УДК: 539.123.17

Световой луч круговой поляризации несет удвоенный момент импульса

Р. И. Храпко

Представлен расчет поглощения электромагнитного луча круговой поляризации без фазовой структуры в диэлектрике. Расчет показывает, что такой луч несет вдвое больший момент импульса, чем значение, которое предсказывает современная электродинамика и которое используют все современные экспериментаторы. Этот момент импульса состоит из двух равныхчастей, орбитальной и спиновой. В работе использован классический тензор спина электромагнитных волн.

1. Введение.

В последние годы наблюдается взрыв интереса к измерению сил, действующих на микроскопическом уровне на оптически захваченные микрочастицы. Это может касаться, например, внутренностей живых клеток [1] или свойств суспензий. Если используемый луч имеет круговую или эллиптическую поляризацию, захваченная микрочастица испытывает вращающий момент силы и может приводиться во вращение [2 – 8]. В этом случае необходимо знать, какой момент импульса несет используемый луч.

В настоящее время все специалисты разделяют мнение [9 – 13], что полный момент импульса светового луча круговой поляризации без азимутальной фазовой структуры дается формулой

$$J = U/\omega, \tag{1}$$

где U - энергия этого луча, и этот момент импульса вычисляется согласно

$$\mathbf{J} = \int [\mathbf{r}[\mathbf{EH}]]dV. \tag{2}$$

Гайтлер писал [9, с. 451]:

“Плоская волна, распространяющаяся вдоль оси *z* (и не ограниченная в направлениях *x, y*) не имеет момента количества движения относительно этой оси, так как вектор Пойнтинга $[\mathbf{EH}]$ направлен по оси *z* и, следовательно, $[\mathbf{r}[\mathbf{EH}]]_z = 0.$ Однако для волны, ограниченной в плоскости *x, y,* это уже не так. Рассмотрим плоскую волну, отличную от нуля, лишь внутри цилиндра с осью *z* и распространяющуюся вдоль этой оси. Пусть на стенках цилиндра *r* = *R*, амплитуда волны обращается в нуль. Тогда можно показать, что граничная область такого волнового пакета вносит конечный вклад в J_z.”

Оганян писал [10, p.502]

“В волне, имеющей конечные поперечные размеры, каждое из полей **E** и **B** имеет компоненту, параллельную волновому вектору (силовые линии замкнуты), а поток энергии имеет перпендикулярные ему составляющие… Наличие циркулирующего потока энергии предполагает существование момента импульса, направленного вдоль направления распространения волны. Этот момент импульса и есть спин волны.”

Симмондз и Гуттман [11, p.227] писали

“Электрическое и магнитное поле может иметь ненулевые *z*-компоненты только внутри поверхностного слоя волны. Эти *z*-компоненты обеспечивают наличие ненулевой *z*-компоненты углового импульса в этом слое. Поскольку волна равна нулю снаружи от этого слоя и постоянна внутри него, поверхностный слой является единственным местом, где угловой импульс не равен нулю”

Соотношение (1) приводилось неоднократно. Например, Джексон [11] использовал выражение для луча круговой поляризации в виде

$$\breve{\mathbf{E}} = \exp[i(kz - \omega t)][\mathbf{x} + i\mathbf{y} + \mathbf{z}\frac{1}{k}(i\partial_x - \partial_y)]E_0(x, y), \quad \breve{\mathbf{B}} = -ik\breve{\mathbf{E}}/\omega, \qquad k^2 = \varepsilon\omega^2. \tag{3}$$

Здесь $E_0(x, y) = \mathtt{Const}$ внутри луча, и $E_0(x, y) = 0$ вне луча. ε - диэлектрическая постоянная. Мы полагаем всюду скорость света $c = 1$ и отмечаем комплексные вектора и числа значком breve.

Формула (2) непосредственно дает для пространства $(\varepsilon = 1)$

$$J = \int E_0^2 dV / \omega,$$

тогда как энергия луча очевидно равна

$$U = \int E_0^2 dV,$$

Таким образом, отношение $U / J = \omega$ равно отношению $U / S = \omega,$ т.е. отношению энергия/спин для фотона.

Мы многократно критиковали эту концепцию [14 – 27]. В настоящей статье момент импульса луча Джексона непосредственно подсчитывается при рассмотрении поглощения этого луча в диэлектрике. Мы показываем, что в действительности момент импульса этого луча вдвое больше, $J = 2U / \omega$.

2. Цилиндрические координаты

Ввиду цилиндрической симметрии луча в статье используются цилиндрические координаты r, φ, z,

$$x = r\cos\varphi, \quad y = \sin\varphi,$$

с метрикой

$$dl^2 = dr^2 + r^2 d\varphi^2 + dz^2, \quad g_{rr} = 1, \quad g_{\varphi\varphi} = r^2, \quad g_{zz} = 1, \quad \sqrt{g}_{\wedge} = r, \quad g^{\varphi\varphi} = 1/r^2.$$

Корень из определителя метрического тензора является скалярной плотностью веса +1, это отмечено значком wedge на уровне нижних индексов. Элемент объема является плотностью веса -1 и отмечается значком wedge на уровне верхних индексов, $dV^{\wedge} = drd\varphi dz,$ так же, как абсолютно антисимметричная плотность, равная $\pm 1, 0$: $e_{\hat{r\varphi z}}$. (Заметим, что в действительности $e_{\hat{r\varphi z}}$ является псевдо плотностью, однако мы проигнорируем этот факт.)

Преобразование *ковариантных* компонентов векторов $\mathbf{E}, \mathbf{B}$ в формуле (3) дает

$$\underset{\rightarrow}{\breve{E}} = \exp[i(kx - \omega t + \varphi)](\underset{\rightarrow}{r} + ir\underset{\rightarrow}{\varphi} + \underset{\rightarrow}{z}\frac{i}{k}\partial_r)E_0(r), \qquad \underset{\rightarrow}{\breve{B}} = -ik\,\underset{\rightarrow}{\breve{E}}/\omega. \tag{4}$$

Здесь стрелка, расположенная под символом, обозначает ковариантные вектора или ковариантные координатные вектора. $E_0 = Const$ при $r < R$, $E_0 = 0$ при $r > R$, за исключением поверхности луча радиуса R.

3. Диэлектрик

При прохождении электромагнитной волны сквозь диэлектрик электрическое поле поляризует его. Вектор поляризации, его производная по времени, представляющая собой ток смещения, и плотность силы Лоренца, действующая на этот ток, даются выражениями:

$$\mathbf{P} = (\varepsilon - 1)\mathbf{E}, \quad \mathbf{j} = \partial_t \mathbf{P}, \quad \mathbf{f} = [\mathbf{jB}]. \tag{5}$$

Кроме того, круговая поляризация волны вызывает объемную плотность крутящего момента [28]

$$\mathbf{M} = [\mathbf{PE}]. \tag{6}$$

Обратимся сначала к величине (5), вернее, к интересующей нас z-компоненте векторного произведения $[\mathbf{rf}]_\mathbf{z}$. Крутящий момент $\underset{f}{\tau_z}$, вызываемый силой **f,** мы интерпретируем как объемный орбитальный крутящий момент, действующий в районе поверхности луча. Он получается интегрированием величины

$$d\underset{f}{\tau_z} = rf_{zr}\sqrt{g}_{\wedge}dV^{\wedge}. \tag{7}$$

по всему объему диэлектрика ($z > 0$) с усреднением по времени.

Мы должны подставить в формулу (7) комплексные значения

$$\breve{E}_r = \exp[i(\breve{k}z - \omega t + \varphi)]E_0(r), \qquad \breve{E}_z = \exp[i(\breve{k}z - \omega t + \varphi)]i\partial_r E_0(r)/k,$$

$$\breve{B}_r = -i\breve{k}\breve{E}_r/\omega, \qquad \breve{B}_z = -i\breve{k}\breve{E}_z/\omega,$$

и учесть, что, ввиду поглощения, диэлектрическая постоянная и волновое число тоже являются комплексными числами:

$$\breve{\varepsilon} = \varepsilon' + i\varepsilon'', \qquad \breve{k} = \sqrt{\breve{\varepsilon}}\,\omega = k' + ik''.$$

При усреднении по времени и интегрировании по φ, z, получаем:

$$\underset{f}{\tau_z} = \pi\int r^2\Re[(\breve{\varepsilon} - 1)(\partial_t\breve{E}_z\overline{B}_r - \partial_t\breve{E}_r\overline{B}_z)]drdz = \pi\int r^2\Re[(\breve{\varepsilon} - 1)(\overline{k}/\breve{k} + 1)]\partial_r(E_0^2/2)dr/2k''.$$

Черта отмечает комплексно сопряженное комплексное число.

Интегранд отличен от нуля только вблизи поверхности луча $r = R$ из-за производной $\partial_r E_0$. Поэтому, перебрасывая производную по r на другой сомножитель, получаем усредненный по времени объемный орбитальный крутящий момент, действующий на диэлектрик:

$$\underset{f}{\tau_z} = -\pi R^2 E_0^2 \Re[i(\breve{\varepsilon}-1)(\bar{k}/\breve{k}+1)]/4k'' = \pi R^2 E_0^2 k'(k^2+\omega^2)/(2\omega^2 k^2). \tag{8}$$

Вычислим теперь интеграл от плотности (6), который мы интерпретируем как поглощенный средой спин.

$$\tau^z = \int \Re(\breve{P}_r \bar{E}_\varphi - \breve{P}_\varphi \bar{E}_r) e^{r\varphi z}_\wedge (drd\varphi dz)^\wedge / 2 = \pi R^2 E_0^2 k'/\omega^2. \tag{9}$$

4. Пространство перед диэлектриком и полный вращающий момент

Для того чтобы луч (4) распространялся в диэлектрике при $z > 0$, диэлектрик надо освещать. При этом в области $r < 0$, кроме падающего луча $\mathbf{E}_1, \mathbf{B}_1$, возникает отраженный луч $\mathbf{E}_2, \mathbf{B}_2$. По обычным формулам можно получить

$$\underset{\to}{\breve{E}_1} = \exp[i(\omega z - \omega t + \varphi)](\breve{k}+1)(\underset{\to}{r} + ir\underset{\to}{\varphi} + \underset{\to}{z}\frac{i}{\omega}\partial_r)E_0(r)/2, \qquad \underset{\to}{\breve{B}_1} = -i\underset{\to}{\breve{E}_1}. \tag{10}$$

$$\underset{\to}{\breve{E}_2} = \exp[i(-\omega z - \omega t + \varphi)](\breve{k}-1)(-\underset{\to}{r} - ir\underset{\to}{\varphi} + \underset{\to}{z}\frac{i}{\omega}\partial_r)E_0(r)/2, \qquad \underset{\to}{\breve{B}_2} = i\underset{\to}{\breve{E}_2}. \tag{11}$$

На границе $z = 0$ все компоненты $\mathbf{B}$ и касательные компоненты $\mathbf{E}$ непрерывны, а нормальная компонента, E_z, как и должно быть, уменьшается в $\breve{\varepsilon}$ раз при переходе из пространства в диэлектрик. Это, естественно, означает присутствие на поверхности заряда, плотность которого равна

$$\breve{\sigma} = [\breve{E}_z - \breve{E}_{1z} - \breve{E}_{2z}]_{z=0} = -i\exp[i(-\omega t + \varphi)]\partial_r E_0(\breve{\varepsilon}-1)/\breve{k}.$$

Этот заряд будет испытывать со стороны электрического поля касательные силы σE_φ, момент которых является поверхностным орбитальным вращающим моментом, приложенным к диэлектрику. Проводя интегрирование с перебросом производной и усредняя по времени, мы получаем:

$$\underset{\sigma}{\tau} = \int r\Re(\breve{\sigma}\bar{E}_\varphi)drd\varphi/2 = -\pi\int r^2\partial_r(E_0^2/2)\Re[(\breve{\varepsilon}-1)/\breve{k}]dr = \pi R^2 E_0^2 k'(k^2-\omega^2)/(2\omega^2 k^2). \tag{12}$$

Замечательным образом сумма объемного (8) и поверхностного (12) орбитального вращающего момента оказалась равна спиновому вращающему моменту (9):

$$\underset{f}{\tau} + \underset{\sigma}{\tau} = \tau = \pi R^2 E_0^2 k'/\omega^2, \tag{13}$$

так что полный вращающий момент, испытываемый диэлектриком, равен удвоенной величине

$$\underset{tot}{\tau} = \underset{f}{\tau} + \underset{\sigma}{\tau} + \tau = 2\pi R^2 E_0^2 k'/\omega^2. \tag{14}$$

5. Поток момента импульса и энергии в пространстве

Вращающий момент, испытываемый диэлектриком, обеспечивается потоком момента импульса из пространства. Вычислим поток момента импульса, используя тензорную плотность напряжений Максвелла-Минковского

$$T_{\wedge}^{\varphi z} = -\Re[(\breve{E}_{1\varphi} + \breve{E}_{2\varphi})(\overline{E}_{1z} + \overline{E}_{2z}) + (\breve{B}_{1\varphi} + \breve{B}_{2\varphi})(\overline{B}_{1z} + \overline{B}_{2z})] g^{\varphi\varphi} \sqrt{g}_{\wedge} / 2 = -k' \partial_r E_0^2 / 2\omega^2.$$

Вращающий момент, соответствующий выражению (2), вычисляется по формуле:

$$\underset{L}{\tau_z} = \int r T_{\wedge}^{\varphi z} da_z^{\wedge} e_{r\varphi z}^{\wedge} \sqrt{g}_{\wedge} = \int r^2 T_{\wedge}^{\varphi z} dr d\varphi.$$

Выполняя здесь интегрирование по r по частям, находим поток момента импульса, который мы интерпретируем как орбитальный.

$$\underset{L}{\tau_z} = \pi R^2 E_0^2 k' / \omega^2. \tag{15}$$

Как мы ожидали, это выражение совпало с орбитальным вращающим моментом, действующим на диэлектрик, (13).

Естественно, для обеспечения спинового вращающего момента (9) в пространстве должен присутствовать поток спина. Мы вычислим его, используя компоненту тензора спина [16 - 20], выражение для которого содержалось в статье, направленной в <ЖЭТФ> 27 января 1999 года,

$$\Upsilon_{r\varphi z} = A_{[r} \partial_{|z|} A_{\varphi]} + \Pi_{[r} \partial_{|z|} \Pi_{\varphi]}, \tag{16}$$

где A_i, Π_i − магнитный и электрический векторные потенциалы.

В данном случае потенциалы являются комплексными векторами:

$$\underset{\to}{\breve{A}} = -\int (\underset{\to}{\breve{E}_1} + \underset{\to}{\breve{E}_2}) dt = -i(\underset{\to}{\breve{E}_1} + \underset{\to}{\breve{E}_2}) / \omega, \tag{17}$$

$$\underset{\to}{\breve{\Pi}} = \int (\underset{\to}{\breve{B}_1} + \underset{\to}{\breve{B}_2}) dt = i(\underset{\to}{\breve{B}_1} + \underset{\to}{\breve{B}_2}) / \omega, \tag{18}$$

Поток спина в луче, то есть спиновый вращающий момент, рассчитывается интегрированием по сечению луча:

$$\underset{S}{\tau_z} = \int \Upsilon_{\wedge}^{r\varphi z} da_z^{\wedge} e_{r\varphi z}^{\wedge} \sqrt{g}_{\wedge},$$

где $\Upsilon_{\wedge}^{r\varphi z} = \Upsilon_{r\varphi z} g^{\varphi\varphi} \sqrt{g}_{\wedge}$, так что

$$\underset{S}{\tau_z} = \int \Upsilon_{r\varphi z} dr d\varphi.$$

Подстановка сюда комплексных выражений из (17), (18), усреднение по времени и интегрирование дают

$$\underset{S}{\tau_z} = \pi R^2 E_0^2 k' / \omega^2. \tag{19}$$

Как мы ожидали, эта величина совпала с потоком орбитального момента импульса (15) в пространстве. Таким образом, имеется равенство суммарного потока момента импульса в пространстве и суммы всех вращающих моментов в диэлектрике:

$$\underset{L}{\tau_z} + \underset{S}{\tau_z} = \underset{f}{\tau_z} + \underset{\sigma}{\tau_z} + \tau = 2\pi R^2 E_0^2 k' / \omega^2. \qquad (20)$$

причем орбитальные и спиновые части равны между собой попарно.

Поток энергии рассматриваемого луча, так же как поток момента импульса, состоит из двух частей, разделенных пространственно. Тело луча содержит вектор Пойнтинга, направленный вдоль оси z. Этот поток энергии сопровождает поток спина, который также распределен равномерно по телу луча. На поверхности луча вектор Пойнтинга имеет угловую компоненту, которая порождает орбитальный момент импульса. Однако, в отличие от момента импульса, масса-энергия, циркулирующая по поверхности луча, невелика и не вносит вклад в мощность луча.

Мощность луча W, получается интегрированием вектора Пойнтинга по площади сечения луча после усреднения по времени аналогично (19),

$$W = \int \Re[(\breve{E}_{1r} + \breve{E}_{2r})(\overline{B}_{1\varphi} + \overline{B}_{2\varphi}) - (\breve{E}_{1\varphi} + \breve{E}_{2\varphi})(\overline{B}_{1r} + \overline{B}_{2r})] d\varphi dr / 2 = \pi R^2 E_0^2 k' / \omega^2. \qquad (21)$$

Таким образом, выполняется равенство, справедливое для фотонов,

$$W / \tau = \omega.$$

Однако, кроме спина (19), входящего в это равенство, луч содержит орбитальный момент импульса (15), равный спиновому моменту импульса, но не связанный с мощностью луча (21).

6. Заключение

Таким образом, момент импульса электромагнитного луча круговой поляризации без фазовой структуры несет удвоенное значение момента импульса, по сравнению с предсказанием современной электродинамики. При этом, момент импульса (2), равный U / ω, признаваемый физиками в настоящее время, является не спином, а орбитальным моментом импульса луча, т.е. $L = U / \omega$, и он не связан с энергией U. луча. Поток энергии луча U сопровождается потоком спина $S = U / \omega$, который вычисляется по формуле (16), отсутствующей в современной электродинамике, которая поэтому не полна. Орбитальный момент импульса (2) просто равен этому спину. В результате, момент импульса луча круговой поляризации без фазовой структуры, оказывается, равен

$$J = L + S = 2U / \omega.$$

Физики-экспериментаторы должны учитывать этот факт .

Следует признать, что максвелловская электродинамика не полна. Мы вводим тензор спина в современную электродинамику. Теоретики не заметили классического спина электродинамики из-за отрицания локального смысла тензора энергии-импульса. Значение лагранжевого формализма оказывается преувеличенным.

7. История

Материал статьи был отклонен или проигнорирован следующими научными журналами (в скобках указана дата подачи материала в журнал):

Phys. Rev. D (25.09.01, 22.09.02),
American J. of Physics (15.09.99, 10.09.01, 03.06.02, 12.03.03),
Foundation of Physics (28.05.01, 05.05.02, 08.08.02, 23.10.02, 16.04.03, 17.04.03),
Acta Physica Polonica B (28.01.02, 09.05.02, 02.06.02, 12.03.03, 13.03.03),
Physics Lett. A (22.07.02, 28.08.02, 14.11.02, 14.12.02, 12.03.03, 21.04.03),
Optics Com. (22.09.02, 16.06.03),
Europhysics Letters (08.10.02, 12.05.03, 15.04.03,18.07.03)
J. of Physics A (23.06.02, 02.03.03, 12.03.03)
J. of Math Phys. (28.11.02, 13.03.03,28.03.03),
Apeiron (28.04.03, 30.04.03),
Optics Letters (29.07.03),
New J. of Physics (27.06.03, 15.07.03),
J. of Optics A (30.11.03)
Письма в ЖЭТФ (14.05.98, 17.06.02, 05.08.02, 20.11.02, 02.10.03),
ЖЭТФ (27.01.99, 25.02.99, 13.04.00, 25.05.00, 16.0501, 26.11.01, 05.07.02, 19.12.02, 02.10.03),
ТМФ (29.04.99, 17.02.00, 29.05.00, 18.10.00, 05.07.02),
УФН (25.02.99, 12.01.00, 31.05.00, 26.06.02, 31.07.02),
Физика (18.05.99, 15.10.99, 01.03.00, 25.05.00, 31.05.01, 24.11.01, 05.07.02, 19.12.03, 22.10.03).
Оптика и Спектроскопия (01.09.03)

Главные редакторы журналов: Письма в ЖЭТФ, ЖЭТФ, ТМФ, Физика, В. Ф. Гантмахер, А. Ф. Андреев, А. А. Логунов, В. Н. Детинко, проигнорировали мою жалобу на неквалифицированное рецензирование или на отсутствие рецензирования.

Материал этой статьи отклонялся arXiv'ом (21.01.02, 18.02.02, 02.06.02, 13.06.02, 15.05.03).

Я глубоко благодарен профессору Роберту Ромеру за публикацию моего вопроса [29], а также профессору Тимо Ниеминену за плодотворную дискуссию в интернете (Newsgroups: sci.physics.electromag)

Список литературы

1. Quarke S. et al. The dynamics of partially extended single molecules of DNA.// Nature. – 1997, **388**.- p.151-153.

2. Bayoudh S. et al. Orientation of biological cells using plane-polarized Gaussian beam optical tweezers.// Journal of Modern Optics. – 2003, **50**(10).- p.1581–1590.

3. Ryu W. et al. Torque-generating units of the flagellar motor of *Escherichia coli* have a high duty ratio.// Nature. – 2000, **403**.- p.444-446.

4. Friese M.E.J. et al. Optical alignment and spinning of laser-trapped microscopic particles.// Nature. – 1998, **394**.- p.348-350.

5. Friese M.E.J. et al. Optical torque controlled by elliptical polarisation.// Optics Letters. – 1998, **23**.- p.1-3.

6. Niemienen T.A. et al. Optical measurement of microscopic torques.// Journal of Modern Optics. – 2001, **48**.- p.405-413.

7. Lekner J. Invariants of electromagnetic beams.// Journal of Optics A: Pure and Applied Optics. – 2004, **6**.- p.204-209.

8. Bishop A.I. Optical application and measurement of torque on microparticles of isotropic nonabsorbing material.// Physical Review A. – 2003, **68**.- p.033802.

9. Гайтлер В. Квантовая теория излучения. – М.: ИЛ, 1956.- 451 с.

10. Ohanian H.C., What is spin? // American Journal of Physics. – 1986, **54**.- p.500.

11. Simmonds J.W. and Gutman M.J. States, Waves and Photons. – Mass.: Addison - Wesiey, Reading, 1970.- 456 p.

12. Джексон Дж. Классическая электродинамика. - М.: Мир, 1965.- 524 с.

13. Allen L., Padgett M.J. Does a plane wave carry spin angular momentum? // American Journal of. Physics. – 2002, **70**.- p.567.

14. Храпко Р.И. Экспериментальная проверка электродинамики Максвелла.// Измерительная техника. – 2003, № 4.- с.3-5.

15. Храпко Р.И. Локализация энергии-импульса и спин.// Вестник Российского университета дружбы народов, *Серия* Физика. – 2002, № 10(1).- с.35-39.

16. Храпко Р.И. Спин классической электродинамики. // Вестник Российского университета дружбы народов, *Серия* Физика. – 2002, № 10(1).- с.40-47.

17. Храпко Р.И. Истинные тензоры энергии-импульса и спина среды однозначны.// Теоретические и экспериментальные проблемы общей теории относительности и гравитации. X Российская гравитационная конференция, Владимир. 1999: Тез. докл. - Москва, 1999. - с.47.

18. R.I. Khrapko. True energy-momentum tensor are unique. Electrodynamics spin tensor is not zero. – http://ru.arXiv.org/abs/physics/0102084.

19. R.I. Khrapko. Violation of the gauge equivalence. – http://ru.arXiv.org/abs/physics/0105031.
20. Р.И. Храпко. Истинный тензор энергии-импульса однозначен. // Электронный журнал “Труды МАИ” выпуск 2 – http://www.mai.ru (18.10.2002)
21. Р.И. Храпко. Плотность спина электромагнитных волн. // Электронный журнал “Труды МАИ” выпуск 3 – http://www.mai.ru (16.02.2001)
22. Р.И. Храпко. Спиновый момент импульса дипольного излучения. // Электронный журнал “Труды МАИ” выпуск 6 – http://www.mai.ru (27.11.2002)
23. Р.И. Храпко. Внутренняя неполнота теории Максвелла. // Электронный журнал “Труды МАИ” выпуск 9 – http://www.mai.ru (04.07.2002)
24. Р.И. Храпко. Локализация энергии-импульса и спин. // Электронный журнал “Труды МАИ” выпуск 10 – http://www.mai.ru (23.01.2003)
25. R.I.Khrapko. The Beth’s experiment is under review. - mp_arc@mail.ma.utexas.edu REQUEST: send papers NUMBER: 03-307
26. R.I.Khrapko. Radiation of spin by a rotator. - mp_arc@mail.ma.utexas.edu REQUEST: send papers NUMBER: 03-315
27. R.I.Khrapko. A circularly polarized beam carries the double angular momentum. - mp_arc@mail.ma.utexas.edu REQUEST: send papers NUMBER: 03-311
28. Beth R.A. Mechanical Detection and Measurement of the Angular Momentum of Light. // Physical. Review. – 1936, **50.** – c.115-125.
29. Khrapko R.I. Does plane wave not carry a spin? //Amer. J. of Physics. – 2001, **69.-** p.405.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

Храпко Радий Игоревич, доцент кафедры физики Московского авиационного института (Государственного технического университета), к.ф.-м.н. E-mail: *khrapko_ri@hotmail.com*

121433, Москва, Б. Филевская, 43 – 92, т. 1446312