

УДК 621.391

Генерация ансамблей кодов Голда для систем прямого расширения спектра

Кузнецов В.С.*, Шевченко И.В.*, Волков А.С.*, Солодков А.В.***

Национальный исследовательский университет

«Московский институт электронной техники», площадь Шокина, 1, Москва,

Зеленоград, 124498, Россия

**e-mail: tcs@mee.ru*

***e-mail: leshvol@mail.ru*

Аннотация

Рассмотрен алгоритм генерации m -последовательностей и кодов Голда, использующихся в системах расширения спектра. Коды Голда отличаются небольшим уровнем взаимной корреляцией между последовательностями в ансамбле, что позволяет использовать их для разделения абонентов системы связи. Максимальное количество абонентов в системе зависит от количества последовательностей в кодовом ансамбле. Генерация всех возможных последовательностей Голда одинаковой длины является актуальной практической задачей. Использование классического метода генерации (основанного на представлении генератора в виде РСЛОС) становится неоптимальным при генерации ансамблей последовательностей больших длин ($N > 2^{10} - 1$). В статье рассмотрен алгоритм генерации кодов Голда с использованием

алгоритма Берлекэмп-Мэсси и децимаций, определенных для генерации рассматриваемых кодов. В статье приведено количество двоичных примитивных полиномов, а также составлен список с количеством уникальных пар полиномов для длин кодов до $m \leq 16$, образующих коды Голда. Представлен полный список предпочитаемых пар примитивных полиномов для длины кода $N = 2^{10} - 1$. Приведен пример поиска предпочитаемых пар примитивных полиномов степени $m = 5$. Приведено количество пар полиномов для генерации кодов, подобных кодам Голда, для степеней порождающих полиномов $m = 8$ и $m = 12$.

Ключевые слова: m -последовательности, коды Голда, расширение спектра, предпочитаемые пары, коэффициенты децимации, двоичные полиномы, РСЛОС.

На сегодняшний день известно большое количество цифровых последовательностей различных классов [1-3]. Рассматривая теорию построения и свойства конкретных семейств, необходимо знать задачи, реализуемые с использованием выбранных последовательностей. Среди некоторых из направлений применения цифровых последовательностей, стоит обратить внимание на следующие:

- применение последовательностей в системах, использующих последовательности с хорошими автокорреляционными свойствами;
- применение последовательностей в системах, использующих группы последовательностей с хорошими взаимокорреляционными свойствами;

- применение последовательностей в системах с особыми требованиями к структуре используемых последовательностей.

В системах расширения спектра одной из основных задач является выделение полезного сигнала из потока данных, получаемых приемником. Отсюда следуют повышенные требования к взаимнокорреляционным свойствам используемых кодов. Величина корреляции всех последовательностей в кодовом ансамбле и количество используемых последовательностей определяют максимальное количество абонентов для данной системы.

В данной работе рассматриваются способы построения кодов Голда, которые могут использоваться в системах расширения спектра, например в CDMA. Также в работе приведено количество предпочтительных пар для построения кодов Голда для длин до $2^{16} - 1$.

М-последовательности.

Для генерации кода Голда используется пара последовательностей максимальной длины (m -последовательностей), которые могут быть получены при помощи регистра сдвига с линейной обратной связью.

Генерация m -последовательности длины $N = 2^m - 1$ осуществляется путем выбора примитивного полинома $h(x)$ степени m вида:

$$h(x) = h_0x^m + h_1x^{m-1} + h_2x^{m-2} + \dots + h_{m-1}x + h_m = \sum_{i=0}^m h_i x^{m-i}.$$

Коэффициенты h_i описывают состояния ячеек памяти a в регистре сдвига с линейной обратной связью (*англ.* linear feedback shift register, LFSR). Состояние $h_i = 1$ соответствует подключению выхода ячейки памяти к цепочке сумматоров, $h_i = 0$ – его отсутствию (Рисунок 1). Коэффициенты первой и последней ячейки равны единице: $h_0 = h_m = 1$.

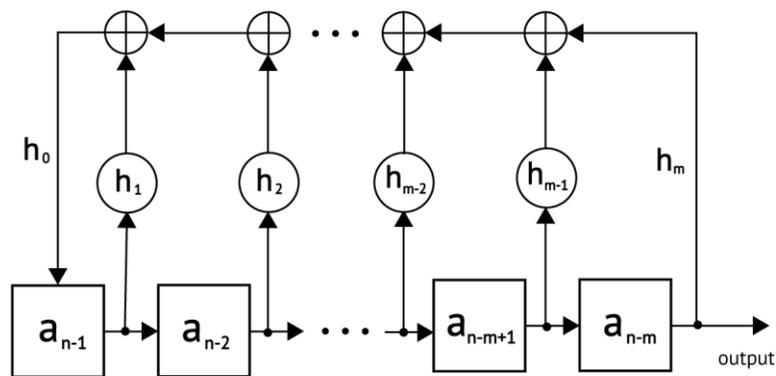


Рисунок 1 – Сдвиговой регистр соответствующий примитивному полиному $h(x)$

Поиск примитивных полиномов является сложной математической задачей, рассмотренной в работах [4-6,10]. Задача поиска примитивных полиномов может быть решена несколькими способами, среди которых:

- децимация m -последовательности коэффициентом децимации d , приводящая к m -последовательности другой формы
- использование алгоритма Берлекэмп-Мэсси для решения системы линейных уравнений

Таблицы со списками двоичных примитивных полиномов можно найти в работах [7-9]. Проверка полинома включает в себя две основных операции: проверку полинома на неприводимость и проверку на примитивность.

Количество примитивных полиномов степени m определяется выражением:

$$Q = \frac{\phi(2^m - 1)}{m},$$

где $\phi(n)$ – функция Эйлера, равная количеству натуральных чисел, меньших n и взаимно простых с ним.

Величина Q определяет количество m -последовательностей заданной длины $N = 2^m - 1$. В таблице 1 указано количество примитивных полиномов для $m \leq 16$.

Таблица 1. Число различных примитивных полиномов степени m

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Q	2	1	2	2	6	6	18	16	48	60	176	144	630	756	1800	2048

Коды Голда

M -последовательности служат базисом для формирования других важных семейств сигналов, одним из которых являются коды Голда.

Ансамбль последовательностей S может быть назван (l, ν, σ) ансамблем, где l – длина последовательностей S , ν – объем ансамбля, а σ – максимальная корреляция между последовательностями внутри ансамбля. Ансамбль кода Голда является $(2^m - 1, 2^m + 1, 2^{(m+2)/2} + 1)$ ансамблем, а периодическая взаимная корреляция между двумя

любыми последовательностями ансамбля имеет не более трех уровней, то есть принимает только одно из трех значений: $\{\pm 2^{\frac{m+1}{2}} - 1, -1\}$.

Коды Голда можно сформировать, используя две различные m -последовательностей одинаковой длины. В ансамбль добавляются как оригинальные копии m -последовательностей, так и побитовое сложение их по модулю 2, с дальнейшим циклическим сдвигом одной из последовательностей.

Допустим, что L является оператором сдвига влево, а m -последовательности a и b имеют одинаковую длину 7:

$$a = 1110100 \text{ и } b = 1001011.$$

Тогда ансамбль кода Голда будет выглядеть следующим образом:

$$b = 1001011$$

$$a = 1110100$$

$$a \oplus b = 0111111$$

$$L(a) \oplus b = 0100010$$

$$L^2(a) \oplus b = 0011000$$

$$L^3(a) \oplus b = 1101100$$

$$L^4(a) \oplus b = 0000101$$

$$L^5(a) \oplus b = 1010110$$

$$L^6(a) \oplus b = 1110001,$$

где \oplus – оператор сложения по модулю 2.

Количество кодов Голда растет с увеличением количества примитивных полиномов степени m . Однако, не для всех комбинаций m -последовательностей одинаковой длины можно получить ансамбль кодов Голда. Для генерации кодов Голда следует выбирать особые пары m -последовательностей, называемые предпочтительными.

Согласно определению [5], коды Голда формируются из пары m -последовательностей, одна из которых получена из другой путем любой из следующих децимаций:

- $d = 2^k + 1$, где $\gcd(k, m) = 1$ и $k \leq \frac{m-1}{2}$.
- $d = 2^{2k} - 2^k + 1$, где $\gcd(k, m) = 1$, $k \leq \frac{m-1}{2}$ и $\text{mod}(3k, m) = 1$
- $d = 2^{\frac{m-1}{2}} + 3$
- $d = 2^{2k} + 2^k - 1$, $k = \frac{m-1}{4}$, $\text{mod}(m, 4) = 1$
- $d = 2^k + 2^{2k-m} - 1$, $k = \frac{3m-1}{4}$, $\text{mod}(m, 4) = 3$
- Инверсия всех коэффициентов децимации d для всех случаев, перечисленных выше.

$\gcd(x, y)$ – функция поиска наименьшего общего делителя x и y .

$\text{mod}(x, y)$ – функция, возвращающая число x по модулю y (возвращающая остаток от деления x на y).

Поиск предпочитаемых пар

Поиск предпочитаемых пар включает в себя следующие действия:

- Выбирается произвольный полином порядка m .
- По алгоритму Берлекэмпа-Мэсси с использованием всех децимаций производится вычисление остальных примитивных полиномов, образующих m -последовательности.
- Каждая из полученных m -последовательностей отдельно децимируется коэффициентами (индексами децимации d), образующими коды Голда.
- Осуществляется отбор зеркальных копий полученных предпочитаемых пар.

Для степени полинома $m = 5$ всего существует $\frac{\phi(2^5-1)}{5} = 6$ различных

примитивных полиномов:

$$x^5 + x^2 + 1, f_5 = (2)$$

$$x^5 + x^3 + 1, f_5 = (3)$$

$$x^5 + x^3 + x^2 + x + 1, f_5 = (3,2,1)$$

$$x^5 + x^4 + x^2 + x + 1, f_5 = (4,2,1)$$

$$x^5 + x^4 + x^3 + x + 1, f_5 = (4,3,1)$$

$$x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1, f_5 = (4,3,2)$$

Для удобства, полиномы могут быть записаны по степеням без учета старшего члена и единицы. Например, полином $x^5 + x^3 + 1$ будет записан как $f_5 = (3)$, а полином $x^5 + x^4 + x^3 + x^1 + 1$ как $f_5 = (4,3,1)$.

Уникальные индексы децимации с учетом инверсии каждой из них: $d = 3,5,7,11$.

Путем децимации каждой из m -последовательностей, получаем те же самые последовательности в порядке, указанном в таблице 2.

Таблица 2. Полиномы, полученные путем децимации исходных m -последовательностей периода $N = 2^5 - 1$

Исходный полином	d	Полученные полиномы	d	Полученные полиномы
(2)	3	(4,3,2)	7	(3,2,1)
	5	(4,2,1)	11	(4,3,1)
(3)	3	(3,2,1)	7	(4,3,2)
	5	(4,3,1)	11	(4,2,1)
(3,2,1)	3	(4,3,1)	7	(4,2,1)
	5	(2)	11	(3)
(4,2,1)	3	(3)	7	(2)
	5	(3,2,1)	11	(4,3,2)
(4,3,1)	3	(2)	7	(3)
	5	(4,3,2)	11	(3,2,1)
(4,3,2)	3	(4,2,1)	7	(4,3,1)
	5	(3)	11	(2)

Отбрав зеркальные копии найденных пар, получим следующие предпочитаемые пары m -последовательностей (Таблица 3).

Таблица 3. Пары примитивных полиномов, формирующие последовательности

Голда длины $N = 31$

№	f_m
1	(2),(3,2,1)
2	(2),(4,2,1)
3	(2),(4,3,1)
4	(2),(4,3,2)
5	(3),(3,2,1)
6	(3),(4,2,1)
7	(3),(4,3,1)
8	(3),(4,3,2)
9	(3,2,1),(4,2,1)
10	(3,2,1),(4,3,1)
11	(4,2,1),(4,3,2)
12	(4,3,1),(4,3,2)

Количество предпочитаемых пар обычно гораздо меньше общего числа всех возможных пар m -последовательностей фиксированной длины. Например, для длины $N = 2^{10} - 1$ число различных m -последовательностей равно 60, а число всевозможных ансамблей кодов Голда равно $60^2 = 3600$. Однако лишь 300 ансамблей удовлетворяют условиям генерации и свойствам кодов Голда – они имеют 3 уровня ПВКФ, не превышающие по модулю значение $\sigma = 2^{(m+2)/2} + 1$. Полный список количества найденных ансамблей кодов Голда показан в таблице 4.

Таблица 4. Число примитивных полиномов Q и ансамблей кодов Голда для фиксированной длины N

m	N	Q	коды Голда
5	31	6	12
6	63	6	6
7	127	18	90
8	255	16	–
9	511	48	288
10	1023	60	300
11	2047	176	1936
12	4095	144	–
13	8191	630	8190
14	16383	756	6048
15	32767	1800	16200
16	65535	2048	–

В таблице 5 приведены списки всех пар примитивных полиномов для генерации кодов Голда длины 1023.

Таблица 5. Пары примитивных полиномов, формирующие последовательности Голда длины $N = 1023$

№	f_m	№	f_m
1	(3),(6,5,3,2,1)	151	(8,5,4,3,2),(9,7,3)
2	(3),(7,3,1)	152	(8,5,4,3,2),(9,7,5,4,2)
3	(3),(7,6,5,2,1)	153	(8,5,4,3,2),(9,8,4,3,2)
4	(3),(8,3,2)	154	(8,5,4,3,2),(9,8,6,5,1)
5	(3),(8,5,1)	155	(8,6,1),(9,6,1)
6	(3),(8,7,6,5,2)	156	(8,6,1),(9,8,6,2,1)
7	(3),(9,6,5,4,3)	157	(8,6,1),(9,8,6,4,2)
8	(3),(9,8,6,3,2)	158	(8,6,1),(9,8,7,5,4)
9	(3),(9,8,6,4,2)	159	(8,6,1),(9,8,7,6,4,3,1)
10	(3),(9,8,7,6,4,3,1)	160	(8,6,4,2,1),(8,7,5)
11	(4,3,1),(6,5,3,2,1)	161	(8,6,4,2,1),(8,7,6,5,4,3,1)
12	(4,3,1),(7,6,5,4,3,2,1)	162	(8,6,4,2,1),(9,4,2)

13	(4,3,1),(8,7,2)	163	(8,6,4,2,1),(9,8,5)
14	(4,3,1),(8,7,6,5,4,2,1)	164	(8,6,4,2,1),(9,8,6,4,3)
15	(4,3,1),(9,5,2)	165	(8,6,4,2,1),(9,8,6,5,1)
16	(4,3,1),(9,6,5,4,3)	166	(8,6,5,3,1),(8,7,2)
17	(4,3,1),(9,7,6,4,1)	167	(8,6,5,3,1),(8,7,6,5,2)
18	(4,3,1),(9,7,6,4,3,2,1)	168	(8,6,5,3,1),(8,7,6,5,4,2,1)
19	(4,3,1),(9,7,6,5,4,3,2)	169	(8,6,5,3,1),(9,5,2)
20	(4,3,1),(9,8,5,4,3)	170	(8,6,5,3,1),(9,5,4,2,1)
21	(5,2,1),(7,3,1)	171	(8,6,5,3,1),(9,6,5,4,3)
22	(5,2,1),(7,6,2)	172	(8,6,5,3,1),(9,7,6,4,1)
23	(5,2,1),(8,6,1)	173	(8,6,5,3,1),(9,7,6,4,3,2,1)
24	(5,2,1),(9,5,4,2,1)	174	(8,6,5,3,1),(9,8,5,4,3)
25	(5,2,1),(9,7,6,4,1)	175	(8,7,2),(8,7,4,2,1)
26	(5,2,1),(9,7,6,5,4,3,2)	176	(8,7,2),(9,5,2)
27	(5,2,1),(9,8,6,2,1)	177	(8,7,2),(9,7,3)
28	(5,2,1),(9,8,6,4,2)	178	(8,7,2),(9,8,4,3,2)
29	(5,2,1),(9,8,7,3,2)	179	(8,7,2),(9,8,5,4,3)
30	(5,2,1),(9,8,7,4,1)	180	(8,7,2),(9,8,7,6,5,4,1)
31	(5,3,2),(7,6,2)	181	(8,7,3,2,1),(8,7,6,5,4,3,1)
32	(5,3,2),(8,5,1)	182	(8,7,3,2,1),(9,6,1)
33	(5,3,2),(8,5,4,3,2)	183	(8,7,3,2,1),(9,6,5,4,3)
34	(5,3,2),(8,6,1)	184	(8,7,3,2,1),(9,6,5,4,3,2,1)
35	(5,3,2),(8,7,4,2,1)	185	(8,7,3,2,1),(9,8,5)
36	(5,3,2),(9,6,3,2,1)	186	(8,7,3,2,1),(9,8,6,5,1)
37	(5,3,2),(9,7,3)	187	(8,7,4,2,1),(9,7,6,4,3,2,1)
38	(5,3,2),(9,8,6,2,1)	188	(8,7,4,2,1),(9,8,4,3,2)
39	(5,3,2),(9,8,6,4,2)	189	(8,7,4,2,1),(9,8,6,5,4,3,2)
40	(5,3,2),(9,8,7,5,4)	190	(8,7,4,2,1),(9,8,7,5,4)
41	(6,5,2),(8,4,3)	191	(8,7,5),(8,7,6,5,2)
42	(6,5,2),(8,6,4,2,1)	192	(8,7,5),(9,4,2)
43	(6,5,2),(8,7,3,2,1)	193	(8,7,5),(9,5,2)
44	(6,5,2),(8,7,4,2,1)	194	(8,7,5),(9,8,4,2,1)
45	(6,5,2),(8,7,6,5,4,3,1)	195	(8,7,5),(9,8,6,3,2)
46	(6,5,2),(9,4,2)	196	(8,7,5),(9,8,7,4,1)
47	(6,5,2),(9,6,3,2,1)	197	(8,7,6,2,1),(8,7,6,5,2)
48	(6,5,2),(9,8,4,2,1)	198	(8,7,6,2,1),(9,8,6,2,1)
49	(6,5,2),(9,8,6,5,1)	199	(8,7,6,2,1),(9,8,6,3,2)
50	(6,5,2),(9,8,6,5,4,3,2)	200	(8,7,6,2,1),(9,8,7,6,4,3,1)
51	(6,5,3,2,1),(7,3,1)	201	(8,7,6,5,2),(9,4,2)
52	(6,5,3,2,1),(8,4,3)	202	(8,7,6,5,2),(9,5,4,2,1)

53	(6,5,3,2,1),(8,7,5)	203	(8,7,6,5,2),(9,8,6,3,2)
54	(6,5,3,2,1),(8,7,6,2,1)	204	(8,7,6,5,2),(9,8,6,4,3)
55	(6,5,3,2,1),(9,4,2)	205	(8,7,6,5,4,2,1),(9,5,2)
56	(6,5,3,2,1),(9,7,6,5,4,3,2)	206	(8,7,6,5,4,2,1),(9,6,1)
57	(6,5,3,2,1),(9,8,6,3,2)	207	(8,7,6,5,4,2,1),(9,6,5,4,3)
58	(6,5,3,2,1),(9,8,6,4,3)	208	(8,7,6,5,4,2,1),(9,6,5,4,3,2,1)
59	(7),(7,6,5,4,1)	209	(8,7,6,5,4,2,1),(9,8,5,4,3)
60	(7),(8,5,4,3,2)	210	(8,7,6,5,4,2,1),(9,8,6,3,2)
61	(7),(8,6,4,2,1)	211	(8,7,6,5,4,3,1),(9,6,1)
62	(7),(8,7,2)	212	(8,7,6,5,4,3,1),(9,6,3,2,1)
63	(7),(8,7,4,2,1)	213	(8,7,6,5,4,3,1),(9,6,5,4,3,2,1)
64	(7),(9,5,2)	214	(8,7,6,5,4,3,1),(9,7,6)
65	(7),(9,7,3)	215	(8,7,6,5,4,3,1),(9,8,4,2,1)
66	(7),(9,7,6,4,3,2,1)	216	(8,7,6,5,4,3,1),(9,8,5)
67	(7),(9,8,5,4,3)	217	(8,7,6,5,4,3,1),(9,8,7,5,4)
68	(7),(9,8,7,5,4)	218	(9,4,1),(9,4,2)
69	(7,3,1),(8,3,2)	219	(9,4,1),(9,5,4,2,1)
70	(7,3,1),(8,7,5)	220	(9,4,1),(9,6,4,3,1)
71	(7,3,1),(8,7,6,2,1)	221	(9,4,1),(9,7,6,4,3,2,1)
72	(7,3,1),(8,7,6,5,2)	222	(9,4,1),(9,7,6,5,4,3,2)
73	(7,3,1),(9,7,6,4,1)	223	(9,4,1),(9,8,6,5,4,3,2)
74	(7,3,1),(9,8,6,4,3)	224	(9,4,1),(9,8,7,3,2)
75	(7,3,1),(9,8,7,6,4,3,1)	225	(9,4,1),(9,8,7,4,1)
76	(7,6,2),(7,6,4,2,1)	226	(9,4,1),(9,8,7,6,5,4,3)
77	(7,6,2),(8,3,2)	227	(9,4,2),(9,7,6,4,3,2,1)
78	(7,6,2),(8,5,4)	228	(9,4,2),(9,8,4,2,1)
79	(7,6,2),(8,5,4,3,2)	229	(9,4,2),(9,8,5)
80	(7,6,2),(9,6,5,4,3,2,1)	230	(9,4,2),(9,8,6,4,3)
81	(7,6,2),(9,8,6,2,1)	231	(9,5,2),(9,7,6,4,1)
82	(7,6,2),(9,8,6,4,2)	232	(9,5,2),(9,7,6,4,3,2,1)
83	(7,6,2),(9,8,7,5,4)	233	(9,5,2),(9,8,4,3,2)
84	(7,6,4,2,1),(7,6,5,2,1)	234	(9,5,2),(9,8,7,4,1)
85	(7,6,4,2,1),(8,5,4,3,2)	235	(9,5,4,2,1),(9,8,6,2,1)
86	(7,6,4,2,1),(8,6,1)	236	(9,5,4,2,1),(9,8,6,4,2)
87	(7,6,4,2,1),(8,7,3,2,1)	237	(9,5,4,2,1),(9,8,7,3,2)
88	(7,6,4,2,1),(8,7,4,2,1)	238	(9,5,4,2,1),(9,8,7,4,1)
89	(7,6,4,2,1),(9,7,3)	239	(9,5,4,2,1),(9,8,7,6,5,4,1)
90	(7,6,4,2,1),(9,8,6,2,1)	240	(9,6,1),(9,6,3,2,1)
91	(7,6,4,2,1),(9,8,6,4,2)	241	(9,6,1),(9,6,5,4,3)
92	(7,6,4,2,1),(9,8,7,5,4)	242	(9,6,1),(9,7,6,4,1)

93	(7,6,5,2,1),(8,3,2)	243	(9,6,1),(9,8,6,5,1)
94	(7,6,5,2,1),(8,7,3,2,1)	244	(9,6,1),(9,8,7,6,4,3,1)
95	(7,6,5,2,1),(8,7,6,2,1)	245	(9,6,3,2,1),(9,6,5,4,3)
96	(7,6,5,2,1),(9,6,4,3,1)	246	(9,6,3,2,1),(9,6,5,4,3,2,1)
97	(7,6,5,2,1),(9,7,5,4,2)	247	(9,6,3,2,1),(9,8,5)
98	(7,6,5,2,1),(9,7,6)	248	(9,6,3,2,1),(9,8,6,5,1)
99	(7,6,5,2,1),(9,8,6,5,4,3,2)	249	(9,6,4,3,1)(9,7,3)
100	(7,6,5,2,1),(9,8,7,6,4,3,1)	250	(9,6,4,3,1),(9,7,5,4,2)
101	(7,6,5,4,1),(8,6,4,2,1)	251	(9,6,4,3,1),(9,7,6)
102	(7,6,5,4,1),(9,4,1)	252	(9,6,4,3,1),(9,8,5)
103	(7,6,5,4,1),(9,6,4,3,1)	253	(9,6,4,3,1),(9,8,7,6,5,4,1)
104	(7,6,5,4,1),(9,7,5,4,2)	254	(9,6,4,3,1),(9,8,7,6,5,4,3)
105	(7,6,5,4,1),(9,7,6)	255	(9,6,5,4,3),(9,6,5,4,3,2,1)
106	(7,6,5,4,1),(9,8,6,5,4,3,2)	256	(9,6,5,4,3),(9,7,6,4,1)
107	(7,6,5,4,1),(9,8,7,3,2)	257	(9,6,5,4,3),(9,8,6,4,2)
108	(7,6,5,4,1),(9,8,7,4,1)	258	(9,6,5,4,3,2,1),(9,7,6,4,1)
109	(7,6,5,4,1),(9,8,7,6,5,4,1)	259	(9,6,5,4,3,2,1),(9,8,6,5,1)
110	(7,6,5,4,3,2,1),(8,6,5,3,1)	260	(9,7,3),(9,7,6,4,3,2,1)
111	(7,6,5,4,3,2,1),(8,7,3,2,1)	261	(9,7,3),(9,8,4,3,2)
112	(7,6,5,4,3,2,1),(8,7,6,2,1)	262	(9,7,3),(9,8,5)
113	(7,6,5,4,3,2,1),(8,7,6,5,4,2,1)	263	(9,7,3),(9,8,7,5,4)
114	(7,6,5,4,3,2,1),(9,6,1)	264	(9,7,5,4,2),(9,8,6,5,1)
115	(7,6,5,4,3,2,1),(9,6,3,2,1)	265	(9,7,5,4,2),(9,8,6,5,4,3,2)
116	(7,6,5,4,3,2,1),(9,6,5,4,3,2,1)	266	(9,7,5,4,2),(9,8,7,6,4,3,1)
117	(7,6,5,4,3,2,1),(9,7,6,4,1)	267	(9,7,5,4,2),(9,8,7,6,5,4,3)
118	(7,6,5,4,3,2,1),(9,8,6,2,1)	268	(9,7,6),(9,8,6,5,4,3,2)
119	(8,3,2),(8,5,1)	269	(9,7,6),(9,8,7,5,4)
120	(8,3,2),(8,7,6,2,1)	270	(9,7,6),(9,8,7,6,4,3,1)
121	(8,3,2),(9,6,5,4,3,2,1)	271	(9,7,6),(9,8,7,6,5,4,3)
122	(8,3,2),(9,7,5,4,2)	272	(9,7,6,4,1),(9,8,5,4,3)
123	(8,3,2),(9,7,6)	273	(9,7,6,4,3,2,1),(9,8,4,3,2)
124	(8,3,2),(9,8,6,3,2)	274	(9,7,6,4,3,2,1),(9,8,5,4,3)
125	(8,4,3),(8,6,4,2,1)	275	(9,7,6,5,4,3,2),(9,8,6,2,1)
126	(8,4,3),(8,7,2)	276	(9,7,6,5,4,3,2),(9,8,6,4,2)
127	(8,4,3),(8,7,5)	277	(9,7,6,5,4,3,2),(9,8,7,3,2)
128	(8,4,3),(8,7,6,5,2)	278	(9,7,6,5,4,3,2),(9,8,7,4,1)
129	(8,4,3),(9,8,4,2,1)	279	(9,7,6,5,4,3,2),(9,8,7,6,5,4,1)
130	(8,4,3),(9,8,5)	280	(9,8,4,2,1),(9,8,4,3,2)
131	(8,4,3),(9,8,6,4,3)	281	(9,8,4,2,1),(9,8,5)
132	(8,4,3),(9,8,7,6,5,4,1)	282	(9,8,4,2,1),(9,8,6,4,3)

133	(8,5,1),(8,7,6,2,1)	283	(9,8,4,2,1),(9,8,6,5,1)
134	(8,5,1),(9,6,3,2,1)	284	(9,8,4,2,1),(9,8,7,6,5,4,3)
135	(8,5,1),(9,6,4,3,1)	285	(9,8,4,3,2),(9,8,5,4,3)
136	(8,5,1),(9,7,5,4,2)	286	(9,8,4,3,2),(9,8,7,5,4)
137	(8,5,1),(9,7,6)	287	(9,8,4,3,2),(9,8,7,6,5,4,3)
138	(8,5,1),(9,8,6,5,4,3,2)	288	(9,8,5),(9,8,6,5,1)
139	(8,5,1),(9,8,7,6,4,3,1)	289	(9,8,5,4,3),(9,8,6,4,3)
140	(8,5,4),(8,6,1)	290	(9,8,5,4,3),(9,8,7,3,2)
141	(8,5,4),(8,7,6,5,4,2,1)	291	(9,8,6,3,2),(9,8,6,4,3)
142	(8,5,4),(9,5,4,2,1)	292	(9,8,6,3,2),(9,8,7,6,4,3,1)
143	(8,5,4),(9,7,6,5,4,3,2)	293	(9,8,6,4,3),(9,8,7,3,2)
144	(8,5,4),(9,8,6,2,1)	294	(9,8,6,5,4,3,2),(9,8,7,6,5,4,1)
145	(8,5,4),(9,8,6,3,2)	295	(9,8,6,5,4,3,2),(9,8,7,6,5,4,3)
146	(8,5,4),(9,8,6,4,2)	296	(9,8,7,3,2),(9,8,7,6,5,4,1)
147	(8,5,4),(9,8,7,3,2)	297	(9,8,7,3,2),(9,8,7,6,5,4,3)
148	(8,5,4),(9,8,7,4,1)	298	(9,8,7,4,1),(9,8,7,6,5,4,1)
149	(8,5,4,3,2),(8,6,1)	299	(9,8,7,4,1),(9,8,7,6,5,4,3)
150	(8,5,4,3,2),(8,7,4,2,1)	300	(9,8,7,6,5,4,1),(9,8,7,6,5,4,1)
136	(8,5,1),(9,7,5,4,2)	286	(9,8,4,3,2),(9,8,7,5,4)
137	(8,5,1),(9,7,6)	287	(9,8,4,3,2),(9,8,7,6,5,4,3)
138	(8,5,1),(9,8,6,5,4,3,2)	288	(9,8,5),(9,8,6,5,1)
139	(8,5,1),(9,8,7,6,4,3,1)	289	(9,8,5,4,3),(9,8,6,4,3)
140	(8,5,4),(8,6,1)	290	(9,8,5,4,3),(9,8,7,3,2)
141	(8,5,4),(8,7,6,5,4,2,1)	291	(9,8,6,3,2),(9,8,6,4,3)
142	(8,5,4),(9,5,4,2,1)	292	(9,8,6,3,2),(9,8,7,6,4,3,1)
143	(8,5,4),(9,7,6,5,4,3,2)	293	(9,8,6,4,3),(9,8,7,3,2)
144	(8,5,4),(9,8,6,2,1)	294	(9,8,6,5,4,3,2),(9,8,7,6,5,4,1)
145	(8,5,4),(9,8,6,3,2)	295	(9,8,6,5,4,3,2),(9,8,7,6,5,4,3)
146	(8,5,4),(9,8,6,4,2)	296	(9,8,7,3,2),(9,8,7,6,5,4,1)
147	(8,5,4),(9,8,7,3,2)	297	(9,8,7,3,2),(9,8,7,6,5,4,3)
148	(8,5,4),(9,8,7,4,1)	298	(9,8,7,4,1),(9,8,7,6,5,4,1)
149	(8,5,4,3,2),(8,6,1)	299	(9,8,7,4,1),(9,8,7,6,5,4,3)
150	(8,5,4,3,2),(8,7,4,2,1)	300	(9,8,7,6,5,4,1),(9,8,7,6,5,4,1)

Для t делящихся без остатка на 4 не существует кодов Голда [6]. Однако существуют подобные им коды (англ. Gold-Like Sequences) с числом пиков ПВКФ

между последовательностями внутри ансамбля равным 4 [4]. В таблице 6 указано количество таких кодов для $N = 255$ и $N = 4095$.

Таблица 6. Количество ансамблей кодов, подобных кодам Голда

m	N	Коды с 4 уровнями ПВКФ
8	255	16
12	4095	144

Выводы

Генерация ансамблей кодов Голда произвольной длины является актуальной практической задачей. Получения всех последовательностей ансамбля необходимо для оптимального использования рассматриваемых последовательностей в системе связи, в связи с зависимостью количества абонентов системы от числа разделимых кодовых комбинаций (имеющих низкий порог взаимной корреляции и выраженный автокорреляционный пик).

Классический метод генерации кодов Голда основывается на использовании регистра сдвига с линейной обратной связью (РСЛОС). Использование предложенного алгоритма поиска предпочитаемых пар ускоряет процесс генерации кодов Голда, что становится заметно при работе с полиномами большой степени ($m > 10$).

Полученные результаты могут быть применены при проектировании систем связи с кодовым разделением абонентов для получения полного ансамбля Голда и для изучения корреляционных свойств полученных последовательностей и их производных [11,12,13].

*Исследования выполнены при финансовой поддержке Минобрнауки России,
соглашение № 14.578.21.0215, уникальный идентификатор ПНИЭР
RFMEFI57816X0215.*

Библиографический список

1. Пестряков В.Б. Шумоподобные сигналы в системах передачи информации. – М.: Советское радио, 1973. – 424 с.
2. Ипатов В.П. Широкополосные системы и кодовое разделение сигналов. – М: Мир связи, 2007. – 488 с.
3. Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. – М: Радио и связь, 1985. – 384 с.
4. Баринов В.В., Лебедев М.В., Кузнецов В.С. Анализ корреляционных характеристик расширяющих ансамблей // Электросвязь. 2006. № 3. С. 38-39.
5. Solomon W. Golomb and Guang Gong. Signal Design for Good Correlation, Cambridge, Cambridge University Press, 2005, 458 p.
6. Pingzhi Fan and Mike Darnell. Sequence design for communications applications, London, Research Studie, 1996, 516 p.
7. Simon K. Marvin. Spread spectrum communications handbook, New York, McGraw-Hill, 1994, 1228 p.

8. Zierler Neal and John Brillhart. On primitive trinomials (mod 2) // Information and Control, 1968, no.13, pp. 541-554.
9. Stahnke Wayne. Primitive binary polynomials // Mathematics of Computation, 1973, 27(124), pp. 977-980.
10. Živković Miodrag. Generation of primitive binary polynomials // Filomat, 1995, vol. 9, no.3, pp. 961-965.
11. Бородин В.В., Петраков А.М., Шевцов В.А. Анализ эффективности передачи данных в сети связи группировки беспилотных летательных аппаратов // Труды МАИ. 2015. № 81. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=57894>
12. Богданов А.С., Шевцов В.А. Определение местоположения и управление в современных сетях подвижной радиосвязи // Труды МАИ. 2010. № 40. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=22874>
13. Богданов А.С., Шевцов В.А. Выбор способа синхронизации в имитационной модели адаптивных алгоритмов определения местоположения и управления // Труды МАИ. 2015. № 84. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=63136>