

УДК 519.654:519.657

## **Моделирование предельных состояний в эксплуатации электромеханических преобразователей**

**Лисов А.А.\*, Чернова Т.А.\*\*, Горбунов М.С.\*\*\***

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия*

*\*e-mail: [3141220@mail.ru](mailto:3141220@mail.ru)*

*\*\*e-mail: [chernova3244@gmail.com](mailto:chernova3244@gmail.com)*

*\*\*\*e-mail: [sgorbunov@aport.ru](mailto:sgorbunov@aport.ru)*

### **Аннотация**

Разработаны математические модели деградационных процессов электротехнических устройств для оценки и прогнозирования их технического состояния и остаточного ресурса. Предложено выполнять оценку режимов безотказной работы электротехнических устройств и их остаточного ресурса по деградационному отклонению характеристического параметра. Использование такого предложения упрощает моделирование, снижает объём вычислений. Для типовых моделей нелинейных деградационных процессов и характеристик устройств приведены примеры прогноза достижения предельного состояния и проведен расчёт остаточного ресурса в эксплуатации.

**Ключевые слова:** имитационно-рекуррентный подход к моделированию деградационных процессов, метод наименьших квадратов, типы нелинейных функций деградационного изменения характеристических параметров, остаточный ресурс, достижение предельного состояния.

Деградационные процессы присущи всем объектам и изделиям, «живущим во времени», находящимся в эксплуатации или при хранении. Деградационные процессы – процессы постепенного ухудшения, разрушения любых объектов, обусловленные естественным старением, изнашиванием, коррозией и усталостью материалов, узлов и всего изделия в целом при выполнении всех правил и (или) норм проектирования, изготовления и эксплуатации. Объекты различного назначения, работающие по различным физическим законам, выполненные из различных материалов с течением времени изнашиваются, «стареют», изменяют свои свойства и показатели.

В настоящее время электрооборудование является неотъемлемой частью жизнеобеспечения человека в окружающем мире. Все авиационное электрооборудование можно разделить на 2 класса: наземное электрооборудование аэропортов и электрооборудование летательных аппаратов.

Для всего электрооборудования важнейшим показателем его качества является надежность. Под надёжностью подразумевают способность изделия безотказно выполнять свои функции в течение обусловленного срока. Отказом считают неисправность, влекущую нарушение или полное прекращение работы агрегата.

В наземных условиях надежность является одним из показателей экономичности: чем больше время безотказной работы устройства, тем меньше расходы на ремонт и обслуживание, на сырьё и рабочую силу для замены вышедших из строя элементов.

Для летательных аппаратов надёжность электрооборудования является главным образом, показателем безопасности полёта. В воздухе ремонт практически невозможен. Отказ, несрабатывание любого устройства («не убралось шасси», не закрылась шторка люка, сбой в электропитании навигационных приборов, в частности, гироскопов, и, как следствие, неверные показания и т.д.), могут повлечь аварию. Особенно важна надёжность современных электроавтоматических систем, если в полёте пилот не может корректировать управление.

По этим причинам разработка методов упреждения отказов, индивидуального прогнозирования конкретного устройства, работающего в конкретных условиях, является актуальной. И с развитием

электрооборудования, с его усовершенствованием актуальность упреждения отказов только возрастает.

Для повышения эффективности эксплуатации технических устройств необходимы методы учета деградиционных процессов в каждом конкретном объекте, работающем в конкретных условиях эксплуатации. Математические модели деградиционных процессов объектов являются основой для идентификации фактического состояния этих объектов, для прогнозирования поведения объекта в будущем, для оценки его остаточного ресурса и обеспечения безотказного функционирования.

Проведенный анализ теории и практики учёта деградиционных процессов показал следующее:

1. Обилие публикаций по учёту деградиционных процессов во всех областях, что свидетельствует об актуальности проблемы. При этом, большинство работ ориентировано на конкретную область, основано на фундаментально-прикладных законах области, а потому имеют частно-прикладной характер [1, 2, 3].

2. Теория динамического прогнозирования с учетом эксплуатационного изменения объекта наиболее развита в экономике, в менеджменте, в исследовании экологии окружающей среды и земельных ресурсов. В технике наибольшее количество работ относится к

нефтегазовому оборудованию (к трубопроводной транспортировке) [4, 5, 6, 7, 8].

4. Единичные публикации посвящены вопросам теории и методов учета деградиционных процессов в сложных технических объектах. Отдельно следует указать научные школы МЭИ по электромеханическим преобразователям под руководством Иванова-Смоленского А.В. (разработка классической теории электрической машины; учебник переведен на 11 языков мира и издан в Англии, Японии, в Германии) [9], Копылова И.П. (разработка теории обобщенного электромеханического преобразователя, создана платформа для сравнительного анализа и унификации в проектировании) [10], выделяющиеся наибольшей обобщенностью, логической последовательностью и математической строгостью.

По надёжности и проектированию электрических машин важнейшей является школа МАИ под руководством Гольдберга О.Д. (проектирование электрических машин, с учетом эксплуатационной надёжности; статистическая теория надёжности электрических машин на основе широкого постэксплуатационного исследования) [11, 12]. В указанных работах приведен глубокий вероятностно-статистический анализ надёжности электрических машин, методы испытаний.

5. В электромеханике учет влияния деградационных процессов реализован в основном на вероятностно-статистическом анализе отказов и выработке рекомендаций для проектирования и производства [11, 12].

Таким образом, разработка математических моделей деградационных процессов электротехнических устройств, их применение в прогнозировании достижения предельного состояния и при расчёте остаточного ресурса в эксплуатации - определяет актуальность настоящей работы.

*Цель настоящей работы состоит в следующем:* на основе разработанных математических моделей деградационных процессов электротехнических устройств выполнен анализ их состояния и прогноз эксплуатации в заданных условиях, оценить остаточный ресурс.

*Концепция работы.* Фиксируя количественные значения характеристических показателей конкретного объекта в индивидуальной истории эксплуатации, сформировать имитационное отражение процессов в объекте в виде временных рядов. Используя аппроксимацию временных рядов по методу наименьших квадратов и установление аналитических закономерностей изменения характеристических показателей, путем экстраполяции выполнить индивидуальный прогноз и определить остаточный ресурс.

Предложено выполнять оценку режимов безотказной работы электротехнических устройств и их остаточного ресурса по изменению деградационного отклонения характеристического параметра. Использование такого предложения существенно упрощает моделирование и снижает на порядок системы уравнений состояния, предопределяет возможность разработки практического средства прогноза режимов функционирования электротехнических устройств и расчёта остаточного ресурса.

Помимо этого, оценка деградационных процессов электротехнических устройств в режимах их функционирования при эксплуатации позволяет исследовать деградационные процессы электротехнических устройств единой серии в различных и аналогичных условиях эксплуатации на единой методической основе, выполнять сравнительный анализ деградации объектов.

При моделировании функций деградационного изменения характеристических параметров некоторые данные получают, как правило, экспериментально в процессе эксплуатации - в табличной форме. При этом важно отметить, что фиксируют показатели конкретного устройства, работающего в конкретных условиях. По табличным данным характеристической зависимости  $y(x)$  конкретного контролируемого устройства нужно установить аналитические закономерности

деградационного изменения его параметров и характеристик и по ним прогнозировать интервалы дальнейшей безопасной работы и ожидаемые моменты отказов, и таким образом предотвратить опасность аварий [13].

Анализ функций, представляющих изменения характеристических параметров и их графиков, позволил установить следующее: все функции имеют начальное значение  $y = a_0$ , известное из паспортных данных на эксплуатируемое устройство, или полученное экспериментально для штатного режима работы. Поэтому при анализе деградационного изменения целесообразно исследовать не всю функцию  $y(x)$  а только её деградационные отклонения  $\varphi(x) = [y(x) - a_0]$ . Начальное значение функции отклонения  $\varphi(x) = 0$ , её график проходит через начало координат. При определении количества параметров аппроксимирующих функций для функции отклонения их число уменьшается на единицу, поэтому снижается порядок нормальных систем по МНК [14, 15].

### **Прогноз предельного состояния**

Независимым аргументом  $x$  в функциях деградационного изменения характеристических параметров могут быть продолжительность исправной работы (в единицах времени), объем работы (в единицах произведенной продукции). Для электротехнических изделий и, особенно для

электромеханических преобразователей, объем работы может исчисляться количеством запусков.

В прогнозе момента наступления предельного режима, фактически момента отказа устройства, нужно решить уравнение:

$$\varphi(x_i) - \Delta = 0.$$

Здесь  $\varphi(x)$  – функция деградационного отклонения характеристического параметра;  $\Delta$  – нормативно допустимое отклонение характеристического параметра. В решении уравнения должен быть определён  $x_{пред}$  – предельный момент, или момент отказа. По моменту отказа можно оценить остаточный ресурс  $x_{ост}$ :

$$x_{ост} = x_{пред} - x_{нос},$$

где  $x_{нос}$  – момент последнего наблюдения устройства.

### **Прогноз предельного состояния при различном характере деградационных изменений**

#### ***1. Прогнозирование предельного состояния при полиномиальном характере деградационных изменений.***

Практически возможны следующие типы функций, представляющие законы изменения выбранного характеристического параметра. Целые рациональные функции или многочлены вида:

$$y_1 = a_0 + a_1 x;$$

$$y_2 = a_0 + a_1 x + a_2 x_2;$$

$$y_3 = a_0 + a_1 x + a_2 x_2 + a_3 x_3$$

Остановимся на рассмотрении этих зависимостей подробнее. Поскольку  $\varphi(x) = [y(x) - a_0]$ , то в случае линейного изменения процесса с аппроксимирующей функцией имеем:

$$\varphi(x) = P_1(x) = a_1 x, \text{ где } a_1 = T_1 / S_2,$$

причём [15, 16]:

$$T_1 = \sum_{i=1}^n x_i \varphi(x_i), \quad S_2 = \sum_{i=1}^n x_i^2,$$

тогда для прогноза момента наступления предельного режима, фактически момента отказа, нужно решить уравнение

$$a_1 x - \Delta = 0, \tag{1}$$

откуда

$$x = x_{\text{пред}} = \frac{\Delta}{a_1} = \frac{\Delta^* S_2}{T_1} \tag{2}$$

В случае квадратичного изменения процесса получим аппроксимирующую функцию вида

$$\varphi(x) = P_2(x) = a_1 x + a_2 x^2, \text{ нормальную систему по МНК для } P_2(x) \text{ можно}$$

записать в виде:

$$\begin{cases} S_2 a_1 + S_3 a_2 = T_1 \\ S_3 a_1 + S_4 a_2 = T_2, \end{cases}$$

откуда по формулам Крамера:

$$a_1 = \frac{T_1 S_4 - T_2 S_3}{S_2 S_4 - S_3^2}; \quad a_2 = \frac{T_2 S_2 - T_1 S_3}{S_2 S_4 - S_3^2};$$

причём введены обозначения [15]:

$$T_1 = \sum_{i=1}^n x_i \varphi(x_i), \quad T_2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 \varphi(x_i), \quad S_2 = \sum_{i=1}^n x_i^2,$$

$$S_3 = \sum_{i=1}^n x_i^3, \quad S_4 = \sum_{i=1}^n x_i^4,$$

Или в общем виде  $(T_k = \sum_{i=1}^n x_i^k \varphi(x_i)), (S_k = \sum_{i=1}^n x_i^k)$

Для прогноза момента наступления предельного режима, фактически момента отказа, в этом случае нужно решить квадратное уравнение:

$$a_2 x^2 + a_1 x - \Delta = 0 \quad (3)$$

Предельное состояние определится по минимальному корню уравнения:

$$x = x_{пред} = \min(x_1, x_2) \quad (4)$$

В случае кубического изменения процесса с аппроксимирующей функцией  $\varphi(x)$  вида:

$$P_3(x) = a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3$$

где параметры уравнения, согласно [15], определяются из нормальной системы уравнений по МНК:

$$\begin{cases} S_2 a_1 + S_3 a_2 + S_4 a_3 = T_1 \\ S_3 a_1 + S_4 a_2 + S_5 a_3 = T_2 \\ S_4 a_1 + S_5 a_2 + S_6 a_3 = T_3 \end{cases}$$

Её решение при обозначениях

$$\left( T_k = \sum_{i=1}^n x_i^k \varphi(x_i) \right), (S_k = \sum_{i=1}^n x_i^k)$$

позволит определить параметры аппроксимирующей функции  $a_1, a_2, a_3$ .

Для прогноза момента наступления предельного режима, фактически момента отказа, в этом случае нужно решить кубическое уравнение:

$$a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 - \Delta = 0 \quad (5)$$

Предельное состояние определится минимальным корнем уравнения:

$$x = x_{пред} = \min(x_1, x_2, x_3)$$

**Пример 1.** В паспортных данных на электротехническое устройство заданы: номинальный уровень тока  $I_H = 10A$  и допустимое превышение  $\Delta = 0.5A$ .

1). В эксплуатации при ежемесячном контроле получена табличная функция деградиционного изменения тока (таблица 1).

$I, A$	10	10.03	10.06	10.08	10.1 1	10.14
$x, мес.$	0	1	2	3	4	5

Таблица 1.

Определить предполагаемый момент отказа устройства и остаточный ресурс.

Анализ деградационного изменения табличных данных показывает, что они имеют линейный характер (1).

Для вычисления  $x_{пред}$  нужно составить таблицу 2. В таблице  $y = I$  ;  
 $\varphi = I - a_0$  ;  $a_0 = I_H = 10$  ;  $n = 6$ .

Таблица 2.

$x$	$y$	$\varphi$	$x^2$	$x * \varphi$
0	10	0	0	0
1	10.03	0.03	1	0.03
2	10.06	0.06	4	0.12
3	10.08	0.08	9	0.24
4	10.11	0.11	16	0.44
5	10.14	0.14	25	0.70
			$S_2 = 55$	$T_1 = 1.53$

По (2) предельный момент отказа

$$x_{пред} = \frac{0.5 * 55}{1.53} = 18 \text{ мес.}$$

Расчёт показывает, что среднее квадратическое отклонение аппроксимирующей функции

$$\delta_{1cp} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum \delta_1^2} = 0.0024$$

достаточно мало.

Остаточный ресурс  $x_{ост} = x_{пред} - x_{нос} = 18 - 5 = 13$  мес.

График этого процесса примера приведен на рис. 1.

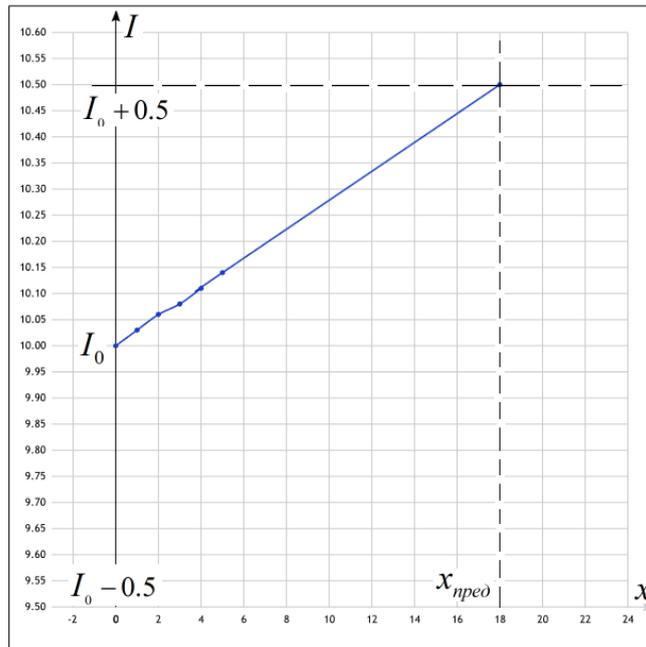


Рис. 1. График деградационного изменения тока при линейном законе.

2). В эксплуатации при выборочном контроле в отдельные месяцы получена табличная функция деградационного изменения тока (таблица 3).

Таблица 3.

$I, A$	10	9.25	9.91	9.275	9.84	9.91	10	10.21
$x, мес.$	0	1	2	3	5	10	12	15

Анализ деградационного изменения табличных данных показывает, что они имеют немонотонный нелинейный характер квадратичного типа.

Для вычисления  $x_{пред}$  нужно составить таблицу 4. В таблице  $y = I$ ;  
 $\varphi = I - a_0$ ;  $a_0 = I_n$ ;  $n = 8$ .

Таблица 4.

$x$	$y$	$\varphi$	$x^2$	$x^3$	$x^4$	$x*\varphi$	$x^2*\varphi$	$P_2(x)$	$\delta_2$
0	10.0	0.0	0	0	0	0	0.0	0	0
1	9.95	-	1	1	1	-0.05	-0.05	-	0.000
2	9.91	0.05	4	8	16	-0.18	-0.36	0.050	4
3	9.87	-	9	27	81	-0.375	-1.125	4	0.001
5	5	0.09	25	125	625	-0.80	-4.0	-	6
1	9.84	-	100	1000	10000	-0.90	-9.0	0.291	0.001
0	9.91	0.12	144	1728	20736	0.00	0.0	6	4
1	10.0	5	225	3375	50625	3.15	47.25	-	0.00
2	10.2	-						0.123	0.00
1	1	0.16						6	0.002
5		-						-0.16	4
		0.09						-0.09	0.00
		0.00						0.002	
		0.21						4	
			$S_2 = 508$	$S_3 = 6224$	$S_4 = 82084$	$T_1 = 0.845$	$T_2 = 32.715$		

$$a_1 = \frac{0.845 * 82084 - 32.715 * 6224}{508 * 82084 - 6224^2} = -0.055$$

$$a_2 = \frac{32.715 * 508 - 0.845 * 6224}{508 * 82084 - 6224^2} = 0.0046$$

Среднее квадратическое отклонение аппроксимирующего полинома

$$\delta_{2cp} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum \delta_2^2} = 0.00034$$

достаточно мало.

Для прогноза предельного отказа нужно решить квадратное уравнение:

$$0.0046x^2 - 0.055x - 0.5 = 0 ;$$

Его корни:  $x_1 = 18$ ,  $x_2 = -6$  (второй корень не подходит, т.к.  $x \geq 0$ ).

Тогда момент предельного отказа  $x_{пред} = 18$  мес;

Остаточный ресурс  $x_{ост} = x_{пред} - x_{нос} = 18 - 15 = 3$  Мес.

График процесса этого примера приведен на рис. 2.

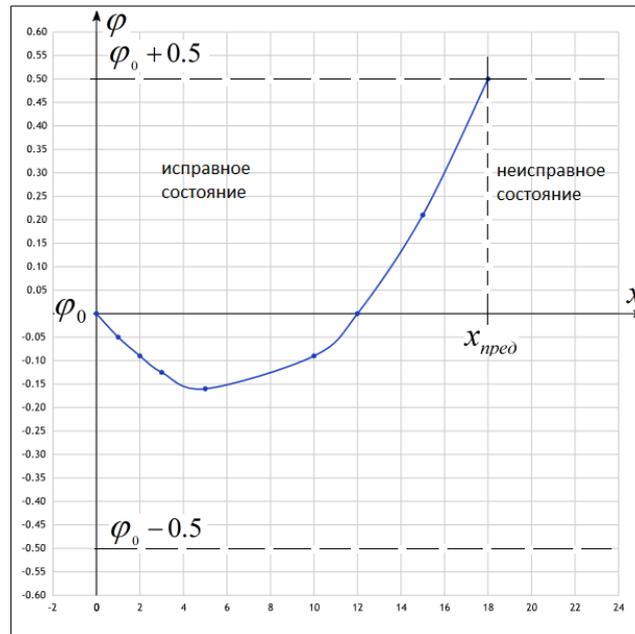


Рис. 2. График деградационного отклонения тока при квадратичном законе.

3). В эксплуатации при выборочном контроле в первые полгода ежемесячно, а потом 1 раз в полугодие получена таблица деградационного изменения тока (таблица 5).

Таблица 5.

$I, A$	1 0	10.01 0	10.01 8	10.02 8	10.02 3	9.98 3	9.93 1	9.91 9	10.00 0	10.22 5
$x, мес$	0	1	2	3	6	12	18	24	30	36

Для повышения точности измерений целесообразно измерять не полный сигнал тока, а только его отклонение от  $I_H$ , то есть  $\varphi(x_i) = I - I_H = I - 10$ . Тогда таблицу деградационного отклонения тока можно представить в табличном виде (таблица 6).

Таблица 6.

$\varphi = 10^{-2} A$	0.00 0	1.04 4	1.79 2	2.26 8	2.30 4	- 1.72 8	- 6.91 2	- 8.06 4	0.00 0	22.46 4
$x, мес.$	0	1	2	3	6	12	18	24	30	36

Анализ деградационного изменения табличных данных показывает, что они имеют немонотонный нелинейный характер кубического типа.

Для определения коэффициентов  $S_i$  и  $T_j$  нормальной системы уравнений по МНК нужно составить таблицу 7.

Таблица 7.

$x$	$x^2$	$x^3$	$x^4$	$x^5$	$\varphi * 10^{-2}$	$\varphi * x$	$\varphi * x^2$	$\varphi * x^3$	$P_3^*$ $10^{-2}$	$\delta_3^*$ $* 10^{-2}$
0	0	0	0	0	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000
1	1	1	1	1	1.044	0.010	0.010	0.010	1.044	0.000
2	4	8	16	32	1.792	0.036	0.072	0.144	1.792	0.000
3	9	27	81	243	2.268	0.068	0.204	0.612	2.268	0.000
6	36	216	1296	7776	2.304	0.138	0.829	4.977	2.304	0.000
12	144	1728	20736	248832	-1.728	-0.207	-2.488	-29.860	-1.728	0.000

18	324	5832	104976	1889568	-6.912	-1.244	-22.395	-40.311	-6.912	0.000
24	576	13824	331776	7962624	-8.064	-1.935	-46.449	-1114.767	-8.064	0.000
30	900	27000	810000	24300000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
36	1296	46656	1679616	60466176	22.464	8.087	29.113	10480.80	22.464	0.000
$S_1 = 132$	$S_2 = 3290$	$S_3 = 95292$	$S_4 = 2948498$	$S_5 =$ 94875252		$T_1 = 4.953$	$T_2 = -41.104$	$T_3 = 9301.609$		

С числовыми коэффициентами нормальная система уравнений по МНК имеет вид:

$$\begin{cases} 132a_1 + 3290a_2 + 95292a_3 = 4.953 \\ 3290a_1 + 95292a_2 + 2948498a_3 = -41.104 \\ 95292a_1 + 2948498a_2 + 94875252a_3 = 9301.609 \end{cases}$$

В результате её решения  $a_3 = 4 \cdot 10^{-5}$ ;  $a_2 = -1.6 \cdot 10^{-3}$ ;  $a_1 = 1.2 \cdot 10^{-2}$ ;

среднее квадратическое отклонение аппроксимирующего полинома:

$$\delta_{3cp} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_3^2}$$

достаточно мало.

Для прогноза предельного отказа нужно решить кубическое уравнение:

$$4 \cdot 10^{-5} \cdot x^3 - 1.6 \cdot 10^{-3} x^2 + 1.2 \cdot 10^{-2} x - 0.5 = 0 \quad (6)$$

Оно имеет один действительный корень, определяющий момент предельного отказа

$$x_{пред} = 40.$$

Других действительных корней уравнение (6) не имеет. Таким образом деградационный отказ наступит после 39 месяцев эксплуатации, на 40-м месяце.

Остаточный ресурс  $x_{ост} = 40 - 36 = 4$  мес.

График процесса этого примера приведен на рисунке 3.

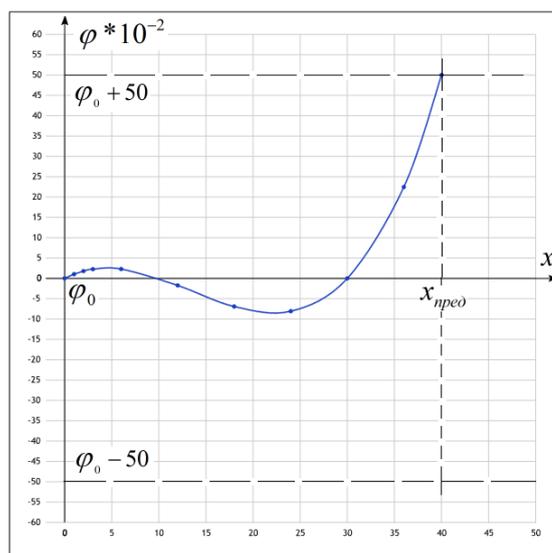


Рис. 3. График деградационного отклонения тока при кубическом законе.

## ***2. Прогноз предельного состояния при лавинном характере деградационного износа.***

В случае лавинного характера деградационного износа используют дробно-рациональные функции вида

$$y_4 = \frac{ax - b}{x - c} \quad (7)$$

При  $x=0$  функция  $y_4 = a_0 = \frac{b}{c}$ . При  $x = \frac{b}{a}$   $y_4 = 0$ . При  $x \rightarrow c$

функция  $y_4$  имеет вертикальную асимптоту  $x = c$  (рис. 4) и таким образом отражает лавинно изменяющийся процесс, процесс с крутым фронтом.

При  $\frac{b}{a} > c$  - лавинно растущий процесс, при  $\frac{b}{a} < c$  - лавинно падающий процесс.

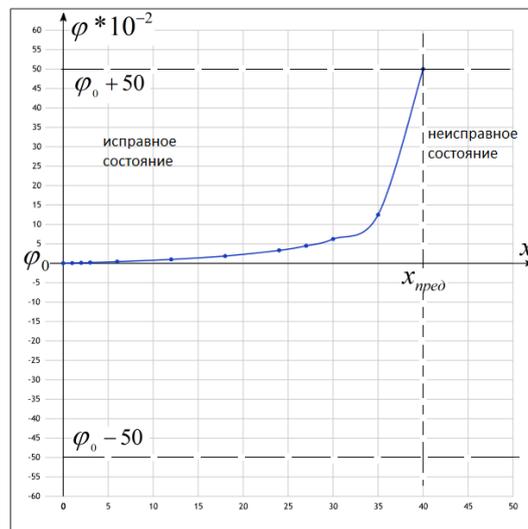


Рис. 4. График деградационного отклонения тока при лавинном росте.

Далее, согласно предложенному алгоритму действий, следует:

- моделировать деградационные отклонения  $\varphi(x) = [y(x) - a_0]$ ,

- при  $x=0$  функция  $y_4 = a_0$ , отсюда можно установить взаимную связь между параметрами  $b$  и  $c$ :  $b/c = a_0$ ;  $b = a_0 c$ .

- записать функцию  $y_4$  в виде:  $y_4 = \frac{ax-b}{x-c} = \frac{x}{px-q} + a_0$ ;  $\varphi_4 = \frac{x}{px-q}$ ,

здесь  $\mathbf{a} = \left( \mathbf{a}_0 + \frac{1}{p} \right)$ ;  $\mathbf{c} = \frac{q}{p}$ ;  $\mathbf{b} = \mathbf{a}_0 \frac{q}{p}$ . Для нахождения  $p$  и  $q$  составляют систему двух уравнений по МНК, введя обозначения  $\sum_{i=1}^n x_i^k = S_k$ ,  $\sum_{i=1}^n x_i^k \varphi(x_i) = T_k$ . Тогда нормальную систему уравнений по МНК для рассматриваемого случая можно записать [15]:

$$\begin{cases} T_2 p - T_1 q = S_2 \\ T_3 p - T_2 q = S_3 \end{cases}$$

Решение этой системы позволит определить параметры  $p$  и  $q$ .

Теперь в случае лавинного характера деградационного износа для определения момента предельного режима нужно решить уравнение:

$$\frac{x}{px - q} - \Delta = 0$$

откуда  $x_{пред} = \frac{\Delta \cdot q}{\Delta \cdot p - 1}$ .

**Пример 2.** В паспортных данных на электротехнические устройства заданы: номинальный ток  $I_H=10A$  и допустимое превышение  $\Delta=0,5A$ .

В эксплуатации при выборочном контроле получена табличная функция отклонения тока (таблица 8)

Таблица 8.

$\varphi \cdot 10^{-2} A$	0,0	0,06	0,125	0,192	0,417	1,00	1,875	3,33	6,25
$x, мес$	0	1	2	3	6	12	18	24	30

Анализ деградационного изменения табличных данных показывает, что они монотонно растут во времени, причём скорость их роста увеличивается. Такой характер роста могут иметь лавинные процессы.

Для вычисления параметров функции  $p$  и  $q$  нужно составить таблицу 9 и определить коэффициенты нормальной системы по МНК [15, 16].

Таблица 9.

$x$	$x^2$	$x^3$	$\varphi \cdot 10^{-2}$	$\varphi \cdot x \cdot 10^{-2}$	$\varphi \cdot x^2 \cdot 10^{-2}$	$\varphi \cdot x^3 \cdot 10^{-2}$	$\varphi_4 \cdot 10^{-2}$	$\delta_4$
0	0	0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1	1	1	0,060	0,060	0,060	0,060	0,061	0,001
2	4	8	0,125	0,350	0,500	1,000	0,125	0,000
3	9	27	0,192	0,576	1,728	5,184	0,192	0,000
6	36	216	0,417	2,502	15,012	90,072	0,417	0,000
12	144	1728	1,000	12,000	144,00	1728,0	1,000	0,000
18	324	5832	1,875	33,75	607,50	10935,0	1,875	0,000
24	576	13824	3,333	79,992	1919,808	46075.	3,333	0,000
30	900	27000	6.250	187.5	5625,0	168750	6.250	0,000
<b>S<sub>1</sub>=96</b>	<b>S<sub>2</sub>=1994</b>	<b>S<sub>3</sub>=48636</b>		<b>T<sub>1</sub>=3,1663</b>	<b>T<sub>2</sub>=83,138</b>	<b>T<sub>3</sub>=2275,8</b>		

С числовыми коэффициентами нормальную систему по МНК можно записать в виде:

$$\begin{cases} 83,138p - 3,166q = 1994 \\ 22,758p - 83,138q = 48636 \end{cases}$$

Её решение  $p=-40$ ;  $q=-1680$ .

Среднее квадратическое отклонение аппроксимирующей функции

$$\delta_{4cp} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_4^2} = 0.000$$

достаточно мало.

Для прогноза предельного отказа нужно решить уравнение:

$$\frac{x}{1680 - 40x} = 0,5$$

откуда  $x_{пред} = 40$  мес. Остаточный ресурс  $x_{ост} = 40 - 30 = 10$  мес.

Следует отметить, что при  $x \rightarrow 42 \lim_{x \rightarrow 42} \frac{x}{1680 - 40x} = \infty$ ,

$x=42$  – вертикальная асимптота графика.

По величинам  $p$  и  $q$  можно определить параметры дробно-линейной функции  $\varphi_4$ :

$$a = (10 - \frac{1}{40}) = 9,975; b = 10 \frac{1680}{40} = 420; c = \frac{1680}{40} = 42.$$

Функцию  $y_4$  можно записать в виде:

$$y_4 = \frac{9,975x - 420}{x - 42}.$$

График этого процесса представлен на рисунке 4.

### **3 Прогноз предельного состояния при экспоненциальном характере деградиционного износа.**

Пусть табличную функцию деградиционных изменений описывает экспоненциальная функция вида

$$y_5 = ae^{bx}$$

Так как в начальной стадии эксплуатации при  $x = 0$ ,  $y_5 = a_0$ , то можно записать  $y_5 = a_0 e^{bx}$ . Здесь параметр  $b$  неизвестен.

Введём обозначения

$$A = \ln a_0; z_i = A + bx_i; T_1 = \sum_{i=1}^n z_i x_i; S_1 = \sum_{i=1}^n x_i; S_2 = \sum_{i=1}^n x_i^2$$

тогда параметр  $b$  определяется из [15]:

$$b = (T_1 - AS_1) / S_2 \quad (8)$$

Деградационные отклонения описывает функция

$$\varphi_5(x) = a_0 e^{bx} - a_0 = a_0 (e^{bx} - 1)$$

В случае экспоненциального характера деградационного износа для определения момента предельного режима нужно решить уравнение

$$a_0 (e^{bx} - 1) = \Delta, \quad (9)$$

откуда  $x_{пред} = \frac{1}{b} \ln(1 + \frac{\Delta}{a_0})$ .

**Пример 3.** В паспортных данных на электротехническое устройство заданы: номинальный ток  $I_H = 10A$  и допустимое превышение  $\Delta = 0,5A$ .

В процессе эксплуатации при выборочном контроле получена табличная функция деградационного отклонения тока (таблица 10)

Таблица 10.

$\varphi \cdot 10^{-2} \text{A}$	0,0	1,0	2,0	3,0	6,0	12,0	18,0	24,0	30,0	43,0
$x$ , мес.	0	1	2	3	6	12	18	24	30	42

Анализ деградационного изменения табличных данных показывает следующее. С одной стороны, наблюдается характер, близкий к линейному. Несложно видеть, что изменение практически описывает функция  $\varphi(x)=0,01x$ . Отсюда при  $\Delta = 0,5 x_{пред} = 50$  мес.

С другой стороны, в последнем измерении процесс деградации ускорился.

Допустим, аппроксимирующая функция экспоненциальная, тогда для определения её нужно составить по МНК таблицу 11 [15, 16].

Таблица 11.

$x, \text{мес}$	$x^2$	$\varphi \cdot 10^{-2}$	$y_5$	$\ln y_5=z$	$z \cdot x$	$y_{5p}$	$\delta_5$
0	0	0,0	10,00	2,3026	0.0000	10,00	0,000
1	1	1,0	10,01	2,3036	2,3036	10,01	0,000
2	4	2,0	10,02	2,3046	4,6092	10,02	0,000
3	9	3,0	10,03	2,3055	6,9165	10,03	0,000
6	36	6,0	10,06	2,3086	13,8516	10,06	0,000
12	144	12,0	10,12	2,3145	27,7740	10,121	0,001
18	324	18,0	10,18	2,3204	41,7672	10,182	0,002
24	576	24,0	10,24	2,3263	55,8312	10,243	0,003
30	900	30,0	10,30	2,3321	69,3630	10,305	0,005
42	1764	43,0	10,43	2,3474	98,5908	10,429	0,001
$S_1=138$	$S_2=3758$				$T_1=321,6071$		

По таблице 11 величина  $b$  в соответствии с (8) равна:

$$b = \frac{321,6071 - 2,3026 \cdot 138}{3758} = 0,001$$

Среднее квадратическое отклонение аппроксимирующей функции

$$\delta_{5cp} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum \delta_5^2} = 0.002$$

достаточно мало.

Из уравнения (9) предельный момент  $x_{пред} = 10^3 \ln 1,05 = 48,8$  мес.

Остаточный ресурс  $x_{ост} = 48,8 - 42 = 6,8$  мес.

График этого процесса представлен на рисунке 5.

Полученное  $x_{пред}$  существенно меньше предыдущего, и предупреждает о более быстром наступлении деградационного отказа.

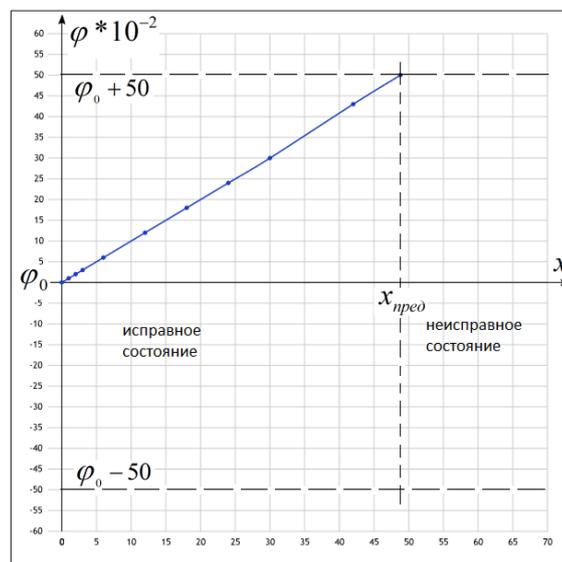


Рис. 5. График деградационного отклонения тока при экспоненциальном росте.

Если для заданного прибора предельно допустимое отклонение  $\Delta=2 A$ , то при использовании линейной аппроксимации деградационного износа  $x_{пред} = 200$  мес.; а при использовании экспоненциальной функции

$$x_{пред} = 10^3 \ln 1,2 = 182 \text{ мес.}$$

Последующий анализ показывает, что необходим постоянный эксплуатационный контроль технического устройства и строгий выбор аппроксимирующих функций.

### **Выводы**

1. Для исследования и моделирования деградационных процессов электротехнических устройств предложен имитационно-рекуррентный подход к отражению динамики деградационного изменения характеристических показателей в форме временных рядов с последующей аппроксимацией регрессионными функциями по методу наименьших квадратов.

2. Установлены основные типы нелинейных функций деградационного изменения характеристических параметров: полиномиальные, дробно-рациональные, экспоненциальные.

3. Предложено анализ деградационного изменения характеристического параметра выполнять по деградационному отклонению его от начальных уровней, соответствующих моменту начала

исследования. Реализация указанного предложения позволила существенно упростить разработку моделей и их реализацию на ЭВМ.

4. Выполнен прогноз наступления предельных состояний в эксплуатации электротехнических устройств, приведены методы оценки остаточных ресурсов при различных закономерностях деградиационного изменения показателей. Выполнена оценка адекватности моделей по величине среднего квадратического отклонения. Проведен подробный вычислительный эксперимент.

#### **Библиографический список**

1. Горицкий В.М. Диагностика металлов. – М.: Metallurgizdat, 2004. – 408 с.
2. Бугров В.Е., Виноградова К.А. Оптоэлектроника светодиодов: Учебное пособие. – СПб.: НИУ ИТМО, 2013. – 174 с.
3. Кузеев И.Р. Баширов М.Г. Электромагнитная диагностика оборудования нефтехимических и нефтеперерабатывающих производств: Учебное пособие. – Уфа: Уфимский государственный нефтяной технический университет, 2001. – 294 с.
4. Клунова С.М., Егорова Т.А., Живухина Е.А. Биотехнология: Учебник. – М.: Академия, 2010. – 256 с.

5. Денисов В.В., Грачев В.А. Безопасность жизнедеятельности. Защита населения и территорий при чрезвычайных ситуациях. – М.: МарТ, 2007. – 720 с.
6. Хильчевский В.В., Ситников А.Е., Ананьевский В.А. Надежность трубопроводной пневмогидроарматуры. – М.: Машиностроение, 1989. – 208 с.
7. Богданов Е.А. Основы технической диагностики нефтегазового оборудования. – М.: Высшая школа, 2006. – 279 с.
8. Деградация и охрана почв / Под общей ред. Г.В. Добровольского. – М.: Изд-во МГУ, 2002. – 654 с.
9. Иванов-Смоленский А.В. Электромагнитные поля и процессы в электрических машинах и их физическое моделирование. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 304 с.
10. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин: Учебник. – М.: Высшая школа, 2001. – 327 с.
11. Гольдберг О.Д., Гурин Я.С., Свириденко И.С. Проектирование электрических машин: Учебник для втузов. – М.: Высшая школа, 2001. – 431 с.
12. Гольдберг О.Д., Хелемская С.П. Надёжность электрических машин. - М.: Академия, 2010.– 288 с.

13. Заковряшин А.И., Кошелькова Л.В. Оценка максимально допустимого времени применения сложного объекта по назначению // Труды МАИ. 2016. № 89. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=73384>
  14. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики: Учебное пособие. – М.: Лань, 2011. – 664 с.
  15. Лисов А.А., Чернова Т.А., Горбунов М.С. Имитационный подход к исследованию и моделированию деградационных процессов электротехнических преобразователе // Вестник Московского авиационного института. 2017. Т. 24. № 2. С. 150-159.
  16. Лисов А.А., Чернова Т.А., Горбунов М.С. Моделирование нелинейных процессов в электротехнических устройствах методом наименьших квадратов: Учебное пособие. – М.: Инфра-М, 2015. – 120 с.
-