжений представлены на рисунке 2.31, для нормальных напряжений в стержне 2.32 и для нормальных напряжений в оболочке на рисунке 2.33.

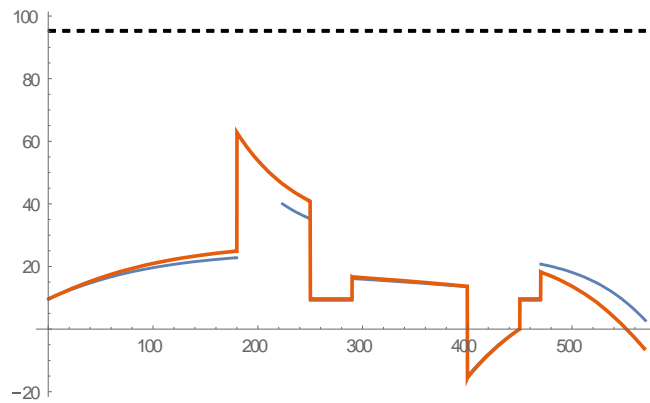


Рис. 2.31. Сопоставление результатов касательных напряжений на контакте $\tau(z)$ [МПа] (красная линия-метод расчета 2.1, синяя линия-метод расчета 2.2)

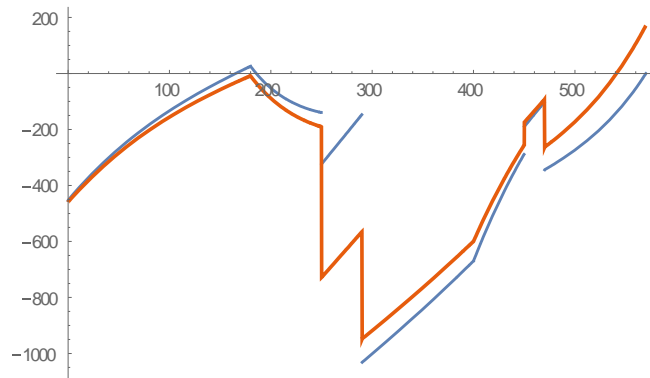


Рис. 2.32. Сопоставление результатов нормальных напряжений в сердечнике $\sigma_c(z)$ [МПа] (красная линия-метод расчета 2.1, синяя линия-метод расчета 2.2)

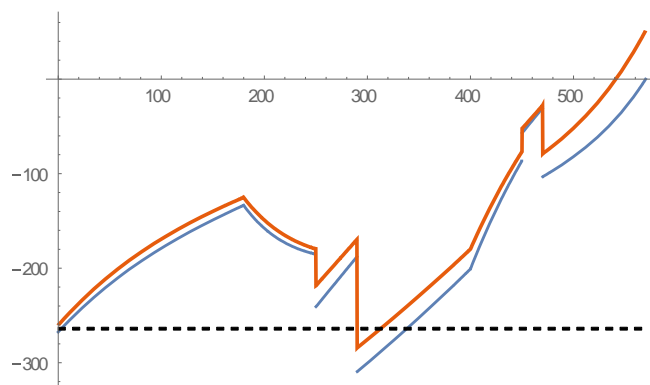


Рис. 2.33. Сопоставление результатов касательных напряжений в

ВУ $\sigma_v(x)$ [МПа] (красная линия-метод расчета 2.1, синяя линия-метод расчета 2.2)

Выводы

Предложено два метода расчета толстостенной осесимметричной конструкции, состоящей из внутреннего армирующего сердечника и внешнего ведущего устройства из КМ. Первый подход, глава 2.1 является новым – он является модификацией известной ранее методики расчета, применявшейся для проектирования только заднего скоса изделия, но не для конструкции целиком. Во втором предложенном аналитическом подходе, глава 2.2, учитывается обжатие композитного ВУ в рамках постановки обобщённой плоской деформации и так же для подобной конструкции разработан впервые.

Рассмотренные варианты хорошо согласуются с результатами расчетов по предложенным методам с уточненным конечно-элементным моделированием в отношении нормальных напряжений.

Результаты сравнения предложенных методов показали, что второй метод, с учетом обжатия, дают более точные результаты в сравнении с первым предложенным методом расчета на 15-20%.

Задачей на будущее является учет влияния изменяемости поперечного сечения в уравнениях равновесия для продольного усилия (в рамках второй методики расчета), а также учет концентрации касательных напряжений на границах сопряжения двух отсеков с различной конусностью или с резким изменением радиуса поперечного сечения.

3. Физико-механические свойства композиционных материалов.

В процессе нагружения, у материала, подвергаемого высокоскоростному деформированию, могут изменяться его механические свойства, по сравнению со свойствами, найденными в результате статических испытаний. Для проведения расчетов рассматриваемых конструкций необходимо оценить влияние скорости деформаций на свойства применяемых материалов. Поэтому, в рамках работы над диссертацией, были исследованы высокоскоростные свойства углепластика, из которого может быть изготовлено ведущее устройство изделия.

Порядок реализующихся скоростей деформаций в рассматриваемых задачах можно оценить из простых соотношений: за время 0,001 - 0,005 сек в изделии могут развиваться деформации близкие к предельным, то есть не более 1-2% для стандартного материала типа эпоксиглепластика. Таким образом, скорость деформаций составляет порядка 20 с^{-1} .

Помимо влияния высокоскоростного нагружения исследуется волнистая укладка. Здесь необходимо отметить, что непрямолинейная укладка армирующих волокон в полимерных композиционных материалах может быть, как следствием технологических дефектов, так и целенаправленным конструктивным решением, направленным на оптимизацию локальных характеристик материала. Искривления волокон могут возникать, как технологические дефекты, в случае погрешностей выкладки, неравномерной пропитки и неправильных режимов полимеризации, неравномерной усадки и т.п. [80]. В случае наличия вырезов, отверстий или при необходимости повышения продольных и трансверсальных характеристик композита, целенаправленное создание изгибов и криволинейная выкладка волокон («обтекающая» концентраторы) являются необходимым решением для повышения несущей способности композиционного материала [45, 46, 81, 82].

Одной из наиболее чувствительных характеристик к искривлению волокон является предел прочности при сжатии в направлении вдоль их выкладки [12]. Наличие изгибов приводит к значительному снижению критической нагрузки, приводящей к потере устойчивости волокон внутри матрицы (*micro-buckling*) при сжатии [14]. Эффекты потери устойчивости волокнами даже в случае идеальной прямолинейной укладки приводит к снижению прочности при сжатии, по отношению к пределу прочности при растяжении волокнистого композита более чем в 1.5 раза [16]. Наличие изгибов волокон может снижать эту характеристике еще значительно.

К настоящему времени проведено большое количество исследований по влиянию искривления волокон на прочность композиционных материалов. Получен большой объем экспериментальных данных [16,47]. Предложены аналитические и численные модели, позволяющие учитывать эффекты криволинейной укладки [50-52]. Некоторые прикладные модели, в том числе, используются в стандартных программных комплексах конечно-элементного моделирования. Однако, известные исследования выполнялись, преимущественно, для случая квазистатического нагружения материалов. Эффекты влияния скорости деформаций на прочность композитов с искривленными волокнами исследованы значительно в меньшей степени, хотя также рассматривались [53].

В настоящей главе диссертации рассмотрена проблема определения прочности углепластика с прямыми и искривленными волокнами в условиях высокоскоростного нагружения. Исследуется прочность при сжатии, так как, во-первых, эта характеристика, как было отмечено, наиболее чувствительна к искривлению волокон, во-вторых, потому что именно она определяет несущую способность некоторых типов композитных конструкций (колонн, опор, защитных оболочек и т.д.), и, в-третьих, локальная прочность при сжатии материала наиболее просто поддается определению в условиях стандартных высокоскоростных испытаний на образцах.

Для определения значений механических характеристик в условиях высокоскоростного сжатия используется метод разрезного стержня Гопкинсона, усовершенствованный позднее Кольским. Этот метод широко применяется для исследования высокоскоростных характеристик различных материалов и, в том числе, композитов [54, 57, 58]. Статические испытания проводились с использованием стандартных методик на основе отечественных и зарубежных стандартов [59-61].

Образцы композиционного материала были изготовлены на основе эпоксидной смолы ЭД-20 с армирующими волокнами марки Tovey T800. Объемное содержание волокон составило 60 %, диаметр волокон – 5 мкм. Рассматривались образцы трех типов: 1) квази-однородный слоистый композит с однонаправленной схемой армирования, 2) однонаправленный композит с волнообразной слоистой структурой и 3) чистая матрица. Для первых двух групп вырезался образец в 3-х направлениях: вдоль - тип 1 с маркировкой А, поперек - тип 2 с маркировкой В, и из плоскости укладки выкладки композита - тип 3 с маркировкой С.

Образцы имели цилиндрические формы с диаметром 15 мм для волнистой укладки и матрицы, и диаметром 10мм для прямолинейной укладки с высотой каждого образца равной 10 мм. Выбранная форма образцов, вообще говоря, не является стандартной для испытания композитов на сжатие, однако, она диктуется возможностями применяемой установки для высокоскоростных испытаний. Для получения таких образцов, на станке с ЧПУ была отфрезерована соответствующая оснастка, с регулярной волнообразной поверхностью. Образцы были изготовлены из однонаправленных препрегов методом прессования. Пример микроснимков поперечных сечений образцов с обычной и с волнообразной структурой представлен на рис. 3.1. Характерное искривление волокон, реализовавшееся у образцов с волнообразной структурой, составило порядка ~ 0.5 мм (амплитуда) с шагом ~ 10 мм («длина волны»). Из плиты с волнистой укладкой образцы вырезались по центру таким

образом, чтобы армирующие слои располагались симметрично относительно центра образца. Для каждого типа образца было изготовлено по 3 образца, рисунки 3.2 и 3.9. Все испытания проводились при нормальных условиях.

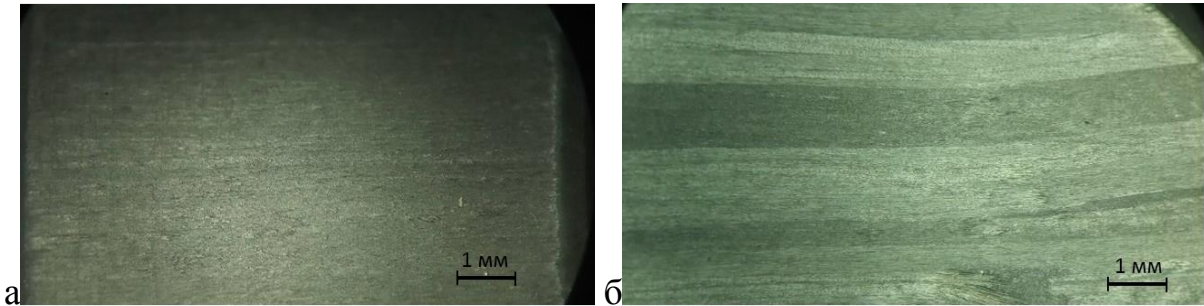


Рис. 3.1. Микроснимки поперечных сечений образцов с обычной (а) и волнистой (б) структурой

3.1. Экспериментальное исследование композиционных материалов в условии статического нагружения

Механические испытания проводились на универсальной электрической установке Instron 5969 (50kN) и Instron 5982 (100kN) (Великобритания) с программным обеспечением Bluehill 3. Испытания проводились на сжатие с использованием ГОСТ 4651, ASTM D695 и ISO 604 [59-61]. Скорость испытания составляла 1 мм/мин. Фотография образцов до испытаний представлена на рисунке 3.2.





Рис. 3.2 Образцы до испытаний

(а-образцы с прямой укладкой, б-образцы с волнистой укладкой)

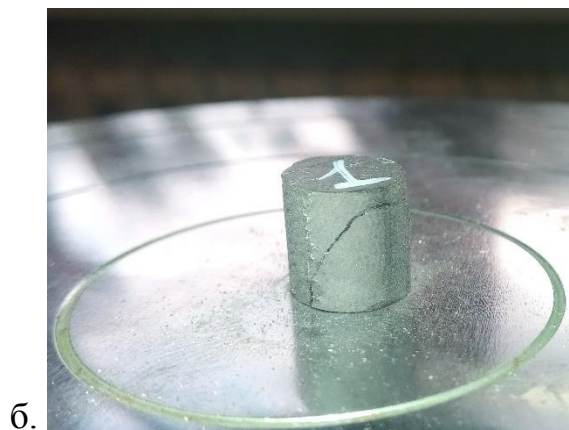
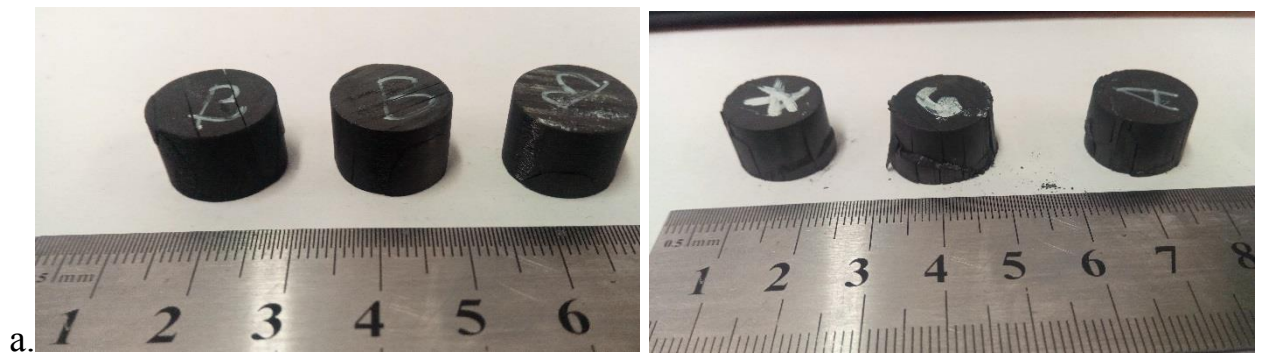


Рис. 3.3. Образцы после испытаний

(а-образцы с прямой укладкой, б-образцы с волнистой укладкой)

Фотографии образцов после испытаний представлены на рисунке 3.3. По результатам испытаний были получены характерные диаграммы нагрузка-перемещение и напряжения-деформации, рис. 3.4а для прямолинейной укладки, рис. 3.4б для волнистой укладки.

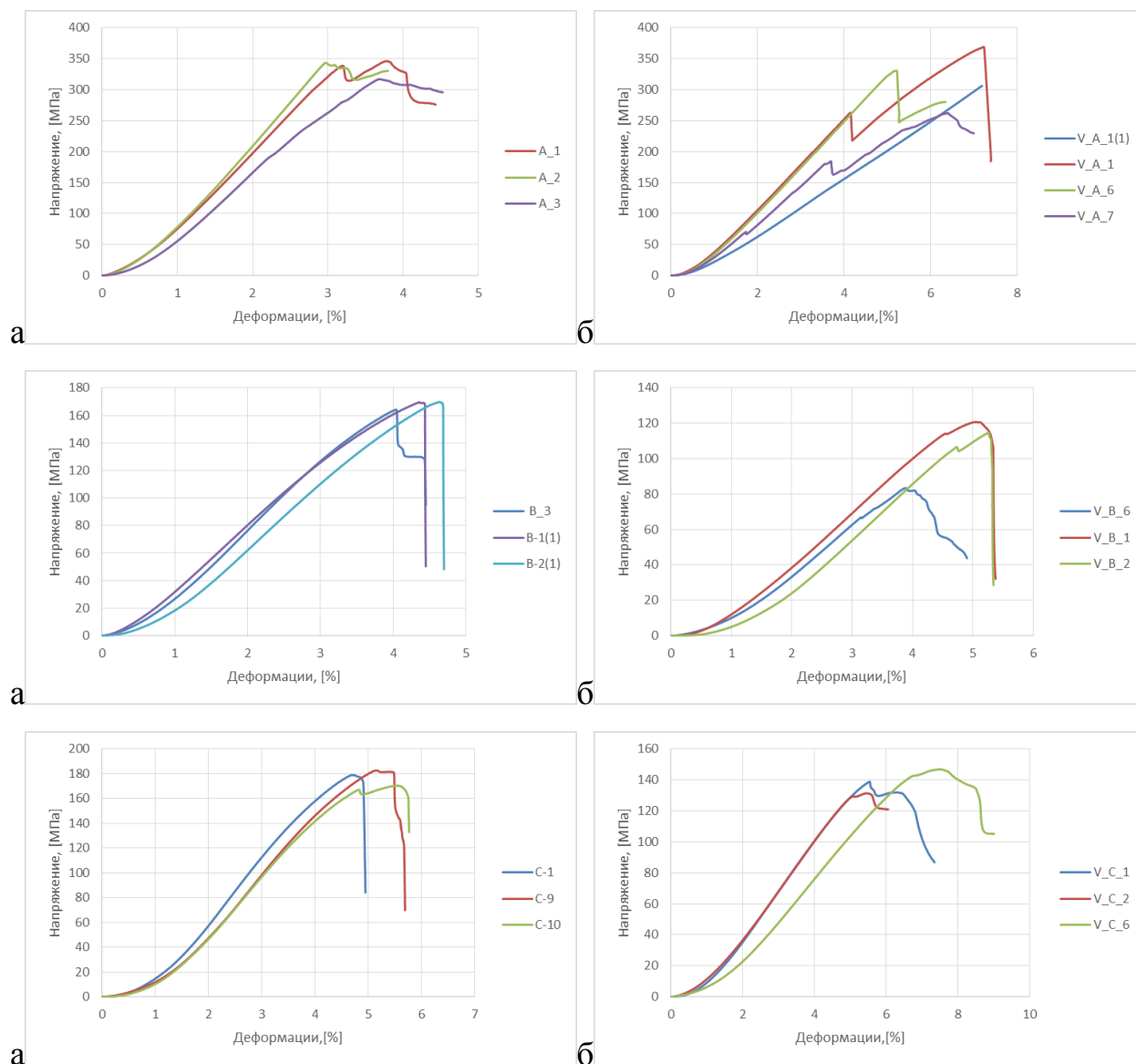


Рис. 3.4. Диаграммы напряжения-деформации, полученные при статическом испытании на сжатие образцов с прямой (а) и волнистой укладкой (б).

Для каждой партии была получена результирующая диаграмма, в результате осреднения экспериментальных данных для трех однотипных

образцов, рисунок 3.5. В процессе испытаний для каждого образца определялся максимум нагрузки, предел прочности и предельные деформации. Результаты статических испытаний представлены в таблице 3.1.

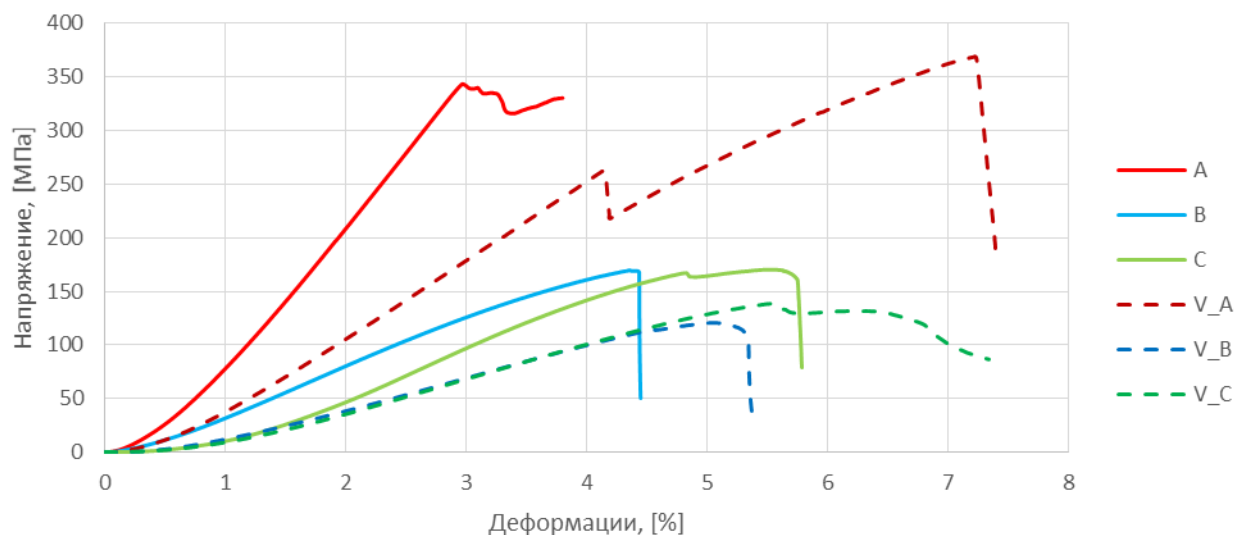


Рис. 3.5. Результирующая диаграмма напряжения-деформации, полученные при статическом испытании на сжатие образцов с прямой (сплошные линии) и волнистой укладкой (пунктирные линии).

Помимо прочего проводилось испытание матрицы. Испытания проводились на установке Instron 5969, с максимально возможной скоростью для данной установки равной 600 мм/мин. Образец до и после испытаний представлен на рисунке 3.6. График Напряжение-деформация представлен на рисунке 3.7.

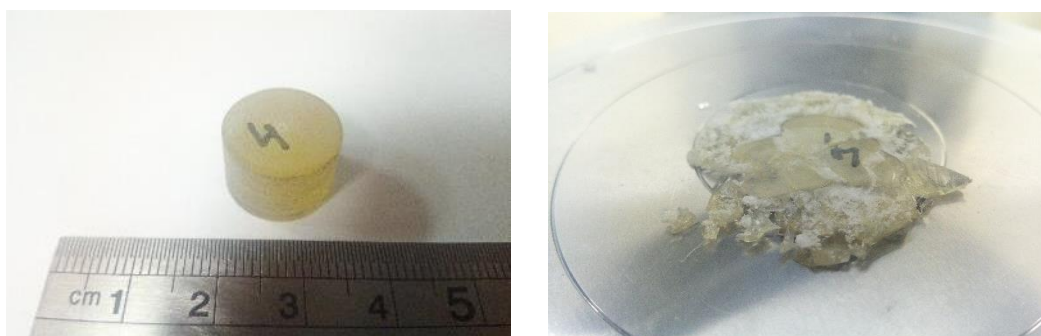


Рис. 3.6. Образец материала матрицы до и после статических испытаний.

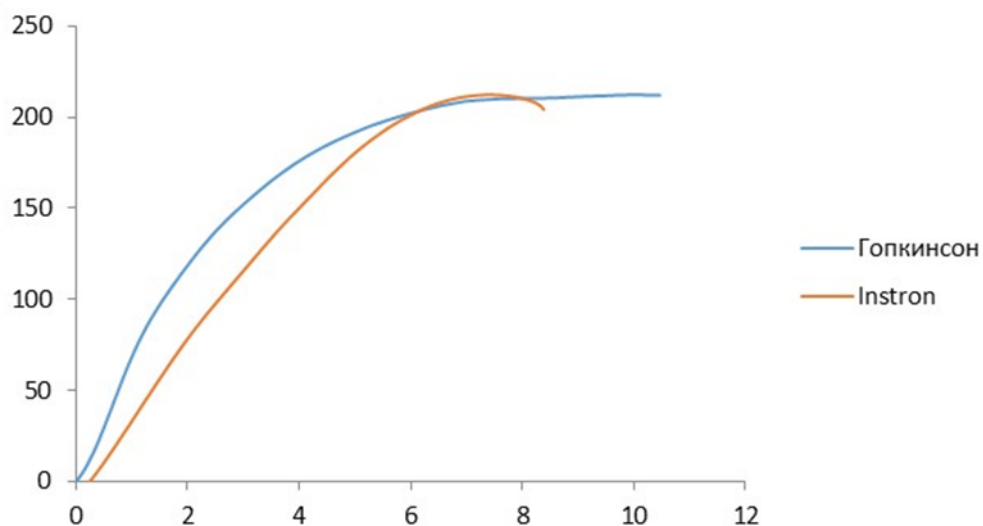


Рис. 3.7. Результирующая диаграмма напряжения-деформации, полученные при статическом и динамическом испытании на сжатие образцов из эпоксидной смолы ЭД 20.

Таблица 3.1. Результаты статических испытаний.

Матрица	Метка образца	Диаметр (мм)	Высота образца (мм)	Максимум Нагрузка (кН)	Статический предел прочности (МПа)	Деформации (%)	
Образцы с волнистой укладкой	1	V.A.1(1)	14,77	10,03	52,48	306	7,16
	2	V_A_1	14,88	10,05	64,2	263	7,2
	3	V_A_6	14,77	10,15	56,7	330,9	5,2
	4	V_A_7	14,86	10,04	45,48	262,2	6,4
	5	V.B.1	14,82	10,04	20,84	114,2	5,056
	6	V.B.2	14,81	9,98	19,74	114,62	5,274
	7	V_B_6	14,74	10,05	14,22	83,35	3,84
	8	V_C_1	14,66	9,97	23,44	138,89	5,53
	9	V_C_2	14,72	10,06	22,36	129,3	5,46
	10	V_C_6	14,74	10	25,06	142,8	7,15

Таблица 3.1. Результаты статических испытаний.

Матрица	Метка образца	Диаметр (мм)	Высота образца (мм)	Максимум Нагрузка (кН)	Статический предел прочности (МПа)	Деформации (%)	
Образцы с однонаправленной укладкой	11	A_0	9,94	9,72	19,18	247,12	4,302
	12	A_1	9,95	9,97	26,93	346	3,76
	13	A_2	9,96	10,12	26,78	343,66	2,98
	14	A-3	9,96	10,05	24,71	317,12	3,69
	15	B.1(1)	9,93	9,98	13,14	169,6	4,3558
	16	B.2(1)	9,84	10	12,92	169,9	4,638
	17	B_3	9,97	10,05	12,82	164,2	4,034
	18	B-2	10,17	9,99	10,37	127,66	3,4
	19	B-1	9,96	10,05	9,38	120,45	3,965
	20	C-1	9,96	10,04	13,94	178,97	4,7
	21	C-2	9,84	9,95	13,89	182,66	5,18
	22	C-3	10,05	9,95	13,51	170,35	5,49

3.2. Экспериментальное исследование композиционных материалов в условии высокоскоростного нагружения

Метод Кольского реализуется на экспериментальном стенде (рис. 3.8) состоящим из системы двух одинаковых длинных цилиндрических стержней, между которыми размещается образец, представляющий собой цилиндр. Принцип действия стержня Гопкинсона состоит в определении динамических напряжений, деформаций или перемещений на концах стержней, получаемые на середине используемых стержней. Импульс передается через ударника 1 в стержень 2, схожего по свойствам и геометрии, но меньшим по длине. В предположении, что длины волн в нагружающем импульсе много больше

диаметра используемых стержней, возмущение будет распространяться по стержням без дисперсии (с сохранением формы) со скоростью продольной волны.

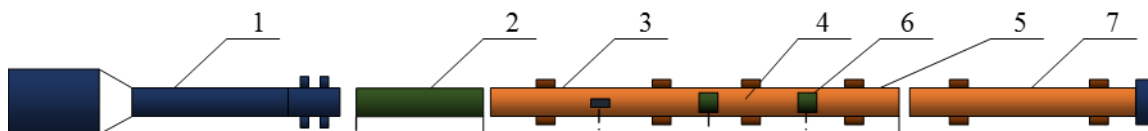


Рисунок 3.8. Схема метода Кольского

(1 – газовая пушка, 2 – ударник, 3 – передающий стержень, 4 – образец, 5 – опорный стержень, 6 – тензодатчики, 7 – демпфирующий стержень)

При достижении образца 4 падающая волна из-за различий площадей поперечных сечений и акустических жесткостей стержней и образца расщепляется: часть ее отражается обратно волной, а часть проходит волной через образец 4 во второй стержень 5. Образец при этом претерпевает упругопластическую деформацию, в то время как стержни деформируются упруго. Зависимости деформаций ударной отраженной и проходящей деформации стержней регистрируются тензодатчиками 3 и 6.

Для определения напряженно-деформированного состояния в образце и построения динамических диаграмм нагружения по показаниям тензодатчиков и принимаются следующие гипотезы метода Кольского [15,57 52 - 58]:

- стержни остаются линейно упругими, из всех компонент напряжений и деформаций ненулевыми считаются только продольные составляющие, распределение напряжений и деформаций в поперечных сечениях полагается однородным;

- при распространении волн в мерных стержнях отсутствует дисперсия;

- основная гипотеза метода: пренебрегая инерционными эффектами и трением, НДС в образце принимается однородным и одноосным.

Испытания проводились на сжатие на высокоскоростной системе "StrainMaster High-Speed 3D DIC" (LaVision) с визуализацией деформации методом коррекции цифровых изображений с регистрацией быстротекущих процессов деформации материалов по методу Кольского. Удар осуществлялся с использованием ударника диаметром 20 мм и длиной 300 мм из высокопрочной мартенситной стали. Испытание проводилось при скорости ударника равной 10-18 м/с. Скорость ударника выбиралась из результатов статических испытаний и опыта подобных высокоскоростных испытаний. [16, 47, 54-58] Скорость деформаций составляла $\sim 600 \text{ с}^{-1}$. Исследуемые образцы представлены на рисунке 3.10. Образец, установленный в испытательную машину представлен, на рисунке 3.11.

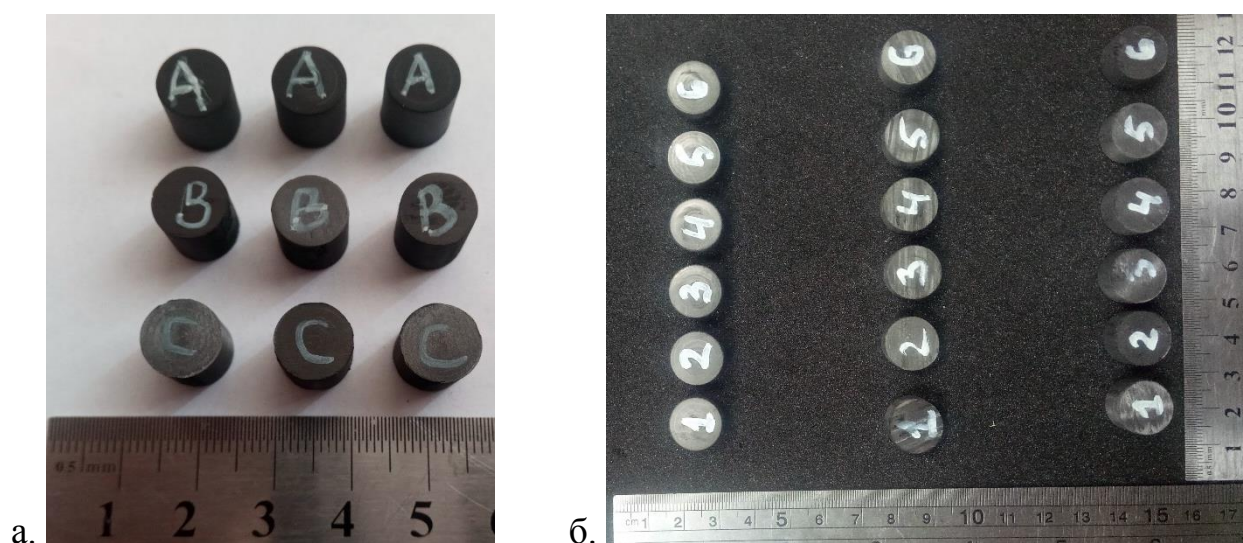


Рис. 3.10. Исследуемые образцы образцов с прямой (а) и волнистой укладкой (б).

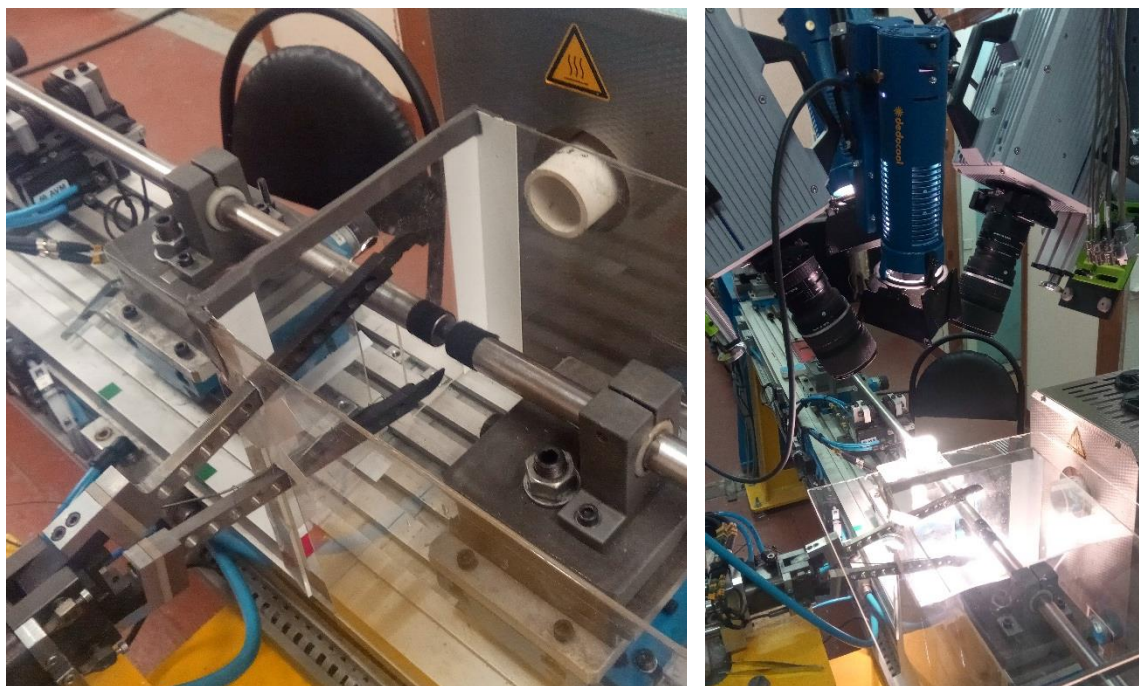


Рис. 3.11. Образец, установленный в испытательную машину.

В процессе испытаний проводилась высокоскоростная съемка. Система цифровой корреляции изображений, позволяющую визуализировать деформации на поверхности образца во время испытаний в масштабе реального времени (Digital Image Correlation System, DIC). Система DIC включало аппаратное и программное обеспечение для анализа полей деформаций на поверхности образца, а также анализа перемещений и скоростей посредством численной корреляции цифровых изображений. Аппаратное обеспечение включало стереоскопическую оптическую систему, состоящую из двух камер, установленных подвижно на кронштейне и обеспечивающих диапазон области измерений от 10 мм^2 до 10 м^2 . Образцы в момент разрушения представлены на рисунке 3.12 для прямолинейной укладки и на рисунке 3.13 для волнистой укладки.

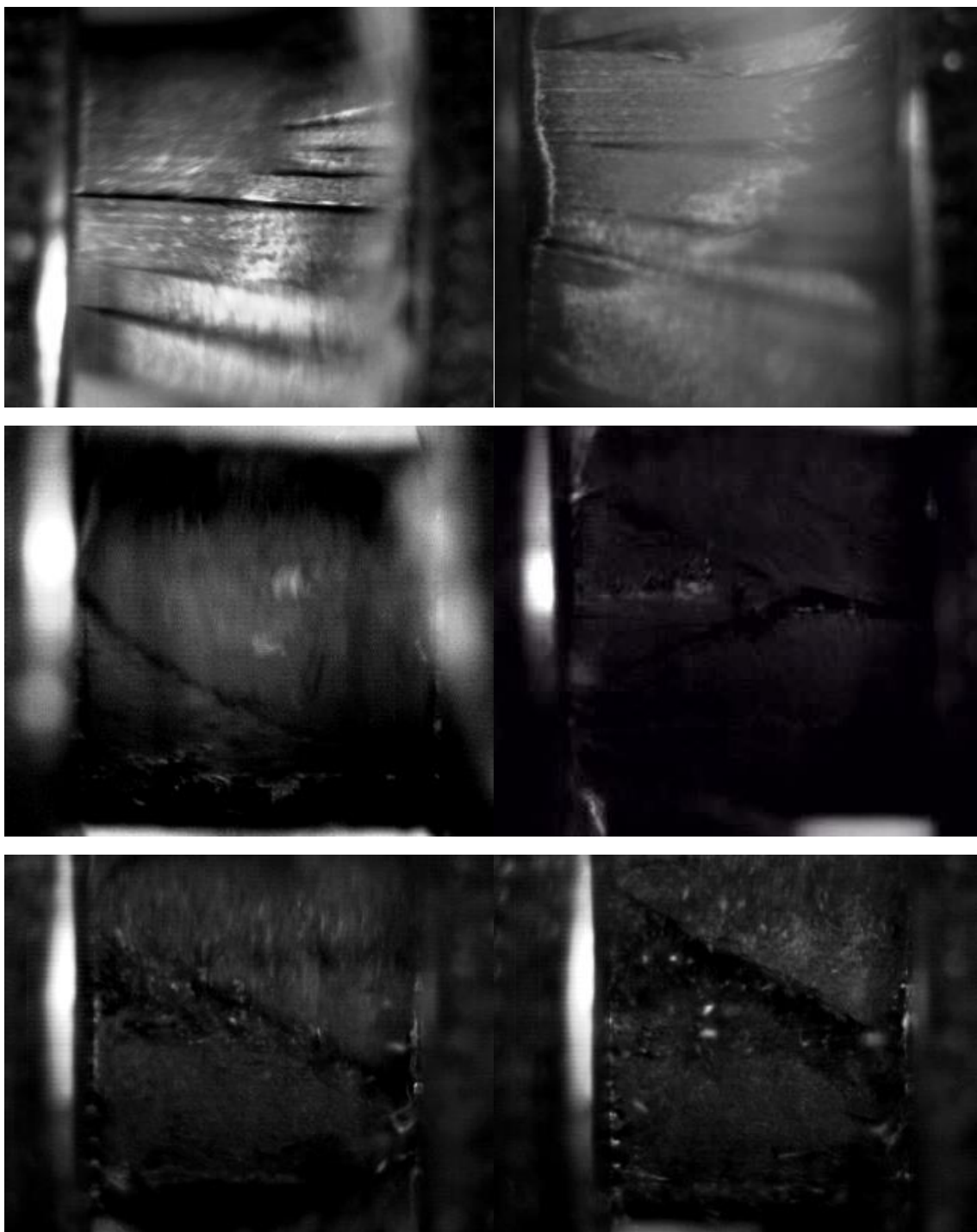


Рис. 3.12. Образцы с прямолинейной укладкой во время испытания

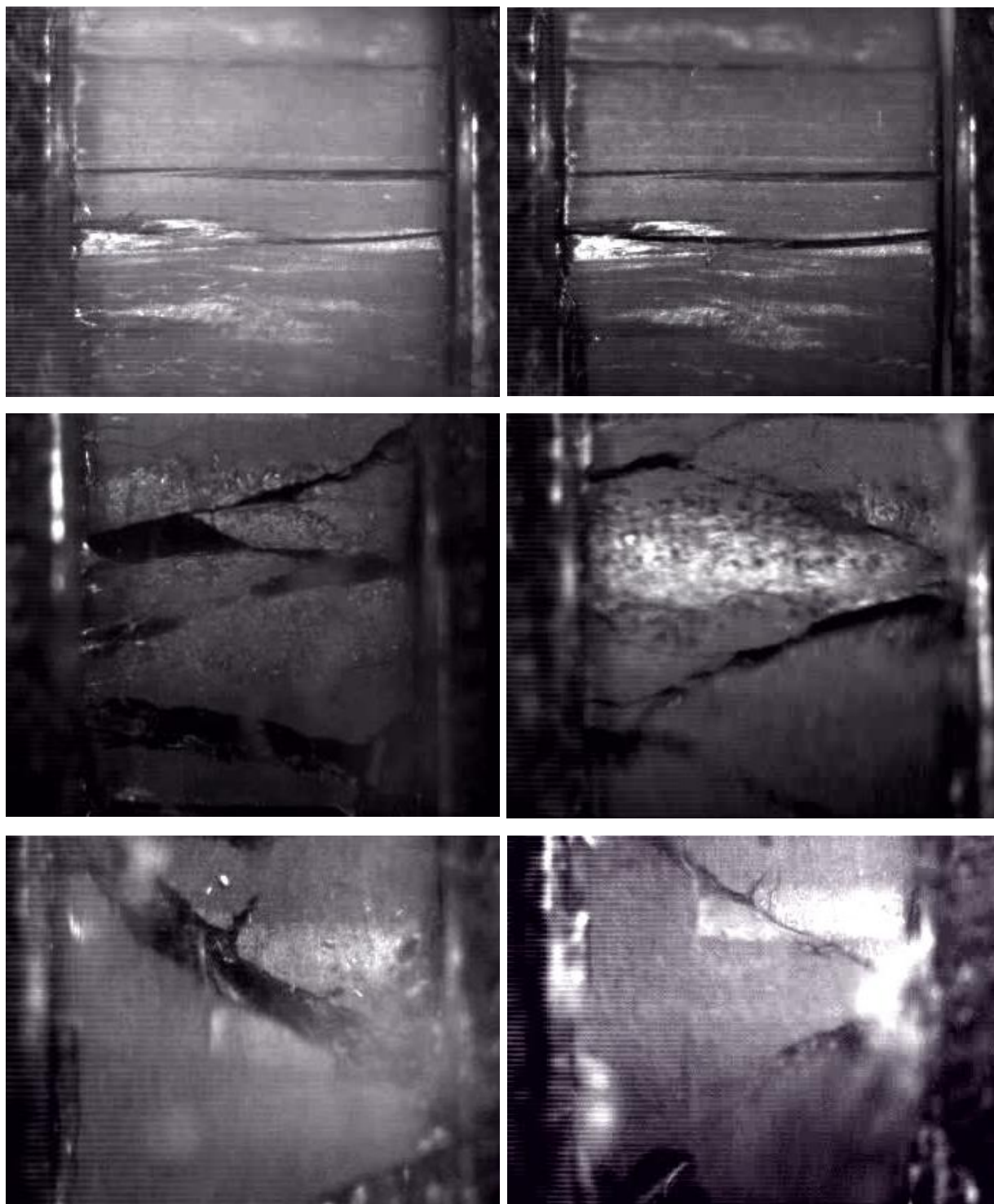


Рис. 3.13. Образцы с волнообразной укладкой во время испытания

Диаграммы падающих, отраженных и передаваемых импульсов в зависимости от скорости деформации, а также соответствующие им диаграммы напряжения-деформации даны на рисунке 3.14. Модули

упругости, определяемые в динамических испытаниях, можно считать недостоверными.

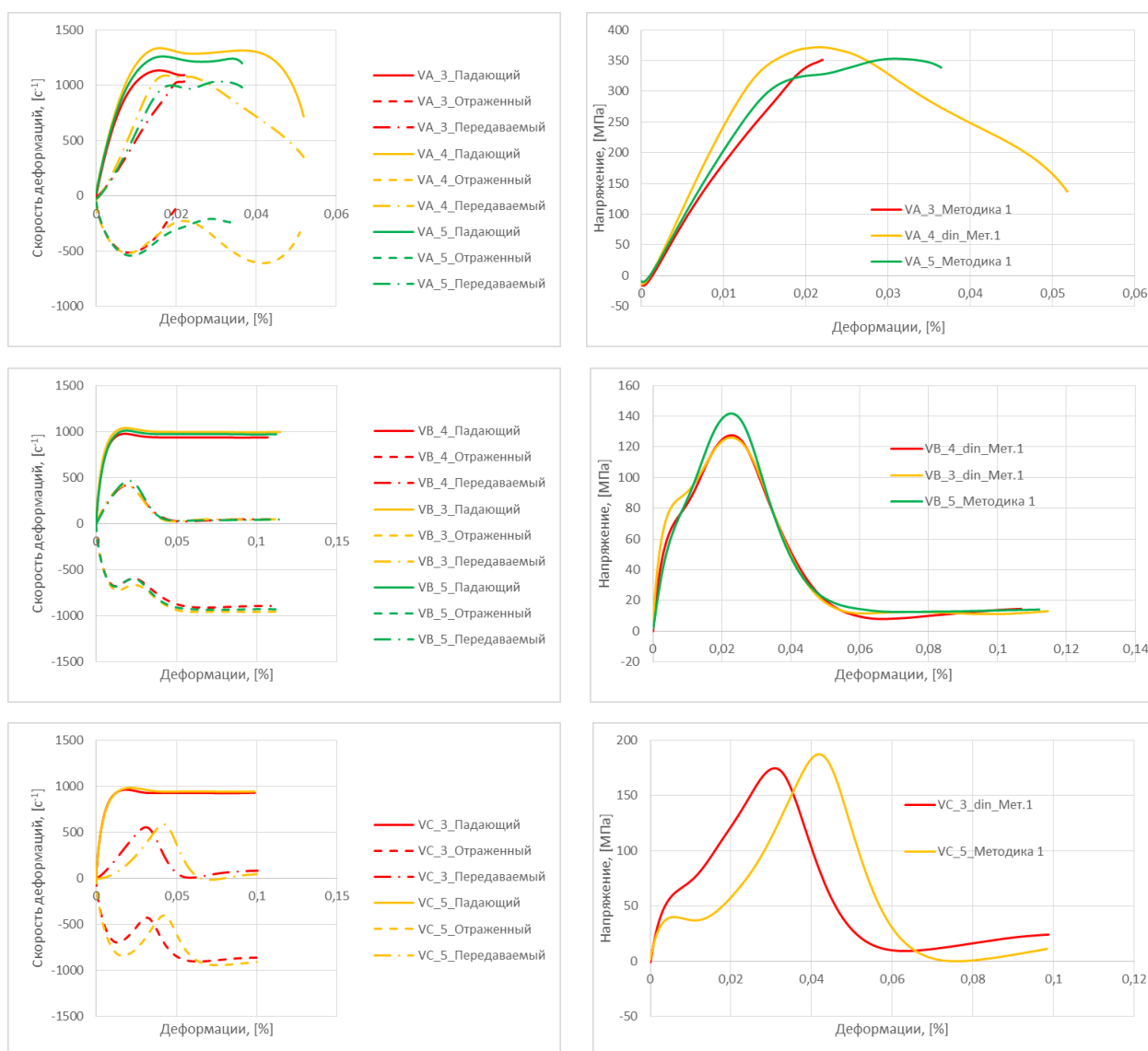


Рис. 3.14. Диаграммы импульсов в зависимости от скорости деформации и диаграммы напряжения-деформации, полученные при динамическом испытании на сжатие образцов с волнистой укладкой.

Для каждой партии была получена результирующая диаграмма, в результате осреднения экспериментальных данных для трех однотипных образцов, рисунок 3.15. В процессе испытаний для каждого образца определялся предел прочности и предельные деформации. Результаты

статических испытаний и соответствующие им условия испытания представлены в таблице 3.2.

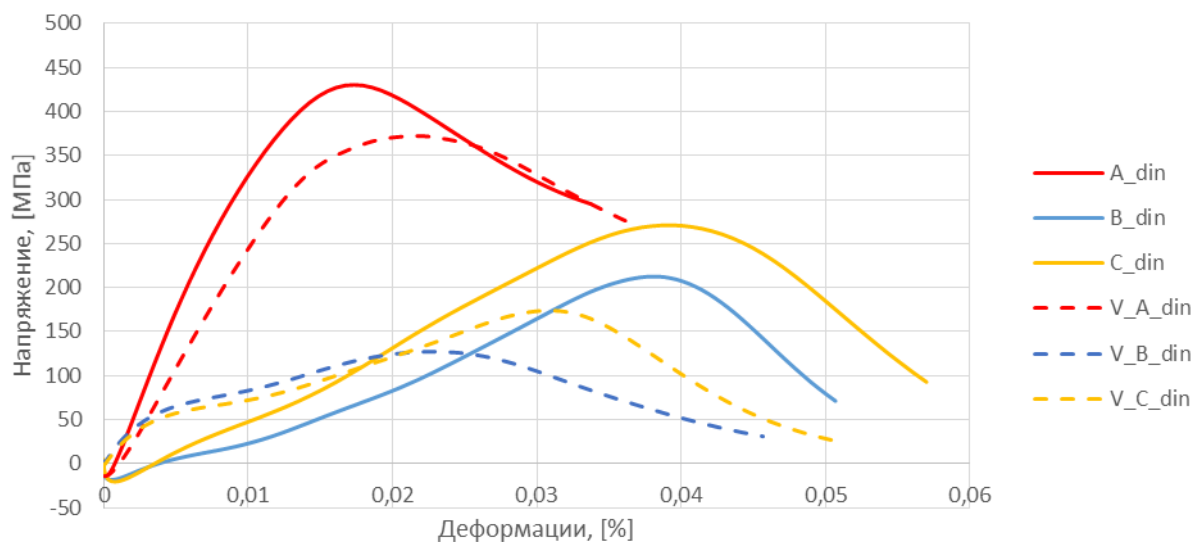


Рис. 3.15. Результирующая диаграмма напряжения-деформации, полученные при динамическом испытании на сжатие образцов с прямой (сплошные линии) и волнистой укладкой (пунктирные линии).

Таблица 3.2. Результаты динамических испытаний.

Матрица	Метка образца	Диаметр (мм)	Высота образца (мм)	Скорость деформации, (с ⁻¹)	Динамический предел прочности (МПа)	Деформации (%)	Скорость ударника (м/с)
Образцы с волнистой укладкой	V_A_3	14,77	10,03	500	351,58	0,022	15.22
	V_A_4	14,88	10,05	500	371,90	0,022	10.88
	V_A_5	14,77	10,15	550	353,21	0,031	10.40
	V_B_5	14,86	10,04	670	141,84	0,023	12.42
	V_B_4	14,82	10,04	670	127,65	0,023	17.84
	V_B_3	14,81	9,98	670	126,12	0,022	15.15
	V_C_5	14,74	10,05	800	187,28	0,042	0,042
	V_C_3	14,66	9,97	700	174,59	0,031	0,031

Таблица 3.2. Результаты динамических испытаний.

Матрица	Метка образца	Диаметр (мм)	Высота образца (мм)	Скорость деформации, (с ⁻¹)	Динамический предел прочности (МПа)	Деформации (%)	Скорость ударника (м/с)
Образцы с однонаправленной укладкой	A_1	9,94	9,72	1000	379,79	0,027	15.22
	A_2	9,95	9,97	600	430,42	0,017	10.88
	A_3	9,96	10,12	600	462,01	0,018	10.40
	B_1(1)	9,96	10,05	200	89,24	0,024	5.3
	B_1(2)	9,93	9,98	600	212,66	0,038	12.42
	B_2	9,84	10	600	212,68	0,038	17.84
	B_3	9,97	10,05	600	210,10	0,049	15.15
	C_1	10,17	9,99	750	309,00	0,036	13,49
	C_2	9,96	10,05	800	270,89	0,039	18.21
	C_3	9,96	10,04	750	280,58	0,039	15.9

3.3. Анализ результатов экспериментальных исследований.

Сравнение статических и высокоскоростных испытаний

Из результатов статических и высокоскоростных испытаний видно, что для всех образцов, каждого из направления, предел прочности при высокоскоростном нагружении выше, чем предел прочности при статическом нагружении.

Таблица 3.3. Сравнение статических и высокоскоростных испытаний

Партия	Предел прочности в статических испытаниях, [МПа] (Коэф. Вариаци.,%)	Предельный деформации статические [%] (Коэф. Вариации, %)	Предел прочности в динамических испытаниях, [МПа] (Коэф. Вариаци., %)	Предельный деформации статические [%] (Коэф. Вариации, %)
1	332,93 (4,20%)	3,3 (10,9%)	424,07 (9,78%)	2,07 (4,04%)
2	166,10 (1,98%)	4,2 (8,25%)	211,81 (0,70%)	4,17 (15,24%)
3	177,33 (3,56%)	5 (7,87%)	286,82 (6,91%)	3,80 (4,56%)
1 (волнистый)	318,45 (5,53%)	6 (14,63%)	358,90 (3,15%)	2,50 (5,41%)
2 (волнистый)	110,43 (4,83%)	5 (2,98%)	131,87 (6,57%)	2,27 (2,55%)
3 (волнистый)	140,85 (1,96%)	5 (0,90%)	180,94 (4,96%)	3,65 (21,31%)

Сравнение однонаправленной укладки с волнистой

Из статических испытаний видно, что предел прочности в однонаправленной укладке выше, чем в волнистой укладке, а предельные деформации в однонаправленной укладке выше, чем в волнистой укладке. При высокоскоростных испытаниях предел прочности, как и у статических, в однонаправленной укладке выше, чем в волнистой укладке, однако если при статических испытаниях эта разница была не столь значительна (в направлении А-5%, в направлении В-32%, в направлении С-23%), то при высокоскоростном испытании разница существенно возросла в сравнении со статическими испытаниями (в направлении А-15%, в направлении В-38%, в направлении С-37%). Предельные деформации при высокоскоростном испытании в направлении А, как и у статических (в направлении А-49%, В и С-16%), для однонаправленной укладки ниже чем у волнистой укладки на

25%. А для однонаправленной укладки выше чем у волнистой укладки в направлении В (45%) и С (5,2%)

Из статических испытаний видно предел прочности в направлении А для однонаправленной укладки (335 МПа) выше чем для волнистой (318 МПа), в направлении В для однонаправленной укладки (168 МПа) выше чем для волнистой (114 МПа), в направлении С для однонаправленной укладки (177 МПа) выше чем для волнистой (137 МПа).

Из статических испытаний видно, что предельные деформации в направлении А для однонаправленной укладки (3,47 %) ниже чем для волнистой (6,78 %), в направлении В для однонаправленной укладки (4,34 %) ниже чем для волнистой (5,16 %), в направлении С для однонаправленной укладки (5,12%) ниже чем для волнистой (6,04 %).

Из динамических испытаний было получено, что предел прочности в направлении А для однонаправленной укладки (424 МПа) выше чем для волнистой (359 МПа), в направлении В для однонаправленной укладки (212 МПа) выше чем для волнистой (132 МПа), в направлении С для однонаправленной укладки (287 МПа) выше чем для волнистой (181 МПа).

Из динамических испытаний видно, что предельные деформации в направлении А для однонаправленной укладки (2 %) ниже чем для волнистой (2,5 %), в направлении В для однонаправленной укладки (4,2 %) выше чем для волнистой (2,3 %), в направлении С для однонаправленной укладки (3,8 %) выше чем для волнистой (3,6 %).

По результатам испытаний установлено, что свойства материала матрицы незначительно изменяются при действии высокоскоростного нагружения. При этом определяемые значения модуля упругости при высокоскоростных испытаниях не являются корректными.

Выводы

Проведены статические и высокоскоростные испытания однонаправленных образцов углепластика с прямолинейной и волнистой структурой. Исследовано влияние структуры и высокоскоростного нагружения на предел прочности и предельные деформации материала. По-видимому, впервые проведено детальное исследование влияния искривления волокон на свойства углепластика в условиях высокоскоростного деформирования. В результате статических испытаний получено, что предел прочности в однонаправленной укладке выше, чем в волнистой укладке. Аналогичный результат получен и при динамических испытаниях, в которых, однако, прочность при искривлении волокон снижается не столь значительно. Установлен эффект повышения предельных деформаций образцов с искривленными волокнами, что отмечалось ранее для случая испытаний на растяжение. [45,46]

Из полученных результатов испытаний можно сделать вывод, что в расчетах допустимо использование статических свойства материалов, так как изменение (а именно, повышение) характеристик даже при очень больших скоростях (500 с^{-1} против реализующихся в изделии $1 \dots 20 \text{ с}^{-1}$) оказывается незначительным, а значит использование статических свойств материалов в расчетах обеспечивают дополнительный запас прочности.

4. Конечно элементное моделирование напряженно-деформированного состояния исследуемых конструкций в условии динамического нагружения.

Численное моделирование является наиболее широко используемым подходом к оценке прочности рассматриваемых изделий. Несмотря на важность построения аналитических решений, которые могут быть использованы в процессе проектирования конструкции, численное моделирование остается наиболее мощным и надежным инструментом (за исключением экспериментальных испытаний) при разработке рассматриваемых изделий, содержащих большое количество зон с концентрацией напряжений, неоднородную структуру и работающих в сложных условиях нагружения. [83-98]

Исходя из конструктивных и технологических особенностей, рассматриваемые конструкции состоят из сегментов. Обычно количество этих сегментов равно 3-4, которые объединены гибкой резиновой оболочкой, не дающей конструкции распасться в процессе полета. Сами сегменты могут быть набраны из более мелких подсегментов, которые объединяются склейкой.

В данной главе диссертации проводится численный расчет рассматриваемой конструкции с различными типами материалов с использованием программного комплекса Ansys Workbench. В связи с указанной особенностью рассматриваемой конструкции, в работе исследуется сектор с углом равным 120° изготавливаемый из композиционных материалов с различными схемами армирования. В окружном направлении задаются условия симметрия. В качестве материалов, рассматривались трехмерно-армированные и слоистые композиты, результатам расчетов с которыми посвящены следующие два подраздела диссертации.

Вначале проводился обычный динамический расчет с различными вариантами укладки, а затем проводятся уточненный расчет с учетом эффектов прогрессирующего разрушения. Расчеты проводились с учетом изменения давления с течением времени. В работе принимается что процесс нагружения действует в течении 5 мс. Достижимая скорость полета при этом составляет порядка 1.5 км/с. Характер изменения давления представлен на рис. 4.1.

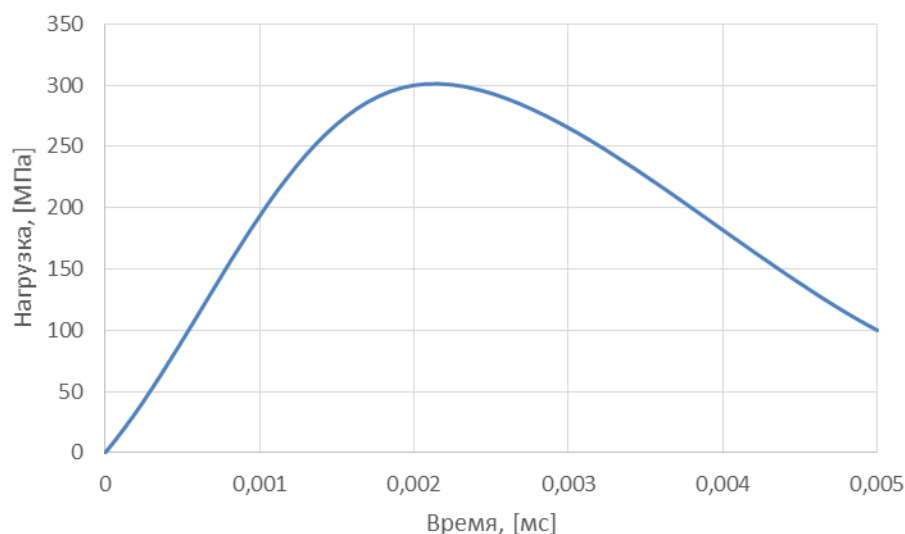


Рис. 4.1. Характер изменения давления со временем.

4.1. Исследование влияния схемы армирования конструкции, выполняемой из трехмерно-армированного композита

Динамический расчет сектора из трехмерно-армированного композита проводится в ПО Ansys с использованием модуля transient structural. Расчет выполнен с учетом циклической симметрии изделия. Стержень сделан из стали, глава 2 таблица 2.1. А оболочка из объемно-армированного КМ, таблица 4.1. В работе рассматриваются 3 варианта укладки, рис. 4.2. Для учета направления укладки были введены системы координат в соответствии с вариантом направления слоев, рис. 4.3.

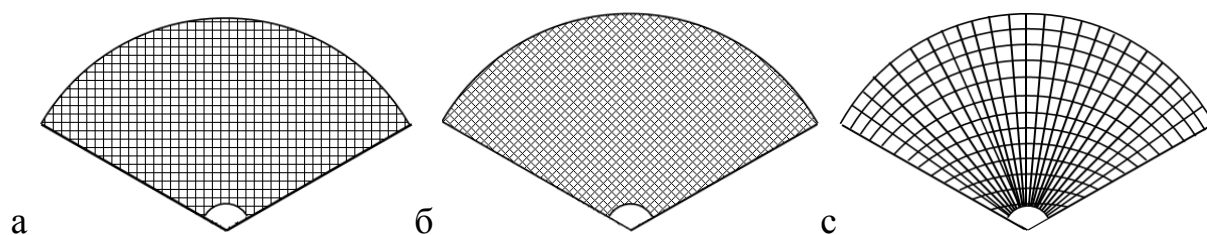


Рис. 4.2. Схемы вариантов укладки.

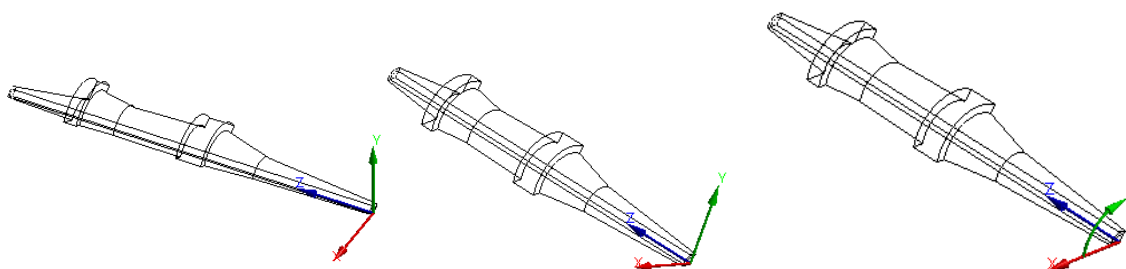
(а-укладка под 90° , б-укладка под 45° , с-укладка по радиусу)

Рис. 4.3. Введённые системы координат.

Таблица 4.1. Характеристики композитного материала.

Плотность, кг/м ³	1400
Модуль упругости в направлении X, МПа	42000
Модуль упругости в направлении Y, МПа	42000
Модуль упругости в направлении Z, МПа	42000
Коэффициент Пуассона XY	0.15
Коэффициент Пуассона YZ	0.15
Коэффициент Пуассона XZ	0.15
Модуль сдвига XY, МПа	1400
Модуль сдвига YZ, МПа	1400
Модуль сдвига XZ, МПа	1400
Предел прочности на растяжение в направлении X, МПа	647
Предел прочности на растяжение в направлении Y, МПа	647
Предел прочности на растяжение в направлении Z, МПа	647
Предел прочности на сжатие в направлении X, МПа	475
Предел прочности на сжатие в направлении Y, МПа	475
Предел прочности на сжатие в направлении Z, МПа	475
Предел прочности на сдвиг в плоскости XY, МПа	80
Предел прочности на сдвиг в плоскости YZ, МПа	80
Предел прочности на сдвиг в плоскости XZ, МПа	80

На рисунке 4.4 представлена модель рассматриваемого изделия и ее конечно-элементная модель. Модель состоит из 102960 конечных элементов типа Solid185. На рисунке 4.5 представлена расчетная модель изделия.

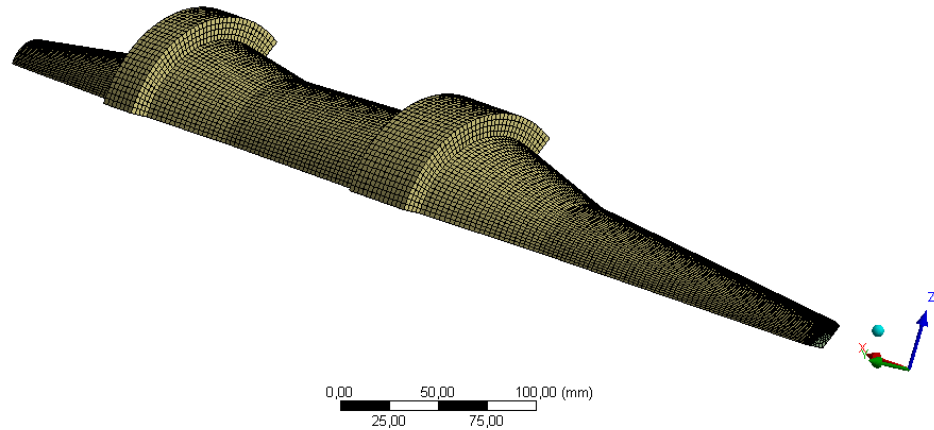


Рис. 4.4. Конечно-элементная модель.

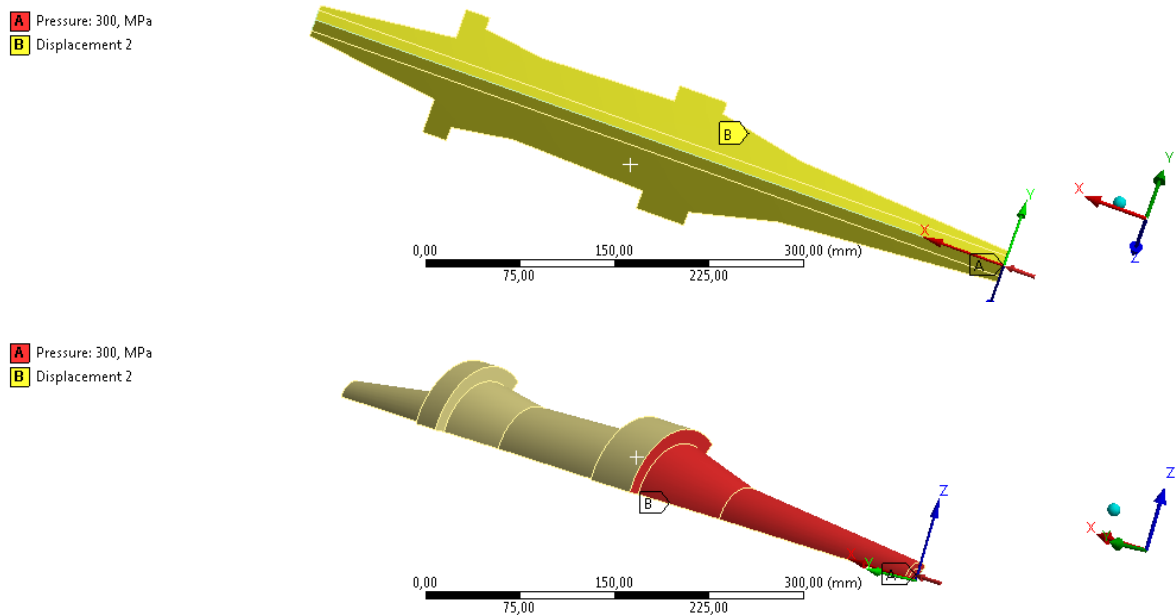


Рис. 4.5. Расчетная модель.

На рисунках 4.6 - 4.11 представлены результаты динамического расчета для первого варианта укладки. Распределение нормальных напряжений в оболочке даны на рисунках 4.6-4.8 в направлении каждой оси введенной системы координат укладки. Распределение напряжения в стержне по Мизесу

представлены на рис. 4.9, а распределение нормальных напряжений вдоль оси симметрии, направлении Z на рис. 4.10. Распределение касательных напряжений YZ в стержне даны на рис. 4.11.

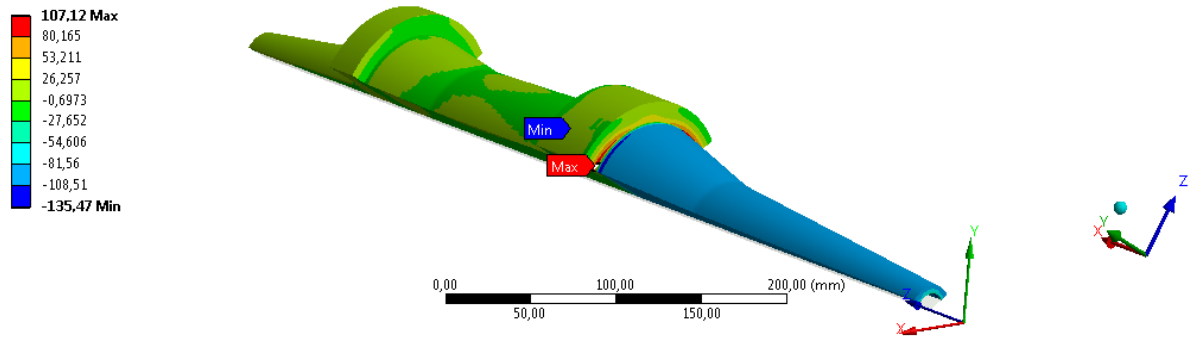


Рис. 4.6. Распределение нормальных напряжений в оболочке в направлении X в первом варианте, схема укладки под 90° .

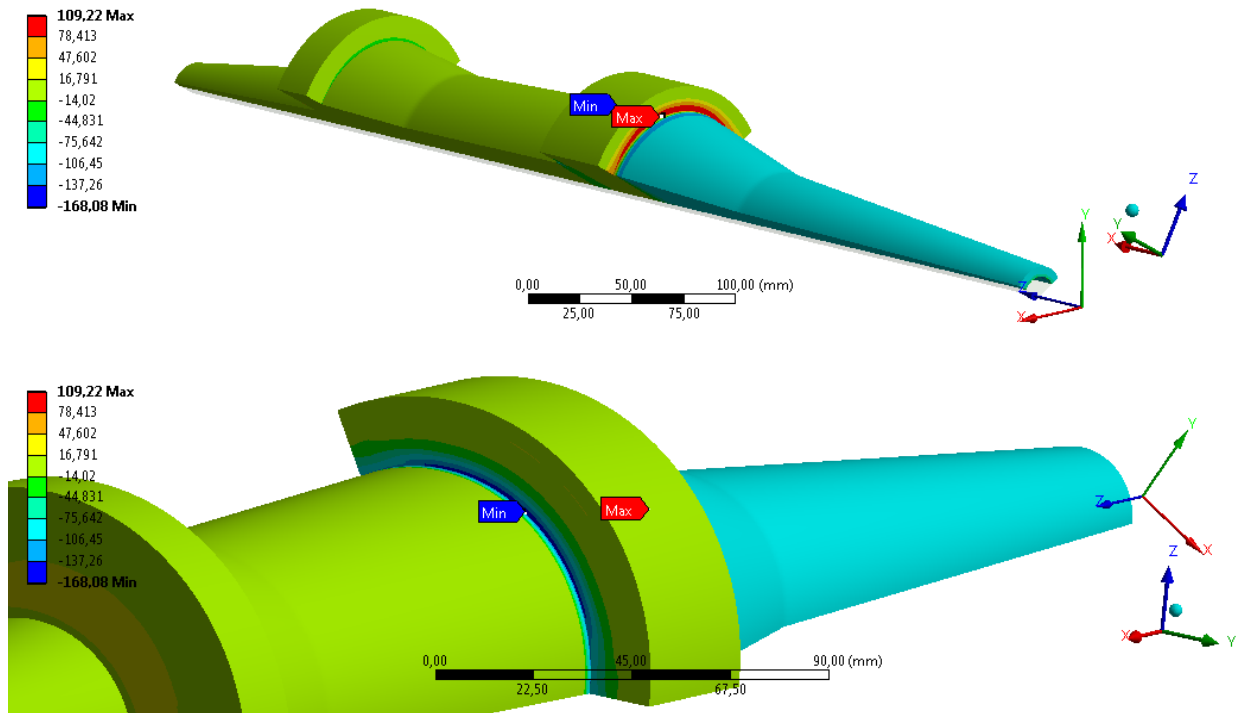


Рис. 4.7. Распределение нормальных напряжений в оболочке в направлении Y в первом варианте, схема укладки под 90° .

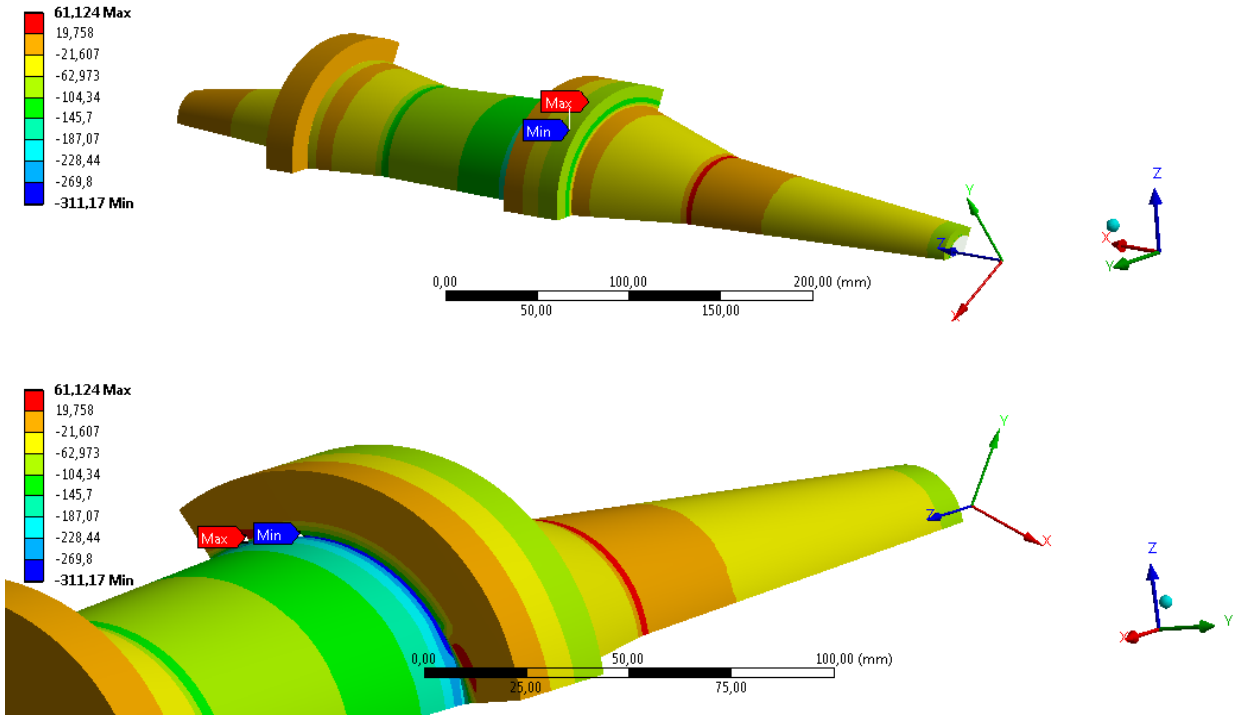


Рис. 4.8. Распределение нормальных напряжений в оболочке в направлении Z в первом варианте, схема укладки под 90^0 .

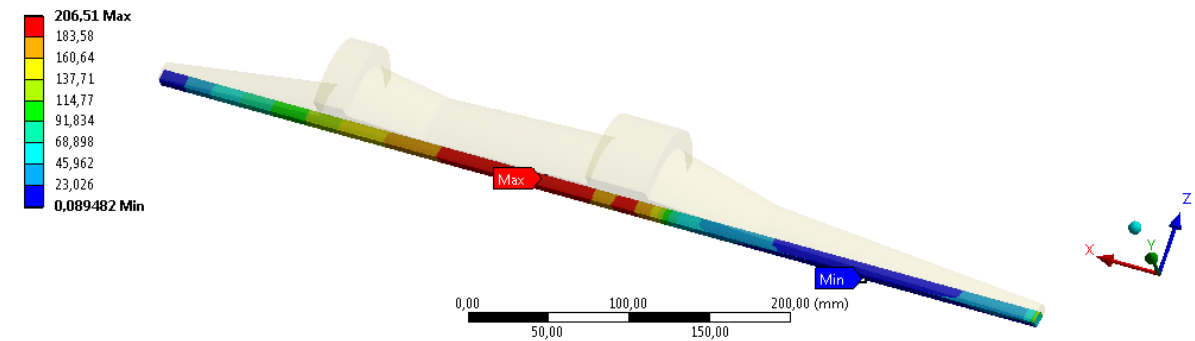


Рис. 4.9. Распределение напряжения в стержне по Мизесу в первом варианте, схема укладки под 90^0 .

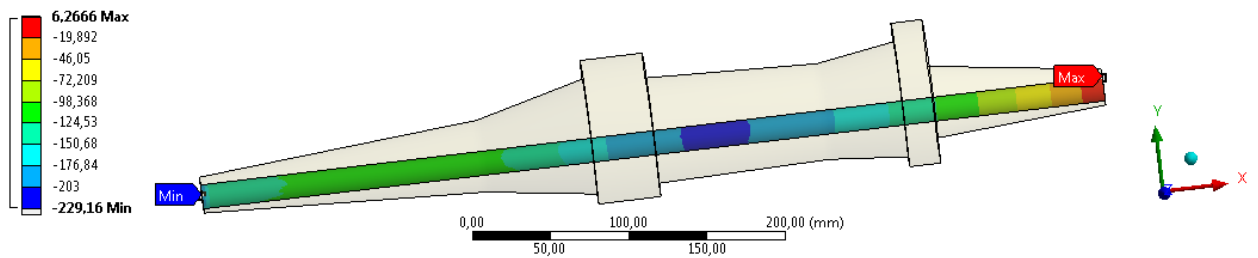


Рис. 4.10. Распределение нормальных напряжений Z в сердечнике в первом варианте, схема укладки под 90^0 .

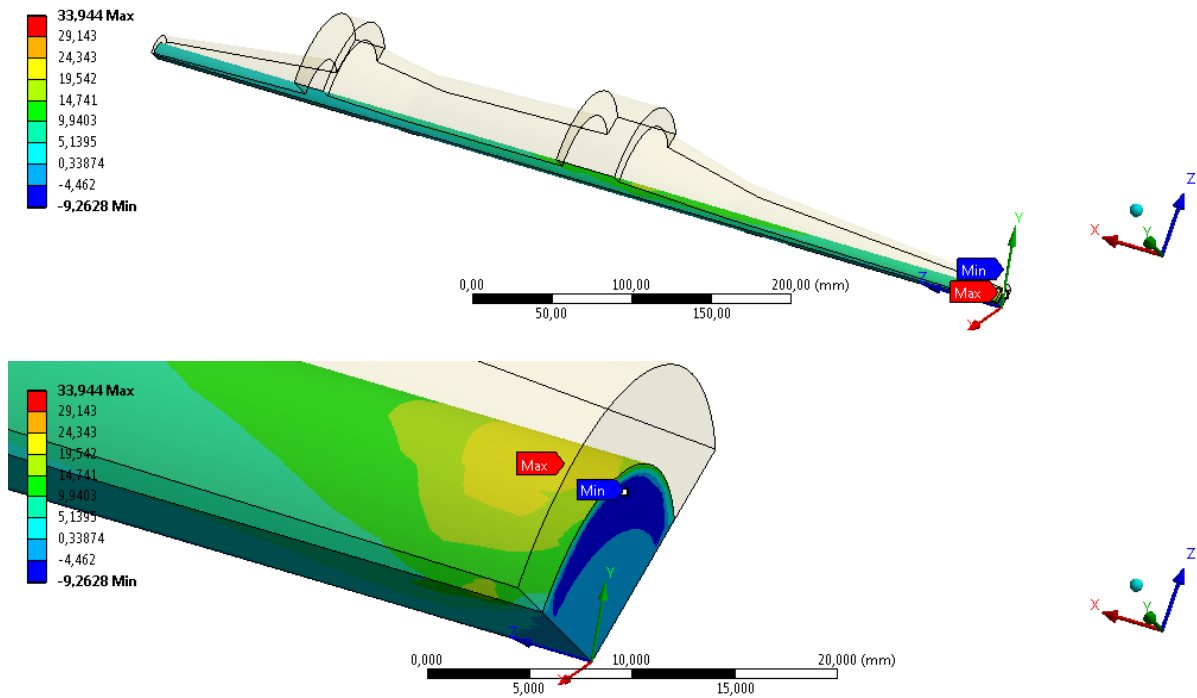


Рис. 4.11. Распределение касательных напряжений YZ в стержне в первом варианте, схема укладки под 90° .

Из результатов видно, что максимальные сжимающие напряжения в направлении оси Z порядка 311 МПа в ВУ располагаются в зоне заднего кольца со стороны середины изделия. В сердечнике максимальные сжимающие напряжения в направлении оси симметрии Z в середине изделия равнялись 229 МПа, а максимальные растягивающие напряжения находятся в этом же направлении находятся спереди изделия и равняются 6 МПа – это напряжения, возникающие вследствие краевых эффектов, вообще говоря, весь сердечник находится в состоянии сжатия. (рис. 4.10) Касательные напряжения YZ на резьбе составляют порядка 34 МПа, (рис. 4.11).

На рисунках 4.12-4.17 представлены результаты динамического расчета для второго варианта укладки, когда схема укладки под 45° . Распределение нормальных напряжений в оболочке даны на рисунках 4.12-4.14 в направлении каждой оси введенной системы координат укладки для второго варианта укладки. Распределение напряжения в стержне по Мизесу представлены на рис. 4.15 для второго варианта укладки, а распределение

нормальных напряжений вдоль оси симметрии, направлении Z на рис. 4.16. Распределение касательных напряжений YZ в стержне для второго варианта укладки даны на рис. 4.17.

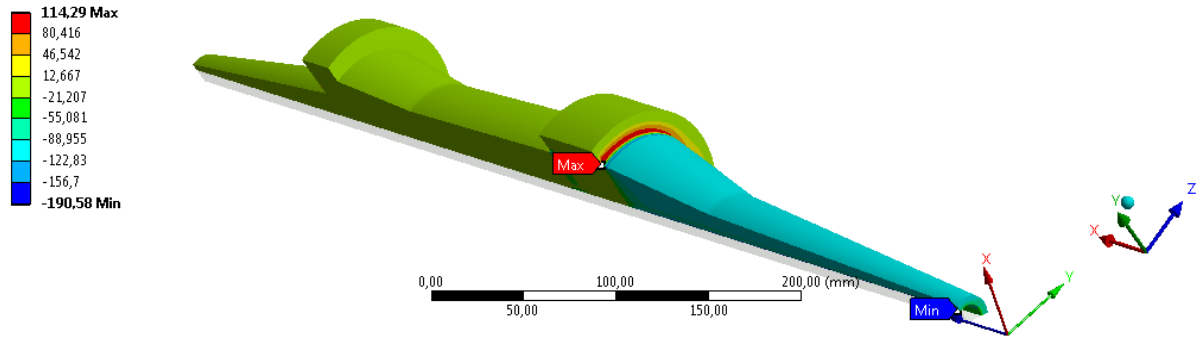


Рис. 4.12. Распределение нормальных напряжений в оболочке в направлении X во втором варианте, схема укладки под 45° .

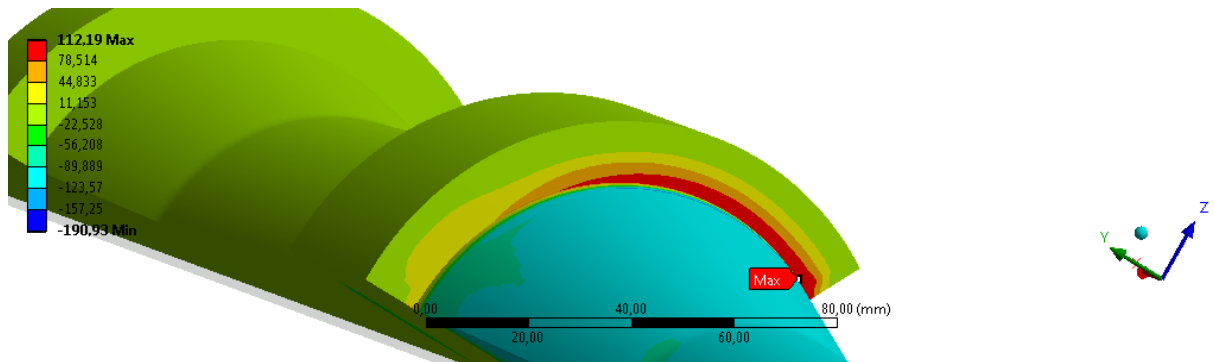
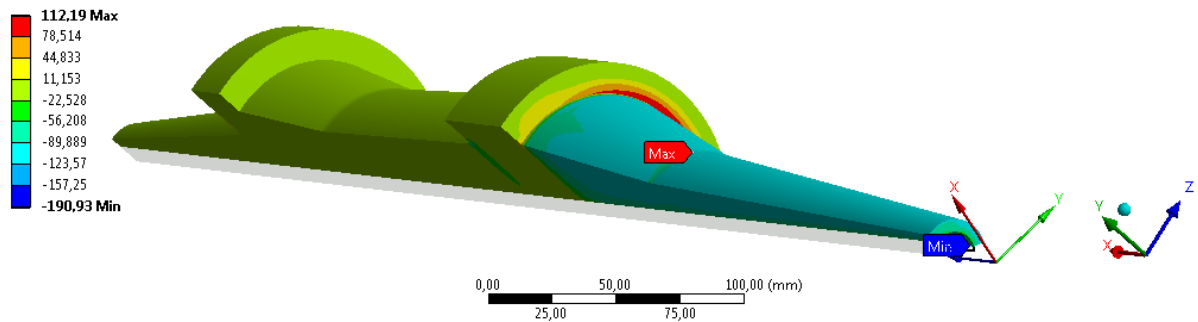


Рис. 4.13. Распределение нормальных напряжений в оболочке в направлении Y во втором варианте, схема укладки под 45° .

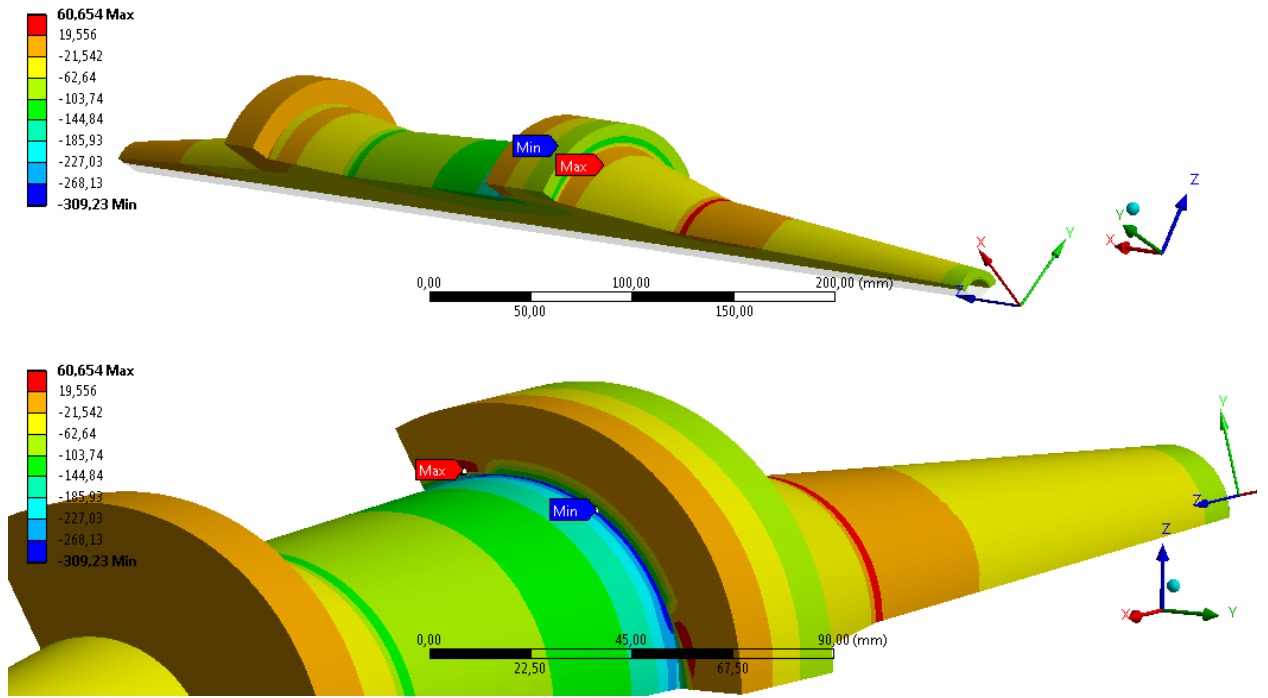


Рис. 4.14. Распределение нормальных напряжений в оболочке в направлении Z во втором варианте, схема укладки под 45° .

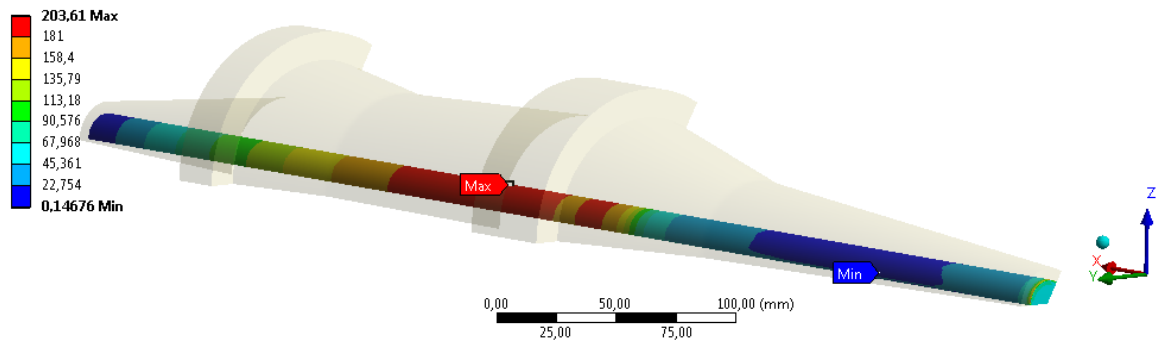


Рис. 4.15. Распределение напряжения в стержне по Мизесу во втором варианте, схема укладки под 45° .

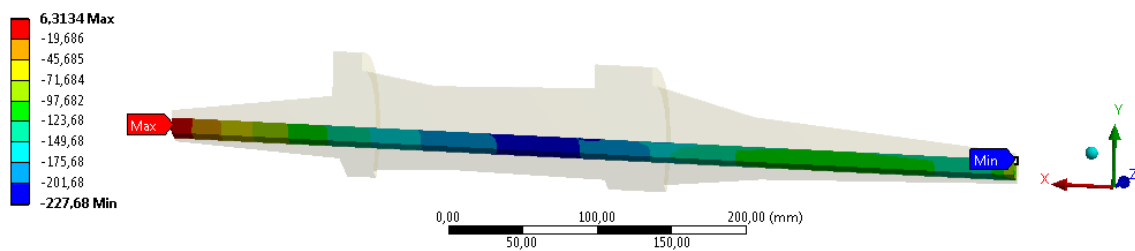


Рис. 4.16. Распределение нормальных напряжений Z в сердечнике в первом варианте, схема укладки под 45° .

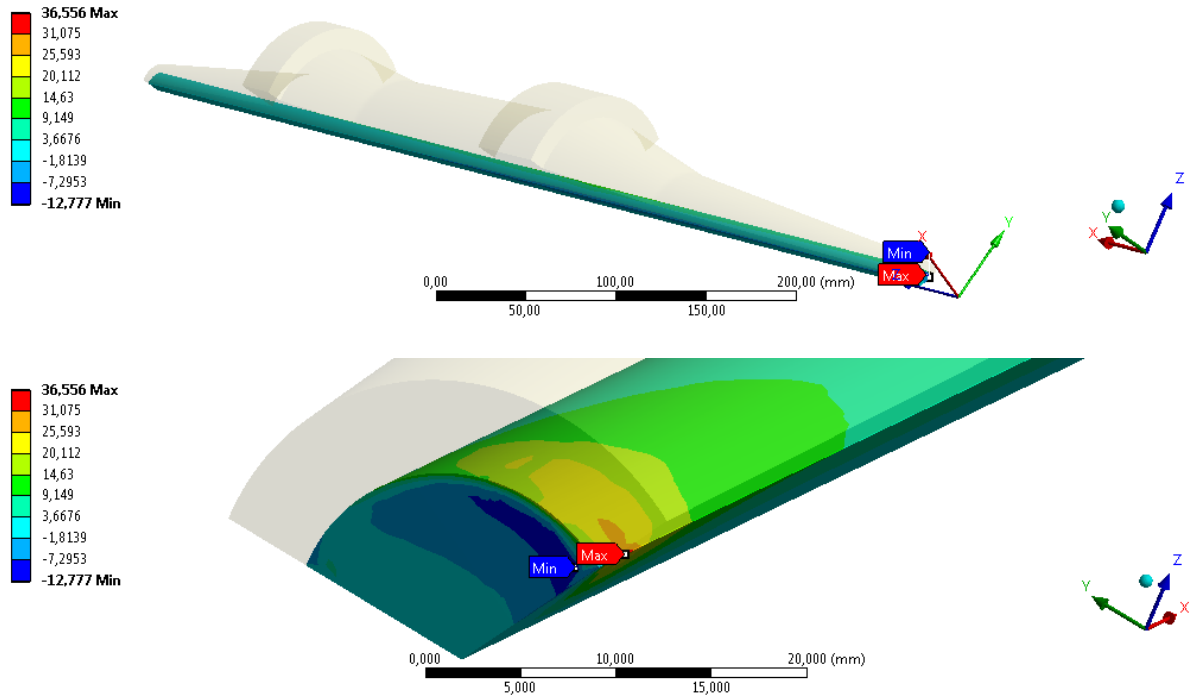


Рис. 4.17. Распределение касательных напряжений YZ в стержне во втором варианте, схема укладки под 45° .

Из представленного расчета видно, что максимальные растягивающие напряжения VU равные 309 МПа, так же находятся на заднем кольце изделия, рис. 4.14. В сердечнике максимальные сжимающие напряжения в направлении оси симметрии Z в середине изделия равнялись 227,68 МПа, а максимальные растягивающие напряжения находятся в этом же направлении находятся спереди изделия и равняются 6 МПа, рис. 4.16. Касательные напряжения YZ на резьбе составляют порядка 36,55 МПа, рис. 4.17. Их максимум локализуется на заднем торце изделия и в зоне под задним кольцом, где происходит резкое изменение радиуса поперечного сечения.

На рис. 4.18-4.22 представлены результаты динамического расчета для третьего варианта, укладка по радиусу. Распределение нормальных напряжений в оболочке даны на рис. 4.18-4.120 в направлении каждой оси введенной системы координат укладки для третьего варианта укладки. Распределение напряжения в стержне по Мизесу представлены на рис. 4.19

для третьего варианта укладки. Распределение касательных напряжений XZ в стержне для третьего варианта укладки даны на рис. 4.20.

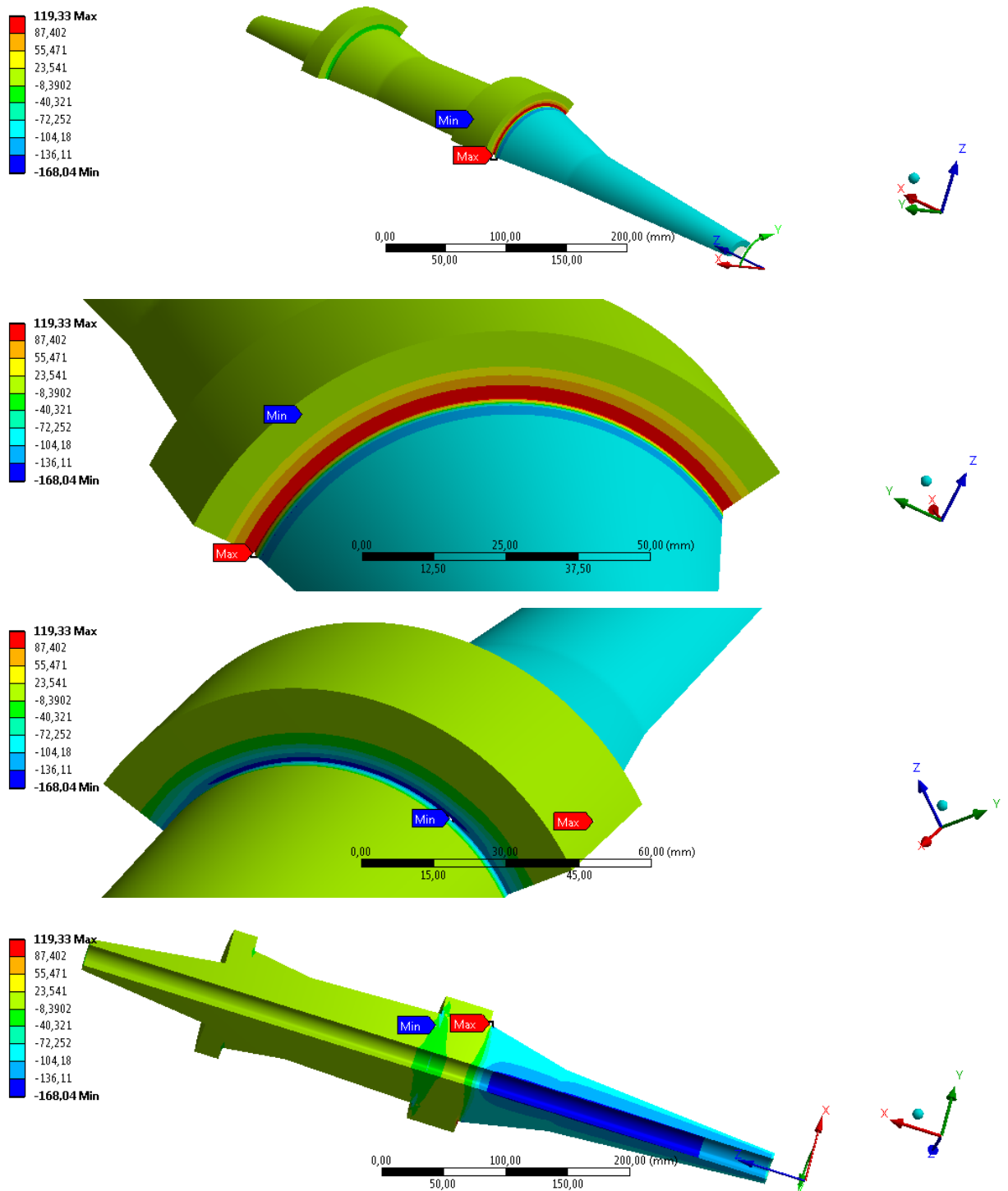


Рис. 4.18. Распределение нормальных напряжений в оболочке в направлении X в третьем варианте, укладка по радиусу.

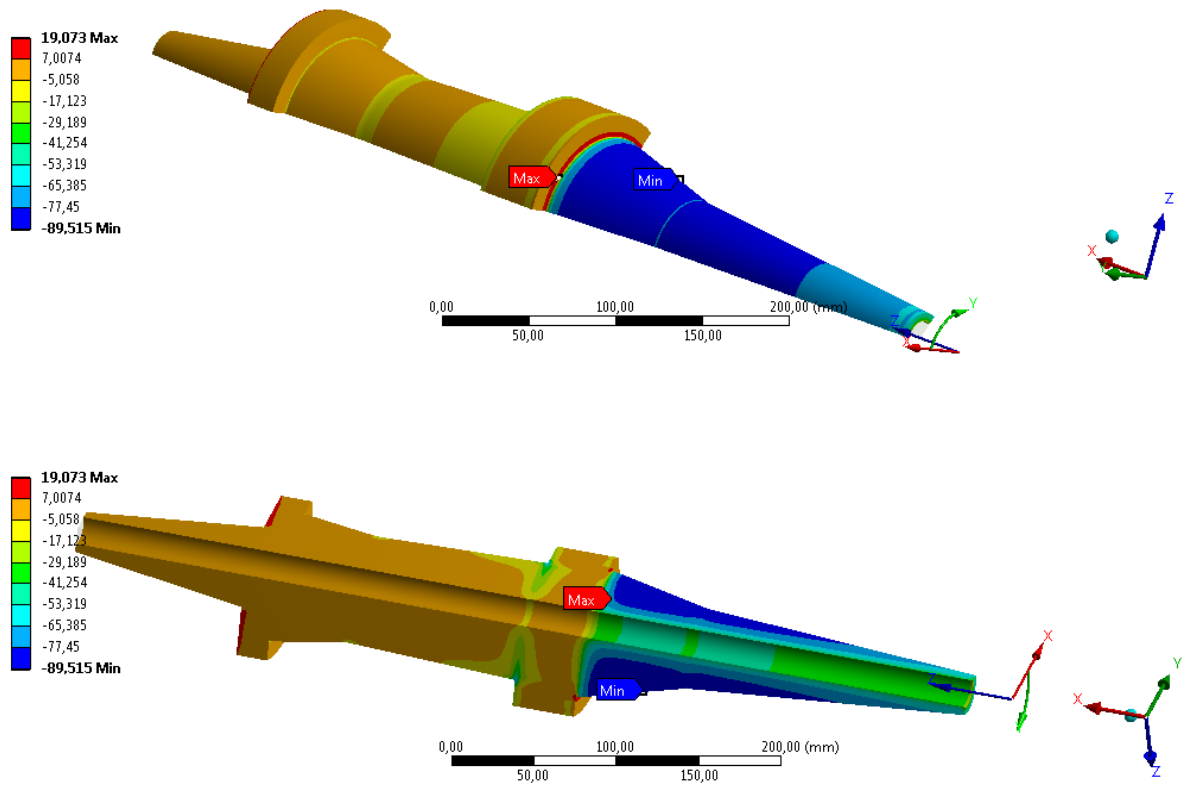


Рис. 4.19. Распределение нормальных напряжений в оболочке в направлении Y в третьем варианте, укладка по радиусу.

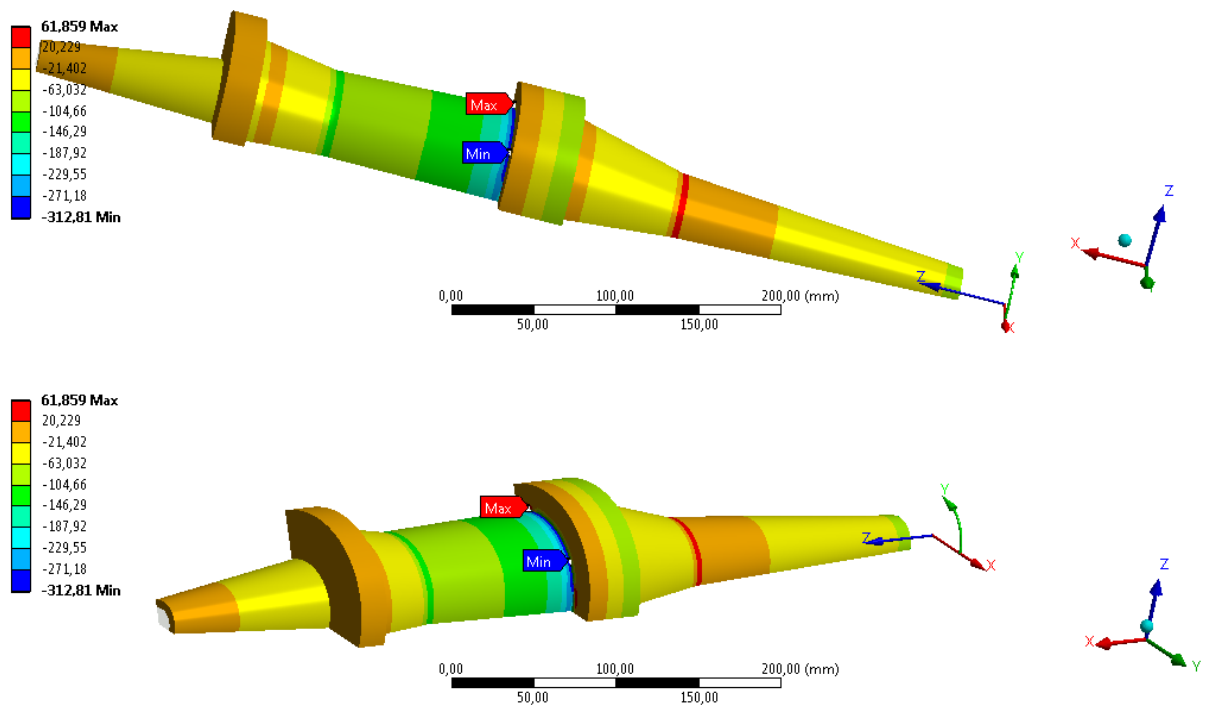


Рис. 4.20. Распределение нормальных напряжений в оболочке в направлении Z в третьем варианте схемы укладки.

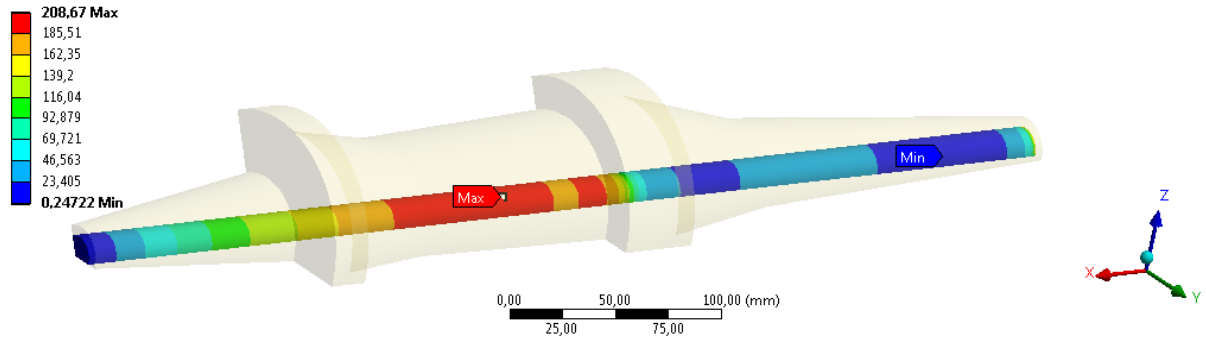


Рис. 4.21. Распределение напряжения в стержне по Мизесу в третьем варианте схемы укладки.

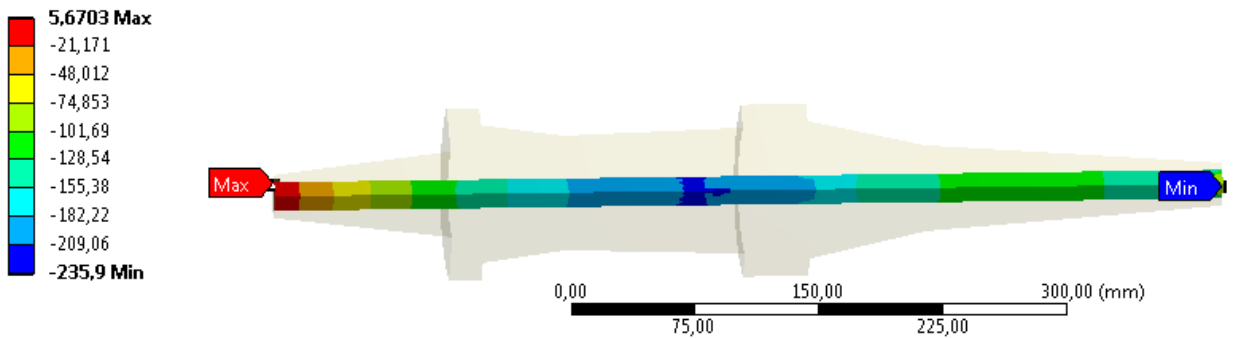


Рис. 4.22. Распределение нормальных напряжений Z в сердечнике в первом варианте, схема укладки в направлении радиуса.

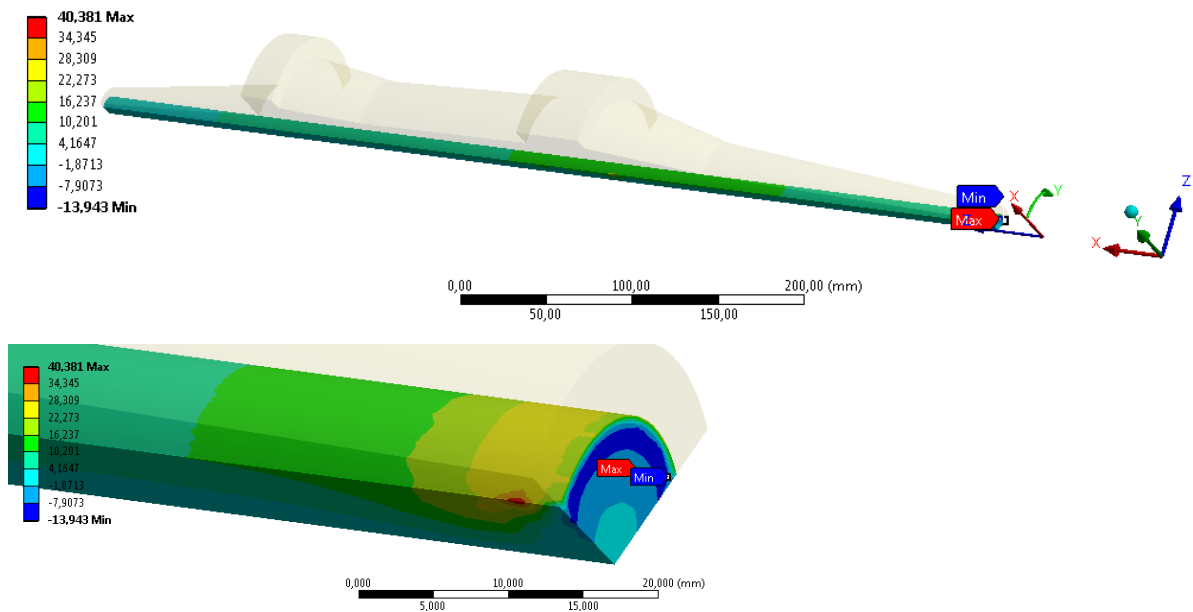


Рис. 4.23. Распределение касательных напряжений XZ в стержне в третьем варианте схемы укладки.

При рассматриваемой укладке по радиусу максимальные напряжения находятся, как и при схеме армирования под 90^0 , но отличные по значению, 312 МПа, так же находятся на заднем кольце изделия, рис. 4.18. В сердечнике максимальные сжимающие напряжения в направлении оси симметрии Z в середине изделия равнялись 235,9 МПа, а максимальные растягивающие напряжения (возникают вследствие концентрации) находятся в этом же направлении находятся спереди изделия и равняются 5,6 МПа, рис. 4.22. Касательные напряжения YZ на резьбе составляют порядка 40,38 МПа, рис. 4.23. Расположение максимумов напряжений такое же, как и в предыдущем варианте расчета для схемы укладки 1 и 2.

Запас прочности для каждого варианта укладки представлен в таблице 4.2.

Таблица 4.2.

Характеристики	Схема укладки 1	Схема укладки 2	Схема укладки 3
Запас прочности на растяжение в направлении X	6,09	5,66	5,46
Запас прочности на растяжение в направлении Y	5,97	5,76	34,73
Запас прочности на растяжение в направлении Z	10,68	10,67	10,56
Запас прочности на сжатие в направлении X	3,54	2,49	2,85
Запас прочности на сжатие в направлении Y	2,85	2,49	5,30
Запас прочности на сжатие в направлении Z	1,54	1,54	1,53
Запас прочности на сдвиг в плоскости XY	2,56	2,50	2,34

Сравнение нормальных напряжений в направлении вдоль изделия представлены на расстоянии 1мм от границы рис. 4.24а – в ВУ и на рис. 4.24б – в стержне, а касательные напряжения на контакте стержня и оболочке на рис. 4.24в.

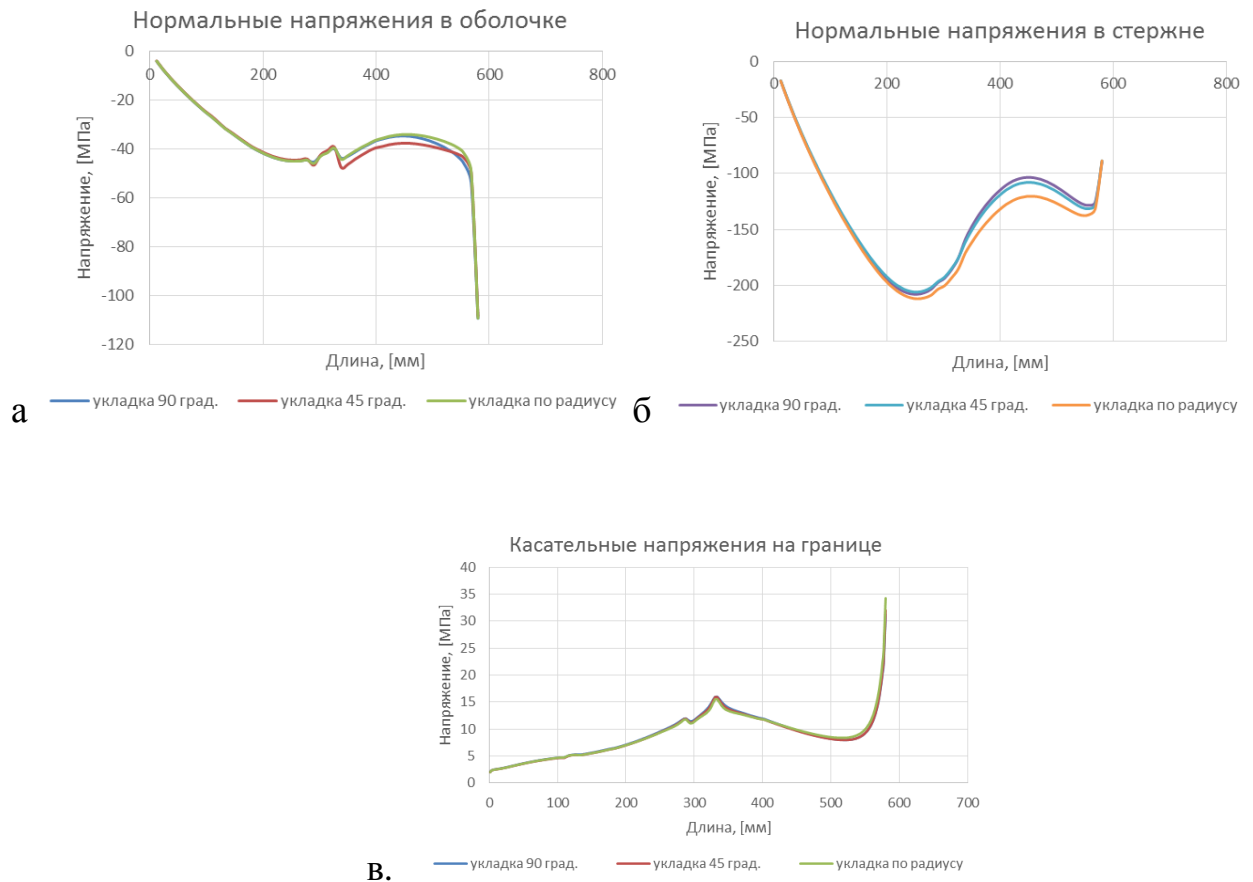


Рис. 4.24. Распределение напряжений вдоль изделия при укладке под 90^0 , укладке под 45^0 и укладка по радиусу. (а - нормальные напряжения в оболочке, б - нормальные напряжения в стержне, в - касательные напряжения на контакте стержня и оболочке)

Рассмотрим влияние модуля упругости на прочность рассматриваемой конструкции при схеме армирования под углом 90^0 , 45^0 и укладка по радиусу. Зависимость изменения модуля упругости от максимальных значений нормальных напряжений для схемы армирования под углом 90^0 представлено на рис. 4.25, для схемы армирования под углом 45^0 представлено на рис. 4.26 и для схемы армирования в направлении радиуса представлено на рис. 4.27. Во всех рассмотренных вариантах укладки напряжения σ_z с увеличением модуля растут, причем наиболее чувствительной компонентой оказываются напряжения сжатия вдоль оси изделия.

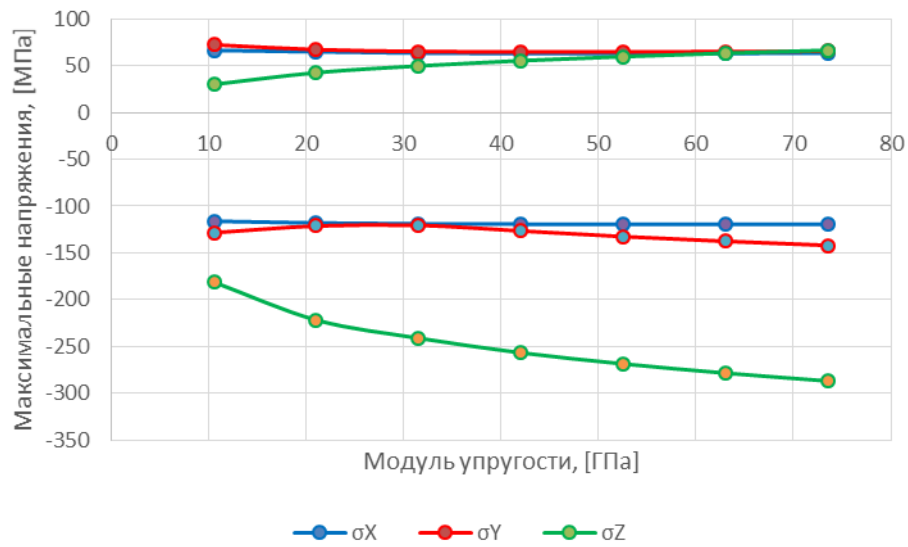


Рис. 4.25. Зависимость модуля упругости от максимальных нормальных напряжений в 3х направлениях при укладке под 45^0

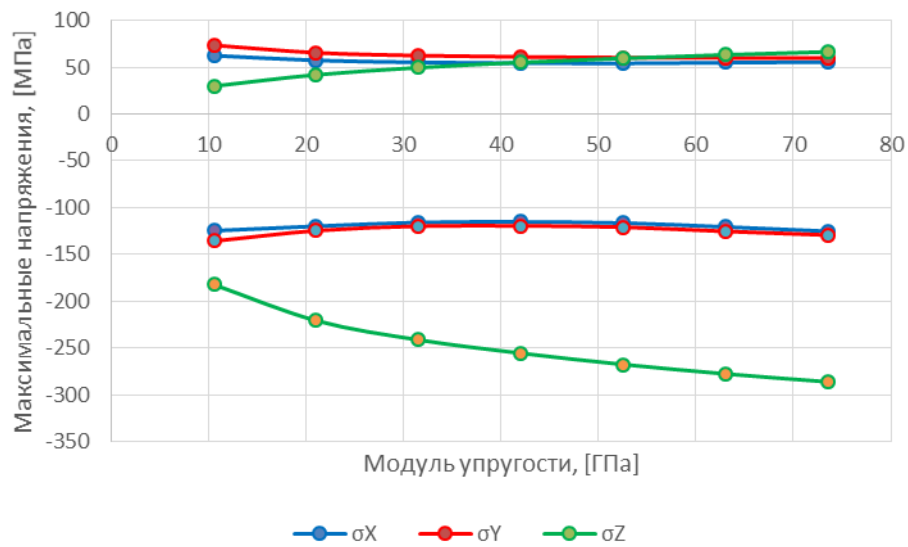


Рис. 4.26. Зависимость модуля упругости от максимальных нормальных напряжений в 3х направлениях при укладке под 90^0

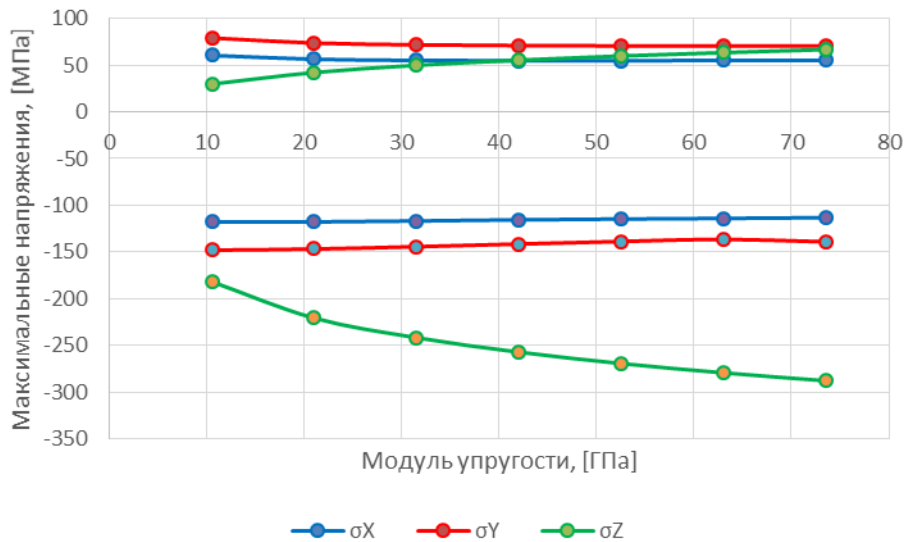


Рис. 4.27. Зависимость модуля упругости от максимальных нормальных напряжений в 3х направлениях при укладке по радиусу

Расчет с учетом прогрессирующего разрушения

Рассмотрим результаты расчетов с учетом прогрессирующего разрушения, которые были реализованы на основе критерия максимальных напряжений. Из практики испытаний композитных ВУ и результатов проведенных механических испытаний известно, что разрушение происходит путем расслоения КМ. В свою очередь расслоение вызывает большие межслоевые напряжения вдоль границы дефекта, что часто приводит к прогрессирующему увеличению начальной зоны расслоения. Из этого следует вывод в необходимости учета этого эффекта путем снижения жесткости элемента при достижения заданных предельных значений. КЭМ для данного расчета использовалась та же, с тем же количеством элементов и узлов. Нагрузка и граничные условия остались прежними. Расчет проводился с учетом пределов прочности в каждом направлении, таблицы 4.2. В расчетах принимался минимальному шагу по времени равный 100, количество подшагов, на которое решатель поделит очередной шаг по времени равнялся 5.

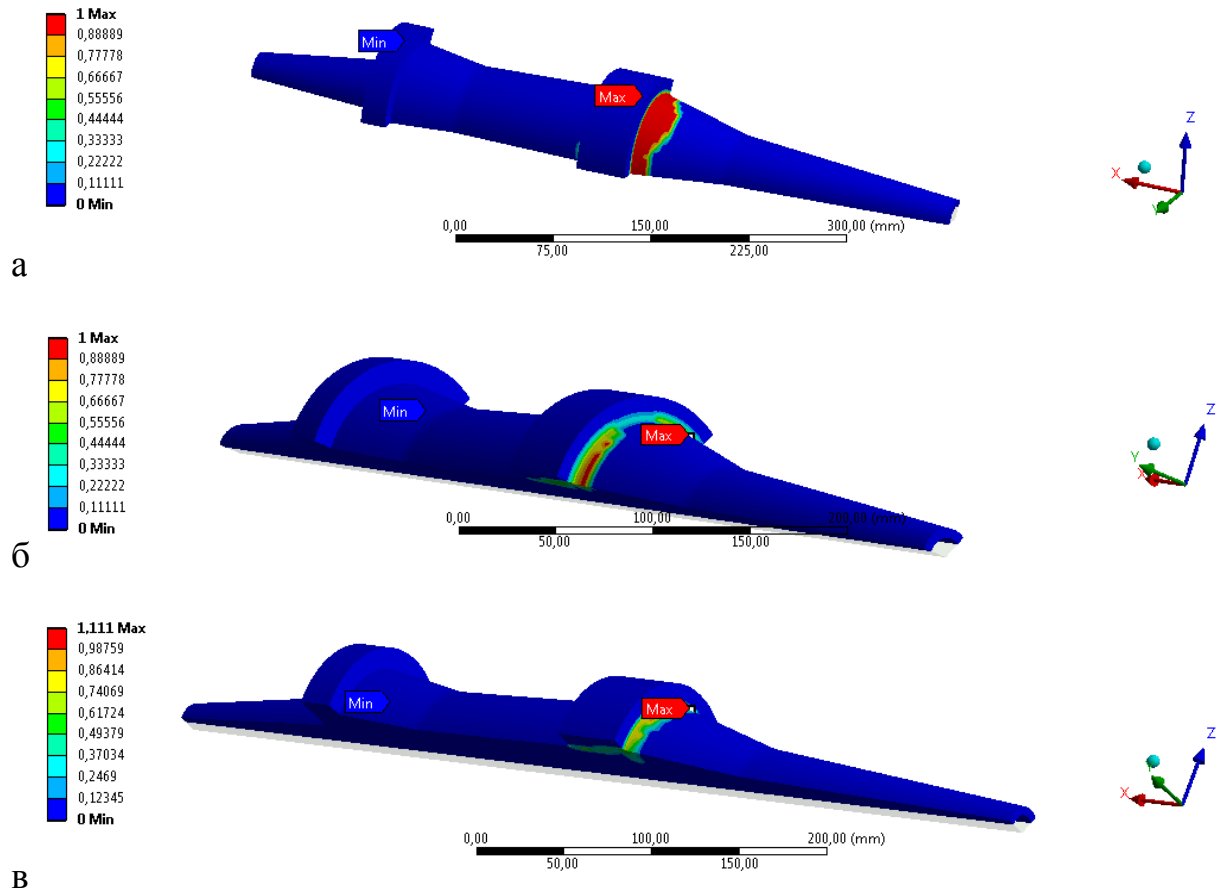


Рис. 4.28. Результаты с учетом прогрессирующего разрушения для 3х вариантов схем армирования.

(а-укладка под 90° , б-укладка под 45° , с-укладка по радиусу)

Разрушение начинается в зоне заднего кольца, где происходит резкое изменение радиуса сечения и действует значительная продольная нагрузка – результирующая от давления. Причиной развития дефектов становится нарушения критерия прочности для прочности на сдвиг. Среди рассмотренных вариантов армирования, наилучшим образом ведет себя конструкция с радиальной схемой армирования, что подтверждает результаты расчета без учета истории развития дефектов.

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы для трехмерно-армированного композита. Во-первых, можно утверждать, что максимальные напряжения сжатия вдоль осевой линии ВУ оказываются выше предельных напряжений для рассмотренных схем

армирования (в расчетах использованы типичные значения характеристик). Кроме того, максимальные касательные напряжения также превышают предельные значения, которые, обычно, для резьбовых соединений составляют 80-120 МПа. Для предотвращения разрушения в центральной части изделия можно рекомендовать либо применение технологических приемов для повышения прочности материала при сжатии, выбором схемы армирования, либо изменение конструкции изделия, например, увеличив диаметр средней части изделия (между кольцами). Для повышения запаса прочности на срез резьбы можно сделать переход от заднего кольца к заднему скосу более пологим, чтобы избежать концентрации касательных напряжений в этой области. В целом, наиболее перспективным вариантом армирования является радиальная схема, которая, несмотря на технологическую сложность в изготовлении, наиболее рациональным образом соответствует характеру нагружения изделия.

4.2. Исследование напряженно-деформированного состояния конструкции, выполненной из слоистого композита

В заключение, кратко остановимся на расчетах изделий с ВУ, выполняемых из слоистых композиционных материалов. Такие ВУ набираются из малых подсекторов, как было отмечено выше, количество которых может быть достаточно большим (20 и более). В данном подразделе оценивается прочность двух вариантов изделия, отличающихся количеством подсекторов, из которых они набираются. Задача решается с учетом окружной (циклической) симметрии для одного подсектора. Исследуется принципиальное влияние количества подсекторов на прочность и характер разрушения изделия, при этом прочность контакта между секторами в расчетах не рассматривается (рассматривается только их собственная

прочность). Использовалась схема армирования в ВУ: [+60₄, -60₄, +30₄, -30₄, +15₂, +15₂, -30₄, +30₄, -60₄, +60₄]

Далее представлены результаты численного расчета в ПО Ansys Workbench с использованием модуля Composite PrePost. Геометрия и КЭМ рассматриваемых изделий представлена на рис. 4.29.

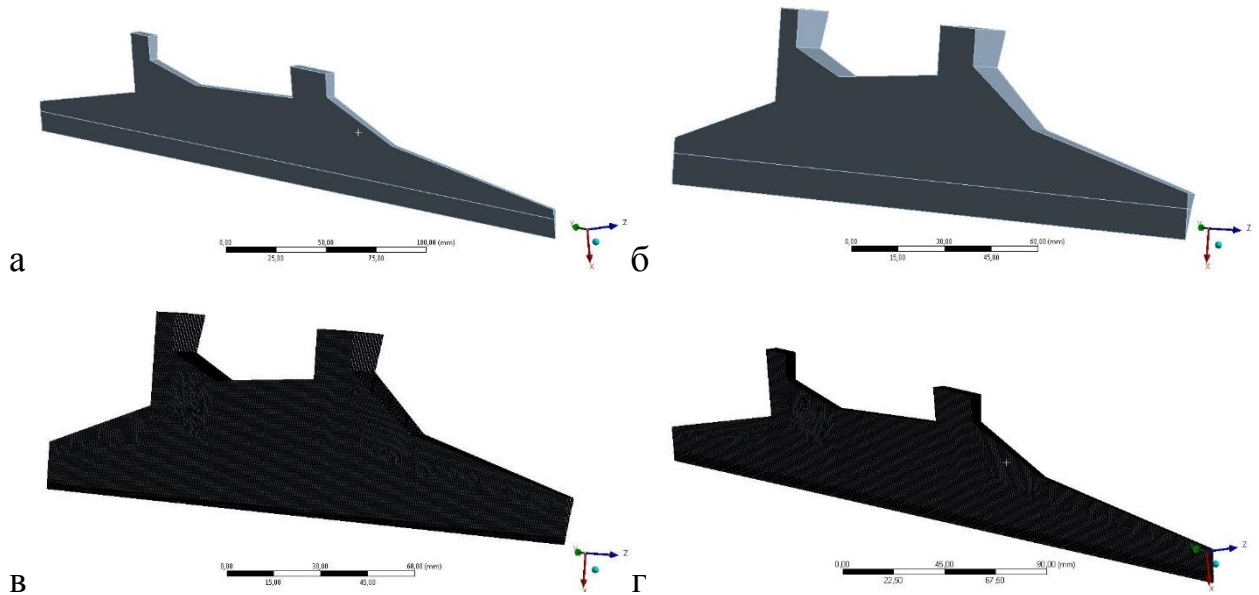


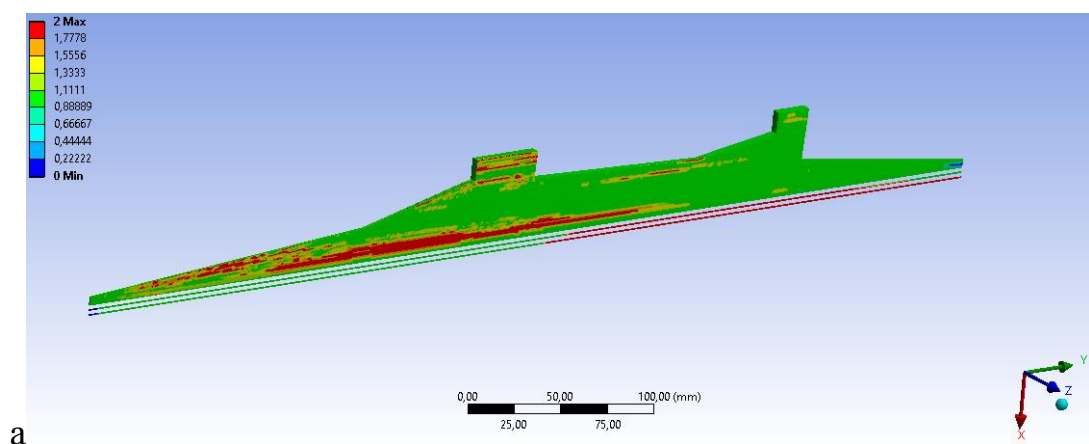
Рис. 4.29. Модели рассматриваемых сегментов из слоистого КМ.

(а - геометрия сегмента в 5⁰ и в - его КЭМ, б - геометрия сегмента в 10⁰ и г - его КЭМ)

Модель состоит из 137309 конечных элементов для сектора размером 5⁰ и из 266282 конечных элементов для сектора размером 10⁰. Основной задачей расчетов является определение влияния размеров секторов, то есть сравнение рассматриваемых двух вариантов секторов, из которых набирается осесимметричная форма изделия. Известно [66], что эти сектора должны быть достаточно малыми. В данном разделе проводится качественное исследование этих эффектов.

Результаты расчетов показаны на рис. 4.30 и рис. 4.31. Здесь показан характер развития дефектов (перехода в предельное состояние зон материала) в начале нагружения – на рисунках рис. 4.30 а и рис. 4.31 а. Характер

разрушения материала, реализующихся в конце расчета, показан для различных критериев прочности на рисунках рис. 4.30 б-е и рис. 4.31 б-е. Из полученных результатов следует, что разрушение конструкции начинается с задней части, подверженной действию давления. При этом, в секторах разной толщины меняется характер разрушения. В тонком сектор (5 градусов, рис. 4.30 а) разрушение ВУ начинается в объеме материала, на некотором отдалении от внешней поверхности и от границы контакта ВУ с сердечником. В толстом сектор (15 градусов, рис. 4.31 а) разрушение, напротив, начинается непосредственно на границе контакта ВУ с сердечником (фактически, на резьбе), и также распространяется регулярными полосами, характерными для механизма межслоевого сдвига «пронизывающего» конструкцию ВУ по всей длине изделия. Этот эффект объясняется наличием большего числа слоев в структуре толстого сектора и, фактически, пропорциональностью величины максимальных сдвигающих напряжений толщине сектора. Для сердечника характерным оказывается переход в зону пластичности в области передней части изделия (эти зоны также показаны красным цветом на рис. 4.30 а и 4.31 а), что происходит вследствие интенсивных сжимающих инерционных нагрузок, возникающих при ускорении конструкции.



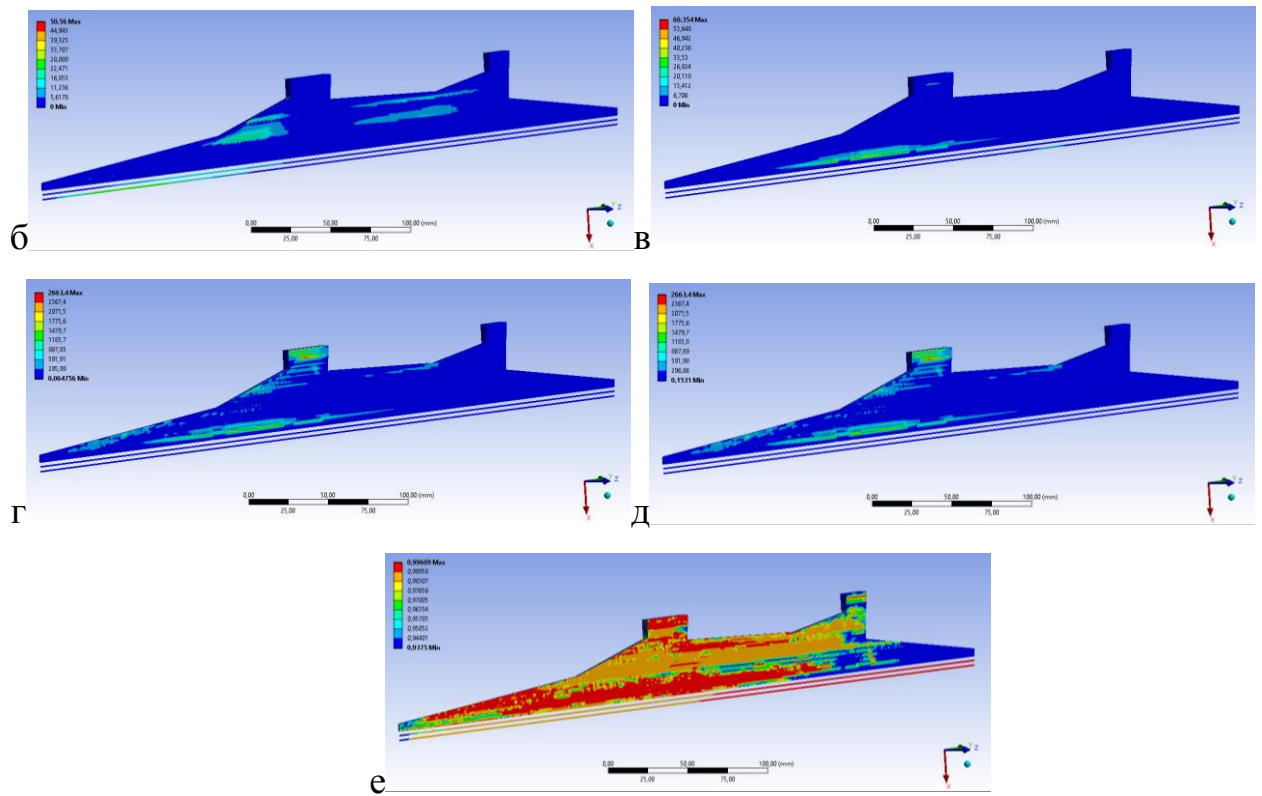
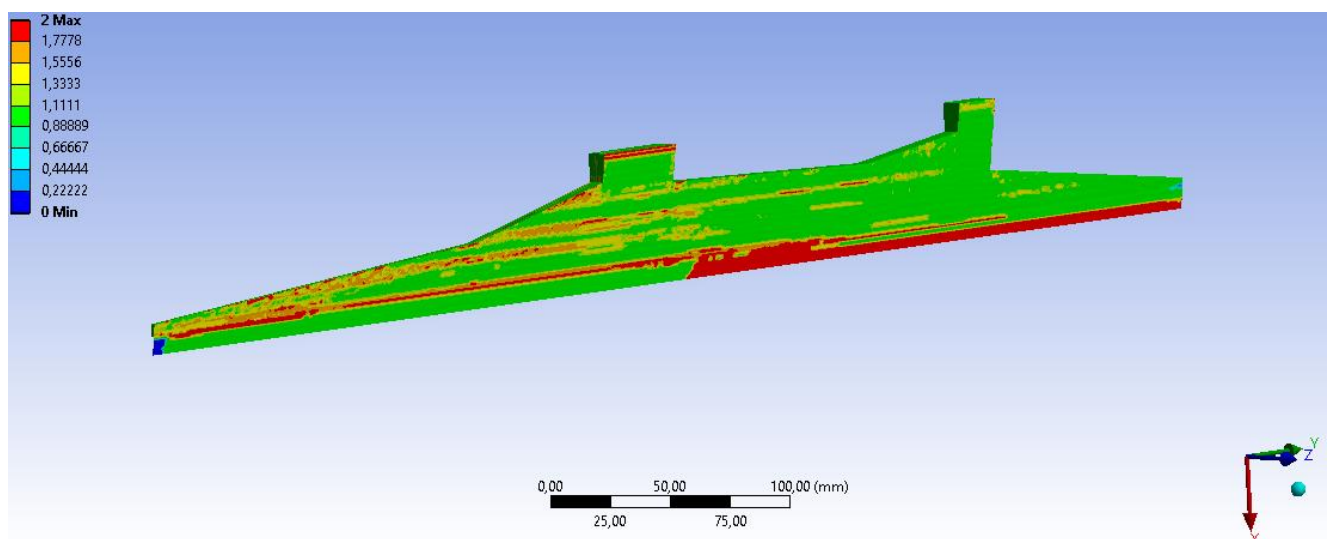


Рис. 30. а: Зоны разрушения в материале спустя 1 и 2 мс после начала расчета, б-е: области разрушения (по критериям прочности б –прочность вдоль волокна на растяжение, в – прочности вдоль волокна на сжатие) в конце расчетного интервала времени. Сектор 5°.

а



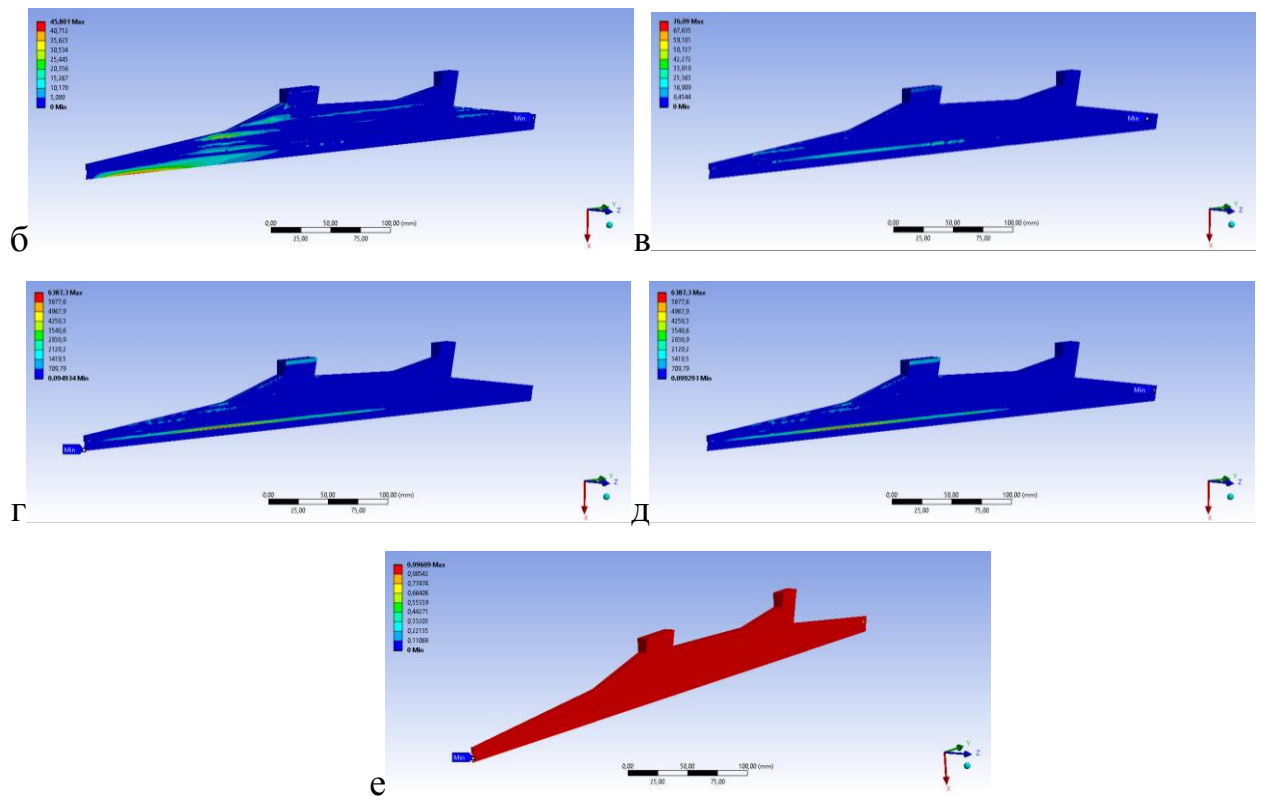


Рис. 4.31. а: Зоны разрушения в материале спустя 1 и 2 мс после начала расчета, б-е: области разрушения (по критериям прочности б –прочность вдоль волокна на растяжение, в – прочности вдоль волокна на сжатие) в конце расчетного интервала времени. Сектор 10°.

Рассматривая характер окончательного разрушения секторов (рис. 4.30 б и рис. 4.31 б), можно отметить, что в изделиях реализуется, в первую очередь, разрушение по механизму сдвига (рис. 4.30 б и рис. 4.31 б). Причем, тонкий сектор оказывается разрушенным частично, в то время, как толстый сектор полностью разрушен (красный цвет по всей области на рис. 4.31 е) и, фактически, он не удовлетворяет требованиям по прочности в рамках реализованного численного эксперимента.

Критерии прочности на растяжение/сжатие вдоль и поперек волокон (последние ставятся, условно, для материала матрицы) достигаются в некоторых локализованных областях изделия, расположение которых смещается при изменении толщины сектора.

В тонком секторе напряжения продольного растяжения и соответствующее разрушение волокон, возникает в средней и в задней части изделия, вблизи к внешней поверхности. Напротив, в толстом секторе этот критерий, как и все остальные критерии, выполняется вблизи резьбового соединения. Вообще говоря, можно утверждать, что повышение толщины сектор приводит к «перегрузению» резьбового соединения, в зоне которого реализуются, фактически, все механизмы разрушения. Разрушение в матрице композита происходит в зоне заднего кольца, в самых удаленных точках от оси изделия, причем, более нагруженным, в отношении данного критерия, оказывается тонкий сектор (рис. 4.30 в, г).

В целом, можно отметить, что принципиальным для рассматриваемой конструкции является требование по повышению прочности на сдвиг. Причем легче это сделать для изделия, выполняемого из тонких секторов. Толстые сектора, помимо того, что интенсивнее нагружаются по механизму сдвига («слабая сторона» композитов), также интенсивнее нагружают резьбовое соединение, прочность которого так же не очень высока для соединений типа металл-композит. Поэтому в качестве рекомендаций, можно предложить использование тонких секторов, в которых, однако, необходимо уделить особое внимание прочности на сжатие в центральной и задней части изделия, а также в зоне заднего кольца, которая может быть повышена, например, использованием высокопрочных волокон или с использованием дополнительных конструктивных решений. Повышение прочности на сдвиг необходимо достигать технологическими приемами: выбором связующего, толщины монослоя, а также изменением геометрии изделия (как было показано в главе 1, удлинение заднего скоса изделия позволяет снизить напряжения сдвига в материале ВУ).

Заключение

Основные результаты диссертационной работы:

1) разработаны два новых аналитических метода расчета составной конструкции переменного сечения с учетом поперечных деформаций. В первом методе предложен порядок расчета, позволяющий оценить НДС составной конструкции с учетом касательных напряжений, действующих на границе контакта ВУ и сердечника. Во втором методе, помимо задачи о продольных деформациях, решалась задача о деформациях, возникающих вследствие обжатия композитного ВУ в рамках постановки обобщённой плоской деформации. Оба предложенных подхода к оценке прочности изделия сопоставлены с численным моделированием. Показана возможность и ограничения по применимости реализованных аналитических методов для проведения практических расчетов;

2) впервые проведены экспериментальные исследования влияния искривления волокон на высокоскоростную прочность и предельные деформации образцов эпоксиглепластика при высокоскоростном нагружении. На основе проведенных экспериментальных исследований определены статические и высокоскоростные характеристики композиционного слоистого материала, перспективного для применения в рассматриваемых конструкциях. На основе результатов испытаний было продемонстрировано, что в проектировочных расчетах для рассматриваемых изделий, возможно использование статических характеристик, так как повышение скорости деформирования материала приводит к повышению прочности и, следовательно, результаты расчетов будут обеспечивать дополнительный запас прочности;

3) на основе детализированных динамических численных КЭ расчетов, учитывающих эффекты прогрессирующего разрушения, исследовано влияния схемы армирования на прочность и характер развития

дефектов в ВУ, выполняемых из трехмерно-армированных и из слоистых композитов. Показано, что наиболее оптимальной схемой трехмерного армирования является радиальная схема, которая обеспечивает снижение концентрации напряжений в конструкции и замедляет распространение дефектов. Для слоистого композиционного материала проведено исследование НДС при различных размерах сегмента из которых состоит конструкция. Для слоистых композитов показано, что предпочтительным является изготовление изделий, набираемых из большого числа тонких сегментов, в которых снижается уровень наиболее опасных касательных напряжений и напряжений, приводящих к срезу резьбового соединения на границе контакта ведущего устройства и сердечника;

Список литературы

1. Васильев В. В. и др. Композиционные материалы Справочник. – Машиностроение, 1990.
2. Christensen, R. M. (2013). 2013 Timoshenko Medal Award Paper—Completion and Closure on Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composite Materials. *Journal of Applied Mechanics*, 81(1), 11011. <http://doi.org/10.1115/1.4025177>.
3. Зиновьев П.А., Смердов А.А. Оптимальное проектирование композитных материалов: Учебное пособие по курсу "Проектирование композитных конструкций. Ч. II". - М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2006. - 103 с.: ил.
4. Анизотропные панели — плоская задача: Учебное пособие /А.А. Дудченко, А.Н. Елпатьевский С.А. Лурье, В.В Фирсанов. М.: МАИ, 1991. -96 с.
5. Дудченко А.А. Оптимальное проектирование элементов авиационных конструкций из композиционных материалов. М.: МАИ, 2002.- С. 50-51.
6. Дудченко А.А., Елпатьевский А.Н., Хворостинский А.И. Учебное пособие по проектированию и расчету тонкостенных конструкций из композиционных материалов. М.: МАИ, 1985.- 35 с.
7. Буланов И.М., Воробей И.И. Технология ракетных и космических композитных конструкций. МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1998 год
8. Моссаковский В. И. (ред.). Прочность ракетных конструкций. – Высш. шк., 1990.
9. Волчков О. Д. Прочность ракет-носителей: Учебное пособие. Ч. 1 //М.: Изд-во МАИ, 2007.–784 с. – 2007.
10. Дудченко А. А. и др. Расчет, проектирование и технология изготовления термостабильного композитного стержня //Конструкции из композиционных материалов. – 2016. – №. 1. – С. 3-11.

11. Тимошенко С. П., Гере Дж. Механика материалов. — Спб: Лань, 2002. — 672 с. — ISBN 5-9511-0003-8.
12. Плитов И. С., Полилов А. Н., Татусь Н. А. Компьютерное моделирование рациональной структуры криволинейного армирования профилированных композитных элементов //Проблемы машиностроения и автоматизации. — 2013. — №. 4. — С. 73-79.
13. Baker, Alan & Dutton, S. & Kelly, Donald. (2004). Composite Materials in Aircraft Structures.
14. Budiansky B., Fleck N. A. Compressive kinking of fiber composites: a topical review //Applied Mechanics Reviews. — 1994. — Т. 47. — №. 6S. — С. S246-S250.
15. Vasiliev V. V., Morozov E. V. Advanced Mechanics of Composite Materials and Structures. — Elsevier, 2018.
16. Hsiao H. M., Daniel I. M. Elastic properties of composites with fiber waviness //Composites Part A: Applied Science and Manufacturing. — 1996. — Т. 27. — №. 10. — С. 931-941.
17. Vaysfeld N. D. The axisymmetrical mixed problem of elasticity for the truncated circular cone with edge with regard of its proper weight / N. D. Vaysfeld, A. V. Reut // Vestnik Odesskogo Universiteta. Matematika I Mechanica. — 2012. — V.17, iss. 3. — P. 99-107.
18. Rasdorf W. J. et al. A design environment for laminated fiber-reinforced thick composite materials //Engineering with computers. — 1993. — Т. 9. — №. 1. — С. 36-48.
19. Gibson, Ronald F. Principles of composite material mechanics. New York; London: McGraw-Hill, 1994.
20. Ronald F. Gibson. A Review of Recent Research on Mechanics of Multifunctional Materials and Structures. Composite Structures 92(12):2793-2810. DOI: 10.1016/j.compstruct.2010.05.003.
21. E. J. Barbero. Finite Element Analysis of Composite Materials Using ANSYS - Second Edition, CRC Press, 2014. ISBN 978-1-4665-1689-2

22. Ever J. Barbero. Introduction to Composite Materials Design. CRC Press. 2013 <https://doi.org/10.1201/b16257>
23. R. Elhajjar, Smart Composites-Mechanics and Design. 2013. CRC Press, Taylor & Francis Group. ISBN 978-1-4398-9591-7
24. A.L. Kalamkarov. Asymptotic Homogenization of Composite Materials and Structures. Applied Mechanics Reviews 62(3) · May 2009. DOI: 10.1115/1.3090830
25. Kalamkarov, Alexander L.. Kolpakov, Alexander G. Analysis, Design and Optimization of Composite Structures. 1997. SBN 978-0-471-97189-4 - John Wiley & Sons.
26. Drysdale W. H. Design of kinetic energy projectiles for structural integrity. – ARMY BALLISTIC RESEARCH LAB ABERDEEN PROVING GROUND MD, 1981. – №. ARBRL-TR-02365.
27. Choi J. H. A Study on the Fabrication of the Composite Sabot for a Kinetic Energy Projectile //Journal of the Korea Institute of Military Science and Technology. – 2006. – Т. 9. – №. 3. – С. 88-94.
28. Burns B. P. et al. The Development of Composite Sabots for Kinetic Energy Projectiles //US Army. – 2001. – Т. 1500. – С. 21005-5066.
29. Bogetti T. A., Hoppel C. P., Drysdale W. H. Three-Dimensional Effective Property and Strength Prediction of Thick Laminated Composite Media. – ARMY RESEARCH LAB ABERDEEN PROVING GROUND MD, 1995.
30. А.В. Бабайцев, А.Ю. Бурцев, Л.Н. Рабинский, Ю.О. Соляев. Методика приближенной оценки напряжений в толстостенной осесимметричной композитной конструкции. Труды МАИ. 2019. Выпуск №107.
31. Hoppel C. P. R., Bogetti T. A., Gillespie Jr J. W. Literature Review-Effects of hydrostatic pressure on the mechanical behavior of composite materials //Journal of Thermoplastic Composite Materials. – 1995. – Т. 8. – №. 4. – С. 375-409.
32. Chou, P. C., Carleone, J., & Hsu, C. M. (1972). Elastic Constants of Layered Media. Journal of Composite Materials, 6(1), 80–93.

33. Bogetti, T. A., Hoppel, C. P. R., Harik, V. M., Newill, J. F., & Burns, B. P. (2004). Predicting the nonlinear response and progressive failure of composite laminates under triaxial loading: Correlation with experimental results. *Failure Criteria in Fibre-Reinforced-Polymer Composites*, 402–428. <http://doi.org/10.1016/B978-008044475-8/50017-2>
34. Bogetti, T. A., Hoppel, C. P. R., Harik, V. M., Newill, J. F., & Burns, B. P. (2004). Predicting the nonlinear response and failure of composite laminates: correlation with experimental results. *Failure Criteria in Fibre-Reinforced-Polymer Composites*, 64, 402–428. <http://doi.org/10.1016/B978-008044475-8/50017-2>
35. Bogetti, T. A., Hoppel, C. P. R., Harik, V. M., Newill, J. F., & Burns, B. P. (2004). Predicting the nonlinear response and progressive failure of composite laminates under tri-axial loading. *Failure Criteria in Fibre-Reinforced-Polymer Composites*, 402–428. <http://doi.org/10.1016/B978-008044475-8/50017-2>
36. Bogetti, T. A., Hoppel, C. P. R., Harik, V. M., Newill, J. F., & Burns, B. P. (2004). Predicting the nonlinear response and progressive failure of composite laminates. *Failure Criteria in Fibre-Reinforced-Polymer Composites*, 64, 402–428. <http://doi.org/10.1016/B978-008044475-8/50017-2>
37. Tabiei A., Gazonas G. A. Implementation of the Nonlinear Composite Analysis Code" LAMPAT" into LLNL-DYNA3D. – OAK RIDGE INST FOR SCIENCE AND EDUCATION TN, 2002.
38. Bogetti, T. A., Gillespie, J. W., & Lamontia, M. A. (1992). Influence of Ply Waviness on the Stiffness and Strength Reduction on Composite Laminates. *Journal of Thermoplastic Composite Materials*, 5(4), 344–369.
39. А.В. Бабайцев, А. В. Инюхин, А.В. Лисицын, П.А. Моссаковский, Л.Н. Рабинский, Ю.О. Соляев. Влияние искривления волокон на прочность углепластика при высокоскоростном нагружении. *Механика композиционных материалов и конструкций*. том 25, №3, 2019 г.

40. Bogetti, T. A., & Gillespie, J. W. (1991). Two-dimensional cure simulation of thick thermosetting composites. *Journal of Composite Materials*, 25(March 1991), 409.
41. Bogetti, T. a., & Gillespie, J. W. (1992). Process-Induced Stress and Deformation in Thick-Section Thermoset Composite Laminates. *Journal of Composite Materials*, 26(5), 626–660.
42. Bogetti, T. A., Gillespie, J. W., & McCullough, R. L. (1994). Influence of processing on the development of residual stresses in thick section thermoset composites. *International Journal of Materials and Product Technology*, 9(1–3), 170–182.
43. Bogetti, T. A., Gillespie, J. W., & Byron Pipes, R. (1988). Evaluation of the IITRI compression test method for stiffness and strength determination. *Composites Science and Technology*, 32(1), 57–76.
44. GAMA, B. A., GILLESPIE, J. W., MAHFUZ, H., RAINES, R. P., HAQUE, A., JEELANI, S., ... FINK, B. K. (2001). High Strain-Rate Behavior of Plain-Weave S-2 Glass/Vinyl Ester Composites. *Journal of Composite Materials*, 35(13), 1201–1228. <http://doi.org/10.1106/13MY-YTGH-QE7E-6V8D>.
45. Khattab I. A., Kreikemeier J., Abdelhadi N. S. Manufacturing of CFRP specimens with controlled out-of-plane waviness //CEAS Aeronautical Journal. – 2014. – Т. 5. – №. 1. – С. 85-93.
46. Sapozhnikov S. B., Kheruvimov A. V., Khoruzhiy A. S. Control of composite nonlinear deformation by local curvature of yarns //Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия «Математика. Механика. Физика». – 2019. – Т. 29. – №. 1. – С. 43-49.
47. Wilhelmsson D. et al. An experimental study of fibre waviness and its effects on compressive properties of unidirectional NCF composites //Composites Part A: Applied Science and Manufacturing. – 2018. – Т. 107. – С. 665-674.

48. Zhang L. et al. Compressive behavior of unidirectional FRP with spacial fibre waviness and non-uniform fibre packing //Composite Structures. – 2019. – С. 111082.
49. Mizukami K. et al. Detection of in-plane and out-of-plane fiber waviness in unidirectional carbon fiber reinforced composites using eddy current testing //Composites Part B: Engineering. – 2016. – Т. 86. – С. 84-94.
50. Shipsha A., Burman M., Ekh J. Failure of cross-ply NCF composites under off-axis compressive loads-An experimental study and a new strength prediction model including fibre bundle waviness //Composites Part B: Engineering. – 2018. – Т. 153. – С. 49-56.
51. Yushanov S. P., Bogdanovich A. E. Fiber waviness in textile composites and its stochastic modeling //Mechanics of Composite materials. – 2000. – Т. 36. – №. 4. – С. 297-318.
52. Wisnom M. R. The effect of fibre waviness on the relationship between compressive and flexural strengths of unidirectional composites //Journal of composite materials. – 1994. – Т. 28. – №. 1. – С. 66-76.
53. Hsiao H. M., Daniel I. M. Effect of fiber waviness on the high-strain-rate behavior of composites //Journal of Thermoplastic Composite Materials. – 1999. – Т. 12. – №. 5. – С. 412-422.
54. Моссаковский П.А., Костырева Л.А. О новом способе экспериментального исследования материалов на динамический сдвиг при высокоскоростном деформировании. Проблемы прочности и пластичности, издательство ФГАОУ ВПО "ННГУ им. Н.И. Лобачевского" (Нижний Новгород), том 80, № 1, с. 127-135
55. Mechanical behaviour of glass and carbon fibre reinforced composites at varying strain rates. R.O.Ochola, K.Marcus, G.N.Nurick, T.Franz. Composite Structures. Volume 63, Issues 3–4, February–March 2004, Pages 455-467. [https://doi.org/10.1016/S0263-8223\(03\)00194-6](https://doi.org/10.1016/S0263-8223(03)00194-6).

56. Failure analysis of quasi-isotropic CFRP laminates under high strain rate compression loading. R.M.Guedes, M. F. S. F. de Moura F.J.Ferreira. Composite Structures. Volume 84, Issue 4, August 2008, Pages 362-368. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2007.10.001>.
57. Mechanical behaviour of glass and carbon fibre reinforced composites at varying strain rates and temperatures C.Elanchezhian, B.Vijaya Ramnath, J.Hemalatha Procedia Materials Science 6 (2014) Pages 1405–1418 <https://doi.org/10.1016/j.mspro.2014.07.120>
58. High strain rate compression response of carbon/epoxy laminate composites M.V. Hosur, J. Alexander, U.K. Vaidya, S. Jeelani Composite Structures 52(2001) Pages 405-417 [https://doi.org/10.1016/S0263-8223\(01\)00031-9](https://doi.org/10.1016/S0263-8223(01)00031-9)
59. ГОСТ 4651-2014. Пластмассы. Метод испытания на сжатие.
60. ASTM D695-15 Standard Test Method for Compressive Properties of Rigid Plastics.
61. ISO 604:2002. Plastics - Determination of compressive properties.
62. Патент US 5789699. Composite ply architecture for sabots. Primex Technologies, Inc. William Brian Stewart, Donald Richard Osment. 04.08.1998.
63. Патент US 6186094 B1. Sabot anti-splitting ring. Alliant Techsystems Inc. Dipak S. Kamdar. 13.02.2001.
64. Патент US 4958571. Continuous-fiber reinforcement sabot. Lawrence J. Puckett. 25.09.1990.
65. Патент US 6805058 B2. Sabot for fin-stabilized ammunition. Nicolas EchesJacques BachelierJoël LeblondJean-Paul FauchonDominique Dion. 19.10.2004.
66. Патент US 8661984 B2. Sabot. Ii Michael A. Minnicino. The United States Of America As Represented By The Secretary Of The Army. 22.06.2011.
67. Патент US 7152533 B2. Sabot for sub-calibre projectiles. Nicolas EchesJean-Paul Fauchon. 26.12.2006.

68. Патент US 7935208 B2. Method for manufacturing a fiber-reinforced composite sabot by using band/hoop lamination. In-Seo ParkJin-Seok KimSeung-un YangYoung-jun Jeon. 03.05.2011.
69. Патент US 8142586 B2. Method for manufacturing a fiber-reinforced composite sabot by using resin-injection vacuum assisted resin transfer molding after stitching. In-Seo ParkJin-Seok KimSeung-un YangYoung-jun Jeon. 04.11.2010.
70. Патент US 8695507 B1. Composite sabot. Saif MusaliMunasir HarharaNicholas PayneRoger JoinsonVelan MudaliarDaniel PrillamanShri Singh. 01.06.2011.
71. Патент US 7013811 B1. Sabot for reducing the parasitic weight of a kinetic energy projectile. Anthony SebastoStewart GilmanLeon ManoleMohan PalathingalRobert Marchak. 21.03.2006.
72. Нуштаев Д.В., Жаворонок С.И., Клышников К.Ю., Овчаренко Е.А. Численно-экспериментальное исследование деформирования и устойчивости цилиндрической оболочки ячеистой структуры при осевом сжатии. Труды МАИ. 2015. № 82. С. 9.
73. Khomsuridze N. G. The thermoelastic equilibrium of the conical bodies // *Prikladnaya matematika i mechanica*. – 2003. – V. 67, iss. 3. – P. 124-133.
74. Kamran A., Manouchehr S., Mehdi A. Elastic solution of a two-dimensional functionally graded thick truncated cone with finite length under hydrostatic combined loads. *Acta Mechanica*. February 2011, Volume 217, Issue 1–2, pp 119–134
75. Вайсфельд Н. Д. Осесимметричная смешанная задача теории упругости для полого дважды усеченного конуса / Н. Д. Вайсфельд, А. В. Реут // Вестник Киевского национального университета имени Тараса Шевченка. Сер. : Физико-математич. науки. - 2013. - Выпуск 3. - С. 93-97.
76. N.D.Vaisfel'd, G.Ya. Popov, V.V.Reut. The axisymmetric mixed problem of elasticity theory for a cone clamped along its side surface with an attached spherical

segment. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. Volume 77, Issue 1, 2013, Pages 70-78. <https://doi.org/10.1016/j.jappmathmech.2013.04.009>

77. Uspenskii, A. A. (1977). State of stress of an anisotropic cone under an axisymmetric load. *Soviet Applied Mechanics*, 13(5), 436–440. doi:10.1007/bf00901796.

78. Klemm, J. L., & Fernandes, R. (1976). The Three-Dimensional Hollow or Solid Truncated Cone Under Axisymmetric Torsionless End Loading. *Journal of Applied Mechanics*, 43(1), 59. doi:10.1115/1.3423796.

79. Reut A. V. The axisymmetrical problem on the stress state of the truncated hollow cone under the external loading 2013. - V. 18. Issue 3. - pp. 102-108.

80. Piggott M. R. The effect of fibre waviness on the mechanical properties of unidirectional fibre composites: a review // *Composites science and technology*. – 1995. – T. 53. – №. 2. – С. 201-205.

81. Jumahat A. et al. Fracture mechanisms and failure analysis of carbon fibre/toughened epoxy composites subjected to compressive loading // *Composite structures*. – 2010. – T. 92. – №. 2. – С. 295-305.

82. Hyer M. W., Lee H. H. The use of curvilinear fiber format to improve buckling resistance of composite plates with central circular holes // *Composite structures*. – 1991. – T. 18. – №. 3. – С. 239-261.

83. Bogetti, T. a., & Gillespie, J. W. (1992). Process-Induced Stress and Deformation in Thick-Section Thermoset Composite Laminates. *Journal of Composite Materials*, 26(5), 626–660.

84. Бабайцев А.В., Зотов А.А. Проектирование и расчет пресованных профилей неоднородного состава. *Технология металлов*. 2018. № 11. С. 16-20. DOI: 10.31044/1684-2499-2018-11-16-20.

85. Bogetti, T. A., Gillespie, J. W., & McCullough, R. L. (1994). Influence of processing on the development of residual stresses in thick section thermoset composites. *International Journal of Materials and Product Technology*, 9(1–3), 170–182.

86. D. Allen, Ph.D. dissertation. Axially accelerated sabot rods subjected to lateral forces Rabern, The University of Arizona, 1988.
87. Lomakin, E., Rabinskiy, L., Radchenko, V. Analytical estimates of the contact zone area for a pressurized flat-oval cylindrical shell placed between two parallel rigid plates//Meccanica. 2018. 53(15), p. 3831-3838. DOI: 10.1007/s11012-018-0919-y.
88. Berezovskii V.V., Shavnev A.A., Solyaev Y.O., Lur'e S.A. Mechanical properties of a metallic composite material based on an aluminum alloy reinforced by dispersed silicon carbide particles//Russian Metallurgy (Metally). 2015. 10, p. 790-794.
89. Л.И. Седов. Механика сплошной среды. Том. 2. М.: Наука.– 1970. – 492 с
90. А.В. Бабайцев, В.В. Березовский, Ю.О. Соляев, С.А. Лурье, А.А. Шавнев, Ю.А. Курганова. Исследование механических характеристик металлического композиционного материала на основе алюминиевого сплава, армированного дисперсными частицами карбида кремния. Деформации и разрушение материалов. 2014. №12. С. 12 - 16.
91. Babaytsev A.V., Berezovskii V.V., Shavnev A.A., Solyaev Y.O., Lur'e S.A., Kurganova Y.A. Mechanical properties of a metallic composite material based on an aluminum alloy reinforced by dispersed silicon carbide particles. Russian Metallurgy (Metally).
92. А.В. Бабайцев, А.А.Зотов, А. Н. Волков. Определение НДС многослойного ламината с использованием ступенчатой аппроксимации. Известия Тульского государственного университета. Выпуск 12. Часть 2. с175-185
93. Babaytsev A.V., Lomakin E.V., Rabinsky L.N., Radchenko V.P., Solyaev Yu.O., Zhavoronok S.I. Analytical estimates of the contact zone area for a pressurized flat-oval cylindrical shell placed between two parallel rigid plates. Meccanica. 2018. T. 53. № 15. С. 3831-3838. DOI: 10.1007/s11012-018-0919-y

94. A.V. Babaytsev, A.A. Zotov. Designing and Calculation of Extruded Sections of an Inhomogeneous Composition // Russian Metallurgy (Metally), Vol. 2019, No. 13, pp. 134–137.
95. Афанасьев А. В., Дудченко А. А., Рабинский Л. Н. Влияние тканых слоев на остаточное напряженно-деформированное состояние изделий из полимерных композиционных материалов //Электр. журнал «Труды МАИ. – 2010. – №. 37
96. Барашков, В. Н. (2004). Численное моделирование трехмерного упругопластического деформирования секторов ведущего устройства. Известия Томского политехнического университета, 307(4).
97. Kamran A., Manouchehr S., Mehdi A. Dynamic analysis of a functionally graded thick truncated cone with finite length. International Journal of Mechanics and Materials in Design. December 2010, Volume 6, Issue 4, pp 367–378