

Научная статья  
УДК 629.7.036.3434  
DOI: 10.34759/vst-2022-3-180-190

## ОТРАБОТКА МЕТОДИКИ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА НАПРЯЖЕНИЙ СМЯТИЯ В РОЛИКОВЫХ ПОДШИПНИКАХ

Анна Сергеевна Семенова<sup>1</sup>✉, Максим Владимирович Кузьмин<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Опытное конструкторское бюро им. А. Люльки, филиал ОДК-Уфимского моторостроительного производственного объединения,  
Москва, Россия

<sup>1</sup>anna.semenova.lulka@gmail.com ✉

<sup>2</sup>maxim.kuzmin@okb.umpo.ru

**Аннотация.** Исследовано влияние характеристик численной модели межроторного подшипника, которые влияют на продолжительность и точность расчетов:

- характерный размер элементов, определяющий шаг расчетов;
- численная формулировка конечных элементов;
- метод интегрирования (явный, неявный).

Выполнена сравнительная оценка напряжений в контакте роликов с дорожками качения подшипника с противоположным и однонаправленным вращением колец с учетом вышеперечисленных факторов. Исследовано влияние перекоса колец межроторного подшипника на контактные напряжения смятия. Оценка факторов осуществлялась в программном комплексе LS-DYNA. Работа выполнена для подготовки динамической модели, в которой учитывается вращение колец подшипника.

**Ключевые слова:** межроторный подшипник, шероховатость поверхности, область контакта, контактные напряжения

**Для цитирования:** Семенова А.С., Кузьмин М.В. Отработка методики численного анализа напряжений смятия в роликовых подшипниках // Вестник Московского авиационного института. 2022. Т. 29. № 3. С. 180-190. DOI: 10.34759/vst-2022-3-180-190

Original article

## DEVELOPMENT OF A METHOD FOR NUMERICAL ANALYSIS OF CONTACT STRESSES IN ROLLER BEARINGS

Anna S. Semenova<sup>1</sup>✉, Maksim V. Kuz'min<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Lyulka Experimental Design Bureau, branch of the United Engine Corporation – Ufa Engine Industrial Association,  
Moscow, Russia

<sup>1</sup>anna.semenova.lulka@gmail.com ✉

<sup>2</sup>maxim.kuzmin@okb.umpo.ru

© Семенова А.С., Кузьмин М.В., 2022

### Abstract

The article deals with studying the effect of the inter-rotor bearing numerical model characteristics such as

- characteristic size of elements, determining the computations step;
- numerical formulation of finite elements;
- integration method (explicit or implicit)

on the computations time and accuracy.

Reliability of both machines and mechanisms is known to be largely dependent on the bearing assembly operability. This is of special importance for the aircraft engineering products, since bearing assemblies of aviation engines, reducing gear, units and products of aircraft are one of the utmost crucial assemblages, which determine as a rule their resources. The inter-rotor bearing is one of the most problematic assemblages of the engine. The engine is being taken off the operation while the inter-rotor bearing defect symptoms diagnostics since in may lead the rotors jamming and failure of the whole engine. The main cause of bearings failure under normal conditions is an emergence of contact stresses, and consequently rolling surface degradation.

Most known analytical methods for computing the contact crumpling stresses in bearings are based on the Hertz theory on the static contact of the two bodies. However, there is a number of simplifications for this theory:

- nonexistence of friction;
- the contact area is small as against to the curvature radius;
- materials of contacting bodies are homogenous, isotropic and perfectly elastic.

Numerical computation allows solving contact problems without simplification of the Hertz theory:

- friction simulation;
- accounting for the material nonlinear properties;
- accounting for the contacting surfaces roughness by the finite-element mesh size selection.

The authors performed comparative assessment of the stresses in the rollers contact with bearing roller ways with the opposite and unidirectional rotation of rings with account for the above-listed factors.

The effect of the inter-rotor bearing rings misalignment on the contact stresses of crumpling was studied in this work as well.

The factors assessment was performed in the LS-DYNA software.

The presented work was accomplished for the dynamic model preparation, where the bearing rings rotation is accounted for.

**Keywords:** inter-rotor bearing, surface roughness, contact area, contact stresses

**For citation:** Semenova A.S., Kuz'min M.V. Development of a method for numerical analysis of contact stresses in roller bearings. *Aerospace MAI Journal*, 2022, vol. 29, no. 3, pp. 180-190. DOI: 10.34759/vst-2022-3- 180-190

---

---

### Введение

В настоящее время в конструкциях турбин современных двухкаскадных двигателей (ТРДДФ) достаточно широко применяются межроторные роликовые подшипники качения (МРП), которые находятся между двумя валами роторов, вращающихся с различной скоростью. Среди всего многообразия двигателей, в которых применяются такие подшипники, можно выделить российские двигатели АЛ-31Ф, АЛ-41Ф1С, РД-33МК, среди зарубежных двигатели М88-2, F110-GE-129, F119-PW-100 и др.

В отличие от подшипников обычного типа с закрепленным наружным кольцом межроторные подшипники работают в более тяжелых условиях. В первую очередь это частота вращения валов, трудности подвода охлаждающего масла, условия сборки, часто сопровождающейся перекосами колец, статические и динамические нагрузки на подшипник одновременно от двух роторов и др.

Одной из основных причин отказа МРП в условиях эксплуатации является возникновение

значительных контактных напряжений и, как следствие, износ поверхностей качения. Задача определения долговечности подшипников решается сегодня в основном аналитическими методами, построенными на теории Герца, а также на результатах многочисленных экспериментальных исследований. На этой базе разработан и ряд стандартов, как российских, так и зарубежных.

Существующий стандарт ГОСТ 18855-2013 (ISO 281:2007) [1] позволяет рассчитывать номинальный ресурс подшипника, используя динамическую грузоподъемность и вводя параметр «предел усталостной нагрузки подшипника». В стандарте учитываются загрязнение, смазка, чистота обработки контактных поверхностей, внутренние напряжений от монтажа подшипников и т.д. Гидродинамические процессы, развивающиеся в зоне контакта тел качения, учитываются с помощью полуэмпирических коэффициентов.

Расширение стандарта — техническая спецификация ISO 16281-2008 [2] — дополняет рекомендации ISO 281:2007 для расчета базовой номинальной долговечности учетом рабочего зазора подшипника в эксплуатации, с учетом наклона и перекаса колец подшипника, распределения при этом внутренней нагрузки на тела качения. Необходимо отметить, что распределение внутренней нагрузки подшипника в этой спецификации рассчитывается для статического равновесия, динамические эффекты, такие как центробежные и гироскопические силы от тел качения, считаются несущественными. Однако это предположение справедливо только для низких скоростей вращения. Следует также отметить, что в этих стандартах не учитывается податливость тонкостенных валов и корпусов, окружающих конструкцию подшипника, не учитывается податливость колец подшипника. Ограничением является и то, что из двух колец всегда вращается только одно. То есть для расчета межроторных подшипников применение этих методик ограничено.

### Общие замечания

Сегодня существуют различные методы определения долговечности подшипников. Среди них расчетно-аналитические и экспериментальные. К экспериментальным относятся ресурсные испытания подшипников по эквивалентным программам.

Расчетно-аналитические методы, в свою очередь, также делятся на два направления — аналитические с расчетом эквивалентной нагрузки

и последующей оценкой долговечности и методы, использующие численные конечно-элементные модели опорных узлов подшипников для расчета их напряженно-деформированного состояния.

Следует отметить, что большинство аналитических методов оценки долговечности подшипников построены на теории Герца. Например, в одной из ранних работ [3] для расчета равновесия подшипника и связанного с ним распределения нагрузки рассматривается 5-степенная модель подшипника. Внутренним трением авторы пренебрегают, кольца считаются жесткими, материал линейно упругим, учитываются вращение и контактная деформация.

В работах [4—7] в аналитической форме рассматриваются модели, учитывающие рабочий зазор на конкретном режиме работы, перекас и деформации колец, профиль тел качения и действующие на них силы инерции. Отмечается, что неучет этих факторов приводит к переоценке долговечности подшипников, что, конечно, не может не сказаться на безопасности работы двигателя. Предложенные в данных работах методики позволяют получить эквивалентную нагрузку для роликового подшипника качения, учитывая величину зазора (натяга) в подшипнике, податливость колец и опорного узла, технологическую некруглость колец, силы инерции, действующие на тела качения, профиль образующей тел качения (для роликов), перекас колец. Их применение позволяет существенно уточнить оценку базовой долговечности по ГОСТ 18855-2013 (ISO 281:2007) [1] без использования больших ресурсов вычислительной техники. Вместе с тем можно отметить, что предложенные методики ориентируются на стандартные конструкторские решения опорных узлов роторов, т. е. они разработаны не для межроторного подшипника.

Опубликовано крайне мало работ, которые бы решали задачу определения эквивалентной нагрузки в подшипнике от действия некоторой совокупности факторов, тем более от их совместного действия. Отработкой методик расчета долговечности подшипников качения с учетом совместного действия эксплуатационных факторов активно занимается ЦИАМ [8]. В работе описывается подход к расчету напряженно-деформированного состояния подшипника методом конечных элементов (МКЭ). Отмечается, что в отличие от методик, базирующихся на теории Герца, метод конечных элементов позволяет значительно упростить учет многообразных факто-

ров при расчете напряженно-деформированного состояния, в частности учет нелинейности свойств материалов; учет геометрической нелинейности; учет шероховатости поверхностей, находящихся в контакте; учет влияния неравномерности температурных полей на материалы подшипника и его смазку и др. В статье подчеркивается необходимость продолжать работы в этом направлении. Аналогичные выводы делаются и в работе [9].

Говоря о перекосе как о факторе, существенно влияющем на контактные напряжения, необходимо учесть следующее. Стандарт ГОСТ 3325-85 [10] определяет максимальный перекос колец коротких роликовых подшипников, который с учетом запаса при установке не должен превышать двухшести угловых минут (последнее значение для ролика с модифицированным контактом). Вместе с тем не надо забывать и о том, что при работе на режиме из-за недостаточной жесткости валов и корпусов возможны перекосы колец подшипников, а в роторной системе возможно появление форм колебаний с противоположными углами прогиба, которые могут добавить к сбросочным угловым перекосам подшипника и режимные.

Сложность задачи требует применения для ее решения высокопроизводительных вычислительных комплексов (кластеров), тщательной настройки модели, подготовки исходных данных, связанных с условиями работы подшипникового узла на различных режимах, учета многочисленных граничных условий при взаимодействии деталей между собой, применения алгоритмов исследования сходимости решения к результату и оценки его точности. Однако время, затрачиваемое на решение задачи, может окупиться полученными результатами по уточнению долговечности подшипникового узла с учетом всей совокупности действующих факторов.

### **LS-DYNA как базовая программа для обработки методики многофакторного анализа**

Методика конечно-элементного анализа построена на возможностях комплекса LS-DYNA, характеристики которого представлены в [12]. В прикладных исследованиях быстротекущих процессов программный комплекс LS-DYNA применяется как явный (и неявный) решатель для нелинейных задач прочности, теплопереноса, а также связанных с ними других задач. Решатель учитывает силы инерции и находит ускорения, по-

ним скорости и перемещения элементов конечно-элементной сетки, напряжения и деформации в элементах, энергетические параметры, усилия и моменты, нормальные и касательные силы, контактные параметры.

Термины «явный» и «неявный» относятся к алгоритмам интегрирования по времени. При явном интегрировании внутренние и внешние силы в каждом узле суммируются, а ускорение в узле рассчитывается делением на массу в узле. Решение получается интегрированием этого ускорения по времени. Максимальный шаг по времени ограничен условием Куранта, и тогда алгоритм состоит из большого числа шагов, для которых требуется сравнительно мало счетного времени.

При неявном интегрировании рассчитывается глобальная матрица жесткости, которая затем инвертируется и используется в системе уравнений, определяющих неуравновешенные усилия в узле, для получения приращения смещения. Преимущество такого подхода состоит в том, что пользователь может выбирать размер шага по времени, а его недостатком является большой объем вычислений, которые необходимы для получения, хранения и факторизации матрицы жесткости. Поэтому при неявном расчете используется сравнительно небольшое число шагов, но они требуют значительных затрат времени.

Для вычислений неявным методом для построения гексагональной сетки предпочтительным является элемент типа 2 – полноинтегрируемый объемный элемент (с выборочным понижением порядка интегрирования). Тип 1 объемного элемента с выборочным понижением порядка интегрирования имеет формулировку, которая предполагает, что давление в пределах элемента остается постоянным, для того чтобы избежать разрыва силового потока при анализе почти несжимаемых сред. Однако если форма элемента плохая, то его отклик становится чрезмерно жестким из-за того, что не учитывается деформация сдвига.

### **Факторы, влияющие на точность модели**

При использовании численной модели возникают проблемы с оценкой ее способности отражать реальную картину, что ставит под сомнение адекватность результатов моделирования. Для решения этих проблем произведен анализ факторов, влияющих на точность модели.

Основными параметрами и характеристиками численной модели, которые влияют на продолжительность и точность расчетов, являются:

- характерный размер элементов, определяющий шаг расчетов;
- численная формулировка конечных элементов;
- метод интегрирования (явный, неявный).

Одной из важнейших частей работы при решении задач с помощью МКЭ является определение размерности конечно-элементной сетки в контактных поверхностях и поиск компромисса между точностью получаемых результатов и временем получения решений в расчетах.

На этапе отладки и доводки численной модели обычно выполняются сотни расчетных прогонов модели, требующих затрат времени. В случае продолжительности одного такого прогона более 12 ч процесс доводки модели становится неэффективным. Поэтому параметры и характеристики численной модели должны формироваться так, чтобы не выходить за рамки допустимой вычислительной трудоемкости.

Среди факторов, не учитываемых при отработке методики овализация колец подшипников, гидродинамические эффекты в смазочном слое подшипника, проскальзывание тел качения в подшипниках и некоторые другие.

### Учет шероховатости контактных поверхностей

Учет шероховатости поверхностей важен с позиций не только точности получаемых результатов, но и времени, затрачиваемого на процесс расчета. Многие авторы отмечают необходимость ее учета. Среди российских работ можно выделить [13—15], среди зарубежных — [16, 17]. В отмеченных выше стандартах шероховатость поверхностей учитывается с помощью коэффициентов, отражающих влияние смазки в подшипниках.

Предложенная в работе [15] методика выбора сетки предполагает асимптотическое приближение к результату проведением нескольких расчетов от крупной сетки до мелкой. Вместе с тем получен и окончательный результат — шаг сетки контактирующих поверхностей можно выбирать равным чертежному значению отклонения профиля поверхности в пределах базовой длины (хорды). В рассмотренном случае эта величина составляла 2,5 мкм (рис. 1).

Конечные элементы (КЭ) сетки контактирующих поверхностей должны быть сопоставимы между собой, иначе это приводит к завышению напряжений и их нефизичному распределению в пятне контакта.

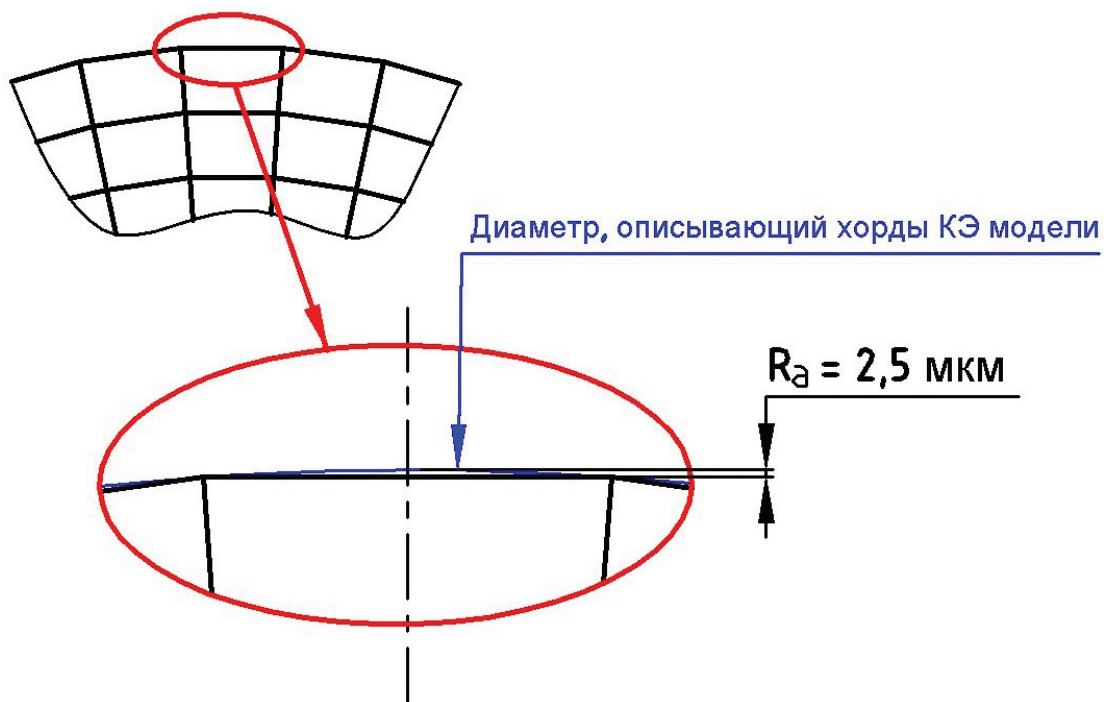


Рис. 1. Выбор размера хорды контактных поверхностей подшипника

**Выбор формулировки элементов для построения динамической КЭ модели**

В модели подшипника для уравнивания динамической системы к внешним силам и реакциям добавлялись инерционные силы. При вращении силы инерции в неинерциальной системе отсчета заменялись объемным полем центробежных сил, действующих вдоль радиуса. Для подбора оптимальной формулировки гексогональных элементов в модели подшипника не учитывался сепаратор. Каждый ролик закреплен от перемещений в тангенциальном направлении (рис. 2).

Оптимизация модели проводилась по критериям времени, затрачиваемого на расчеты. Получаемые значения определяются как методом интегрирования, так и самой формулировкой элементов конечно-элементной сетки – элемен-

ты полного интегрирования либо элементы с равномерным распределением напряжений (см. таблицу). Исследовались два случая вращения колец: в противоположных направлениях и в одном направлении. Расчеты проводились на вычислительном кластере РСК «Торнадо» на 12 узлах.

По результатам расчётных исследований были сделаны следующие выводы. Использование элементов с формулировкой 1 (объемные, с равномерным распределением напряжений) значительно снижают время расчета. При использовании элементов с формулировкой 2 (элементы полного интегрирования) являются предпочтительными, так как обнаружена хорошая сходимость с неявным методом расчета, а этот метод является более точным при определении напряжений.

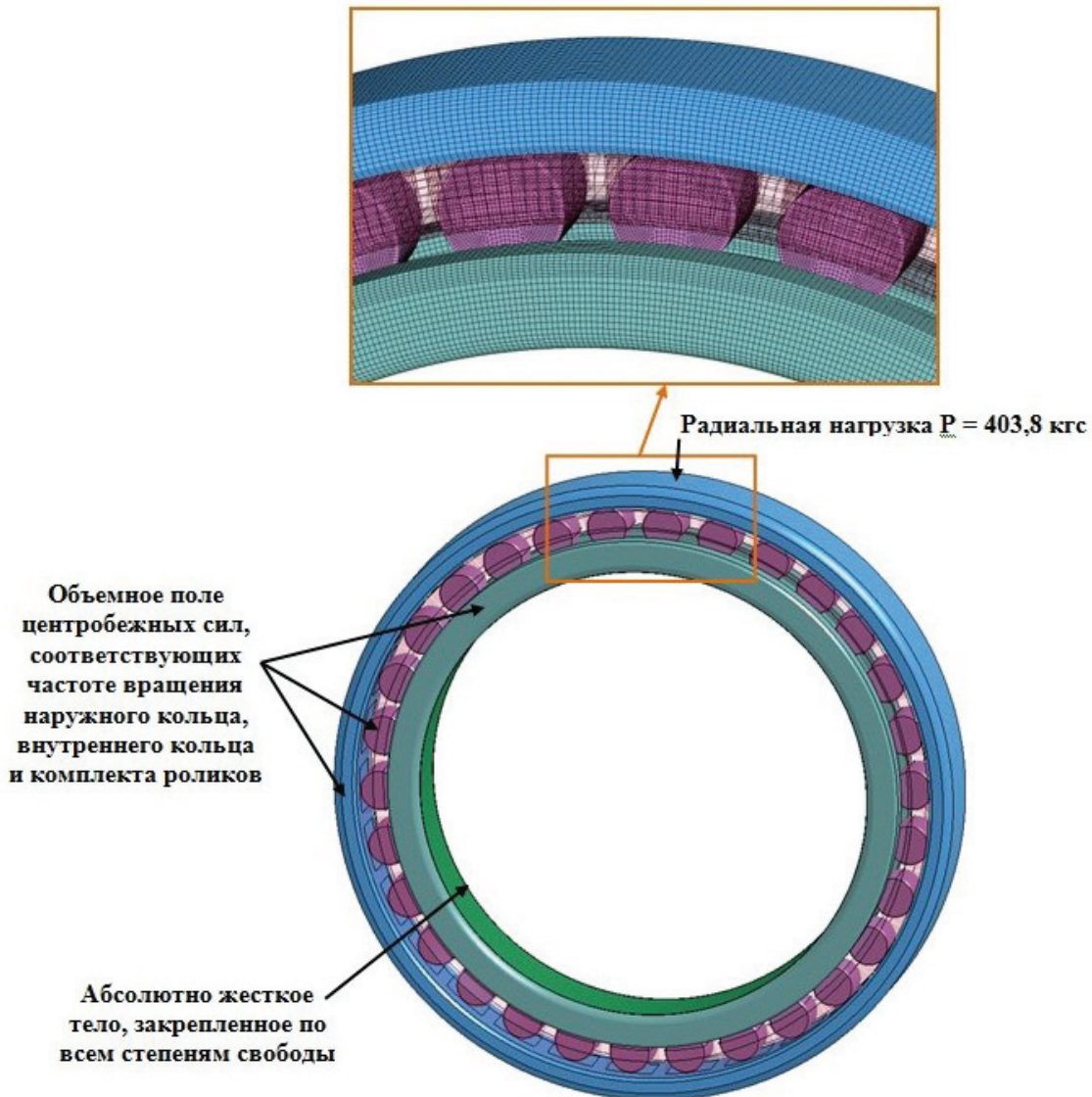


Рис. 2. Конечно-элементная модель подшипника

## Результаты расчетов модели подшипника

Направление вращения колец	Время расчета, ч:мин:с	Напряжения сжатия кгс/мм <sup>2</sup>	Метод интегрирования	Формулировка элементов
Противоположное	16:30:50	55,72	Явный	2 – элементы полного интегрирования
	10:18:25	76,91	Явный	1 – элементы с равномерным распределением напряжений
	31:27:10	55,78	Неявный	2 – элементы полного интегрирования
Однонаправленное	16:59:20	66,68	Явный	2 – элементы полного интегрирования
	10:17:59	110,6	Явный	1 – элементы с равномерным распределением напряжений
	33:17:53	67,17	Неявный	2 – элементы полного интегрирования

## Учет углов перекоса подшипника

Весьма важно было определить необходимость учета такого фактора условий работы подшипников, как перекос колец подшипника. Можно напомнить, что при доводке конструкции двигателя АЛ-31Ф одной из причин выхода из строя МРП были перекосы колец подшипника, возникающие при сборке двигателя.

К основным требованиям к конструкции подшипников опор газотурбинного двигателя (ГТД) относится требование к углам перекоса, а именно: не допускается работа подшипника с взаимным перекосом колец более 10', максимальный угол перекоса в подшипниках с повышенным радиальным зазором может кратковременно (в течение 0,1–0,2 % ресурса) достигать 40'. При этом ориентировочное значение допустимого угла перекоса для подшипника с короткими цилиндрическими роликами равно 4'. Для удержания роликов в контакте использовался сепаратор.

Были проведены расчеты для нескольких вариантов перекоса колец подшипника: угол перекоса 4', 10' и 40' для противоположного и однонаправленного вращения колец. Результаты расчетов представлены на рис. 3 и 4.

На рис. 5 показаны полученные зависимости максимальных контактных напряжений от угла перекоса. Перекос колец в пределах сборочного допуска 4' приводит к существенному увеличению действующих напряжений в обоих случаях вращения колец.

Можно также увидеть, что при противоположном вращении колец контактные напряжения вследствие перекоса заметно меньше по сравнению с контактными напряжениями при однонаправленном вращении.

## Выводы

1. При расчете предпочтителен явный метод интегрирования, он позволяет использовать гораздо меньший расчетный ресурс, чем метод неявного интегрирования.

2. Использование элементов с формулировкой 1 (объемные, с равномерным распределением напряжений) значительно уменьшает время расчета.

3. При использовании элементов с формулировкой 2 элементы (полного интегрирования) являются предпочтительными, так как обнаружена хорошая сходимость с неявным методом расчета, который более точен при определении напряжений.

4. При оценке долговечности подшипника необходимо учитывать угол перекоса колец, так как даже при допустимом угле перекоса резко возрастают контактные напряжения смятия.

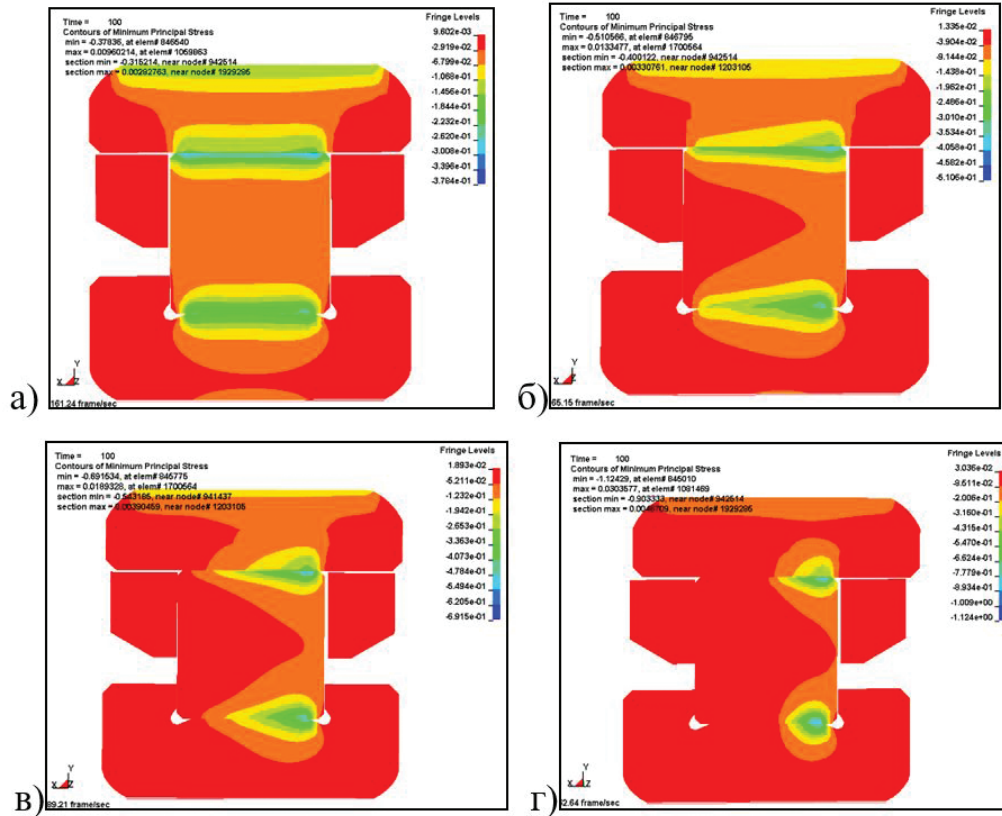


Рис. 3. Максимальные контактные напряжения — кольца вращаются в противоположных направлениях: *a* — перекос колец 0'; *б* — перекос колец 4'; *в* — перекос колец 10'; *г* — перекос колец 40'

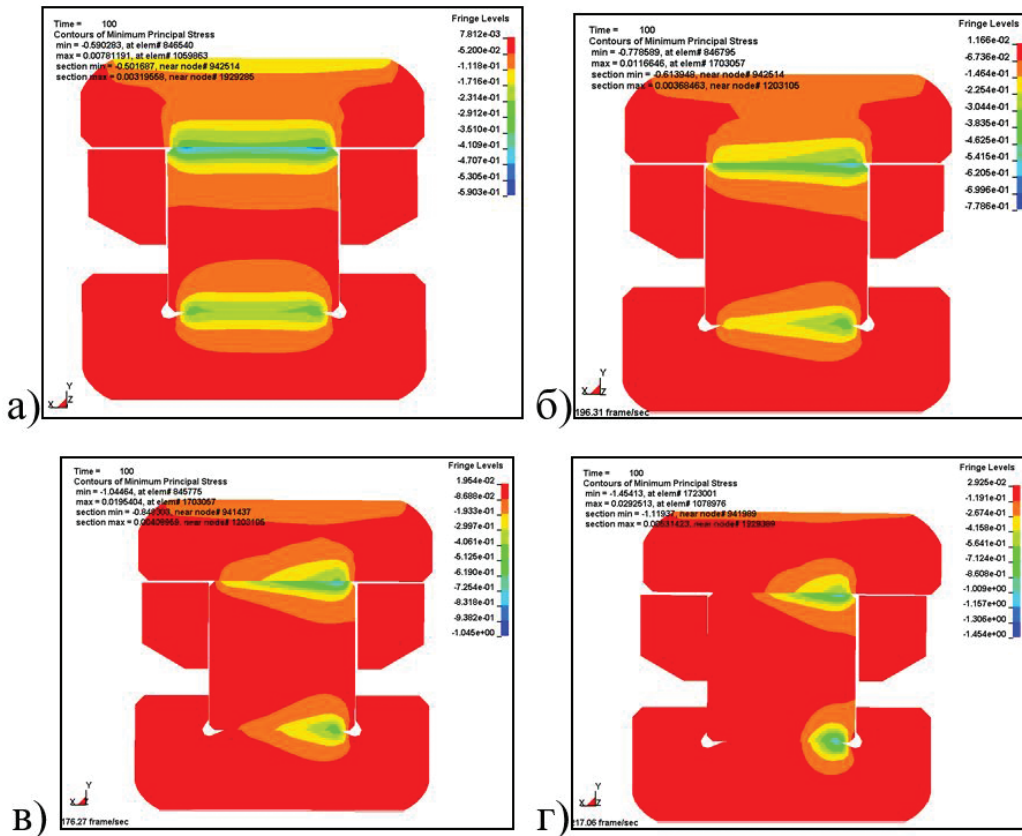


Рис. 4. Максимальные контактные напряжения — кольца вращаются в одном направлении: *a* — перекос колец 0'; *б* — перекос колец 4'; *в* — перекос колец 10'; *г* — перекос колец 40'



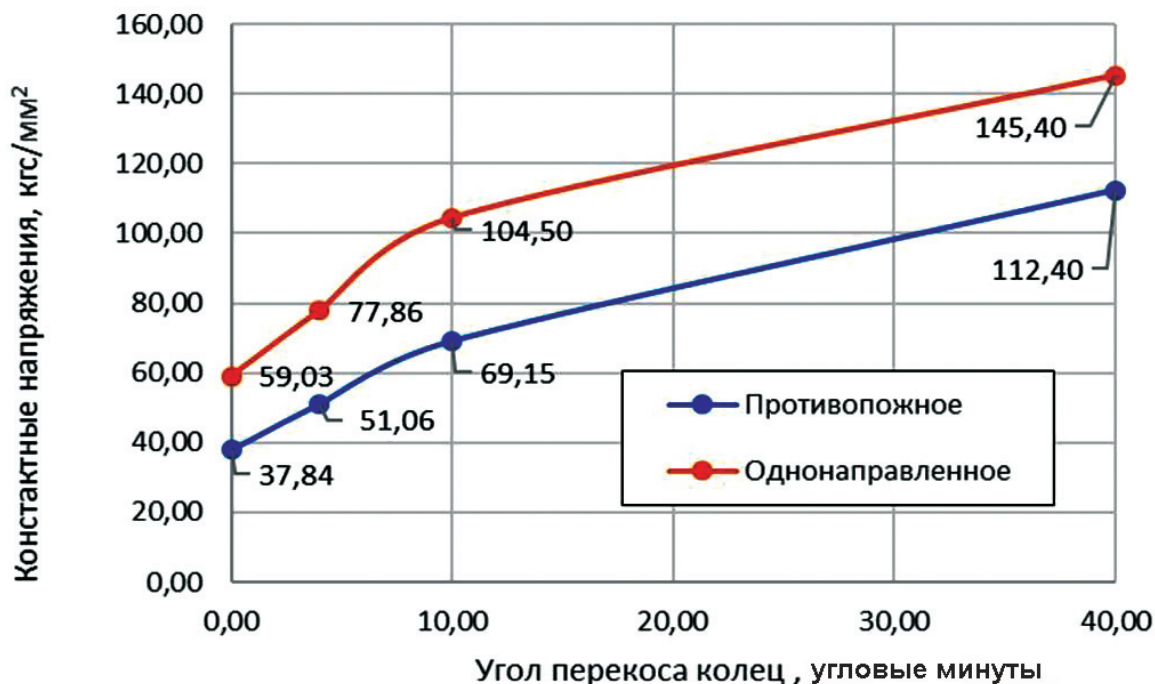


Рис. 5. Изменение максимальных контактных напряжений в зависимости от угла перекося

#### Список источников

- ГОСТ 18855-2013. Подшипники качения. Динамическая грузоподъемность и номинальный ресурс. – М.: Стандартинформ, 2014. – 57 с.
- ISO/TS 16281:2008. Rolling bearings – Methods for calculating the modified reference rating life for universally loaded bearings. 2008, 20 p. URL: <https://www.iso.org/standard/40621.html>
- Mul J.M., Vree J.M., Maas D.A. Equilibrium and Associated Load Distribution in Ball and Roller Bearings Loaded in Five Degrees of Freedom While Neglecting Friction—Part II: Application to Roller Bearings and Experimental Verification // Journal of Tribology. 1989. Vol. 111. No. 1, pp. 149–155. DOI: 10.1115/1.3261865
- Leontiev M., Ivannikov V., Degtyarev S. Radial roll bearings with flexible rings: application to rotor dynamics and extension to multibody simulation // 17<sup>th</sup> International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery (16–21 December 2017; Maui, Hawaii).
- Иванников В.В., Дегтярев С.А., Попов В.В. и др. Учет податливости колец при определении контактных усилий в радиальном подшипнике качения // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2018. № 4. С. 58-68.
- Иванников В.В., Дегтярев С.А., Леонтьев М.К. Расчеты на долговечность с учетом сложного нагружения роликоподшипника и распределения усилий по телам качения // Климовские чтения – 2018. Перспективные направления развития авиационного двигателестроения: Сборник докладов международной научно-технической конференции. СПб.: Скифия-принт, 2018. С. 168-177.
- Ivannikov V.V., Degtyarev S.A., Popov V.V. et al. Numerical Determination of Contact Forces in Radial Roller Bearings with Flexible Rings // Russian Aeronautics. 2018. Vol. 61. No. 4, pp. 567–578. DOI: 10.3103/S1068799818040104
- Назаренко Ю.Б., Потапов А.Ю. Устранение критических частот вращения роторов газотурбинных двигателей с помощью регулирования жесткости опоры // Двигатель. 2014. № 1(91). С. 14 -16.
- Макарчук В.В. Разработка методов расчета и проектирования высокоскоростных межвальных роликовых подшипников: Автореф. дисс. ... канд. техн. наук. – Самара: Сам. гос. аэрокосм. ун-т им. С.П. Королева, 2009. – 20 с.
- ГОСТ 3325-85 Подшипники качения. Поля допусков и технические требования к посадочным поверхностям валов и корпусов. Посадки. – М.: Издательство стандартов, 1994. – 105 с.
- Кикоть Н.В., Снеткова Е.И., Леонтьев М.К., Дегтярев С.А. Анализ динамических характеристик подшипников качения в опорах роторов // Вестник Рыбинской государственной авиационной технологической академии. 2012. № 2(23). С. 94-101.
- LS-DYNA Keyword User's Manual (Version 971). – Livermore Software Technology Corporation (LSTC), California, 2007. Vol 1. – 1384 p.
- Степанов А.В. Моделирование жесткости шероховатых поверхностей при оценке точности технологического оборудования: Автореф. дисс. ... канд.

- техн. наук. — М.: Моск. гос. технологич. ун-т, 1998. — 15 с.
14. Сакало В.И., Ольшевский А.А. Использование конечно-элементных моделей для решения контактных задач с учетом шероховатости поверхностей тел // Вестник Брянского государственного технического университета. 2018. № 11(72). С. 45-56. DOI: 10.30987/article\_5be14a2f880092.17128502
  15. Семенова А.С., Кузьмин М.В. Подбор дискретности конечно-элементной сетки для вращающихся деталей межроторного подшипника газотурбинного двигателя с учетом шероховатости поверхности // Вестник Московского авиационного института. 2020. Т. 27. № 1. С. 171-179. DOI: 10.34759/vst-2020-1-171-179
  16. Mason M.A. A practical tool for the determination of surface stresses in railroad bearings with different contact geometries load conditions using finite element analysis. A thesis for the degree of Master of Science at Virginia Commonwealth University, 2014, 119 p. DOI: 10.25772/1JJY-3P97
  17. Qu F., Xie H., Jiang Z. Finite element method analysis of surface roughness transfer in micro flexible rolling // 12th International Conference on Numerical Methods in Industrial Forming Processes. 2016. Vol. 80: 04002. DOI: 10.1051/mateconf/20168004002
  18. Семенова А.С., Гогаев Г.П. Оценка разрушающей частоты вращения дисков турбомашин с использованием деформационного критерия в программном комплексе LS-DYNA // Вестник Московского авиационного института. 2018. Т. 25. № 3. С. 134-142.
  19. Повреждения подшипников качения и их причины. — СПб.: SKF, 2002, 47 с. URL: [https://promshop.info/cataloguespdf/reasons\\_damage\\_bearings.pdf](https://promshop.info/cataloguespdf/reasons_damage_bearings.pdf)
  20. Морозов Е.М., Никушков Г.П. Метод конечных элементов в механике разрушения. — Изд. 2-е, испр. — М.: URSS, 2008. — 254 с.
- ## References
1. Podshipniki kacheniya. Dinamicheskaya gruzopod'emnost' i nominal'nyi resurs. GOST 18855-2013 (Rolling bearings. Dynamic load rating and rating life, State Standard 18855-2013), Moscow, Standartinform, 57 p.
  2. ISO/TS 16281:2008. Rolling bearings — Methods for calculating the modified reference rating life for universally loaded bearings, 2008, 20 p. URL: <https://www.iso.org/standard/40621.html>
  3. Mul J.M., Vree J.M., Maas D.A. Equilibrium and Associated Load Distribution in Ball and Roller Bearings Loaded in Five Degrees of Freedom While Neglecting Friction—Part II: Application to Roller Bearings and Experimental Verification. *Journal of Tribology*, 1989, vol. 111, no. 1, pp. 149–155. DOI: 10.1115/1.3261865
  4. Leontiev M., Ivannikov V., Degtyarev S. Radial roll bearings with flexible rings: application to rotor dynamics and extension to multibody simulation. *17th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery (16-21 December 2017; Maui, Hawaii)*.
  5. Ivannikov V.V., Degtyarev S.A., Popov V.V. et al. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Aviatsionnaya tekhnika*, 2018, no. 4, pp. 58-68.
  6. Ivannikov V.V., Degtyarev S.A., Leont'ev M.K. *Materialy mezhdunarodnoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii "Klimovskie chteniya — 2018. Perspektivnye napravleniya razvitiya aviadvigatelestroeniya"*, St. Petersburg, Skifiya-print, 2018, pp. 168-177.
  7. Ivannikov V.V., Degtyarev S.A., Popov V.V. et al. Numerical Determination of Contact Forces in Radial Roller Bearings with Flexible Rings. *Russian Aeronautics*, 2018, vol. 61, no. 4, pp. 567–578. DOI: 10.3103/S1068799818040104
  8. Nazarenko Yu.B., Potapov A.Yu. *Dvigatel'*, 2014, no. 1(91), pp. 14 -16.
  9. Makarchuk V.V. *Razrabotka metodov rascheta i proektirovaniya vysokoskorostnykh mezhval'nykh rolikovykh podshipnikov* (Development of methods for high-speed shaft roller bearings calculation and design). Abstract of doctor's thesis, Samara, Samarskii gosudarstvennyi aerokosmicheskii universitet im. S.P. Koroleva, 2009, 20 p.
  10. Podshipniki kacheniya. Polya dopuskov i tekhnicheskie trebovaniya k posadochnym poverkhnostyam valov i korpusov. Posadki. GOST 3325-85 (Rolling bearings. Tolerance margins and technical requirements for shaft and housing seatings. Fits, State Standard 3325-85), Moscow, Standarty, 1994, 105 p.
  11. Kikot' N.V., Snetkova E.I., Leont'ev M.K., Degtyarev S.A. *Vestnik Rybinskoi gosudarstvennoi aviatsionnoi tekhnologicheskoi akademii*, 2012, no. 2(23), pp. 94-101.
  12. *LS-DYNA Keyword User's Manual (Version 971)*. Livermore Software Technology Corporation (LSTC), California, 2007, vol. 1, 1384 p.
  13. Stepanov A.V. *Modelirovanie zhestkosti sherokhovatykh poverkhnostei pri otsenke tochnosti tekhnologicheskogo oborudovaniya* (Rough surfaces stiffness modeling in assessing technological equipment accuracy), Abstract of doctor's thesis, Moscow, Moskovskii gosudarstvennyi tekhnologicheskii universitet, 1998, 15 p.
  14. Sakalo V., Ol'shevskiy A. Finite element model use for solution of contact problems taking into account roughness of solid surfaces. *Bulletin of bryansk state technical university*, 2018, vol. 2018, no. 11, pp. 45-56. DOI: 10.30987/article\_5be14a2f880092.17128502
  15. Semenova A.S., Kuz'min M.V. Finite element grid discreteness selecting for rotating parts of inter-rotor bearing of a gas turbine engine considering surface roughness. *Aerospace MAI Journal*, 2020, vol. 27, no. 1, pp. 171-179. DOI: 10.34759/vst-2020-1-171-179

16. Mason M.A. *A practical tool for the determination of surface stresses in railroad bearings with different contact geometries load conditions using finite element analysis*. A thesis for the degree of Master of Science at Virginia Commonwealth University, 2014, 119 p. DOI: 10.25772/1JJY-3P97
17. Qu F., Xie H., Jiang Z. Finite element method analysis of surface roughness transfer in micro flexible rolling. *12<sup>th</sup> International Conference on Numerical Methods in Industrial Forming Processes*, 2016, vol. 80: 04002. DOI: 10.1051/mateconf/20168004002
18. Semenova A.S., Gogaev G.P. Evaluation of destructive rotation frequency of turbo-machine disks applying deformation criterion with LS-DYNA software. *Aerospace MAI Journal*, 2018, vol. 25, no. 3, pp. 134-142.
19. *Povrezhdeniya podshipnikov kacheniya i ikh prichiny* (Rolling bearing damages and their causes), St. Petersburg, SKF, 2002, 47 p. URL: [https://promshop.info/cataloguespdf/reasons\\_damage\\_bearings.pdf](https://promshop.info/cataloguespdf/reasons_damage_bearings.pdf)
20. Morozov E.M., Nikishkov G.P. *Metod konechnykh elementov v mekhanike razrusheniya* (Finite element method in fracture mechanics), Moscow, URSS, 2008, 254 p.

Статья поступила в редакцию 30.08.2022; одобрена после рецензирования 07.09.2022; принята к публикации 07.09.2022.

The article was submitted on 30.08.2022; approved after reviewing on 07.09.2022; accepted for publication on 07.09.2022.