## ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

На правах рукописи

llef

Мартынов Евгений Александрович

# Методы и алгоритмы прогнозирования и уточнения параметров вращения Земли на борту современных и перспективных космических аппаратов ГЛОНАСС

2.5.16. Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов (технические науки)

Диссертация

на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель

к.т.н., доцент,

Кружков Дмитрий Михайлович

Москва – 2024

## Оглавление

ВВЕДЕНИЕ	4
Глава 1. Техническая задача исследования. Формализация задачи	. 13
1.1. Анализ влияния неопределенной эволюции ПВЗ на точность эфемерид ГЛОНАСС и возможность автономного функционирования системы 13	
1.2. Анализ возможных вариантов уточнения ПВЗ	. 21
1.3. Методы и алгоритмы прогнозирования и уточнения ПВЗ на борНКА23	рту
1.4. Выводы по Главе 1	. 26
2. Глава. Математические модели и алгоритмы, используемые при решении сформулированных выше задач	. 28
2.1. Сравнительный анализ возможных подходов к представлению модели эволюции ПВЗ	. 28
2.1.1 Базовая модель изменения поправок к шкале Координированного времени	. 28
2.1.2 Базовая модель изменения координат полюса.	. 31
2.1.3 Модель NGA добавки ко всемирному координированному	20
времени, а также эволюции координат полюса 2.1.4 Линейная модель изменения ПВЗ	. 32 . 34
2.2. Математические молели	. 34
Системы координат и шкалы времени	. 35
Модели движения НКА	. 38
Модель «истинной» эволюции ПВЗ	. 41
Модель эволюции координат наземных станций	. 41
Модель измерений дальностей НКА-наземная станция	. 42
Модель информационного обмена между НКА	. 43
2.3. Методы и алгоритмы прогнозирования ПВЗ	. 44
Определение оптимального интервала апостериорной выоорки дл	Я 15
заданной длины прогноза ПВЗ	. 45 10
Расчет точностного критерия	. 48
2.4. Процедура уточнения ПВЗ на борту НКА	. 49
Общее описание прототипа бортового алгоритма	. 50
Состав вектора оцениваемых параметров	. 51
Частные производные	. 52

2.6. Выводы по Главе 2 56
3. Глава. Разработка программного макета для отработки алгоритмов прогнозирования и уточнения пвз и исследования их эффективности
3.1. Функциональная схема ПМ и особенности применения 59
3.2. Aрхитектура ПМ 61
3.3. Особенности применения ПМ в задаче проектирования бортового алгоритма 70
3.4. Выводы по Главе 371
4. Глава. Имитационное Моделирование и анализ результатов73
4.1. Анализ точности прогноза ПВЗ и формирование методики ее улучшения 73
<ul> <li>4.1.1. Исходные данные для исследования процессов</li> <li>прогнозирования ПВЗ</li></ul>
<ul> <li>4.2. Моделирование процессов уточнения ПВЗ на борту НКА</li></ul>
4.3Выводы по Главе 4122
Заключение 126
Список Литературы129

Актуальность работы. Анализ состояния проблемы совершенствования характеристик глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС), включая наземный и орбитальный сегменты, показывает, что по- прежнему актуальным остается направление работ, связанных с улучшением точности определения местоположения конечного потребителя за счет снижения погрешности, обусловленной спутниковым сегментом, доступности навигационного поля, а также с возможностью автономного функционирования орбитальной группировки (ОГ). Основным показателем точности ГНСС на сегодняшний день принято считать так называемый параметр SISRE (signal-in-space ratio error), отражающий измерения псевдодальности погрешность потребителем эквивалентную В результате ошибок, генерируемых космическим сегментом. Над улучшением данного показателя трудятся все страны, обладающие своей собственной ГНСС, и ГЛОНАСС здесь не исключение. При этом, несмотря на то что, в первую очередь, важно обеспечить конкурентный уровень SISRE в штатном режиме работы ОГ, актуальным представляется также направление, связанное с поддержанием значения данного показателя в режиме без загрузки высокоточных данных с Земли. Таким образом, ограничение роста ЭППД на приемлемом для потребителя уровне является отдельной научно-технической проблемой, которая и рассматривается в данной работе. В силу сложности обсуждаемой проблемы её целесообразно декомпозировать, разделив на несколько частных подзадач, связанных с улучшением отдельных компонент ЭППД, непосредственно зависящих от уровня нашей осведомленности относительно различных навигационных параметров. В текущий результате, на момент можно выделить следующие основные направления совершенствования характеристик ГНСС с точки зрения точности и автономности:

- 1. Повышение точности эфемерид на борту НКА.
- 2. Совершенствование модели ухода бортовых часов НКА относительно центрального синхронизатора.

3. Снижение зависимости ОГ от наземного сегмента в части расчета эфемеридно-временной (ЭВИ) и частотно-временной информации путем реализации соответствующих процедур на борту НКА.

Из сказанного следует, что возможным способом повышения точности эфемерид и соответственно местоположения потребителя, а также автономности функционирования ОГ является перенос части операций, связанных С формированием эфемеридно-временного обеспечения, на борт НКА. В таком случае встает вопрос о необходимости реализации процедур, ответственных за формирование эфемерид НКА в земной системе координат. В свою очередь, это приводит к необходимости решения задач повышения точности эфемерид и их прогнозирования в инерциальной системе координат и формирования значений параметров вращения Земли, требуемых для расчета транслируемых потребителю эфемерид в связанной с Землей системой координат с учетом неравномерности вращения Земли. Известно, что к настоящему времени накоплен значительный научно- технический задел по первой задаче [1,2,3], в рамках которого предложены методы и алгоритмы получения инерциальных координат и их уточнения на основе межспутниковых измерений на борту НКА. В связи с этим настоящая работа посвящена второй задаче, связанной, как уже указывалось, с проблемой определения параметров вращения Земли на борту НКА ГЛОНАСС.

В настоящее время обеспечение ОГ НКА ГЛОНАСС геодинамическими параметрами, для трансформации эфемерид из инерциальной в земную систему координат, осуществляется путем прогнозирования данных параметров полиномами специального вида, включающими в себя детерминированную часть (зональные и околосуточные составляющие) и вариативную часть, включающую полиномы, характеризуемые набором коэффициентов и тригонометрических функций. Таким образом, потребность в обеспечении информацией НКА определяет необходимость сформировать три набора коэффициентов: полиномов координат полюса х и у, а также полинома поправки ко всемирному координированному времени. Такие коэффициенты регулярно транслируются на борт в составе данных формы специальной информации. Основным недостатком

любого способа прогноза ПВЗ на основе апостериорных данных является тот факт, что его точность с течением времени падает, что обусловлено, в первую очередь, отсутствием полной и достоверной математической модели изменения ПВЗ. При этом применительно к длительному интервалу прогнозирования наблюдается рост ошибок ПВЗ и соответствующее ухудшение качества транслируемых эфемерид в составе навигационного кадра.

Среди факторов, влияющих на точность прогноза с использованием аппроксимирующего существенными являются: вид и структура полинома, а также длительность участка эволюции ПВЗ, на котором происходит оценка. Вопрос о структуре и виде полинома является хорошо изученным на текущий момент [4], в отличие от длительности интервала аппроксимации. Особенность текущего подхода к прогнозированию ПВЗ на борту состоит в том, что коэффициенты полиномов оцениваются на выборке фиксированной длины. Представляется очевидным, что при варьировании выборки, а также смене используемой модели могут быть получены более точные результаты. Таким образом, актуальным является вопрос анализа точности прогнозирования ПВЗ путем модернизации предназначенных для этого инструментов.

Кроме того, с целью повышения точности знания ПВЗ на борту в данной работе рассмотрен способ их уточнения на основе обработки измерений дальностей до наземных станций. Принципиально предложенный способ основан на возможности использования появляющегося вклада в дальности «НКАстанция» при эволюции ПВЗ. Стоит отметить, что сходный метод оценки ПВЗ в дополнение к радиоинтерферометрии со сверхдлинной базой (РСДБ) используется также Международной службой вращения Земли (МСВЗ, IERS), а также в сериях оценках от ИПА РАН, однако процедура построена на основе приема и обработка сигналов ГНСС в наземном комплексе на основе сбора центрами анализа большого массива данных.

Подчеркнем еще раз, что, в отличие от перечисленных выше подходов, в настоящей работе обсуждаются методы и алгоритмы уточнения ПВЗ на борту НКА

с учетом ограничений на количество наземных станций, задействованных НКА и возможностей бортового ПО и МРЛ (межспутниковой радиолинии).

Цель диссертационной работы - повышение точности эфемеридной информации и обеспечения возможности функционирования современных и перспективных орбитальных группировок ГЛОНАСС за счет определения на борту параметров вращения Земли без загрузки пакетов данных с такой информацией. В качестве основы для достижения цели предлагается рассмотреть разработку и реализацию на борту НКА процедур высокоточного прогнозирования и формирования оценок текущих значений параметров вращения Земли на основе обработки измерений до наземных станций.

**Объект исследования.** Навигационные космические аппараты ГЛОНАСС из состава современных и перспективных орбитальных группировок.

**Предмет исследования.** Совокупность алгоритмов и аппаратнопрограммных средств, обеспечивающих достижение поставленной цели.

Методы исследования. Имитационное математическое моделирование процессов эволюции параметров вращения Земли, процессов прогнозирования и уточнения ПВЗ на борту навигационных космических аппаратов ГЛОНАСС на основе использования специального программно-математического обеспечения.

Научная новизна полученных в работе результатов состоит в следующем:

- сформирована концепция реализации технологического цикла по определению ПВЗ на борту НКА ГЛОНАСС современных и перспективных орбитальных сегментов на основе применения существующих бортовых средств;

- создана методика настройки алгоритма прогнозирования ПВЗ, позволяющая минимизировать ошибку их прогноза путем подбора оптимальных параметров соответствующего алгоритма;

- разработаны и исследованы алгоритмы обработки измерений между НКА ГЛОНАСС и наземными станциями, обеспечивающие определение ПВЗ при различном составе и расположении взаимодействующих объектов;

- разработано специализированное программно-математическое обеспечение для моделирования процессов прогнозирования и уточнения ПВЗ на борту и отработки соответствующих алгоритмов, позволяющее оценить результативность и эффективность реализации предлагаемых методик и алгоритмов и при необходимости провести их коррекцию перед внедрением в действующие технологические циклы ГЛОНАСС.

Результаты, выносимые на защиту:

- Информационная технология, определяющая необходимые аппаратные средства, методы и алгоритмы, обеспечивающие повышение точности эфемерид ГЛОНАСС в оперативном и автономном режимах работы.

- Алгоритм высокоточного прогнозирования ПВЗ, обеспечивающий на интервале 90 дней непревышение ошибки определения координат полюса более 65 mas и погрешности знания длины суток более 41 ms по уровню доверительной вероятности 0.95, что обеспечивает ЭППД на уровне не более 13 м.

- Алгоритм уточнения ПВЗ на борту НКА ГЛОНАСС по измерениям дальностей до наземных станций. Алгоритм обеспечивает (при уровне 0.95) ошибку оценки менее 5 mas по координатам полюса и <1 ms по dUT (при СКО случайных ошибок измерений дальности, равном 0.2 м), что соответствует ЭППД менее 1.5 м.

- Программный макет для исследования эффективности методов и алгоритмов прогнозирования и уточнения ПВЗ на основе использования реальных данных.

- Технические требования и рекомендации к составу, количеству и размещению наземных станций, их возможностям, характеристикам бортовых аппаратных средств НКА, циклограммам взаимодействия.

**Практическая значимость** полученных в диссертационной работе результатов состоит в следующем:

получены результаты, позволяющие определить достижимый уровень точности прогнозирования ПВЗ на основе применения различных математических моделей; - разработанные алгоритмы прогнозирования и уточнения ПВЗ на борту НКА, реализованы в форме прототипов бортового программного обеспечения для перспективного орбитального сегмента ГЛОНАСС;

- сформулированы рекомендации по размещению наземных станций и характеристикам соответствующих аппаратных средств;

- предложены циклограммы информационного взаимодействия НКА средневысотного и высокоорбитального сегментов космического комплекса при определении ПВЗ на вычислительных средствах НКА;

- результаты работы внедрены и опробированы при проведении работ в АО «Информационные спутниковые системы имени академика М.Ф. Решетнева» при выполнении опытно-конструкторских работ в рамках федеральных программ, направленных на поддержание, развитие и совершенствование глобальной спутниковой навигационной системы ГЛОНАСС.

Достоверность полученных результатов обеспечивается корректным применением применяемого математического аппарата, а также применением реальных данных эфемерид и ПВЗ при моделировании работы алгоритмов, рассматриваемых в диссертации.

Внедрение и реализация. Основные результаты диссертационной работы внедрены при выполнении опытно-конструкторских работ в АО «Информационные спутниковые системы имени академика М.Ф. Решетнева, что подтверждается соответствующим актом о внедрении.

Апробация работы. Основные результаты работы обсуждались на четырех конференциях: «Молодёжь и будущее авиации и космонавтики» (г. Москва, 2021г), Всероссийской научно-технической конференции «Системы управления беспилотными космическими и атмосферными летательными аппаратами» (г. Москва, 2022г), «XLVII АКАДЕМИЧЕСКИЕ ЧТЕНИЯ ПО КОСМОНАВТИКЕ» посвященные памяти академика С.П. Королёва (г. Москва, 2023г), молодежной научной конференции «XLIX Гагаринские чтения» (г. Москва, 2023г).

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 9 печатных работ, в том числе 5 в рецензируемых изданиях, из них 3 в изданиях, которые входят в МРБД

перечня ВАК[5-7], две в индексируемых в международных реферативных базах данных Web Of Science, Scopus[8,9], в сборниках тезисов докладов четырех конференций [10-13].

Структура и объем диссертационной работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и Приложения. Работа изложена на 133 страницах машинописного текста, содержит 91 рисунок, 91 формулу, 15 таблиц и 34 наименования литературных источников.

Настоящая работа включает введение, четыре главы, заключение, список литературы.

Во **введении** приведено общее описание работы, приведена формулировка основных задач работы, приведен краткий обзор рассматриваемой тематики. Изложено содержание каждой главы описываемой работы.

В первой главе осуществлена формализация задачи исследования в интересах повышения точности прогнозируемых на борту эфемерид и обеспечения автономности функционирования НКА ГЛОНАСС При этом выполнены анализ ошибок формирования эфемеридного обеспечения НКА, а также оценка состава и количественного вклада вызывающих их неконтролируемых факторов. Целью такого анализа является определение значимости той или иной составляющей ошибки в общей итоговой эквивалентной погрешности псевдодальности (ЭППД). Показано, что одним из существенных факторов, влияющих на точность эфемерид и возможность формирования их на борту, в том числе в режиме без загрузки данных с наземного комплекса управления, является неопределенная эволюция параметров вращения Земли. В результате обоснована необходимость разработки информационной технологии, обеспечивающей формирование вектора ПВЗ на борту НКА. Такая информационная технология формируется путем решения следующих частных задач:

– разработка бортового прототипа алгоритма прогнозирования ПВЗ;

 – оценка точностных характеристик разработанного алгоритма на основе массива апостериорных данных с учетом оптимизации алгоритма с точки зрения обеспечиваемой точности;  – разработка бортового прототипа алгоритма уточнения оценок ПВЗ на основе обработки измерений псевдодальностей между НКА и наземными станциями;

– анализ влияния на результат уточнения ПВЗ количества и размещения станций, циклограмм функционирования ОГ, характеристик аппаратных средств измерений;

 – определение вариантов технических решений для успешной реализации разработанных методов и алгоритмов повышения точности знания ПВЗ на борту НКА.

Во **второй главе** описаны математические модели и алгоритмы, необходимые для решения сформулированных выше задач прогнозирования и уточнения ПВЗ на борту НКА ГЛОНАСС.

Обоснован метод прогнозирования эволюции ПВЗ на основе набора коэффициентов гармонического полинома путем аппроксимации данных. Рассмотрены различные варианты представления аппроксимируемой функции, в том числе зарубежные версии. Сформирована методика повышения точности прогнозирования НКА на основе оптимизации длины аппроксимируемого при прогнозе интервала апостериорных данных и вида используемого полинома. Проведены расчеты получаемых ошибок прогнозирования на 20-летнем отрезке фактических данных и определены характеристики точности по доверительному уровню вероятности 0.95.

Предложена концепция и разработан алгоритм уточнения ПВЗ на основе обработки измерений псевдодальностей между НКА и наземными станциями. При разработке алгоритма помимо детерминированных неконтролируемых факторов, которые описываются аналитическими выражениями, учитываются также и случайные, в частности, такие, как ошибки измерений, для которых построены соответствующие стохастические модели.

Описаны следующие математические модели, применяемые для моделирования процессов прогнозирования и уточнения ПВЗ на борту НКА:

-«реального» временного изменения ПВЗ, использующая данные МСВЗ;

- видимости НКА-наземная станция;
- движения средне- и высокоорбитальных НКА ОГ ГЛОНАСС;
- информационного обмена между НКА;
- измерений псевдодальностей.

В третьей главе приведено описание разработанного программного макета (ПМ) – инструмента отработки предлагаемых методов и алгоритмов. На основе использования данного инструмента были проведены экспериментальные исследования эффективности разработанных алгоритмов прогнозирования и уточнения ПВЗ на борту НКА ГЛОНАСС.

Описаны особенности архитектуры ПМ, обеспечивающие его гибкость, вариативность и расширяемость, а также сценарии возможного использования ПМ, обеспечивающие возможность «настройки» разнородных исходных данных проведения исследований.

В четвертой главе приведены результаты прогнозирования ПВЗ и осуществлена их статистическая обработка. Определены оптимальные настройки предлагаемых алгоритмов, обеспечивающие наилучшую точность прогноза во всех случаях их использования. Приведены результаты моделирования процесса уточнения ПВЗ на борту НКА высокоорбитального и среднеорбитального сегментов. По результатам моделирования определено влияние количества задействованных в циклограмме формирования измерений станций и НКА, а также мест размещения станций и ошибок измерений на точностные характеристики получаемых оценок ПВЗ.

В заключении представлены результаты работы и сформулированы выводы о достижении поставленных задач.

## ГЛАВА 1. ТЕХНИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА ИССЛЕДОВАНИЯ. ФОРМАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ.

# 1.1. Анализ влияния неопределенной эволюции ПВЗ на точность эфемерид ГЛОНАСС и возможность автономного функционирования системы

Как известно, одним из основных факторов, ограничивающих точность решения навигационной задачи потребителя, является точность эфемерид в системе координат, для которой решается навигационная задача. Для системы ГЛОНАСС, рассматриваемой в данной работе, такой СК является ПЗ90.11 [5].

Рассмотрим процесс формирования эфемерид для навигационного кадра. На первом этапе по имеющимся начальным условиям методом численного интегрирования на основании модели движения НКА, либо на основе оценок, сформированных по МСИ, если такая процедура имеет место, формируется траектория аппарата в инерциальной СК. Начальные условия, как правило, включают в себя 6 параметров движения (три координаты, три скорости) в ИСК, а также согласующие (эмпирические) ускорения. На втором этапе, после получения координат в ИСК на основе модели движения необходимо перевести их в связанную с Землей вращающуюся СК для непосредственной передачи потребителю в составе НК.

Перевод между радиус-вектором в инерциальной геоцентрической СК (GCRS) и земной связанной геоцентрической СК (ITRF), в соответствии с конвенцией IAU-2010, осуществляется согласно следующему выражению:

$$X_{ITRF}^{sat} = [R_Z(-s')R_Y(x_p)R_X(y_p)][R_Z(-\theta_{ERA})][PN]X_{GCRS}^{sat}$$
(1)

Где [PN] – матрица перехода от звездной промежуточной СК CIRS к псевдоинерциальной GCRF;

 $[R_Z(-s')R_Y(x_p)R_X(y_p)]$  - матрица мгновенного движения полюсов на время t для перехода от земной CK ITRF к промежуточной земной CK TIRS;

*x<sub>p</sub>*, *y<sub>p</sub>* – угловые координаты полюса вращения на поверхности Земли,

s' - среднее значение колебаний цикла Чандлера,

 $[R_Z(-\theta_{ERA})]$  - матрица перехода от промежуточной земной СК TIRS к промежуточной звездной СК CIRS

 $\theta_{ERA}$  – угол вращения Земли (Earth Rotation Angle), вычисляемый как:  $\theta_{ERA} = 280.46061837504^{\circ} + 360.985612288808(JD_{UT1} - 2451545.0)$  (2)  $R_X(\theta), R_Y(\theta), R_Z(\theta)$  – матрицы поворота вокруг осей х, у, z на угол  $\theta$ .  $X_{GCRS}^{sat}, X_{ITRF}^{sat}$  – радиус-вектор НКА, в СК GCRS и ITRF,

JD<sub>UT1</sub> – юлианская дата по шкале времени UT1.

Более подробно методика трансформации между СК, матрицы перехода и методика вычисления описаны в главе 2 данной работы.

Если матрица учета прецессии и нутации детерминирована и вычисляется с высокой точностью по известным соотношениям [15], то эволюция трех параметров, именуемых параметрами вращения Земли:  $x_p$ ,  $y_p$  и UT1-UTC, знание которых требуется для перевода CK CIRS в ITRF, не определена и не может быть заранее вычислена с высокой точностью, особенно, когда речь идет о длительных промежутках времени [5]. В дальнейшем, для краткости, параметр UT1-UTC будет именоваться dUT.

Графики изменения ПВЗ на промежутке в несколько десятков лет, по данным MCB3, изображены на рис. 1-3. Заметно, что эволюция параметра dUT (рис.3) имеет характерный пилообразный вид, связанный с периодическими коррекциями шкалы времени UTC на 1 секунду. Как правило, коррекция всемирной координированной шкалы времени проводится таким образом, чтобы расхождение между шкалами UT1 и UTC не превышало 0.9 секунд.



Рисунок 1. Эволюция параметра хр, угл.с.



Рисунок 2. Эволюция параметра ур, угл.с.



Рисунок 3. Эволюция параметра dUT, секунды.

Причинами вариаций ПВЗ являются приливное влияние Солнца и Луны, изменение климата, a также геодинамические процессы внутри Земли, вызывающие изменение ее тензора инерции. На текущий момент точная теория эволюции ΠB3 неизвестна. Следовательно, для них нельзя осуществлять достоверный прогноз, достаточный для применения в задачах навигации, особенно на длительных многолетних интервалах, в отличии, например, от параметров прецессии-нутации. На практике прогнозирование ПВЗ возможно осуществлять только на основе обработки апостериорных данных с применением различных эвристических методов.

Поскольку данные о значениях ПВЗ вследствие их изменения с течением времени устаревают, это приводит к деградации точности транслируемых НКА эфемерид. Кроме того, полученные методом численного интегрирования эфемериды в инерциальной СК также деградируют с течением времени, что связано, в первую очередь с неточностью знания возмущающих ускорений, действующих на центр масс НКА, а также неточностью самих начальных условий, на основе которых производится интегрирование движения. Таким образом, упомянутые выше факторы, а именно: деградация инерциальных эфемерид и данных ПВЗ являются определяющими для точности конечных эфемерид в земной связанной СК, транслируемых в составе навигационного кадра.

Оценим численно влияние ошибок эфемерид в инерциальной СК и ошибок ПВЗ на конечную точность определения координат для потребителя. В качестве параметра, оценивающего данную характеристику, примем эквивалентную погрешность по псевдодальности (ЭППД). ЭППД вычисляется по формуле [16]:

$$eppd = \sqrt{k_R \Delta R^2 + k_{TN} (\Delta T^2 + \Delta N^2)}$$
(3)

где  $\Delta R$ ,  $\Delta T$ ,  $\Delta N$  - ошибки координат НКА вдоль радиус-вектора, по направлению вдоль орбиты и по нормали к орбите,  $k_R$ ,  $k_{TN}$  - весовые коэффициенты, зависящие от типа орбит ГНСС, индивидуальные для каждой орбитальной группировки.

Ниже приведено выражение для оценки влияния ошибок ПВЗ на точность эфемерид НКА:

$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} = A_{cirs}^{itrf} (x_p + \Delta x_p, y_p + \Delta y_p, ERA + \Delta ERA) R_{cirs} - A_{cirs}^{itrf} (x_p, y_p, dUT) R_{cirs} (4)$$

Или как

$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} = \left[ W^T \left( x_p + \Delta x_p, y_p + \Delta y_p \right) \right] \left[ R^T (ERA + \Delta ERA) \right] R_{cirs} - \left[ W^T \left( x_p, y_p \right) \right] \left[ R^T (ERA) \right] R_{cirs} \right]$$

Выразим

$$[R^T(ERA)]R_{cirs} = R' \tag{6}$$

(5)

Так как  $R_{ITRF} \approx [R^T(ERA)]R_{cirs}$ , то при формировании оценок ошибок эфемерид вследствие неточности знания ПВЗ, можно считать, что  $R' = R_{ITRF}$ .

Тогда, подставив из (6) в (5), получим:

$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W^T (x_p + \Delta x_p, y_p + \Delta y_p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R^T (\Delta dUT) \end{bmatrix} R' - \begin{bmatrix} W^T (x_p, y_p) \end{bmatrix} R'$$
(7)

С учетом того, что

$$W(x_{p}, y_{p}) \cong \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_{p} \\ 0 & 1 & y_{p} \\ x_{p} & -y_{p} & 1 \end{bmatrix}$$
(8)

получим:

$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_p + \Delta x_p \\ 0 & 1 & -y_p - \Delta y_p \\ -x_p - \Delta x_p & y_p + \Delta y_p & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\Delta ERA & 0 \\ \Delta ERA & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} R' \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_p \\ 0 & 1 & -y_p \\ -x_p & y_p & 1 \end{bmatrix} R'$$
(9)

Вычислив (9), получим итоговое выражение для ошибок координат НКА от ошибок ПВЗ. В силу малости величин  $x_p Y' \Delta ERA$ 

и  $y_p X' \Delta ERA$ , опустим их в итоговом выражении для величин ошибок.

$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y' \Delta ERA + Z' \Delta x_p \\ -X' \Delta ERA - Z' \Delta y_p \\ -x_p Y' \Delta ERA - y_p X' \Delta ERA - X' \Delta x_p + Y' \Delta y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y' \Delta ERA + Z' \Delta x_p \\ -X' \Delta ERA - Z' \Delta y_p \\ -X' \Delta x_p + Y' \Delta y_p \end{bmatrix}$$
(10)

Подставим выражение для ошибок эфемерид (10) в выражение для оценки ЭППД (3). Прежде всего учтем, что ошибки эфемерид, вызванные неточностью знания ПВЗ, влияют только на составляющие вдоль орбиты и по нормали к орбите, так как ошибки ПВЗ приводят фактически к дополнительным поворотам в выражении (4) и не могут вызвать какое-либо изменение модуля радиус-вектора. Данное утверждение можно легко доказать, найдя проекцию ошибок эфемерид за счет ПВЗ в направлении радиус-вектора НКА:

$$\Delta radial = \frac{\overrightarrow{r_s}}{|r_s|} \times \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} =$$
$$= X'Y'\Delta ERA + X'Z'\Delta x_p - X'Y'\Delta ERA - Y'Z'\Delta y_p - X'Z'\Delta x_p + Y'Z'\Delta y_p = 0 \tag{11}$$

Таким образом, ошибки от неточности знания ПВЗ могут влиять только на нормальную и составляющую вдоль орбиты. С учетом всего вышеизложенного, получим выражение для зависимости ЭППД от ошибок ПВЗ (12):

$$sisre_{eop} = \sqrt{k_{TN} \left( \left( Y' \Delta ERA + Z' \Delta x_p \right)^2 + \left( -X' \Delta ERA - Z' \Delta y_p \right)^2 + \left( -X' \Delta x_p + Y' \Delta y_p \right)^2 \right)} (12)$$



Рисунок 4. Эволюция ЭППД за счет ошибок ПВЗ для НКА СВС.



Рисунок 5. Эволюция ЭППД за счет ошибок ПВЗ для НКА ВКК.

На рисунках 4-5 представлено численное изменение ЭППД за счет неточности знания ПВЗ на суточном интервале для НКА СВС и ВКК полученное из выражения (12). Из данных графиков видно, что ошибки ЭППД, при равных погрешностях знания ПВЗ, выше для созвездия ВКК. Этот факт связан с тем, что орбиты НКА ВКК имеют высоту, большую чем НКА сегмента СВС. В целом, с учетом малого эксцентриситета орбиты ВКК, величина ошибок за счет погрешностей ПВЗ будет примерно в  $\frac{err_{вкк}}{err_{свс}} = \frac{a_{вкк}}{a_{свс}} = 1.7$  раз больше. Здесь  $a_{вкк}, a_{свс}$  – большие полуоси для номинальных орбит НКА ВКК и СВС.



Рисунок 6. Зависимость ЭППД от погрешностей ПВЗ и ошибок эфемерид НКА в ИСК по уровню доверительной вероятности 0.95.

На рис. 6 представлена динамика ошибки на борту НКА при отсутствии обновления начальных условий параметров движения НКА и коррекции эволюции ПВЗ путем закладок на борт новых данных. Заметно, что в таком случае появляется ошибка прогноза эфемерид в инерциальной СК, которая на текущий момент потенциально может компенсироваться за счет использования специальной обработки межспутниковых измерений [1-3]. Таким образом, остается нерешенным вопрос об актуализации значений ПВЗ на борту. Возможны три варианта решения проблемы улучшения точности эфемерид за эволюции ПВЗ:

– сохранение текущего технологического цикла и увеличение частоты обновления свежих данных об эволюции ПВЗ с НКУ,

– увеличение точности прогнозирования эволюции ПВЗ по апостериорным данным,

– определение ПВЗ на борту НКА.

Обсудим эти варианты более детально. Снижение периодичности закладки данных с НКУ является наиболее удобным и простым способом повышения точности знания ПВЗ, но влечет за собой рост зависимости процессов функционирования ОГ ОТ наземного сегмента, что означает отсутствие возможности автономной работы, и, кроме того, повышает загрузку НКУ с учетом необходимости передавать данные на «невидимые» НКА, и в конечном итоге, неизбежно приведет к ресурсным ограничениям. Немаловажным при этом является отсутствие возможности размещать элементы инфраструктуры НКУ, для осуществления операций по закладке свежих данных вне территории РФ. Таким образом, перспективным выглядит развитие информационных технологий, обеспечивающих решение задачи определения ПB3 на борту путем совершенствования методов и алгоритмов их прогнозирования и разработки в составе бортового обеспечения алгоритмов уточнения ПВЗ.

Рассмотрим задачу прогнозирования ПВЗ на борту. Ее суть заключается в том, чтобы по апостериорной эволюции каждого из параметров построить (предсказать) ряд данных о ПВЗ в будущем при помощи определенной последовательности действий. Так как на текущий момент существует значительное количество методов прогноза ПВЗ, то перед выбором какой-то одного из них следует провести аналитический обзор возможностей каждого метода, в том числе применительно к бортовым алгоритмам НКА ГЛОНАСС. Необходимо также определить параметры метода прогнозирования, то есть осуществить его «настройку» в с точки зрения обеспечения максимальной точности. При этом необходимо предложить адекватный критерий оценки точности прогнозирования ПВЗ и методику достижения наилучших результатов для заданного набора исходных данных. С целью оценки возможностей

исследуемых вариантов методов и алгоритмов прогнозирования ПВЗ необходимо также провести моделирование этого процесса на длительном интервале и определить статистические характеристики ошибок прогноза, которые, в свою очередь, будут определять соответствующую им ЭППД.

Задача определения значений ПВЗ на борту НКА обособленно или внутри определенной ОГ НКА заключается в том, что необходимо по каким-либо внешним измерениям определить (оценить) ПВЗ. В данной работе в качестве таких измерений используются дальности (псевдодальности) между НКА и наземными станциями. Для реализации данной технологии на борту необходимо:

 – определить минимальное потребное количество НКА внутри ОГ и количество и месторасположение станций, которые должны быть задействованы в процессе уточнения ПВЗ;

 сформировать требования к размеру выборки используемых в рабочем процессе измерений, а также временной интервал их накопления;

– оценить влияние ошибок эфемерид и ошибок измерений на оценку ПВЗ, а также проработать варианты возможной их компенсации.

## 1.2. Анализ возможных вариантов уточнения ПВЗ

В данном разделе обсуждаются преимущества и недостатки существующих способов определения ПВЗ, применяемых в настоящее время в различных навигационных приложениях, в том числе при формировании пакетов данных для наземного и орбитального сегмента спутниковых навигационных систем, а также варианты последующего прогнозирования ПВЗ на основе апостериорных данных.

В настоящее время международными службами используются несколько различных технологий оперативного определения ПВЗ. Среди них можно выделить следующие:

– радиоинтерферометрия со сверхдлинной базой (РСДБ);

- обработка массивов ГНСС измерений;

21

 – с привлечением DORIS (Détermination d'Orbite et Radiopositionnement Intégré par Satellite) - системы определения орбит и комплексного радиопозиционирования при помощи спутников;

- на основе систем лазерной локации спутников.

Основной одновременно наиболее точной И является технология, базирующаяся на совместной обработке массивов РСДБ-измерений, получаемых с помощью мировой сети наземных станций наблюдения за небесными источниками. Оценки, получаемые путем обработки собранных со всех РСДБстанций данных, зависящих от эволюции ПВЗ, в дальнейшем распространяются по открытым каналам и потому могут быть использованы во всевозможных навигационных приложениях. Реализация технологии определения ПВЗ на основе измерений РСДБ при том, что она является наиболее ресурсозатратной относительно прочих методов, позволяет формировать оценки эволюции ПВЗ с ошибкой, измеряемой в долях угловых миллисекунд (mas). Менее точными, но также активно применяемыми технологиями являются лазерная дальнометрия и обработка центрами анализа измерений от ГНСС. Их использование также дает возможность получить оценки ПВЗ, однако, с более низкой точностью по сравнению с РСДБ-технологией.

На основе полученных путем обработки описанными выше методами данных формируются так называемые бюллетени ПВЗ, которые на регулярной основе публикуются на официальных ресурсах организаций, осуществляющих формирование оценок ПВЗ[30]. При этом информация о фактической эволюции ПВЗ появляется с некоторой задержкой в публикации, длительность которой зависит от типа бюллетеня в общем и от точности представляемых оценок, в частности. Здесь прежде всего речь идет о бюллетенях, выпускаемых следующими организациями:

- ΓCBЧ (PΦ)

- ИПА РАН (PФ)

- IERS (международная)

- USNO (CIIIA)

- NGA (CIIIA)

Среди публикуемых в обсуждаемых бюллетенях параметров можно выделить следующие типы:

- с координатами полюса вращения Земли на поверхности x<sub>p</sub> и y<sub>p</sub>;
- с добавкой к суточному вращению Земли dUT;
- с поправками к координатам небесного полюса;
- с вариацией продолжительности суток (Length of day, LOD).

Из перечня представленных параметров оперативно определяются только координаты полюса хр, ур, а также добавка к суточному вращению Земли dUT.

Описанные выше технологии определения ПВЗ требуют для своей успешной реализации длительного (до нескольких суток) времени на обработку измерений и имеют высокую вычислительную сложность применяемых при этом процедур, реализуемых, главным образом, преимущественно в апостериорном режиме. Таким образом, подобные методы не позволяют получать оценки ПВЗ в оперативном режиме. Иными словами, при необходимости иметь на борту НКА данные об эволюции ПВЗ необходимо использовать другие инструменты, позволяющие формировать требуемый вектор параметров в реальном времени. Если к этому добавить тот факт, что закладка данных о ПВЗ на борт осуществляется не непрерывно, а с некоторой периодичностью или может вообще не осуществляться, когда ОГ переведена в режим автономной работы без управляемой загрузки данных с НКУ, то возникает потребность реализации на борту технологического новых информационных технологий, обеспечивающих цикла на основе прогнозирование и уточнение ПВЗ.

## 1.3. Методы и алгоритмы прогнозирования и уточнения ПВЗ на борту НКА

Обсудим существующие алгоритмы прогнозирования ПВЗ. Как правило, все методы основаны на обработке – аппроксимации апостериорных данных и определении рядов функций, описывающих эволюцию ПВЗ. В качестве численных методов при этом выступают: МНК, авторегрессионную модель; нейронные сети (нечеткая логика), фильтр Калмана, интерполяция сплайнами различной степени,

различные методы комбинирования алгоритмов. Таким образом, в процессе формирования своих бюллетеней различные службы, в том числе МСВЗ, определяют на основе обработки данных – измерений (в том числе РСДБ) значения коэффициентов моделей, описывающих эволюцию ПВЗ, представленных в основном гармоническими функциями. Рассмотрим далее более подробно применение данного подхода для формирования длинных рядов ПВЗ с попыткой выполнить их прогноз на будущие периоды времени, а также опишем различные виды гармонических моделей.

Недостатком используемых на текущий момент методов представления ПВЗ с применением гармонических полиномов является тот факт, что для него не определена оптимальная по точности длина выборки апостериорных данных, на оцениваются коэффициенты. Данный которых недостаток приводит К значительному ухудшению точности прогноза ПВЗ на борту НКА с течением времени. При этом существует принципиальная возможность нахождения более точного прогнозирования ПВЗ за счет применения вариативного вида полинома, а также нахождения оптимального с точки зрения точности длины аппроксимируемой выборки, на которой будет построен прогнозирующий полином. Причем каждой длине прогнозирования будет соответствовать свой индивидуальный полином, а также своя индивидуальная длина выборки. Таким образом возникает задача формализации методики достижения наилучшей точности прогнозирования ПВЗ на основе применения полинома с учетом вариативности используемых параметров.

Принципиальная возможность формирования текущих оценок ПВЗ с использованием наземных станций и навигационных космических аппаратов обусловлена прямым влиянием эволюции параметров вращения Земли на взаимные измерения, формируемые в сеансах связи между наземными станциями и космическими аппаратами. Такое влияние обусловлено перемещением станций относительно земной промежуточной системы координат в связи со смещением полюса и неравномерностью вращения Земли, т.е. сказывается на изменении фактической дальности между станцией и НКА относительно ее предполагаемого (опорного) значения. Иными словами, при проведении и обработке измерений между наземными станциями и НКА можно говорить о наблюдаемости в таких экспериментах вклада ПВЗ в измерения, то есть о возможности потенциальной оценки (определении) ПВЗ по результатам измерений дальности «НКА-наземные станции».

Среди факторов, влияющих на точность оценки ПВЗ методом измерения дальности можно выделить основные: точность инерциальных эфемерид и точность измерения псевдодальностей. Первый фактор вносит свой вклад в точность оценки в следствие того, что опорные дальности, вычисляемые для работы алгоритма оценки, формируются на основе инерциальных эфемерид, соответственно их погрешность негативно скажется на точности последующей оценки. Особенно важен данный фактор при работе ОГ в автономном режиме, когда не осуществляется коррекция инерциальных эфемерид с наземного сегмента. Парирование данного фактора возможно при регулярной закладке данных об инерциальных эфемеридах на борту, либо при использовании автономной коррекции инерциальных эфемерид, например, по межспутниковым измерениям. Рассмотрим второй фактор. Предполагаемые измерения псевдодальности будут осуществляться аналогично стандартным сигналам ГЛОНАСС. Следовательно, фактор точности измерений в первую очередь связан с погрешностью измерений псевдодальности за счет влияния таких факторов, как взаимный уход часов, влияние задержки сигнала в тропосфере и ионосфере. Фактор ухода часов компенсируется за счет применения двунаправленных измерений дальности. Компенсация задержки в ионосфере возможна за счет применения двухчастотных измерений, которыми необходимо дополнять собираемые измерения между НКА и станциями. Задержку в тропосфере можно оценить лишь за счет применения радиометра водяного пара в комплексе с наземной станцией.

Таким образом, возникает задача реализации технологического цикла уточнения, для которого требуется разработка соответствующих моделей и алгоритмов, экспериментальная отработка предлагаемой технологии, исследование факторов, влияющих на получаемую точность оценок и формирование требований к рабочим циклограммам, условиям реализации предлагаемых процедур и характеристиками аппаратных средств.

## 1.4. Выводы по Главе 1.

1. В настоящей главе показано, что неопределенная эволюция ПВЗ в отсутствие возможности обновления данных на борту НКА приводит к росту ЭППД по уровню доверительной вероятности 0.95 на 4.1 м и 63.2 м за день и месяц, соответственно. Соответственно формализована задача повышения точности эфемеридного обеспечения НКА ГЛОНАСС и обеспечения автономности этого процесса за счет создания информационной технологии определения на борту параметров вращения Земли. Данная технология должна включать в себя следующие методы определения ПВЗ:

- прогноз по апостериорным данным;

- уточнение по измерениям дальности;

обеспечивать приемлемые точности знания ПВЗ за счет применяемых алгоритмов. То есть, составляющая SISRE, обусловленная неточностью знания ПВЗ, в течение суток должна быть менее 0.53 м [17], в течение недели без закладок
 менее 0.7 м, а на интервале от недели до нескольких месяцев должна составлять не более 1.5 метров.

2. Сформулированы частные технические задачи, необходимые для реализации данной технологии:

- Анализ современного состояния и существующих подходов определению и прогнозированию эволюции ПВЗ и их сравнительная оценка с точки зрения точностных характеристик и возможностей применения в ГЛОНАСС;
- Разработка модели и алгоритма для высокоточного прогнозирования ПВЗ на борту НКА;
- Разработка концепции, включающей алгоритмы и прототипы циклограмм уточнения значений ПВЗ на борту НКА ГЛОНАСС на основе обработки измерений до автономных наземных станций;

- Анализ возможностей предлагаемой концепции уточнения ПВЗ и формирование соответствующих требований к аппаратным средствам и исходным данным;
- Создание программного макета для оценки эффективности разработанных методов и алгоритмов путем имитационного моделирования процесса прогнозирования и уточнения ПВЗ на борту НКА ГЛОНАСС с учетом реальных данных о движении НКА и динамике ПВЗ;

## 2. ГЛАВА. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ПРИ РЕШЕНИИ СФОРМУЛИРОВАННЫХ ВЫШЕ ЗАДАЧ

## 2.1. Сравнительный анализ возможных подходов к представлению модели эволюции ПВЗ

Описание динамики компонент вектора ПВЗ в задаче их прогнозирования можно выполнить различными способами, часто используемым и физически обусловленным является [4] модель полиномиального вида, включающая в себя набор гармоник. В связи с этим основное внимание в работе будет акцентировано на применении именно такого формата представления модели и исследованиями будут подвергнуты различные модификации данного вида модели. Рассмотрим их в контексте различных компонент ПВЗ.

#### 2.1.1 Базовая модель изменения поправок к шкале Координированного времени

Базовая модель изменения поправок к шкале Координированного времени представляется в виде:

$$dUT1 = dUT1_0 - dUT1_c + dUT1_p$$
(13)

$$dUT1_{\text{полн}} = dUT1 + dUT1_{\text{сут}} \tag{14}$$

где  $dUT1_0$  – линейный тренд, с,  $dUT1_{cyt}$  – околосуточная составляющая изменения поправки, с,  $dUT1_p$  – зональная составляющая изменения поправки dUT1, с,  $dUT1_c$  – среднепериодическая составляющая изменения поправки dUT1, с,  $dUT1_{nonh}$  –полная поправка, включающая околосуточные изменения поправки dUT1, с. Линейный тренд представляется в виде:

$$dUT1_0 = A + B(t - N_1)$$
(15)

где A, B – коэффициенты линейного тренда изменения поправок к шкале Координированного времени и параметр  $N_1$  выбираются из специальной формы закладываемых данных, t – время в сутках, отсчитываемое от  $0h \ 0m \ 0s$ Гринвичского времени даты 01.01.92г.

Зональная составляющая описывается разложением в гармонический ряд:  $dUT1_p = \left(\sum_{i=1}^{N} a_i \sin \zeta_i + b_i \cos \zeta_i\right) * 10^{-4}, c$  (16) где  $a_i, b_i$  –коэффициенты при гармониках;  $\zeta_i$  –аргументы, зависящие от фундаментальных аргументов теории движения Луны.

При этом в качестве фундаментальных аргументов используются переменные Делоне:

- $F_1 = l$ средняя аномалия Луны,
- $F_2 = l'$ средняя аномалия Солнца,
- $F_3 = F L \Omega$ .
- $F_4 = D$ средняя элонгация Луны от Солнца,
- $F_5 = \Omega$  средняя долгота восходящего узла орбиты Луны,

Дополнительные планетные члены необходимы для расчета координат небесного полюса.

Расчёт фундаментальных аргументов производится по формулам:  $F_1 = l = 134.96340251^\circ + 1717915923.2178''t + 31.8792''t^2 + 0.051635''t^3$  $- 0.00024470''t^4$ 

$$\begin{split} F_2 &= l' = 357.52910918^\circ + 129596581.048''t - 0.5532''t^2 - 0,000136''t^3 - 0.00001149''t^4 \\ F_3 &= L - \varOmega = 93.27209062^\circ + 1739527262.8478''t - 12.7512''t^2 - 0.001037''t^3 \end{split}$$

 $+ 0.00000417''t^4$ 

 $F_4 = D = 297.85019547^\circ + 1602961601, 209''t - 6.3706''t^2 + 0.006593''t^3 - 0.00003169''t^4$  $F_5 = \Omega = 125.04455501^\circ - 6962890.5431''t + 7.4722''t^2 + 0.007702''t^3 - 0.00005939''t^4$ 

$$\begin{split} F_6 &= L_{Me} = 4.402608842 + 2608.7903141574 * t \\ F_7 &= L_{Ve} = 3.176146697 + 1021.3285546211 * t \\ F_8 &= L_E = 1.753470314 + 628.3075849991 * t \\ F_9 &= L_{Ma} = 6.203480913 + 334.0612426700 * t \\ F_{10} &= L_J = 0.599546497 + 52.9690962641 * t \\ F_{11} &= L_{Sa} = 0.874016757 + 21.3299104960 * t \\ F_{12} &= L_U = 5.481293872 + 7.4781598567 * t \\ F_{13} &= L_{Ne} = 5.311886287 + 3.8133035638 * t \\ F_{14} &= p_a = 0.02438175 * t + 0.00000538691 * t^2 \end{split}$$

где *t* — время по шкале *TT*, отсчитываемое в юлианских столетиях от полудня 1-го января 2000 года:

$$t = \frac{TT - 1.5 \,\text{Января 2000r}}{36525.0} \tag{17}$$

$$TT = TAI + 32.184^s$$
 (18)

где *TAI* – шкала атомного времени.

Значения коэффициентов и аргументов разложения, представленные соответствующей таблицей [15], известны и потому здесь не приводятся.

Среднепериодическая (с периодом от одного месяца до пяти лет) составляющая, определяется сезонными вариациями в атмосфере и представляется в виде гармонической функции с периодами один год и полгода:

$$dUT1_{c} = C\sin 2\pi\theta + D\cos 2\pi\theta + E\sin 4\pi\theta + F\cos 4\pi\theta$$
(19)

где *θ* – время в долях Бесселева года для эпохи 1992, вычисляемое по формуле:

$$\theta = \{(t - 0.0959) - E[(t - 0.0959)/365.2422] * 365.2422\}/365.2422$$
(20)

(*E* – оператор выделения целой части); *C*, *D*, *E*, *F* – коэффициенты сезонной составляющей неравномерности вращения Земли, которые выбираются из формы закладки данных.

Околосуточная (с периодами около суток) обусловлена приливными вариации в ориентации Земли и вариациями вследствие либрации для упругой Земли и описывается разложением в гармонический ряд:

$$dUT1_{\rm cyt} = dUT1_{ocean} + dUT1_{libration}$$
(21)

$$dUT1_{ocean} = \left(\sum_{i=1}^{N} c_i \sin \zeta_i + d_i \cos \zeta_i\right) * 10^{-6}, c$$
(22)

$$dUT1_{libration} = \left(\sum_{i=1}^{N} e_i \sin \zeta_i + f_i \cos \zeta_i\right) * 10^{-6}, c$$
(23)

где  $dUT1_{ocean}$  – околосуточная составляющая за счёт океанических приливов;  $dUT1_{libration}$  – околосуточная составляющая за счёт либрации для упругой Земли;  $c_i, d_i, e_i, f_i$  – коэффициенты при гармониках;  $\zeta_i$  – аргументы, зависящие от фундаментальных аргументов теории движения Луны. Значения коэффициентов и аргументов разложения приведены в таблицах [15]. Важно отметить, что в соответствии с рекомендациями *IERS* при расчёте эфемерид используется полная модель  $dUT1_{полн}$ , а при расчёте поправки для трансляции потребителям в составе навигационного суперкадра – модель без околосуточной составляющей dUT1.

#### 2.1.2 Базовая модель изменения координат полюса.

Модель изменения координат полюса представляется в виде:

$$X_P(t) = X_0 + K_x t + A_x \cos \omega_1 t + B_x \sin \omega_1 t + C_x \cos \omega_2 t + D_x \sin \omega_2 t + E_x \cos \omega_3 t + F_x \sin \omega_3 t$$
(24)

$$Y_{P}(t) = Y_{0} + K_{y}t + A_{y}\cos\omega_{1}t + B_{y}\sin\omega_{1}t + C_{y}\cos\omega_{2}t + D_{y}\sin\omega_{2}t + E_{y}\cos\omega_{3}t + F_{y}\sin\omega_{3}t$$

$$(25)$$

где 
$$\omega_1 = \frac{2\pi}{365.25} \operatorname{ccc}^{-1}$$
 – годовая составляющая;

 $\omega_2 = \frac{2\pi}{430} \operatorname{ccc}^{-1}$  – чандлеровская составляющая;  $\omega_3 = \frac{4\pi}{365.25} \operatorname{ccc}^{-1}$  – полугодовая составляющая;

 $X_0, K_x, A_x, B_x, C_x, D_x, E_x, F_x$  — коэффициенты при составляющих координаты  $X_P$ , выбираются из фраз формы СИ;  $Y_0, K_y, A_y, B_y, C_y, D_y, E_y, F_y$  — коэффициенты при составляющих координаты  $Y_P$ , выбираются из специальной формы закладки данных; t — время в сутках, отсчитываемое от  $0^h 0^m 0^s$  Гринвичского времени даты 01.01.92 г.

Представленная модель используется при расчёте эфемерид, а при расчёте координат полюса используется полная модель:

$$X_{p_{\text{полн}}} = X_p + X_{p_{\text{сут}}}$$
(26)

$$Y_{p_{\Pi O J H}} = Y_p + Y_{p_{\text{CYT}}} \tag{27}$$

где  $X_{p_{\text{сут}}}, Y_{p_{\text{сут}}}$  –околосуточные составляющие модели изменения координат полюса.

Околосуточные составляющие описываются разложением в гармонический ряд:

$$X_{p_{\rm CYT}} = X_{p_{ocean}} + X_{p_{libration}}$$
(28)

$$Y_{p_{\rm cyT}} = Y_{p_{ocean}} + Y_{p_{libration}}$$
(29)

где  $X_{p_{ocean}}, Y_{p_{ocean}}$  —околосуточные составляющие модели изменения координат полюса за счёт океанических приливов;

$$X_{p_{ocean}} = (\sum_{i=1}^{N} b_i^x \sin \zeta_i + c_i^x \cos \zeta_i) * 10^{-6}, c$$
(30)

$$Y_{p_{ocean}} = \left(\sum_{i=1}^{N} b_i^{y} \sin \zeta_i + c_i^{y} \cos \zeta_i\right) * 10^{-6}, c$$
(31)

$$X_{p_{libration}} = \left(\sum_{i=1}^{N} d_i^x \sin \zeta_i + e_i^x \cos \zeta_i\right) * 10^{-6}, c$$
(32)

$$Y_{p_{libration}} = \left(\sum_{i=1}^{N} d_i^{y} \sin \zeta_i + e_i^{y} \cos \zeta_i\right) * 10^{-6}, c$$
(33)

 $X_{p_{libration}}, Y_{p_{libration}}$  — околосуточные составляющие модели изменения координат полюса за счёт либрации для упругой Земли;  $b^{x}, c^{x}, d^{x}, e^{x}$  коэффициенты координаты полюса  $X_{p}$  при гармониках;  $b^{y}, c^{y}, d^{y}, e^{y}$  коэффициенты координаты полюса  $Y_{p}$  при гармониках;  $\zeta_{i}$  — аргументы, зависящие от фундаментальных аргументов теории движения Луны.

Значения коэффициентов и аргументов разложения приливной и либрационной составляющей берутся из каталогов [15] в привязке к *GMST*.

Гринвичское среднее звездное время *GMST* рассчитывается по формуле:

$$GMST = 0.014506'' + ERA(T_u) + 4612.156534''t + 1.3915817''t^2 - 0.00000044''t^3 - 0.000029956''t^4 - 0.000000368''t^5$$
(34)

где  $ERA(T_u)$  – время по шкале UT1, отсчитываемое от 12:00 1 Января 2000 года, выраженное в среднесолнечных сутках и рассчитываемое по формуле:

 $ERA(T_u) = 2\pi(\{T_u\} + 0.7790572732640 + 0.00273781191135448 * T_u)$  (35) где  $\{T_u\}$  означает дробную часть  $T_u$ 

*t* — время по шкале *TT*, отсчитываемое в юлианских столетиях от полудня 1-го января 2000 года, рассчитываемое по формуле (17)

# 2.1.3 Модель NGA добавки ко всемирному координированному времени, а также эволюции координат полюса

Данная модель используется NGA (National Geospatial Agency) для формирования собственного полиномиального прогноза ПВЗ [18]. В связи с этим в работе она также была применена с целью оценки эффективности и сравнения с базовой полиномиальной моделью. Таким образом, соотношения, использующиеся в NGA и MCB3, выбраны в качестве альтернативного варианта для решения описанной в главе 1 задачи по формированию гарантирующей в смысле точности технологии прогнозирования эволюции ПВЗ. Согласно [1818] используются аналогичные прошлой модели полиномиальные функции следующего вида:

$$x_{p}(t) = A + B(t - t_{a}) + \sum_{j=1}^{2} C_{j} sin\left(\frac{2\pi(t - t_{a})}{P_{j}}\right) + D_{j} cos\left(\frac{2\pi(t - t_{a})}{P_{j}}\right)$$
(36)

$$y_p(t) = E + F(t - t_a) + \sum_{k=1}^2 G_k sin\left(\frac{2\pi(t - t_a)}{Q_k}\right) + H_k cos\left(\frac{2\pi(t - t_a)}{Q_k}\right)$$
(37)

$$dUT(t) = I + J(t - t_b) + \sum_{m=1}^{4} K_m sin\left(\frac{2\pi(t - t_b)}{R_m}\right) + L_m cos\left(\frac{2\pi(t - t_b)}{R_m}\right)$$
(38)

Где  $A, B, C_j, D_j, E, F, G_k, H_k, I, J, K_m, L_m$  – коэффициенты, предоставляемые NGA (обновляются еженедельно), либо определяемые самостоятельно методом наименьших квадратов по ряду апостериорных данных,  $P_1, Q_1, R_3$  – годовой цикл,  $P_2, Q_2$  – Чандлеровский цикл,  $R_1$ - лунный цикл,  $R_2$ - полулунный цикл,  $R_4$ полугодовой цикл,  $t_a, t_b$  – время начала прогноза в MJD, t – время на которое необходимо получить прогнозные данные в сутках MJD.

Начиная с 2005 года, для полинома описывающего эволюцию параметра dUT коэффициенты К и L под номерами 1 и 2 (лунный и полулунный циклы) в предоставляемых NGA бюллетенях с данными для прогноза обнуляются, и вместо них рассчитываются соответствующие моделям зональных приливов значения. Далее к полученным значениям ПВЗ прибавляются околосуточные значения, рассчитываемые в соответствии с конвенцией MCB3[15].

Состав гармоник используемого полинома обоснован в том числе проведенным спектральным анализом (Рисунок 7), который показал следующие частотные составляющие на примере обработки данных об эволюции координат полюса и dUT:



Рисунок 7. Спектр dUT, полученный с помощью быстрого преобразования Фурье временных рядов ПВЗ, представленных в каталоге C04 MCB3.

В табл. 1 приведены гармоники, коэффициенты при синусных и косинусных составляющих которых оцениваются при генерации прогноза ПВЗ по методике NGA.

Гармоника	Период, дни	хр	ур	dUT
Годовой	365.25	+	+	+
Полугодовой	182.325	-	-	+
Лунный месяц	27.56	-	-	+(либо расчет зональных гармоник)
Половина лунного месяца	13.78	-	-	+(либо расчет зональных гармоник)
Чандлер	435.0	+	+	-

Таблица 1. Гармоники, включенные в состав полинома NGA

#### 2.1.4 Линейная модель изменения ПВЗ

Данная модель прогноза ПВЗ описывается при помощи следующих соотношений:

$$x_p(t) = A + B(t - t_a) \tag{39}$$

$$y_p(t) = C + D(t - t_a) \tag{40}$$

$$dUT(t) = E + F(t - t_b), \tag{41}$$

где A, B, C, D, E, F – коэффициенты либо определяемые самостоятельно методом наименьших квадратов по ряду апостериорных данных ПВЗ,  $t_a, t_b$  – время начала прогноза в MJD, t – время на которое необходимо получить прогнозные данные в сутках MJD. Данный полином предназначен для прогнозирования ПВЗ на коротких интервалах до нескольких суток. Однако, забегая вперед, как показали результаты исследований, в зависимости от параметров процедуры прогнозирования, он в статистическом смысле может быть точнее полного гармонического полинома даже на интервале прогнозирования длиной в 2 недели или больше, а потому также является основным (базовым) вариантом модели для бортового алгоритма.

## 2.2. Математические модели

В данном разделе приведены математические модели рассматриваемых в исследовании объектов, классифицированные по их функциональному

предназначению: применяемые для прогнозирования, либо непосредственно для уточнения ПВЗ.

В задаче прогнозирования необходимо иметь модель реальной эволюции ПВЗ, которую описывают данные бюллетеней, и ее прогнозную аппроксимацию (экстраполяцию), которая описывается выбранной математической функцией от времени t, на которое необходимо получить прогнозные данные, и от некоторого вектора оцениваемых по результатам обработки апостериорных данных параметров.

Модели в задаче оценивания ПВЗ на борту в данной работе также разбиваются на «истинные», предназначенные для имитации физической картины существования объектов, и опорные, то есть сформированные внутри бортовых алгоритмов НКА.

## Системы координат и шкалы времени

Перечислим шкалы времени, используемые в работе:

TAI – шкала международного атомного времени, используемая в качестве базовой в данной работе; UTC – всемирное координированное время, привязанное ко всемирному атомному времени и отличающееся от него на целое количество секунд и отличающееся от шкалы UT1 не более чем на 0.9 секунд; UT1 – шкала времени, непосредственно связанное с суточным вращением Земли. Используется для расчета угла вращения Земли и последующего расчета перехода от между ITRF и GCRS; TDB (Barycentric Dynamical Time) – шкала барицентрического динамического времени. Используется как временная шкала для расчета эфемерид третьих тел и последующего расчета гравитационного ускорения от них, возмущающее движения моделируемого HKA.

Рассмотрим используемые в работе системы координат. В сценарии прогнозирования ПВЗ не используются СК, как таковые. В задаче уточнения ПВЗ применяются инерциальная СК, связанная с Землей СК, а также СК, используемые для трансформации между ними. Так как на сегодняшний день существует множество теорий трансформаций между земной и инерциальной СК, в настоящей

работе рассматривается общепринятая на текущий момент версия IAU2010 [19], а сами СК именуются:

GCRS (Geocentric Celestial Reference System) - инерциальная СК, представленная, которая представляет собой СК оси которой фиксированы на эпоху J2000.0; ITRF (International Terrestrial Reference Frame) - связанная с Землей вращающаяся международная Земная СК, а также ее реализация, применяемая в ГНСС ГЛОНАСС – ПЗ90.11. Между ПЗ90.11 и ITRF существуют различия в масштабном коэффициенте, смещении начала. Перевод между данными СК можно осуществить при помощи преобразования, приведенного в [15]; CIRS (Celestial Intermediate Reference System) - звездная промежуточная СК; TIRS (Terrestrial Intermediate ReferenceSystem) - земная промежуточная СК; ПЗ90.11 – СК применяемая в системе ГЛОНАСС, является практической реализацией ITRF.

Обсудим трансформацию радиус-вектора между СК ITRF и GCRS, так как она является ключевой с точки зрения вовлечения в изменение взаимного положения объектов на земле и в околоземном пространстве в связи с эволюцией ряда небесных параметров и ПВЗ. Перевод координат радиус-вектора из СК ITRF в GCRS осуществляется помощи следующего выражения:

$$X_{GCRS} = [PN][R][W]X_{ITRF}$$
(42)

Аналогичным образом осуществляется обратный перевод из GCRS в ITRF:

$$X_{ITRF} = [W]^T [R]^T [PN]^T X_{GCRS}$$
(43)

Где [PN] – матрица перехода от звездной промежуточной СК CIRS к инерциальной GCRS. Приведем расчет данной матрицы согласно теории IAU-2006/2000

$$[PN] = \begin{bmatrix} 1 - aX^2 & -aXY & X \\ -aXY & 1 - aY^2 & Y \\ -X & -Y & 1 - a(X^2 + Y^2) \end{bmatrix} R_z(s) \quad (44)$$

Где 
$$a = \frac{1}{1 + \cos(d)} \cong \frac{1}{2} + \frac{1}{8}(X^2 + Y^2)$$
 (45)

d – аргумент, задающий положение небесного промежуточного полюса CIP в CK ICRS,
X, Y – координаты небесного промежуточного начала CIO в международной небесной системе координат ICRS, рассчитываемые как

 $\begin{aligned} X &= -0.016617'' + 2004.191898T_{\text{TT}} - 0.4297829T_{\text{TT}}^2 - 0.19861834T_{\text{TT}}^3 + 0.000007578T_{\text{TT}}^4 + \\ 0.0000059285T_{\text{TT}}^5 + \sum_{i=1}^{1306} [A_{xs0_i} sin(a_{p_i}) + A_{xc0_i} cos(a_{p_i})] + \sum_{i=1}^{253} [A_{xs1_i} sin(a_{p_i}) + A_{xc1_i} cos(a_{p_i})] T_{TT} + \\ \sum_{i=1}^{36} [A_{xs2} sin(a_{p_i}) + A_{xc2} cos(a_{p_i})] T_{TT}^2 + \sum_{i=1}^{4} [A_{xs3_i} sin(a_{p_i}) + A_{xc3_i} cos(a_{p_i})] T_{TT}^3 + \sum_{i=1}^{1} [A_{xs4_i} sin(a_{p_i}) + A_{xc4_i} cos(a_{p_i})] T_{TT}^4 \end{aligned}$ 

$$Y = -0.006 \ 951'' - 0.025 \ 896T_{TT} - 22.407 \ 274 \ 7T_{TT}^{2} - 0.001 \ 900 \ 59T_{TT}^{3} + 0.001 \ 112 \ 526T_{TT}^{4} + 0.000 \ 000 \ 135 \ 8T_{TT}^{5} + \sum_{i=1}^{962} [A_{ys0_{i}}sin(a_{p_{i}}) + A_{yc0_{i}}cos(a_{p_{i}})] + \sum_{i=1}^{277} [A_{ys1_{i}}sin(a_{p_{i}}) + A_{yc1_{i}}cos(a_{p_{i}})] T_{TT} + \sum_{i=1}^{30} [A_{ys2_{i}}sin(a_{p_{i}}) + A_{yc2_{i}}cos(a_{p_{i}})] T_{TT}^{2} + \sum_{i=1}^{5} [A_{ys3_{i}}sin(a_{p_{i}}) + A_{yc3_{i}}cos(a_{p_{i}})] T_{TT}^{3} + \sum_{i=1}^{1} [A_{ys4_{i}}sin(a_{p_{i}}) + A_{yc4_{i}}cos(a_{p_{i}})] T_{TT}^{4}$$

$$(47)$$

s - параметр обеспечивающий положение СІО на экваторе СІР в соответствии с кинематическим определением:

 $s = -\frac{XY}{2} - 0.000094'' - 0.00380865T_{TT} - 0.00012268T_{TT}^{2} - 0.07257411T_{TT}^{3} + 0.00002798T_{TT}^{4} + 0.000\ 015\ 62T_{TT}^{5} + \sum_{i=1}^{33} [A_{ss0_{i}}sin(a_{p_{i}}) + A_{sc0_{i}}cos(a_{p_{i}})] + \sum_{i=1}^{3} [A_{ss1_{i}}sin(a_{p_{i}}) + A_{sc2_{i}}cos(a_{p_{i}})] T_{TT} + \sum_{i=1}^{25} [A_{ss2_{i}}sin(a_{p_{i}}) + A_{sc2_{i}}cos(a_{p_{i}})] T_{TT}^{2} + \sum_{i=1}^{4} [A_{ss3_{i}}sin(a_{p_{i}}) + A_{sc3_{i}}cos(a_{p_{i}})] T_{TT}^{3} + \sum_{i=1}^{1} [A_{ss4_{i}}sin(a_{p_{i}}) + A_{sc4_{i}}cos(a_{p_{i}})] T_{TT}^{4}$  (48)

Коэффициенты для полиномов (46)-(48) приведены в [20].

 $[W] = [R_Z(-s')R_Y(x_p)R_X(y_p)]$  - матрица мгновенного движения полюсов на время t для перехода от земной CK ITRF к промежуточной земной CK TIRS;

*x*<sub>p</sub>, *y*<sub>p</sub> – угловые координаты полюса вращения на поверхности Земли,

s' - среднее значение колебаний цикла Чандлера,

 $[R] = [R_Z(-\theta_{ERA})]$  - матрица перехода от промежуточной земной СК TIRS к промежуточной звездной СК CIRS

 $\theta_{ERA}$  – угол вращения Земли (Earth Rotation Angle), вычисляемый как:

 $\theta_{ERA} = 280.46061837504^{\circ} + 360.985612288808(JD_{UT1} - 2451545.0)$  (49) JD<sub>UT1</sub> — значение юлианской даты по шкале UT1 в момент, на который необходимо вычислить ERA.

Таким образом, матрица [W] представляет собой основной интерес с точки зрения геометрической интерпретации рассматриваемой проблемы точности эфемерид.

### Модели движения НКА

Так как в работе в качестве объектов рассмотрены НКА двух типов группировок: средневысотной (СВС) и перспективной высокоорбитальной, то необходимо моделировать траекторное движение НКА обоих группировок.

Для моделирования движения СВС в целях получения максимальной достоверности результатов используются апостериорные эфемериды, предоставляемые в открытом доступе. Данный подход в реализации траекторного движения НКА ГНСС обусловлен высокой точностью определения движения центра масс на основе таких данных (ошибка не превышает нескольких сантиметров [21] относительно реальной траектории НКА), простотой реализации модели траекторного движения при моделировании данного процесса на ЭВМ. На текущий момент следующие службы предоставляют свои данные с эфемеридами различных навигационных КА, в том числе ГЛОНАСС: Информационноаналитический центр ГЛОНАСС (ИАЦ ГЛОНАСС), International GNSS Service (IGS), Система высокоточного определения эфемерид и временных поправок системы ГЛОНАСС (СВОЭВП).

Предоставляемая данными службами эфемеридная информация делится, как правило, на несколько групп в зависимости от их оперативности и точности [22-24]: точные «Final», оперативные «Ultra-rapid», предварительные «Rapid», транслируемые «Broadcast».

Точные эфемериды формируются с задержкой 12-19 суток по результатам постобработки. Они представляют собой текстовый файл формата «sp3», внутри которого записаны эфемериды HKA в CK ITRF с шагом, как правило, в 15 мин. Так как в рамках исследования получение результатов в реальном времени не требуется, а в качестве отрабатываемого временного периода сгодится практически любой отрезок времени, в программном макете используется финальный тип эфемерид. При этом, так как апостериорные эфемериды в формате .sp3 представлены в связанной с Землей системе координат ITRF, то необходимо осуществить перевод в ИСК GCRS согласно методике, изложенной в [15].

Рассмотрим процесс моделирования траекторий НКА высокоорбитального сегмента (ВСО). Так как на момент проведения автором исследований НКА высокоорбитального сегмент еще не были запущены, то использовать какие-либо эфемериды для них от центров анализа не представляется возможным. В связи с этим моделирование траектории центра масс НКА высокоорбитального сегмента производится на основе численного интегрирования уравнений движения в ИСК, составленных в нормальной форме Коши:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_{i} &= v_{xi} \\
\dot{y}_{i} &= v_{yi} \\
\dot{z}_{i} &= v_{zi} \\
\dot{v}_{xi} &= a_{xi} \\
\dot{v}_{yi} &= a_{yi} \\
\dot{v}_{zi} &= a_{zi}
\end{aligned}$$
(50)

где  $x_i, y_i, z_i$  – компоненты радиус-вектора центра масс НКА в проекции на оси ИСК,  $v_{xi}, v_{yi}, v_{zi}$  – компоненты вектора скорости центра масс НКА в проекции на оси ИСК,  $a_{xi}, a_{yi}, a_{zi}$  – компоненты вектора ускорений, действующих на центр масс НКА в проекции на оси ИСК.

Вектор суммарного ускорения, действующего на центр масс НКА, представляется суммой составляющих от различных физических факторов, которые представлены моделями, подробно описанными ниже.

$$\bar{a}_{i\Sigma} = \bar{a}_{grav} + \bar{a}_{3b\,sun} + \bar{a}_{3b\,moon} + \bar{a}_{srp} \tag{51}$$

 $\bar{a}_{grav}$  – ускорение, действующее от гравитационного поля Земли, включая несферичность и эффекты от твердых приливов,  $\bar{a}_{3b \ sun}$ ,  $\bar{a}_{3b \ moon}$  – гравитационные ускорения от третьих тел, действующие на центр масс НКА со стороны Солнца и Луны,  $\bar{a}_{srp}$  – ускорение от сил солнечного давления действующих на поверхность НКА.

Гравитационное ускорение Земли представлено моделью разложения геопотенциала в сферических гармониках EGM2008 с учетом дополнительных

факторов, таких как приливы в твердом теле Земли, включая полярные приливы. Соответствующий расчет производится согласно конвенции IERS 2010[15].

Гравитационное ускорение от третьих тел (Луна, Солнце) рассчитывается как центральное по следующему выражению:

$$a_{ms} = \sum_{i=1}^{2} GM_i \left( \frac{s_i - r}{|s_i - r|^3} - \frac{s}{|s|^3} \right)$$
(52)

Где i=1 – Луна, i=2 – Солнце, GM – гравитационная постоянная третьего тела, r – геоцентрические инерциальные координаты KA, s – геоцентрические инерциальные координаты 3-го тела.

Как известно, ускорение сил солнечного давления является значимым, но в то же время плохо детерминированным [25]. Точность представления модели солнечного давления (МСД) вносит значительный вклад рост ошибки бортового прогноза эфемерид НКА. Так как в открытом доступе МСД ГЛОНАСС не описаны, то было принято решение использовать применяемые в IGS модели, описанные в открытой литературе [26-28].

Ускорение от солнечного давления представлено априорной моделью boxwing.

Эфемериды Луны и Солнца, необходимые для расчета вектора солнечного давления, а также их гравитационного притяжения, рассчитываются на основании эфемерид EPM2021[29]. Так как эфемериды EPM не содержат в себе координат Солнца в земной геоцентрической СК, то необходимо осуществлять пересчет координат. Положение Солнца в геоцентрической СК выражается следующим образом:

$$X_{SUN GCRS} = X_{SUN B} - X_B + X_{MOON GCRS} * (1 + M_E/M_{MOON})$$
(53)

где X<sub>SUN B</sub> – радиус-вектор координат Солнца относительно барицентра Солнечной системы, X<sub>B</sub> – положение барицентра системы Земля-Луна относительно барицентра Солнечной системы, X<sub>MOON GCRS</sub> – геоцентрические координаты положения Луны. Начальные условия движения НКА ВКК формируются на основе номинального размещения НКА в заданных орбитальных плоскостях. После перевода из описания в оскулирующих элементах в радиус-вектор и вектор скорости в ИСК, эти данные используются как начальные условия для последующего численного интегрирования.

#### Модель «истинной» эволюции ПВЗ

Для оценки эффективности предлагаемой методики прогнозирования необходимы ежедневные значения ПВЗ, значения которых содержатся в предоставляемых различными службами каталогах [30,31]. Соответственно задачей при реализации модели изменения является извлечение значений вектора ПВЗ из бюллетеня на запрашиваемую дату. В частности, в работе были использованы бюллетени ИПА РАН и данные IERS из каталога C04.

Для моделирования процесса уточнения ПВЗ необходимо иметь модель непрерывной эволюции ПВЗ, в том числе внутрисуточных изменений данных параметров. Для получения внутрисуточных значений применяется линейная и квадратическая интерполяция между двумя суточными значениями, также извлекаемыми из бюллетеней.

#### Модель эволюции координат наземных станций

Важным условием корректного моделирования псевдодальностей является модель эволюции координат всех абонентов измерительного канала, в том числе наземных станций, т.е. при моделировании необходимо определять координаты станций в двух системах координат: ITRF и GCRS.

Координаты станции в ITRF считаются известными и неизменными. Несмотря на то, что в реальности координаты станции относительно СК ITRF будут меняться в следствие приливов в твердом теле Земли и прочих геодинамических факторов, данные изменения не оказывают существенного влияния на процесс уточнения ПВЗ либо в силу своей малости, либо в силу того, что они могут быть заранее вычислены по определенным моделям [15].

Координаты станций в GCRS определяются путем перевода с помощью описанных ранее соотношений.

#### Модель измерений дальностей НКА-наземная станция

Основными источниками измерительной информации для алгоритма уточнения ПВЗ на борту являются измерения псевдодальностей. Геометрческая модель измерения псевдодальностей после проведения временной редукции выглядит следующим образом:

$$\rho = \sqrt{(x_{sat} - x_{st})^2 + (y_{sat} - y_{st})^2 + (z_{sat} - z_{st})^2} + \Delta \rho_{eph} + \Delta \rho_{st} + \Delta \rho_{clk} + \Delta \rho_{atm}$$
(54)

где  $x_{sat}$ ,  $y_{sat}$ ,  $z_{sat}$  – истинные координаты НКА в момент приема сигналов,  $x_{st}$ ,  $y_{st}$ ,  $z_{st}$  – истинные координаты станции в момент отправки сигналов,  $\Delta \rho_{eph}$  – ошибка, вызванная погрешностью бортовых эфемерид НКА,  $\Delta \rho_{st}$  – ошибка из-за неточности знания положения станции (следствие изменения ПВЗ),  $\Delta \rho_{clk}$  – ошибка, обусловленная разностью хода часов станции и НКА,  $\Delta \rho_{atm}$  – ошибка, вызванная задержкой распространения сигнала в атмосфере (ионосфере и тропосфере).

В настоящей работе предполагается, что за счет формирования и последующей передачи по межспутниковой радиолинии и обработки встречных измерений между НКА и станциями взаимный уход часов может быть определен и потому данная ошибка нивелируется.

Кроме того, сделано допущение об оснащении каждой наземной станции помимо аппаратуры межспутниковых измерений стандартным двухчастотным приемником сигналов ГНСС и радиометром водяного пара. Первый позволяет определить задержку сигнала в ионосфере и убрать ее целиком, второй – почти полностью определить влажную составляющую тропосферной задержки и также нивелировать ее в измерениях. Ошибка эфемерид НКА при обработке измерений остается, так как уточнить эфемериды без загрузки новых данных с НКУ в штатной процедуре не представляется возможным.

Возможность измерений НКА-наземная станция проводится из учета их взаимной видимости. Взаимная видимость определятся условие непревышения угла между местной вертикалью наземной станции и НКА, обозначенным как угол визирования станции  $\alpha_{vis}$ .

$$\alpha_{vis} < \alpha_{vis\,max} \tag{55}$$



Рисунок 8. Взаимная видимость НКА-наземная станция.

Угол визирования НКА-станция вычисляется как:

$$\vec{X}_{bs} = \vec{X}_s - \vec{X}_b \tag{56}$$

$$\alpha_{vis} = acos\left(\frac{\vec{x}_{bs}\cdot\vec{x}_b}{|\vec{x}_{bs}||\vec{x}_b|}\right),\tag{57}$$

где  $\vec{X}_b$ -радиус-вектор наземной станции в ITRF,  $\vec{X}_s$  – радиус-вектор HKA в ITRF,  $\vec{X}_{bs}$  - вектор направления от станции к HKA.

## Модель информационного обмена между НКА

В данной работе рассматривается вариант обмена, при котором все данные об измерениях, а также предварительно обработанные данные передаются на некоторый НКА, осуществляющий последующие расчеты для получения вектора оценок, именуемый НКА-коллектор.

Передача данных между НКА для выбранной группировки предполагается согласно следующему принципу. На интервале формирования выборки измерений на каждом НКА накапливаются данные о псевдодальностях и соответствующих им эфемеридах и моментах времени. По окончании наблюдения при условии взаимной видимости производится передача данных на НКА-коллектор, на котором на основе всего накопленного массива измерений вычисляются поправки к ПВЗ. Далее

полученные таким образом поправки пересылаются между остальными НКА ОГ и используются в формировании данных транслируемых потребителю эфемерид.



Рисунок 9 Вариант информационного обмена с использованием НКА-коллектора для группировки СВС ГЛОНАСС

## 2.3. Методы и алгоритмы прогнозирования ПВЗ

В поставленной в главе 1 задаче не упоминается предъявляемое со стороны действующего технологического цикла требование передачи в составе формы специальной информации нескольких наборов коэффициентов для представления и расчета каждого параметра вращения Земли. При этом, в зависимости от планируемой длины прогноза, то есть разницы между текущим временем и коэффициентов временем последнего занесения прогноза, может быть существенно улучшена точность прогнозирования. Таким образом, несмотря на то, что изначально от данной процедуры и организации используемой структуры данных отступать не желательно, если учесть, что количество данных о ПВЗ не так велико, а аппроксимация полиномами не является трудоемкой с точки зрения вычислительной сложности, то в текущие процессы вполне возможно внедрить

решение задачи поиска длины оптимального интервала аппроксимации в зависимости от длины прогноза методом перебора для каждого ПВЗ. Таким образом, определив зависимость точности прогноза от длины выборки для различных по длительности интервалов прогнозирования, результатом реализации подобной методики, независимо от места ее внедрения, будет служить оптимальный, с точки зрения точности прогноза, интервал обработки данных для вычисления коэффициентов под каждое значение длительности прогноза.

Процедура исследования эффективности разработанной методики улучшения точности прогноза включала в себя следующие шаги:

- выбор моделей для аппроксимации рядов ПВЗ,

– итеративный перебор используемых для аппроксимации ПВЗ моделей,

– перебор значений длины интервалов аппроксимации и интервалов прогнозирования,

– оценку коэффициентов полиномов на основе использования метода наименьших квадратов (МНК) и доступных апостериорных данных,

– построение прогнозных рядов ПВЗ для различных длин интервалов прогнозирования,

– оценку точности полученных прогнозных значений ПВЗ.

Оценка точности получаемого прогноза проводилась путем сравнения полученных с использованием ПО прогнозных рядов ПВЗ и апостериорных данных долговременных рядов ПВЗ от IERS, публикуемых в бюллетенях C04. Рассматриваемые модели, описывающие эволюцию ПВЗ, включали, как и прежде, линейную и полиномиальную виды функций. На выходе описанной выше процедуры формируются таблицы соответствия минимальной ошибки прогноза и главных параметров процедуры прогноза: вида аппроксимируемой функции, интервала аппроксимации апостериорных данных.

## Определение оптимального интервала апостериорной выборки для заданной длины прогноза ПВЗ

По причинам, изложенным в главе 1, был выбран метод прогнозирования эволюции ПВЗ на основе использования гармонического полинома, коэффициенты

которого определяются путем аппроксимации апостериорных данных с помощью метода наименьших квадратов. При этом автором рассматриваются несколько видов моделей эволюции, базирующихся на соотношениях следующего вида, описанных в разделе 2.1.

Для оценки точностных характеристик различных полиномиальных моделей прогнозирования с последующим их улучшением была разработана методика, в рамках которой для длительного исторического отрезка проводилась итеративная обработка апостериорных данных с помощью скользящего окна. Таким образом, результатом отработки данной методики является построенная для каждой компоненты вектора ПВЗ зависимость точности прогноза от длины выборки, на которой определяются коэффициенты аппроксимирующего полинома. Подробное описание методики приведено в следующем разделе.

В результате проведения каждой итерации по обработке апостериорного отрезка данных с рядами ПВЗ с помощью МНК в соответствии с предложенной методикой формируются коэффициенты полинома, используемые для вычисления прогнозной эволюции ПВЗ, невязки между которой и соответствующими фактическими значениями являлись выходными данными для оценки точностных характеристик предлагаемой методики.

Перед началом анализа необходимо провести подготовку выборки. Под данным этапом подразумевается удаление из рядов dUT, так называемой, дополнительной секунды, чтобы сгладить зависимость для последующей ее аппроксимации полинома. На Рисунок 10 изображен пример исходного и «спрямленного» ряда dUT, пригодного для последующего анализа.



Рисунок 10. Исходный и "спрямленный" ряды dUT.

Помимо этого, перед началом оценки коэффициентов прогнозных полиномов необходимо удалить из рядов ПВЗ детерминированные составляющие, если они присутствуют. То есть околосуточные и зональные составляющие.

Таким образом, в общем виде обсуждаемая методика может быть описана схемой, представленной на рис.:



## Рисунок 11. Общая схема алгоритма поиска оптимального в смысле точности прогноза интервала аппроксимации выбранного ПВЗ.

Основным результатом алгоритма поиска будет являться серия зависимостей значений критерия точности от длины прогноза и размера выборки (интервала аппроксимации).

47

## Расчет точностного критерия

Как уже ранее упоминалось, для решения поставленной задачи повышения точности прогноза ПВЗ на борту необходимо сформулировать критерий точности прогноза в зависимости от параметров аппроксимирующей функции при работе на заданной выборке. Для оценки точности был определен гарантирующий критерий ошибки по уровню доверительной вероятности 0.95.

Рассмотрим более подробно процесс формирования критерия. В данной работе значение критерия является функцией от следующих факторов:

- тип аппроксимирующего полинома;

- тип прогнозируемого параметра:

- размера окна, для которого подбираются коэффициенты;

- заданная выборка данных ПВЗ;

- длина прогнозирования заданным полиномом.

Так как тип полинома, параметр и выборка уже четко определены, то нам необходимо найти функцию от двух параметров: длины прогноза и длины окна, для которого находятся коэффициенты аппроксимирующего полинома.

$$R = f(L_{\text{окна}}, L_{\text{прогноза}}) \tag{58}$$

Таким образом, на первом этапе выбирается параметр, который необходимо анализировать, а также вид полинома. В качестве данных ПВЗ бралась выборка реальных данных из бюллетеня, с которой производилось сравнение получаемого прогноза. На всем интервале статистического анализа для каждого по результатам обработки апостериорных данных **ПВ3** рассчитывались коэффициенты прогнозирующих полинома. По полученным на предыдущем шаге коэффициентам строилось множество прогнозов ПВЗ, по результатам сравнения с эталонными данными вычислялись ряды ошибок прогноза. На основе максимальных значений ошибок формировалась выборка для анализа. Для выборки находилось максимальное значение, математическое ожидание, дисперсия, ошибка по уровню вероятности 0.95.

Условная графическая схема прохода плавающего окна показана на рис. ...



Рисунок 12. Условная графическая схема прохода плавающего окна.

## 2.4. Процедура уточнения ПВЗ на борту НКА

В основе концептуальной идеи оценки ПВЗ по результатам измерений до наземных станций лежит зависимость изменения дальности между объектами на поверхности Земли и в орбитальном пространстве при смещении полюса вращения Земли и изменении dUT. Дальность *ρ* между HKA и стационарной наземной станцией можно представить в виде следующего выражения.

$$\rho = \left| X_{st}^{itrf} - X_{sat}^{itrf} \right| \tag{59}$$

Где  $X_{st}^{itrf}$ ,  $X_{sat}^{itrf}$  – координаты станции и НКА в земной связанной системе координат ITRF,

Координаты НКА в ITRF можно выразить как:

$$X_{sat}^{itrf} = [R_z(-ERA(dUT))]^T [R_z(-s')R_y(x_p)R_x(y_P)]^T X_{sat}^{cirs}$$
(60)

Где  $X_{sat}^{cirs}$  – координаты HKA в CIRS, ERA(dUT) – угол вращения Земли ERA, зависящий в том числе от dUT,  $x_p$ ,  $y_P$  – координаты полюса вращения Земли, s' - среднее значение Чандлеровских осцилляций.

Подставив (60) в (59) получим значение дальности НКА-наземная станция, как функцию от ПВЗ:

$$\rho(x_p, y_p, dUT) = \left| X_{st}^{itrf} - [R_z(-ERA(dUT))]^T [R_z(-s')R_y(x_p)R_x(y_p)]^T X_{sat}^{cirs} \right| (61)$$

Таким образом, из соотношения (61) видно, что существует зависимость дальности НКА-наземная станция от вариаций ПВЗ, что дает потенциальную возможность произвести оценку данных параметров путем обработки соответствующих измерений дальностей. Для построения прототипа бортового алгоритма оценки ПВЗ был выбран МНК[32], что связано с отсутствием необходимости проведения сложной процедуры настройки, в отличии от итерационных методов, например, таких, как фильтр Калмана.

#### Общее описание прототипа бортового алгоритма

Ниже описаны ключевые этапы выполнения предложенного прототипа бортового алгоритма уточнения ПВЗ на основе обработки измерений до наземных станций:

- Накопление N измерений дальностей между НКА и видимыми наземными станциями - ρ<sub>sat-station</sub> на заданном временном интервале t<sub>накопл</sub>. Формирование вектора измеренных дальностей на борту НКА.
- 2. Формирование опорных измерений дальности по данным бортовых эфемерид и текущих оценок ПВЗ на борту для каждого реально проведенного измерения. Формирование вектора опорных дальностей.

3. Формирование вектора невязок между реальными и расчетными измерениями дальности:

$$\Delta Y = \left(\Delta \rho_1^{sat-station} \Delta \rho_2^{sat-station} \dots \Delta \rho_i^{sat-station} \dots \Delta \rho_N^{sat-station}\right)^T (62)$$

4. Вычисление матрицы ЧП дальностей по ПВЗ на основе имеющихся значений ПВЗ и бортовых эфемерид НКА:

$$H_{i} = \frac{\partial \rho_{i}^{sat-station}}{\partial x_{p}} \frac{\partial \rho_{i}^{sat-station}}{\partial y_{p}} \frac{\partial \rho_{i}^{sat-station}}{\partial dUT}$$
(63)

$$H = [H_1 \dots H_i \dots H_N]^T \tag{64}$$

 Передача данных ЧП и невязок измерений дальности на НКАколлектор и вычисление поправок к текущим значениям ПВЗ с помощью метода наименьших квадратов:

$$\begin{bmatrix} \Delta x_p \\ \Delta y_p \\ \Delta dUT \end{bmatrix} = (H^T H)^{-1} H^T \Delta Y$$
(65)

6. Передача данных между НКА.

7. Прогнозирование ПВЗ до момента очередного выполнения п.1.

В качестве опорных значений для алгоритма используется вектор оценок, полученный в результате выполнения прошлой итерации алгоритма уточнения ПВЗ.

Функциональная схема алгоритма представлена на рис. 13. Блоки перевода между СК соответствуют соотношениям, приведенным в разделе посвященном системам координат и шкалам времени.



Рисунок 13. Функциональная схема процесса уточнения ПВЗ на борту.

## Состав вектора оцениваемых параметров

В работе рассмотрены два вида состава вектора оцениваемых параметров: константными значениями и линейной функцией. Как уже было сказано ранее, основным результатом, который должен быть получен в результате обработки измерений между НКА ГЛОНАСС и НСКУ-Н является оценка компонент вектора ПВЗ:

$$\bar{X} = \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ dUT \end{pmatrix}$$
(66)

Оценка компонент вектора (68) основывается на предположении о незначительности вариации изменения ПВЗ в течение интервала накопления и обработки измерений и пренебрежении их приростом за указанный период. Альтернативным вариантом вектора, оценка компонент которого производилась бы с учетом эволюции ПВЗ во времени, служит расширенный вектор состояния следующего вида:

$$\overline{X} = (xp_0 \ xp_1 \ \dots \ xp_n \ yp_0 \ yp_1 \ \dots \ yp_n \ dUT_0 \ dUT_1 \ \dots \ dUT_n)^1$$
(67)

где индексы параметров хр, ур и dUT от 0 до n указывают степень члена полинома, аппроксимирующего эволюцию соответствующего ПВЗ.

## Частные производные

Для решения задачи оценки ПВЗ по дальности методом наименьших квадратов необходимо иметь соотношения для вычисления частных производных измеренной дальности по компонентам фазового вектора.

Рассмотрим выражение (70), зависимости дальности НКА-наземная станция от ПВЗ в следующем виде:

$$\rho(x_p, y_p, dUT) = \left| \left[ R_z(-ERA(dUT)) \right] \left[ R_y(x_p) R_x(y_p) \right] X_{st}^{itrf} - X_{sat}^{cirs} \right|$$
(68)

Значения производных ПВЗ по дальности  $\frac{\partial \rho}{\partial x_p}, \frac{\partial \rho}{\partial y_p}, \frac{\partial \rho}{\partial dUT}$  при помощи формулы

производной от сложной функции можно выразить как (69) – (71):

$$\frac{\partial \rho}{\partial x_p} = \frac{\partial \rho}{\partial x_{st}^{cirs}} \frac{\partial x_{st}^{cirs}}{\partial x_p} \tag{69}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial y_p} = \frac{\partial \rho}{\partial X_{st}^{cirs}} \frac{\partial X_{st}^{cirs}}{\partial y_p} \tag{70}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial dUT} = \frac{\partial \rho}{\partial X_{st}^{cirs}} \frac{\partial X_{st}^{cirs}}{\partial ERA} \frac{\partial ERA}{\partial dUT}$$
(71)

Значение производной дальности по радиус-вектору наземной станции в CIRS:

$$\frac{\partial \rho}{\partial x_{st}^{cirs}} = \frac{1}{\rho} \left( X_{st}^{cirs} - X_b^{cirs} \right)^{\mathrm{T}}$$
(72)

Значение производной угла вращения Земли ERA по dUT:

$$\frac{\partial ERA}{\partial dUT} = 2.0054756238227088 \cdot \pi = K_{ERA}$$
(73)

Выражение для перевода координат станции из ITRF в CIRS

$$X_{st}^{cirs} = [R_z(-ERA(dUT))][R_y(x_p)R_x(y_P)]X_{st}^{itrf}$$
(74)

Продифференцировав выражение (74) по вектору ПВЗ, получим

$$\frac{\partial x_{st}^{cirs}}{\partial x_p} = [R_z(-ERA(dUT))] \begin{bmatrix} -\sin(x_p) & 0 & -\cos(x_p) \\ 0 & 0 & 0 \\ \cos(x_p) & 0 & -\sin(x_p) \end{bmatrix} R_x(y_p) \begin{bmatrix} X_{st}^{itrf} & (75) \\ R_x(y_p) \end{bmatrix} X_{st}^{itrf} = [R_z(-ERA(dUT))] \begin{bmatrix} R_y(x_p) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin(y_p) & \cos(y_p) \\ 0 & -\cos(y_p) & -\sin(y_p) \end{bmatrix} X_{st}^{itrf} \quad (76)$$
$$\frac{\partial X_{st}^{cirs}}{\partial dUT} = \begin{bmatrix} \sin(ERA) & -\cos(ERA) & 0 \\ \cos(ERA) & \sin(ERA) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [R_y(x_p)R_x(y_p)] X_{st}^{itrf} \quad (77)$$

В силу малости углов  $x_p$ ,  $y_p$ , производные координат наземной станции в CIRS по ПВЗ можно привести к виду, заменив синус угла на сам угол, косинус угла на единицу, а произведение синусов на ноль:

$$\frac{\partial x_{st}^{cirs}}{\partial x_p} = R_z(-ERA) \begin{bmatrix} -x_p & 0 & -1\\ 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & -x_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & y_p\\ 0 & y_p & 1 \end{bmatrix} X_{st}^{itrf}$$
(78)

$$\frac{\partial X_{st}^{cirs}}{\partial y_p} = R_z(-ERA) \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_p \\ 0 & 1 & 0 \\ x_p & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -y_p & 1 \\ 0 & -1 & -y_p \end{bmatrix} X_{st}^{itrf}$$
(79)

$$\frac{\partial X_{st}^{cirs}}{\partial dUT} = K_{ERA} \begin{bmatrix} \sin(ERA) & -\cos(ERA) & 0\\ \cos(ERA) & \sin(ERA) & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_p\\ 0 & 1 & y_p\\ x_p & -y_p & 1 \end{bmatrix} X_{st}^{itrf}$$
(80)

Замена тригонометрических функций позволит сократить количество выполняемых процедур при расчете алгоритма на БЦВМ, а также снизить ошибки, возникающие при вычислении, попеременном умножении и округлении тригонометрических функций.

Итоговые выражения координат (81) – (83) станции в CIRS по ПВЗ имеют вид:

$$\frac{\partial X_{st}^{cirs}}{\partial x_p} = R_z(-ERA) \begin{bmatrix} -x_p & -y_p & -1\\ 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & -x_p \end{bmatrix} X_{st}^{itrf}$$
(81)

$$\frac{\partial X_{st}^{cirs}}{\partial y_p} = R_z(-ERA) \begin{bmatrix} 0 & x_p & 0 \\ 0 & -y_p & 1 \\ 0 & -1 & -y_p \end{bmatrix} X_{st}^{itrf}$$
(82)

$$\frac{\partial X_{st}^{cirs}}{\partial dUT} = K_{ERA} \begin{bmatrix} \sin(ERA) & -\cos(ERA) & 0\\ \cos(ERA) & \sin(ERA) & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_p\\ 0 & 1 & y_p\\ x_p & -y_p & 1 \end{bmatrix} X_{st}^{itrf}$$
(83)

где,  $X_{st}^{itrf}$  – радиус-вектор наземной станции ITRF, ERA – угол суточного вращения Земли,  $R_x$ ,  $R_y$ ,  $R_z$  – матрицы вращения вокруг осей x, y, z.

ПВЗ для других составов фазового вектора, отличного от константных значений, вычисляется аналогичным образом, с тем отличием, что приведенные выражения (81) - (83) необходимо домножить на матрицу частных производных соответствующего ПВЗ по компонентам вектора состояния. Рассмотрим на примере линейного вектора состояния:

$$x_p = x_{p0} + v_{xp}t \tag{84}$$

$$y_p = y_{p0} + v_{yp}t$$
 (85)

$$dUT = dUT_0 + v_{dUT}t \tag{86}$$

Таким образом ЧП дальности по компонентам фазового вектора, представленного линейной функцией, будут вычисляться как:

$$\frac{\partial \rho}{\partial x_{p0}} = \frac{\partial \rho}{\partial x_p} \frac{\partial x_p}{\partial x_{p0}} = \frac{\partial \rho}{\partial x_p}$$
(87)

$$\frac{\partial \rho}{\partial v_{xp}} = \frac{\partial \rho}{\partial x_p} \frac{\partial x_p}{\partial v_{xp}} = \frac{\partial \rho}{\partial x_p} t$$
(88)

$$\frac{\partial \rho}{\partial y_{p0}} = \frac{\partial \rho}{\partial y_p} \frac{\partial y_p}{\partial y_{p0}} = \frac{\partial \rho}{\partial y_p}$$
(89)

$$\frac{\partial \rho}{\partial v_{yp}} = \frac{\partial \rho}{\partial y_p} \frac{\partial y_p}{\partial v_{yp}} = \frac{\partial \rho}{\partial y_p} t$$
(90)

$$\frac{\partial \rho}{\partial dUT_0} = \frac{\partial \rho}{\partial dUT} \frac{\partial dUT}{\partial dUT_0} = \frac{\partial \rho}{\partial dUT}$$
(91)

$$\frac{\partial \rho}{\partial v_{dUT}} = \frac{\partial \rho}{\partial dUT} \frac{\partial dUT}{\partial v_{dUT}} = \frac{\partial \rho}{\partial dUT} t$$
(92)

Полученные выражения для вычисления частных производных (ЧП) позволяют определить их значения для различных условий формирования измерений «НКА – наземная станция» и, в конечном счете, провести оценку влияния оцениваемых параметров на результат проводимых измерений. Для их реализации в составе прототипа бортового алгоритма было произведено

значительное упрощение итоговых выражений с предельно низкой допустимой погрешностью.

Эволюция ЧП ПВЗ по дальности для СВС и ВКК приведена на рис. 14-15. Из данных графиков видно, что существует сильная зависимость значений частных производных от времени. Таким образом, при построении рабочих циклограмм необходимо выбирать такие интервалы, на которых эволюция частных производных максимально динамична, чтобы позволит обеспечить наилучшую точность формируемых оценок ПВЗ на фоне влияния различных шумов.



Рисунок 14. Эволюция ЧП ПВЗ по дальности для СВС



Рисунок 15. Эволюция ЧП ПВЗ по дальности для ВКК.

# 2.5. Анализ возможностей снижения влияния ошибок эфемерид НКА и других неконтролируемых факторов на процесс уточнения ПВ3

Важным фактором, существенно влияющим на точность полученных оценок ПВЗ, является точность бортовых эфемерид в ИСК. Ошибки эфемерид при отсутствии их регулярной коррекции имеют склонность к неограниченному росту, что не позволяет производить уточнение ПВЗ с достаточной точностью.

Один из вариантов парирования роста ошибок эфемерид в ИСК является применение межспутниковых измерений для коррекции. Данная технология является на сегодняшний день хорошо изученной и отчасти реализованной на борту НКА ГЛОНАСС, а потому не рассматривается в данной работе. Тем не менее, при реализации технологического цикла утонения ПВЗ в целях отработки предлагаемой технологии в программном макете моделируются ошибки эфемерид, а также исследуется уровень влияния их на получаемые результаты.

## 2.6. Выводы по Главе 2

1. Проанализированы подходы, применяемые в настоящий момент для прогнозирования и уточнения ПВЗ. Рассмотрены наиболее часто применяемые виды аппроксимирующих эволюцию ПВЗ функций:

линейная, базовая полиномиальная, модель NGA. Рассмотрены технические средства и технологии, используемые в настоящий момент для этих целей. Выбрана перспективная технология определения ПВЗ на борту НКА в режиме реального времени.

- Формализованы математические модели движения НКА, вращения Земли и измерений дальностей, необходимые для проведения имитационного моделирования процессов прогнозирования и уточнения ПВЗ на борту НКА и для реализации соответствующих бортовых алгоритмов.
- 3. Предложена методика повышения точности прогнозирования ПВЗ на борту, основанная на подборе оптимальных в смысле критерия получаемой точности параметров (настроек) процедуры прогнозирования (вид модели, интервал аппроксимации, требуемая длительность прогноза). Формализовано вычисление критерия точности применительно к длительному историческому интервалу эволюции ПВЗ с целью сравнения результатов прогнозирования на основе предлагаемых методики и алгоритма и реальных данных.
- 4. Разработан подход к формированию циклограммы функционирования орбитальных группировок НКА ГЛОНАСС в части определения ПВЗ, базирующийся на алгоритме обработки измерений псевдодальностей между НКА и наземными станциями методом наименьших квадратов, который обеспечивает формирование оценок ПВЗ с достигаемой точностью в единицы mas (0.95).
- 5. Разработаны прототипы бортовых алгоритмов, обеспечивающих прогнозирование и уточнение ПВЗ в соответствии с предлагаемыми методикой И В частности: подходами, моделями, алгоритм аппроксимации апостериорной эволюции ΠB3; алгоритм формирования коэффициентов алгоритм подбора полиномов; оптимальных в смысле получаемой точности прогноза интервалов аппроксимации и вида модели; алгоритм планирования, накопления и

обработки данных сеансов измерений между наземными станциями и НКА.

## 3. ГЛАВА. РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО МАКЕТА ДЛЯ ОТРАБОТКИ АЛГОРИТМОВ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ И УТОЧНЕНИЯ ПВЗ И ИССЛЕДОВАНИЯ ИХ ЭФФЕКТИВНОСТИ

#### 3.1. Функциональная схема ПМ и особенности применения

Для отработки предлагаемой информационной технологии и с целью оценки ее эффективности путем моделирования процессов прогнозирования и уточнения ПВЗ на борту НКА, суть которых была описана в главе 2 данной работы, был создан программный макет, содержащий прототипы бортовых алгоритмов с графическим пользовательским интерфейсом. Макет был создан на языке С++ в среде QT 5.12 с использованием встроенных библиотек QT. Несмотря на то, что ПМ создавался с прицелом на дальнейший перенос алгоритмического функционала на стенд, основной целью его разработки все-таки является создание некоторого инструмента инженера-исследователя, который бы позволял проводить эксперименты и оценивать изменения эффективности решения ряда обсуждаемых задач при различных условиях и состояниях исходных данных, а также С учетом сказанного характеристиках аппаратных средств. технических потребность обеспечить универсальность применения ПМ, его гибкость и расширяемость привела к тому, что структура ПМ была основана на объектноориентированном подходе. Это в конечном итоге повышает удобство для различных разработчиков и пользователей ПМ. В данном разделе рассмотрена программная архитектура макета, связи между используемыми классами и описание их функционального назначения.

Таким образом с учетом изложенного выше основным назначением разработанного ПМ является:

 создание инструмента отработки разработанной информационной технологии прогнозирования и уточнения ПВЗ и настройки параметров рабочих процедур под различные параметры и условия;

– формирование прототипа бортового алгоритма и создание таким образом
 задела для переноса на борт технологического цикла прогнозирования и уточнения
 ПВЗ.

При проведении экспериментальных исследований по имитационному моделированию процессов прогнозирования и уточнения ПВЗ на борту НКА с учетом разделения функциональности ПМ позволяет обособленно запускать следующие сценарии:

 а) Исследование эволюции параметров вращения Земли и вычисление описывающих их аппроксимационных функций, включая определение коэффициентов соответствующих полиномов;

б) Статистический анализ точности прогнозирования параметров вращения Земли, включающий анализ точности прогнозирования ПВЗ на основе использования различных моделей, а также анализ результатов прогноза Международной службы вращения Земли (МСВЗ);

в) Уточнение ПВЗ на борту КА ГЛОНАСС и КА ГЛОНАСС ВКК по измерениям дальностей до наземных станций.

г) Исследование условий видимости и возможности планирования и организации сеансов измерений между наземными станциями и НКА различных ОГ.

Функциональная структура ПМ представлена на рис. 16. На нем показаны перечисленные выше сценарии, выбор которых под запуск определяется пользователем. Каждый сценарий представлен отдельным классом, в котором есть перечень настроек и связей с параметрами – начальными условиями и, если это требуется для данного сценария – источниками данных, например, об эфемеридах НКА или ПВЗ.



Рисунок 16. Функциональная схема ПМ с точки зрения доступных сценариев расчета и получаемых в результате работы ПМ результатов моделирования.

## 3.2. Архитектура ПМ

С учетом необходимости реализации различных сценариев и их дальнейшей модификации архитектура разработанного ПМ децентрализованная и независимая, то есть каждый элемент программы, являющийся классом, может быть заменен на ПО физическому смыслу элемент с идентичным интерфейсом сходный входных\выходных данных. Все связи классов ПМ организованы по типу «предокнаследник» с целью осуществления полиморфной перегрузки реализации основных методов в этих классах (например, при смене реализаций модели НКА в экспериментах), либо путем агрегации, обусловленной движения специфическим функциональным названием или невозможностью существования двух и более различных классов друг без друга (например, класс координатных переходов и класс, отвечающий за матричные операции). Первая разновидность связей ПМ необходима для повышения его гибкости, модифицируемости и универсальности составных частей. Вторая разновидность связей является минимально необходимой для поддержания работоспособности кода в рамках объектно-ориентированного подхода. Для упрощения работы со связанными объектами ПМ условно разделен на блоки, в которых выполнено объединение классов по физическому смыслу моделируемых процессов или объектов (например, реализация эфемерид небесных тел через полиномы Чебышева с использованием небесных каталогов).

В то же время в структуре можно выделить отдельные части, как, например, блок «внешняя среда», блок «борт НКА», блок «прогнозирование ПВЗ». Блок НКА включает модели измерений бортовых аппаратных измерительных средств, алгоритмы построения опорной траектории и обработки навигационных измерений. Блок «внешней среды» отвечает за моделирование всевозможных неконтролируемых факторов, действующих на движение КА и работу аппаратных средств. Ниже приведено более подробное пояснение отдельных компонент в описанных блоках, а именно: модуль бортового программного обеспечения (БПО); модуль программного обеспечения наземного комплекса управления (НКУ), реализованный в части обслуживания модели БПО; модуль формирования измерительной и цифровой информации межспутниковой радиолинии (МРЛ) совмещенной орбитальной группировки (ОГ) ГЛОНАСС и высокоорбитального космического комплекса (ВКК).

Модуль бортового программного обеспечения, предназначенный для расчета параметров вращения Земли, обеспечивает процедуры восстановления эволюции ПВЗ, определения коэффициентов аппроксимирующего ее полинома, уточнение коэффициентов и построение прогноза эволюции ПВЗ на будущие интервалы времени, в том числе позволяет сформировать форму для загрузки данных на борт. В части реализации перечисленных сценариев созданный ПМ:

– обеспечивает возможности добавления и настройки различных внешних источников данных в составе модуля (бюллетени MCB3, NGA, ИПА РАН и др.);

 позволяет исследовать процессы сходимости решения при проведении прогноза с применением методики улучшения точности за счет оптимизации интервала обработки и вида аппроксимируемой функции;

 – оценивать получаемые характеристики точности формируемых рядов в контексте ЭППД за счет ошибки ПВЗ.

Разработчик без изменения конфигурации ПМ может дорабатывать данный модуль в части используемых видов полиномов, добавляя новые варианты, а также методов аппроксимации эволюции ПВЗ, так как базовым методом как уже было сказано ранее является МНК.

Модуль программного обеспечения наземного комплекса управления (НКУ) в части обслуживания модели БПО обеспечивает процедуры анализа и управления точностью формируемых рядов ПВЗ, в том числе с применением графической визуализации, что позволяет выбрать оптимальные параметры для указанного исторического отрезка эволюции ПВЗ.

Модуль формирования измерительной и цифровой информации межспутниковой радиолинии (МРЛ) совмещенной орбитальной группировки (ОГ) ГЛОНАСС и высокоорбитального космического комплекса (ВКК) в части обслуживания модели БПО обеспечивает моделирование процессов функционирования НКА современных и перспективных ОГ ГЛОНАСС.

ПМ обеспечивает возможности настройки источника данных в составе данного модуля и управлять условиями процесса формирования проводимых измерений между объектами – НКА и наземными станциями.

Разработчик без изменений конфигурации ПМ может дорабатывать данный модуль в части используемых моделей неконтролируемых факторов, способов уточнения начальных условий, алгоритмов построения траекторий движения НКА, моделирования вращения Земли, количественного и качественного состава оцениваемого на борту вектора состояния НКА, процесса планирования, формирования, сбора, обработки и передачи измерений, проводимых между объектами.

зрения обеспечения Олной ИЗ важнейших, с точки гибкости И работоспособности ПМ, является иерархическая цепочка классов, реализующих методы численного интегрирования систем обыкновенных дифференциальных уравнений, поскольку экземпляры данных классов используются для получения траектории движения объекта в отсутствие апостериорных данных и настройка данного дерева классов в комплексе с моделями неконтролируемых факторов существенно влияет на итоговую вычислительную сложность бортовых алгоритмов.

В общем виде структуру основных классов ПМ можно представить нижеследующей схемой взаимодействия.

63





На схеме структуры показаны взаимосвязи между классами (экземплярами классов). Связи других компонент ПМ можно увидеть на приведенных далее рисунках данного раздела, выполненных в нотации, близкой к UML. Представленные далее диаграммы будут отображать связи между классами, разделяющиеся на два типа: наследование и использование.

Представим отдельно дерево численных методов. Их функцией является интегрирование уравнений движения КА, как для построения «истинной» траектории (в частности, для высокоорбитального сегмента), так и для опорной на борту НКА. Об этом было рассказано ранее. Ниже на рисунке приведены совмещенные диаграммы наследования-коллаборации численных методов ПМ и модели правых частей.



Рисунок 18. Численные методы.

Дерево математических моделей. Его назначением является описание движения космического аппарата через систему дифференциальных уравнений в аддитивных правых частей, включающих компоненты ускорений, виде обусловленных наличием возмущающих факторов. Данные факторы И описывающие их классы приведены в таблице

Таблица 1. Возмущающие факторы и имитирующие их классы.

Возмущающий фактор			Класс модели		
Ускорение	гравитационного	поля	CGravyPower, наследник CEGM2008		
Земли с учетом его нецентральности					

65

Притяжение	третьих	тел	(Луна,	CGravyPower	
Солнце)					
Солнечное да	вление			CLightPower,	наследник
				CLightPowerSimple	



Рисунок 19. Математические модели.

Пример коллаборации моделей и методов представлен на рисунке ниже.



Рисунок 20. Взаимодействие численных методов и математических моделей.

Ниже на рисунке представлена расширенная в части участвующих классов схема взаимодействия модели правых частей движения НКА с учетом широкого спектра неконтролируемых факторов.



Рисунок 21. Коллаборация класса реализации модели движения НКА на примере одной из полных моделей.



Рисунок 22. Коллаборация классов на примере наследника класса светового давления.

Дерево классов для использования в ПМ апостериорных эфемерид НКА представлено ниже.



Рисунок 23. Иерархия/коллаборация классов для поставки эфемерид НКА в сценарии ПМ.

Вспомогательный класс переводов между СК представлен ниже.

68



Рисунок 24. Вовлечение класса для перевода между СК.

Рассмотрим далее диаграммы взаимодействия классов, отвечающих за процессы прогноза и уточнения ПВЗ и эфемерид НКА.



Рисунок 25. Коллаборация классов модели взаимодействия между НКА и между НКА и наземными станциями.



Рисунок 26. Классы для оценки статистических характеристик прогноза эфемерид НКА.

### 3.3. Особенности применения ПМ в задаче проектирования бортового алгоритма

Так как предлагаемый алгоритм уточнения ПВЗ будет работать на бортовом компьютере НКА, вычислительные ресурсы которого весьма ограничены даже на новых платформах, таких как ГЛОНАСС-К2, то необходимо произвести оценку сложности расчета прототипа алгоритма на ЭВМ для оценки потребных вычислительных мощностей.

Стоит отметить тот факт, что оценка производилась для прототипа алгоритма, существенная работа по оптимизации которого с точки зрения сложности вычислений не производилась.

Оценка быстродействия проведена с учетом использования МНК и вычисления частных производных. При использовании ЧП после упрощения (16) и перехода тригонометрических функций к непосредственно от углам производительность процедур повысилась в разы. Теперь обработка занимает несколько мс (протестировано на процессоре с частотой 2000 MHz) и не сравнится с временем накопления измерений и передачи данных между НКА. Таким образом, для НКА, обладающего слабой производительностью бортовой ЭВМ с учетом загруженности ее другими задачами необходимо время на выполнение процедуры расчетов и формирования оценок < 1 ms. При использовании процессора аналогичной архитектуры x86 с тактовой частотой 200 MHz время выполнения операций МНК будет меньше 10 ms. Для более точного расчета возможностей по выполнению алгоритма на бортовой вычислительной машине ниже представлен пример расчета количества элементарных операций, необходимых для обработки 1000 измерений с помощью МНК (таблица 6):

ПРИМЕНОЕ КОЛИЧЕСТВО ОПЕРАЦИИ	*	+	ЗАПИСЬ
Вычисление 1 опорного измерения	4	2	1
Вычисление 1000 опорных измерений	4000	2000	1000
Вычисление частной производной 1	89	81	6
измерения			
Вычисление ЧП 1000 опорных измерений	89000	81000	6000
Вычисление транспонированной матрицы ЧП			6000
Н			
Перемножение матрицы ЧП Н и Нt	36000	36000	36
Вычисление обратной матрицы Ht*H	108	108	36
Оставшиеся умножения МНК (Ht*H)^-1*Ht	216000	216000	6000
Оставшиеся умножения МНК (Ht*H )^	6000	6000	6
1*Ht*dp			
Итого для 1000 измерений	351108	341108	19078

Таблица 2. Расчет количества арифметических операций на выполнение алгоритма.

Стоит отметить, что данная оценка не является окончательной, так как существует множество способов улучшения скорости работы алгоритмов на ЭВМ, например, применения рекуррентной оценки и факторизации. Однако данный вопрос является темой отдельного исследования и не входит в задачи данной работы.

## 3.4. Выводы по Главе 3.

- Создан программный макет (ПМ), предназначенный для исследования эффективности процессов прогнозирования и уточнения ПВЗ на борту НКА современных и перспективных ОГ. ПМ обеспечивает реализацию различных сценариев экспериментальных исследований, каждый из которых соответствует определенному варианту функционирования бортовых алгоритмов применительно к получению оценок ПВЗ, а также вспомогательные сценарии, необходимые для анализа возможности применения того или иного алгоритма, например, планирования сеансов измерений, исходя из условий видимости наземных станций.
- 2. Разработанный ПМ позволяет:

- модифицировать и производить отработку алгоритмов формирования бортового вектора прогнозируемых и уточненных ПВЗ ОГ ГЛОНАСС с получением статистических характеристик точности формируемых данных – оценок ПВЗ путем имитационного моделирования для различных конфигураций задействованных станций, их размещения, числа НКА и технических характеристик аппаратных средств.
- выполнять генерацию коэффициентов прогнозного полинома для последующего применения с целью закладки на борт НКА в составе формы специальной информации.
- производить на основе объектно-ориентированной децентрализованная архитектуре ПМ модернизацию как всего макета, так и отдельных его функциональных частей за счет добавления новых классов с перегружаемым содержимым, описывающим какой-либо метод или модель.
#### 4. ГЛАВА. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Настоящая глава посвящена анализу полученных результатов проведенного имитационного моделирования и разбита на подразделы, посвященные прогнозу и уточнению ПВЗ для высокоорбитальных и средневысотных НКА ГЛОНАСС.

#### 4.1. Анализ точности прогноза ПВЗ и формирование методики ее улучшения

#### 4.1.1. Исходные данные для исследования процессов прогнозирования ПВЗ

Для формирования оценок точностных характеристик прогнозирования ПВЗ на основе данных об их истинных значениях была проведена процедура многоступенчатого вычисления, включающая аппроксимацию значений ПВЗ, представленных в окончательных бюллетенях С04, путем обработки данных методом наименьших квадратов с последующим формированием оценок коэффициентов функций. Данная методика подробно описана во второй главе. Параметры проведенных вычислений, исходные данные представлены в таблице 7.

Таблица 3. Исходные данные для анализа точности прогнозирования ПВЗ.

Исходные данные	Диапазон значений
Объем обрабатываемых данных	Все бюллетени ИПА РАН,
	сформированные за период 10 лет (с
	2008 г. по начало 2019 г.)
Интервал прогнозирования (экстраполяции),	5, 10, 15, 20, 30, 60, 90
дней	
Длина интервала, на котором производится	30, 60, 90, 180, 365, 430, 730
аппроксимация оценок ПВЗ с использованием	
МНК	
Анализируемые характеристик получаемых	МО, СКО, максимальная ошибка,
оценок точности прогноза ПВЗ	минимальная ошибка, ошибка по
	уровню вероятности 0.95
Обрабатываемые МНК оценки ПВЗ, на основе	Окончательные значения хр, ур, dUT
которых формируются полиномы (1.2)	
Применяемые полиномы	Бортовой, линейный, NGA

#### 4.1.2. Результаты моделирования процессов прогнозирования ПВЗ

Решим задачу определения статистических характеристик погрешности прогнозирования ПВЗ при различных длительностях интервала прогноза с использованием различных моделей прогноза в соответствии с изложенной ранее

постановкой задачи и особенностью реализации разработанных процедур в составе технологии прогнозирования ПВЗ. Иными словами, проведем сравнение и представим ниже результаты, полученные при использовании модели бортовой, полиномиальной, а также результаты, полученные для бортовой модели ПВЗ ГЛОНАСС с учетом реализации методики улучшения точности.

Ниже представлены результаты прогнозирования ПВЗ с использованием базовой полиномиальной модели и проведено сравнение их с канонической моделью NGA. Исследование проведено на отрезке 2008-2019 г.г. Результаты собраны в таблице 8.

Забегая вперед, заметим, что наилучшие результаты достигаются для разных моделей в зависимости от различных интервалов аппроксимации, предсказываемого параметра вращения Земли и выбранной длины отрезка прогнозирования (зеленым цветом в таблице выделаны лучшие комбинации).

Тип	Интервал	Параметр	Ошибки про	огнозирования	н (mas для <i>x</i> <sub>p</sub>	и y <sub>p</sub> , ms для		
модели	аппрокси		DUT) по уровню 0,95 для различных дней прогноза					
	мации		20	30	60	90		
Бортовая	860	$x_p$	_ *	42.5 mas	55	66		
Бортовая	860	Уp	_	—	_	74		
Бортовая	860	DUT	_	—	102.5	115		
Бортовая	**	$x_p$	26 (~520)	34 (~520)	54 (770-	63 (770-		
					840)	800)		
Бортовая	**	Уp	17 (490-	23 (490-	48 (480-	70 (730)		
			510)	500)	520)			
Бортовая	**	DUT	12 (320-	15 (320-	27,5 (310-	40 (300-		
			350)	340)	320)	320)		
NGA	***	$x_p$	не исп.	39	54	62		
NGA	***	Уp	не исп.	не исп.	52	65,5		
NGA****	***	DUT	не исп.	15	27,5	40		
NGA	**	$x_p$	31,5 (~590)	38 (~610)	51,5	61,5 (~760)		
					(~710,			
					750-770,			
					810-850)			
NGA	**	Уp	22 (490-	30 (470-	51 (620-	65 (690)		
			500)	510)	660)			
NGA****	**	DUT	12 (310-	15 (310-	27,5 (310-	40 (300-		
			340)	340)	320)	320)		

Таблица 4. Результаты прогнозирования ПВЗ.

\* там, где «--», точность крайне неудовлетворительна

74

\*\* длины интервалов аппроксимации определялись путем подбора, их значения приведены рядом с результатами в скобках

\*\*\*значения интервалов были выбраны исходя из рекомендуемых как оптимальные ранее.

\*\*\*\* учитываем тот факт, что полином NGA для DUT используется в расчетах с четырьмя гармониками, а не двумя, как это рекомендуется с 2005 года в методике NGA.

Линейная аппроксимация дает следующие результаты, представленные в таблице 9.

Тип	Параметр	Ошибки прогнозирования (mas для <i>x<sub>p</sub></i> и y <sub>p</sub> , ms для DUT) по уровню 0.95 для различных дней прогноза							
модели		5	$\begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $						
Линейная	$x_p$	5 (~2)	11,5 (2-	17 (7-10)	23,75 (7-	39,5 (5-			
			8)		11)	11)			
Линейная	Уp	3,5 (~2)	7,75 (3-	12 (3-8)	17 (4-8)	30 (4-6)			
			7)						
Линейная	DUT	3,2 (~2)	6,6 (12-	9,3 (18-	12 (15-	18,7 (15-			
			16)	23)	22)	22)			

Таблица 5. Результаты линейной аппроксимации.

Далее проведем анализ зависимостей, построенных с использованием программного макета, на основе которых были сформированы данные Таблиц 8, 9. Для начала рассмотрим результаты, полученные путем аппроксимации полной гармонической функцией. Начнем с анализа динамики ошибок Хр.





На рисунке 26 заметно, что характер результатов, получаемых с использованием различных моделей, схож, при этом линия прогноза NGA идет ниже (т.е. с меньшей ошибкой) линии бортовой модели, предоставляя выигрыш в точности в несколько mas. При этом зоны глобальных минимумов получаемых ошибок прогноза весьма близки, хоть и смещены друг относительно друга.



Рисунок 28. Прогнозирование на 30 дней.

На представленных на рисунке 27 зависимостях заметно, что характер получаемых линий прогноза для различных моделей схож лишь на узком отрезке,

а далее (при расширении отрезка) идет расхождение. В зависимости от того, какой используется интервал аппроксимации, более точные результаты может демонстрировать разная модель. Тем не менее, при подборе наилучшего в смысле получаемой точности прогноза интервала именно для 30 дней прогноза в отличие от 60/90 дней бортовая модель демонстрирует обнадеживающие в смысле точности результаты.



#### Рисунок 29. Прогнозирование на 20 дней.

Для интервала прогнозирования 20 дней бортовая модель дает результаты точнее модели NGA, однако достигаются они на достаточно узком отрезке, демонстрируя ярко выраженный глобальный минимум в одной точке, с высоким значением градиента изменения точности в худшую сторону. NGA полином при этом более стабилен. В целом при выборе длины интервала, например, 450-600 дней можно рассчитывать на точность не хуже 32.5 mas, а при подборе вплоть до 26 mas.

Далее рассмотрим динамику ошибок Үр.



Рисунок 30. Прогнозирование ур на 60 и на 90 дней

Заметно (рисунок 29), что для 90 дней прогноза NGA модель показывает лучшие результаты, а на 60 днях в целом наблюдается паритет с небольшим преимуществом бортовой модели в отдельной зоне интервала аппроксимации. При этом, в отличие от 90 дней, где характер кривых схож и имеет близкие по оси абсцисс точки экстремумов, при 60 дней оптимальные интервалы разных моделей имеют существенный разброс.



Рисунок 31. Прогнозирование на 20 и на 30 дней.

Зависимости прогноза ур на 20 и 30 дней (рисунок 30) весьма схожи и напоминают картину прогноза на 60 дней. Бортовая модель получает преимущество в узкой зоне диапазона длин интервала аппроксимации.

Рассмотрим далее динамику ошибок DUT. Анализ полученных результатов показывает, что, несмотря на различия в моделях, все полученные зависимости ошибок прогноза весьма близки и практически в точности повторяют друг друга



Рисунок 32. Прогнозирование DUT на 60 и на 90 дней.



Рисунок 33. Прогнозирование DUT на 20 и на 30 дней.



Рисунок 34. Прогнозирование DUT на 15 дней.

Рассмотрим далее результаты использования линейной модели. Начнем с анализа динамики ошибок прогноза Хр и Үр.



Рисунок 35. Результаты использования линейных моделей хр и ур.





Заметно, что до 15 дней зависимости схожи. На 5 дней для достижения наилучшей точности прогноза необходим как можно меньший интервал линейной аппроксимации. На 10-15 дней наиболее подходящим является интервал в несколько дней. На более длительных интервалах, как, например, 20 дней, хр сильно меняет поведение, тогда как ур ведет себя полностью аналогично младшим таймфреймам и также прогнозируется на основе аппроксимации данных с нескольких дней.

Рассмотрим динамику ошибок прогноза DUT.



Рисунок 37. Результаты использования линейной модели DUT.

Заметно, что ошибка прогноза DUT ведет себя совсем иначе. Лишь прогнозирование до 5 дней требует выбора наикратчайшего интервала аппроксимации. Тогда как прогнозирование до 10 дней лучше получается при использовании полулунного интервала. Также вплоть до 30 дней этот цикл остается определяющим, как это показано на рисунке, где изображены прогнозы на 15, 20 и 30 дней. Единственное отличие 30 дней относительно остальных в более плохой точности прогноза, тогда как оптимальный интервал остается идентичный.



Рисунок 38. Результаты использования линейной модели DUT.



Рисунок 39. Результаты использования линейной модели DUT.

На рисунках 40-45 приведены распределения статистических характеристик ошибок прогноза (СКО, математическое ожидание, максимальная ошибка) при его длительности в 90 суток для ПВЗ.



Рисунок 40. Распределение максимальной ошибки и СКО ошибки прогноза хр.



Рисунок 41. Математическое ожидание ошибки хр.



Рисунок 42. Распределение максимальной ошибки и СКО ошибки прогноза ур.



Рисунок 43. Математическое ожидание ошибки ур.

84



Рисунок 44. Распределение максимальной ошибки и СКО ошибки прогноза dUT.



Рисунок 45. Математическое ожидание ошибки dUT.

#### 4.2. Моделирование процессов уточнения ПВЗ на борту НКА

### 4.2.1 Исходные данные экспериментальных исследований процессов уточнения ПВЗ

Для получения статистических характеристик уточнения ПВЗ на борту НКА в процессе его автономного функционирования были проведены эксперименты с использованием ПМ, состав и функциональные возможности которого были

85

описаны в главе 3. В процессе экспериментов варьировались следующие параметры:

- количество участвующих в сборе измерений НКА;

-длина мерного интервала обрабатываемых измерений;

-время экспериментов;

-частоты повторения сеансов сбора измерений;

– тип орбитальной группировки: ВКК/СВС/Совмещенная.

#### 4.2.2 Результаты моделирования

На рисунках 40 - 50 отражено изменение ошибок оценки ПВЗ на интервале их уточнения для НКА СВС.



Рисунок 46. Ошибки оценок ПВЗ при обработке измерений МНК, накопленных с использованием 1 НКА.



Рисунок 47. Ошибки оценок ПВЗ при обработке измерений МНК, накопленных с использованием 3 НКА.



Рисунок 48.Ошибки оценок ПВЗ при обработке измерений МНК, накопленных с использованием 6 НКА.

Приведенные зависимости демонстрируют, что для высокоточной оценки ПВЗ (с ошибкой в единицы mas) одного НКА недостаточно, что обусловлено недостаточной «наблюдаемостью» ПВЗ при использовании одного НКА и этот факт обсуждался выше в разделе со смысловым описанием ЧП. Кроме того, приведенные зависимости показывают, что увеличение количества НКА с 3 до 6 приводит к улучшению точности оценок, что обусловлено различной динамикой значений частных производных и условий видимости НКА, приводящих к дальнейшему улучшению «наблюдаемости» ПВЗ и росту поправок к опорным значениям ПВЗ, получаемых в результате работы МНК, а также уменьшению влияния ошибок измерений на результаты обработки измерений. Кроме того, увеличение количества задействованных НКА способствует повышению точности оценок в том числе за счет роста количества измерений на интервале, для которого динамикой (эволюцией) ПВЗ еще можно пренебрегать, считая их константами.

Рассмотрим влияние размера выборки обрабатываемых измерений дальностей до наземных станций на формирование оценок ПВЗ.



200 измерений: Ошибки оценок высоки.

#### Рисунок 49. Ошибки оценок ПВЗ при обработке МНК серий из 200 измерений.

Ошибки оценок снизились на порядок в сравнении с ошибками в случае использования выборки из 200 измерений, но по-прежнему высоки:



Рисунок 50. Ошибки оценок ПВЗ при обработке МНК серий из 500 измерений.

Ошибки оценок ПВЗ снизились до приемлемого уровня (несколько mas).



Рисунок 51. Ошибки оценок ПВЗ при обработке МНК серий из 1000 измерений.

Улучшения точности в сравнении с выборкой из 1000 измерений не произошло.



Рисунок 52. Ошибки оценок ПВЗ при обработке МНК серий из 2000 измерений. Произошло некоторое ухудшение точности в сравнении с 2000 измерений, обусловленное запаздыванием проведения оценок в силу того факта, что динамика ПВЗ в период накопления измерений только по трем НКА оказалась значительной, а значит – вопрос выбора количества измерений и количества задействованных НКА и станций в интересах достижения максимальной точности оценок – взаимосвязанный.



Рисунок 53. Ошибки оценок ПВЗ при обработке МНК серий из 5000 измерений. Приведенные зависимости демонстрируют тот факт, что для успешного формирования высокоточных оценок ПВЗ (до единиц mas) необходимо накапливать некоторый объем выборки. В противном случае наличие ошибок измерений на малых размерах серий приведет к смещению получаемых оценок и погрешностям в работе алгоритмов. Кроме того, приведенные зависимости демонстрируют, что для повышения точности необходимо наращивать не только объем обрабатываемой разом выборки измерений, но и увеличивать количество работающих в цикле НКА, чтобы период накопления измерений был адекватен динамике ПВЗ в период накопления.

Проанализируем фактор влияния выбираемых наборов НКА, с помощью которых проводятся измерения дальностей до наземных станций, на формирование оценок ПВЗ.



Рисунок 54. Ошибки оценок ПВЗ при использовании набора НКА с №16 по №21.



## Рисунок 55. Ошибки оценок ПВЗ при использовании НКА №6, №7, №13, №14, №20, №21.

Повторение эксперимента с НКА под номерами 16-21; измерения накоплены с учетом планирования сеансов по значениям частных производных.



## Рисунок 56. Ошибки оценок ПВЗ при использовании НКА с №16 по №21 с учетом планирования сеансов по значениям частных производных.

Зависимости показывают, что выбор НКА в созвездии влияет на итоговый результат и точность получаемых оценок. При этом, выбор более «разнообразного» созвездия (когда несколько НКА в различных орбитальных плоскостях) может способствовать лучшей «наблюдаемости» ПВЗ, но без предварительного расчета значений ЧП и подбора условий сеанса этого может не случиться.

Обсудим далее вклад ПВЗ в ЭППД и получаемые ошибки ЭППД , соответствующие приведенным выше зависимостям ошибок оценок ПВЗ. Для пересчета ошибок ПВЗ в ЭППД было использовано соотношение (3).

Начнем рассмотрение сразу с приемлемых условий для получения требуемых значений фактической ошибки ЭППД, вызванной погрешностями в определении ПВЗ. То есть, отбросим эксперименты, в которых ошибка измерений ПВЗ измерялась не единицами mas.



Рисунок 57. ЭППД (хр, ур, dUT) при обработке 1000 измерений МНК, накопленных с использованием 1 НКА.



Рисунок 58. ЭППД при обработке 1000 измерений МНК, накопленных с использованием 1 НКА.

Зависимости показывают, что ЭППД за счет ошибок ПВЗ в целом удовлетворяет требованиям, с вероятностью 0.95 ошибка не превышает 0.2 м.





Рисунок 59. ЭППД (хр, ур, dUT) при обработке 500 измерений МНК, накопленных с использованием 3 НКА.



## Рисунок 60. Общая ЭППД при обработке 500 измерений МНК, накопленных с использованием 3 НКА.

Зависимости показывают, что ЭППД в целом удовлетворяет требованиям, с вероятностью 0.95 ошибка не превышает 0.25 м. При 1000 измерений и той же вероятности ошибка не превышает 0.12 м.

6 НКА, 1000 измерений, измерения подобраны в планируемом сеансе.



## Рисунок 61. ЭППД (хр, ур, dUT) при обработке 1000 измерений МНК, накопленных с использованием 6 НКА.

Заметно, что наибольший вклад в ЭППД вносит неравномерность вращения Земли в силу высокой динамики изменения данного параметра во времени (в день до нескольких mas с учетом пересчета задержки в поворот).



## Рисунок 62. Общая ЭППД при обработке 1000 измерений МНК, накопленных с использованием 6 НКА.

Зависимости показывают, что ЭППД мала, с вероятностью 0.95 ошибка не превышает 0.05 м.

Необходимо отметить, что в целом результаты показали сходимость МНК при обработке измерений, зашумленных случайными и систематическими ошибками. При этом, в силу продемонстрированной сходимости (см. рис) метода, выполняемого с определенной регулярностью, можно констатировать тот факт, что

95

продолжительность эксперимента в целом не влияет на статистические характеристик получаемых оценок ПВЗ и ЭППД. Таким образом, значения статистических характеристик результатов процесса оценивания ПВЗ, а именно: математическое ожидание, СКО, минимальное, максимальное значение, значение по уровню вероятности 0,95 получились близкими для экспериментов с различной длительностью: 5, 10, 15, 20, 30, 60 и 90 сут. В связи с этим фактом ниже будут приводиться обобщенные таблицы (7.1 – 7.7) обсуждаемых статистических характеристик получаемых оценок.

Размеры в mas

			Значение по		
			уровню		
			вероятности	Минимальное	Максимальное
	MO	СКО	0,95	значение	значение
HKA №1, №9, №17;					
200 измерений	-1,88	20,64	41,28	0,00	-193,78
HKA №1, №9, №17;					
500 измерений	-0,07	4,29	8,57	0,00	-26,82
HKA №1, №9, №17;					
1000 измерений	-0,28	1,71	3,42	0,00	-13,91
HKA №1, №9, №17;					
2000 измерений	-0,22	1,08	2,15	0,00	-9,88
HKA №1, №9, №17;					
5000 измерений	-0,16	0,95	1,90	0,00	-5,18
HKA №1, №9, №17;					
10000 измерений	-0,07	1,21	2,41	0,00	-3,58
HKA №6, №7, №13,					
№14, №20, №21;					
1000 измерений	-0,05	1,06	2,13	0,00	7,30
HKA №16, №17,					
№18, №19, №20,					
№21;					
1000 измерений	-0,03	0,92	1,83	0,00	5,56
HKA №16, №17,					
№18, №19, №20,					
№21;					
2000 измерений	-0,02	0,54	1,09	0,00	3,26
HKA №18;					
100 измерений	1,12	49,89	99,78	0,00	546,54
НКА №18;					
1000 измерений	0,01	2,00	4,01	0,00	-9,11
НКА №18;					
2000 измерений	0,00	1,98	3,96	0,00	-9,54

Таблица 6. Статистические характеристики ошибок dxp.

			Значение по		
			уровню		
			вероятности	Минимальное	Максимальное
	MO	СКО	0,95	значение	значение
HKA №1, №9, №17;	-0,89	17,04	34,09	0,00	152,16
200 измерений					
HKA №1, №9, №17;	-0,02	3,25	6,50	0,00	28,01
500 измерений					
HKA №1, №9, №17;	-0,26	1,10	2,20	0,00	-8,64
1000 измерений					
HKA №1, №9, №17;	-0,29	0,36	0,60	1,20	-4,17
2000 измерений					
HKA №1, №9, №17;	-0,34	0,57	1,14	0,00	-3,36
5000 измерений					
HKA №1, №9, №17;	-0,61	1,02	2,04	0,00	-4,16
10000 измерений					
HKA №6, №7, №13, №14,	0,05	0,90	1,80	0,00	7,53
№20, №21;					
1000 измерений					
HKA №16, №17, №18,	-0,04	0,83	1,66	0,00	-6,36
№19, №20, №21;					
1000 измерений					
HKA №16, №17, №18,	-0,05	0,54	1,07	0,00	4,18
№19, №20, №21;					
2000 измерений					
НКА №18;	0,22	42,27	84,54	0,00	353,48
100 измерений					
НКА №18;	-0,22	1,51	3,02	0,00	8,16
1000 измерений					
НКА №18;	-0,10	1,32	2,65	0,00	-6,21
2000 измерений					

Таблица 7. Статистические характеристики ошибок dyp.

#### Таблица 8. Статистические характеристики ошибок ddUT.

			Значение по		
			уровню		
			вероятности	Минимальное	Максимальное
	MO	СКО	0,95	значение	значение
HKA №1, №9, №17;					
200 измерений	0,670933	10,05578	20,11157	0,000048	-97,9249
HKA №1, №9, №17;					
500 измерений	1,926427	3,18779	6,375579	0,000248	27,03794
HKA №1, №9, №17;					
1000 измерений	2,465226	2,676177	5,352354	0,000023	12,7634
HKA №1, №9, №17;					
2000 измерений	3,214706	2,553852	5,107704	0,000483	11,52661

HKA №1, №9, №17;					
5000 измерений	5,241741	2,824465	5,64893	0,002183	14,8686
HKA №1, №9, №17;					
10000 измерений	10,21851	4,420613	8,841226	0,322678	27,47171
HKA №6, №7, №13,					
№14, №20, №21;					
1000 измерений	0,977328	2,03919	4,078379	0,00001	18,11972
HKA №16, №17, №18,					
№19, №20, №21;					
1000 измерений	0,696093	1,520115	3,04023	0,000102	-12,9095
HKA №16, №17, №18,					
№19, №20, №21;					
2000 измерений	1,331588	1,231673	2,463347	0,000129	7,813119
HKA №18;					
100 измерений	3,914267	48,07332	96,14663	0,001742	-795,242
HKA №18;					
1000 измерений	4,876244	4,533216	9,066432	0,000165	25,34177
HKA №18;					
2000 измерений	7,724507	5,391614	10,78323	0,001488	31,40323

### Таблица 9. Статистические характеристики ЭППД (хр).

			Значение по		
			уровню		
			вероятности	Минимальное	Максимальное
	MO	СКО	0,95	значение	значение
HKA №1, №9, №17;					
200 измерений	-0,045	0,495	0,991	0,000	-4,651
HKA №1, №9, №17;					
500 измерений	-0,002	0,103	0,206	0,000	-0,644
HKA №1, №9, №17;					
1000 измерений	-0,007	0,041	0,082	0,000	-0,334
HKA №1, №9, №17;					
2000 измерений	-0,005	0,026	0,052	0,000	-0,237
HKA №1, №9, №17;					
5000 измерений	-0,004	0,023	0,046	0,000	-0,124
HKA №1, №9, №17;					
10000 измерений	-0,002	0,029	0,058	0,000	-0,086
HKA №6, №7, №13,					
№14, №20, №21;					
1000 измерений	-0,001	0,026	0,051	0,000	0,175
HKA №16, №17, №18,					
№19, №20, №21;					
1000 измерений	-0,001	0,022	0,044	0,000	0,133
HKA №16, №17, №18,					
№19, №20, №21;					
2000 измерений	-0,001	0,013	0,026	0,000	0,078
HKA №18;					
100 измерений	0,027	1,197	2,395	0,000	13,117

НКА №18;					
1000 измерений	0,000	0,048	0,096	0,000	-0,219
HKA №18;					
2000 измерений	0,000	0,047	0,095	0,000	-0,229

### Таблица 10. Статистические характеристики ЭППД (ур).

			Значение по		
			уровню		
			вероятности	Минимальное	Максимальное
	MO	СКО	0,95	значение	значение
HKA №1, №9, №17;					
200 измерений	-0,021	0,409	0,818	0,000	3,652
HKA №1, №9, №17;					
500 измерений	0,000	0,078	0,156	0,000	0,672
HKA №1, №9, №17;					
1000 измерений	-0,006	0,026	0,053	0,000	-0,207
HKA №1, №9, №17;					
2000 измерений	-0,007	0,014	0,029	0,000	-0,100
HKA №1, №9, №17;					
5000 измерений	-0,008	0,014	0,027	0,000	-0,081
HKA №1, №9, №17;					
10000 измерений	-0,015	0,024	0,049	0,000	-0,100
HKA №6, №7, №13,					
№14, №20, №21;					
1000 измерений	0,001	0,022	0,043	0,000	0,181
HKA №16, №17, №18,					
№19, №20, №21;					
1000 измерений	-0,001	0,020	0,040	0,000	-0,153
HKA №16, №17, №18,					
№19, №20, №21;					
2000 измерений	-0,001	0,013	0,026	0,000	0,100
НКА №18;					
100 измерений	0,005	1,014	2,029	0,000	8,483
НКА №18;					
1000 измерений	-0,005	0,036	0,072	0,000	0,196
НКА №18;					
2000 измерений	-0,002	0,032	0,064	0,000	-0,149

Размеры в mas

### Таблица 11. Статистические характеристики ЭППД (dUT).

			Значение по		
			уровню		
			вероятности	Минимальное	Максимальное
	MO	СКО	0,95	значение	значение
HKA №1, №9, №17;					
200 измерений	0,016	0,241	0,483	0,000	-2,350
HKA №1, №9, №17;					
500 измерений	0,046	0,077	0,153	0,000	0,649

99

HKA №1, №9, №17;					
1000 измерений	0,059	0,064	0,128	0,000	0,306
HKA №1, №9, №17;					
2000 измерений	0,077	0,061	0,123	0,000	0,277
HKA №1, №9, №17;					
5000 измерений	0,126	0,068	0,136	0,000	0,357
HKA №1, №9, №17;					
10000 измерений	0,245	0,106	0,212	0,008	0,659
HKA №6, №7, №13,					
№14, №20, №21;					
1000 измерений	0,023	0,049	0,098	0,000	0,435
HKA №16, №17, №18,					
№19, №20, №21;					
1000 измерений	0,017	0,036	0,073	0,000	-0,310
HKA №16, №17, №18,					
№19, №20, №21;					
2000 измерений	0,032	0,030	0,059	0,000	0,188
НКА №18;					
100 измерений	0,094	1,154	2,308	0,000	-19,086
НКА №18;					
1000 измерений	0,117	0,109	0,218	0,000	0,608
НКА №18;					
2000 измерений	0,185	0,129	0,259	0,000	0,754

	Таблица	12.	Статистические	характеристики	общей	ЭППД з	за счет	погрешности
ПВЗ.								

			Значение по		
			уровню		
			вероятности	Минимальное	Максимальное
	MO	СКО	0,95	значение	значение
HKA №1, №9, №17;					
200 измерений	0,338	0,600	1,199	0,002	5,958
HKA №1, №9, №17;					
500 измерений	0,106	0,116	0,231	0,001	1,019
HKA №1, №9, №17;					
1000 измерений	0,080	0,061	0,123	0,002	0,388
HKA №1, №9, №17;					
2000 измерений	0,085	0,059	0,117	0,001	0,320
HKA №1, №9, №17;					
5000 измерений	0,130	0,066	0,132	0,008	0,359
HKA №1, №9, №17;					
10000 измерений	0,249	0,105	0,210	0,023	0,660
HKA №6, №7, №13,					
№14, №20, №21;					
1000 измерений	0,045	0,045	0,091	0,001	0,475
HKA №16, №17, №18,					
№19, №20, №21;					
1000 измерений	0,037	0,034	0,068	0,001	0,341

HKA №16, №17, №18,					
№19, №20, №21;					
2000 измерений	0,039	0,027	0,053	0,001	0,205
HKA №18;					
100 измерений	1,183	1,550	3,101	0,003	22,188
HKA №18;					
1000 измерений	0,141	0,096	0,192	0,003	0,619
HKA №18;					
2000 измерений	0,197	0,124	0,248	0,008	0,790

## Выводы по результатам оптимизации рекомендуемой длительности мерного интервала накопления и обработки измерений

Анализ приведенных результатов показывает, что оптимальная длина мерного интервала, используемого для определения ПВЗ на основе получаемых измерений дальностей НКА – наземная станция при прочих равных условиях и параметрах случайных ошибок зависит от двух факторов: динамика истинных ПВЗ, динамика накопления измерений. Первый фактор исследован в рамках обсуждаемой работы и показано, что в течение дня скорость изменения ПВЗ может составлять до нескольких mas, что не критично с точки зрения итоговой погрешности ЭППД в случае, если по итогам дня проводить оценку эволюции ПВЗ. Второй фактор, исходя из результатов отработки процедур, осуществляющих обработку измерений и оценку эволюции ПВЗ, зависит от количества вовлеченных в сеансы измерений НКА и соответствующей способности накопить необходимое количество измерений, число которых должно быть не менее 500, а лучше до 1000. Таким образом, длина интервала определяется количеством НКА, которые способны получать и обрабатывать измерения, ЧП которых по ПВЗ имеют значимый вес, и может варьироваться от нескольких часов до суток. Кроме того, немаловажным фактором является доступность наземных станций их размещение и возможность задействования МРЛ для реализации соответствующих процедур.

В отсутствие возможности обмена данными и проведения регулярных сеансов измерений с накоплением их значительного массива допускается проведение оценки ПВЗ не как констант, а как линейных зависимостей, что обусловлено уходом истинных значений ПВЗ за период накопления измерений и накопления соответствующих погрешностей в результате обработки МНК. Как показали эксперименты, при оценке 6 компонент вектора состояния вместо 3 сходимость процесса оценивания гораздо хуже и требует значительно большего количества измерений. Пример данной зависимости приведен на рисунке ниже. Удовлетворительные результаты в части точности оценок скорости суточной эволюции ПВЗ получаются при использовании выборки более 15 тыс. измерений.



Рисунок 63. Ошибки оценок би компонент вектора ПВЗ при обработке различного количества измерений МНК.

## Выводы по результатам оптимизации рекомендуемой длительности и частоты сеансов взаимных измерений со станциями наземной сети

Анализ приведенных в предыдущем подразделе результатов и анализ длительности мерного интервала, используемого для определения ПВЗ на основе получаемых измерений дальностей НКА – наземная станция, показывает, что длительность и частота сеансов взаимных измерений определяется возможностями обмена накопленными измерениями между НКА и количеством измерений, проведенным за один сеанс. При условии возможности обмена между НКА информацией об измерениях длительность сеанса сокращается кратно количеству участвующих в накоплении измерений НКА. При этом, как показали результаты обработки значительного массива измерений (более 1000) с помощью только одного НКА, сходимость МНК обеспечивается и ошибки ПВЗ при этом и соответствующая им ЭППД удерживаются на уровне 1 м в течение недели и доходит максимум до 14 метров за 3 месяца автономной работы. При этом для частоты измерения 1/15 Гц интервал накопления становится около 4 часов, что вполне реализуемо в условиях «наблюдаемости» ПВЗ по ЧП со стороны НКА. При использовании N аппаратов и обмена данными достаточное время накопления становится 4/N часов (если орбиты проходят так, что ЧП отличны от нуля). Возможность обмена данными позволяет выбрать интервалы с максимальным вкладом ПВЗ в измерения и менять номера НКА, накопив достаточно быстро 500 измерений (которых с такими условиями, как было показано выше, достаточно для определения ПВЗ в соответствии с требованиями получения околомаксимальной точности). Длительность накопления при этом при параллельной работе N КА может составлять около 500 измерений\*15 секунд на измерение/N КА, то есть ~2 часа/N НКА (при 4 НКА это 30 минут).

В отсутствие возможности обмена данными по сформированным измерениями накопление должно происходить поочерёдно с одновременной обработкой всех измерений на борту данного НКА и передачей сформированных оценок на борту других НКА.

Частота сеансов, как показали исследования, при условии успешно проведенной предыдущей итерации по оценке ПВЗ с достаточным количеством измерений, даже в наихудшем случае не превышает одного раза в сутки (определяется динамикой эволюции ПВЗ). В таком случае эволюция опорных ПВЗ соответствует их фактическому изменению. Пример на рисунках ниже:



Рисунок 64. Динамика опорного (определяемого МНК) и фактического значения хр.



Рисунок 65. Динамика опорного (определяемого МНК) и фактического значения ур.



Рисунок 66. Динамика опорного (определяемого МНК) и фактического значения dUT.

## Результаты анализа и оптимизации рекомендуемой и допустимой (для обеспечения требований к ЭППД) периодичности определения ПВЗ

Анализ приведенных результатов показывает, что в зависимости от характеристик и возможностей НКА допустимы несколько различных вариантов конфигурации циклограмм определения ПВЗ.

Оптимистичная конфигурация предполагает задействование нескольких НКА, быстрое накопление значительных массивов измерений (до 2000 измерений) и их одновременную обработку, позволяющую удержать ЭППД меньше 10 см (с вероятностью 0.95) и осуществлять выполнение вычислительных процедур раз в два-три дня.

Пессимистичная конфигурация основана на ежесуточном использовании любого НКА для длительного накопления измерений с последующей обработкой и передачей полученных оценок на другие НКА, результатом которой является ошибка в ЭППД порядка 20-30 см (с вероятностью 0.95).

Допустимая (для обеспечения требований к ЭППД) периодичность определения ПВЗ для варианта оценки трех компонент ПВЗ составляет до двух суток.

Зависимость погрешности уточненных ПВЗ от количества и мест размещения станций из состава наземной сети с указанием наихудшей и наилучшей комбинаций

Проведенные исследования показывают, что, несмотря на сильные расхождения в значениях ЧП при проведении измерений дальностей до различных станций, так или иначе при накоплении значительного массива измерений (более 500 штук) размещение станций в меньшей степени влияет на получаемую точность оценок ПВЗ (при условии, разумеется, что значения ЧП в определенные отрезки времени отличны от нуля, в противном случае оцениваемые параметры становятся не «наблюдаемы» в экспериментах с данной станцией). Ниже приведен график зависимости ЭППД от выбора одной станции, по которой проводятся сеансы измерений.



### Рисунок 67. Значение ЭППД по каждому ПВЗ и в целом для всех в зависимости от выбора используемой станции НСКУ-Н БАМИ.

Заметно, что существенного выигрыша в определении какого-либо из ПВЗ и соответствующего снижения ЭППД не достигается, тем не менее разница составляет до 25%, что стоит принять во внимание. Разница была бы еще больше при размещении станции ближе к полюсу или экваториальным осям земной системы координат, так как в таком случае наблюдаемость компонент вектора ПВЗ становится более раздельной.

Наилучшей комбинацией станций будет комбинация из трех станций, каждая из которых дает в определенные интервалы времени максимальные значения ЧП по одной компоненте вектора ПВЗ при минимальных в тоже время значениях ЧП по другим компонентам вектора ПВЗ. При этом, необходимо отметить, что полностью исключить корреляцию ПВЗ нельзя.

Наихудшей комбинацией будет сосредоточение станций в одном месте, так как при этом будут проблемы как с взаимной корреляцией оценок ПВЗ, выдаваемых МНК и есть риск получения «ложного» решения при минимальных невязках опорных и фактических измерений, а также возникают проблемы планирования сеансов измерений и составления циклограммы сеансов измерений различных НКА.

Тем не менее, необходимо отметить, что размещение станций группой в некоторых точках земной поверхности приведет к значительным ошибкам определения ПВЗ при отсутствии должной организации сеансов и обработки массивов измерений. Так, например, размещение в точке пересечения экватора нулевого меридиана или меридиана 90 градусов восточной или западной долготы приведет к тому, что соответствующее изменение одной из компонент вектора перемещения полюса станет ненаблюдаемым, а размещение на широтах, близких к 90 градусам приведет к невозможности определения поправки к Всемирному времени.

# Зависимость ТХ уточненных ПВЗ от ТХ измерений КА по сигналу станции и станции по сигналу КА, а также от погрешностей эфемерид НКА

Проведенные исследования, при которых варьировались ошибки измерений, показали, что в целом данный фактор оказывает некоторое влияние на получаемые ТХ оценок ПВЗ.

Так, например, типичный сеанс при СКО 0.1 м ошибки измерений позволяет получить следующие оценки ПВЗ:

107



Рисунок 68.Ошибки оценок ПВЗ при обработке 2000 измерений МНК, накопленных с использованием 6 НКА.



Рисунок 69. Общая ЭППД при обработке 2000 измерений МНК, накопленных с использованием 6 НКА.

С вероятностью 0.95 ЭППД не превышает 7.2 см.

Так, например, типичный сеанс при СКО 0.2 м ошибки измерений позволяет получить следующие оценки ПВЗ:


Рисунок 70. Ошибки оценок ПВЗ при обработке 2000 измерений МНК, накопленных с использованием 6 НКА.



## Рисунок 71. Общая ЭППД при обработке 2000 измерений МНК, накопленных с использованием 6 НКА.

С вероятностью 0.95 ЭППД не превышает 9 см.

Так, например, типичный сеанс при СКО 0.5 м ошибки измерений позволяет получить следующие оценки ПВЗ:



Рисунок 72. Ошибки оценок ПВЗ при обработке 2000 измерений МНК, накопленных с использованием 6 НКА.



# Рисунок 73. Общая ЭППД при обработке 2000 измерений МНК, накопленных с использованием 6 НКА.

С вероятностью 0.95 ЭППД не превышает 18 см.

Ошибки измерений оказывают влияние на точность получаемых оценок ПВЗ и соответствующую им ЭППД, однако, как показало эксперименты, парировать данный эффект можно увеличением количества измерений. Так, например, при обработке 4 000 измерений вместо 2 000 ЭППД становится следующего вида:



Рисунок 74. Общая ЭППД при обработке 2000 измерений МНК, накопленных с использованием 6 НКА.

С вероятностью 0.95 ЭППД в данном случае с увеличенным количеством измерений снижается с 18 до 11 см.

Итоговая зависимость ЭППД от СКО случайных ошибок измерений представлена на рисунке ниже.



Рисунок 75. Зависимость ЭППД при обработке 2000 измерений МНК, накопленных с использованием 6 НКА, от СКО случайных ошибок измерений.

Ошибки эфемерид также влияют на точность получаемых оценок ПВЗ, ухудшая ее. Эксперименты, в которых моделировались ошибки эфемерид, показали, что, во-первых, их добавление приводит к деградации точности оценок ПВЗ. Для того, чтобы понять масштаб их влияния, рассмотрим для начала использование в экспериментах постоянных значений ошибок эфемерид НКА, разыгрываемых случайным образом в интервале от 0 до 20 м. Даже при максимальном значении ошибки по компонентам каждого из НКА ГЛОНАСС, участвующего в обработке измерений, ПВЗ оцениваются с требуемом уровнем точности (см. ниже). При этом необходимой процедурой для сохранения устойчивой выработки оценок является обнуление компонент оцениваемого вектора состояния в части согласующих ошибки эфемерид параметров при условии превышения их значений априорных ошибок эфемерид на порядок.



Рисунок 76. Общая ЭППД при обработке 1000 измерений МНК, накопленных с использованием 3 НКА с постоянными ошибками эфемерид НКА до 20 м, СКО ЭППД 0.3 м.

Возросшая относительно приведенных ранее результатов оценки ПВЗ ошибка парируется увеличением количества измерений (рис. ниже).



Рисунок 77. Общая ЭППД при обработке 2000 измерений МНК, накопленных с использованием 3 НКА с постоянными ошибками эфемерид НКА до 20 м, СКО ЭППД 0.11 м.

Для анализа влияния на процесс оценки ПВЗ эволюционирующих во времени ошибок эфемерид НКА были проведены эксперименты, в которых ошибки НКА возрастали по линейному закону. В результате нарастание ошибок эфемерид за период накопления измерений перед обработкой МНК, в котором ошибки эфемерид оцениваются как константы, со средней скоростью 0.1 см в день (здесь и далее под скорость ухода будем понимать проекцию каждой составляющей ошибок НКА по радиусу, нормали и вдоль орбиты на радиальное направление), дает либо расходящееся решение, либо решение с чрезмерно большими значениями ошибок. Так, при возрастании ошибок на 0.2 см в день их эволюция в периоды накопления измерений таким образом влияет на итоговые невязки, что ПВЗ становятся плохо «наблюдаемыми» в МНК и соответственно получаемые в результате его работы оценки расходятся.



Рисунок 78. Общая ЭППД при обработке 2000 измерений МНК, накопленных с использованием 3 НКА с эволюционирующими ошибками эфемерид НКА около 0.2 см в день.

Очевидно, что подобный уровень требований к величине ухода ошибок эфемерид труднодостижим. В связи с этим для парирования данной проблемы предлагается два подхода. Во-первых, допустимо уменьшение интервалов накопления измерений, в результате чего уход ошибок эфемерид будет минимальным и его влияние на процесс оценивания не будет приводить к расходимости алгоритма. Так, например, выглядит эволюция ЭППД при условии обработки не более 800 измерений МНК и оценки ошибок эфемерид как констант, скорость ухода которых составляет 1 см в день.



Рисунок 79. Общая ЭППД при обработке 800 измерений МНК, накопленных с использованием 3 НКА с эволюционирующими ошибками эфемерид НКА около 1 см в день.

Зависимость на рисунке выше показывает, что МНК сохраняет устойчивость, однако в силу ограниченной выборки измерений и неравномерных периодов их накопления (учитываются 3 НКА) появляются «выбросы» оценок. Данные выбросы легко детектируются путем сравнения с прогнозными значениями ПВЗ. В результате их можно убрать и зависимость приобретает следующий вид:



#### Рисунок 80. Общая ЭППД при обработке 800 измерений МНК, накопленных с использованием 3 НКА с эволюционирующими ошибками эфемерид НКА около 1 см в день, и устранении «выбросов» оценок.

Второй подход, призванный устранить проблему влияния ошибок эфемерид на результаты оценивания ПВЗ, заключается во внесении в матрицы частных производных параметров, согласующих фактическую эволюцию ошибок эфемерид НКА. Эксперименты показали, что, чем ближе представление при вычислении ЧП дальностей по компонентам ошибок эфемерид к реальной зависимости их ухода, тем точнее получаются оценки ПВЗ. Так, например, при использовании линейной зависимости ЧП дальности по компонентам ошибок эфемерид от времени с коэффициентом роста, отличным от нуля, процесс оценивания более стабилен:



#### Рисунок 81. Общая ЭППД при обработке 2000 измерений МНК, накопленных с использованием 3 НКА с учетом эволюции ошибок эфемерид НКА около 1 см в день, и использования в МНК модели их линейного ухода в зависимости от времени.

На рисунке 81 показано, что в процессе оценивания обеспечивается приемлемая величина ЭППД, однако спустя 30 дней эксперимента все-таки наступает момент расходимости МНК вследствие нарастания рассогласованности возросших ошибок эфемерид НКА относительно их представления в МНК. Чтобы устранить нарастание их рассогласования, коэффициенты тренда, учитываемого в ЧП, необходимо сделать по возможности ближе к фактическим, а не только отличными от нуля. В таком случае процесс оценивания ПВЗ будет устойчивым на длительных временных интервалах, например, как на рисунке 82.



Рисунок 82. Общая ЭППД при обработке 2000 измерений МНК, накопленных с использованием 3 НКА с эволюционирующими ошибками эфемерид НКА около 1 см в день, и учете их линейного ухода в зависимости от времени в МНК.

При уровне вероятности 0.95 ошибка составила 53 см.

Таким образом, в случае включения ошибок эфемерид НКА в оцениваемый вектор состояния при достаточном количестве измерений удается получить как оценки ПВЗ, так и частично оценки ошибок эфемерид в проекциях на вектора дальностей НКА – наземная станция при условии известного характера модели ухода ошибок эфемерид НКА.

Как показали результаты экспериментов, увеличение числа НКА с ошибками эфемерид, участвующих в процессе проведения измерений дальностей до станций и определения ПВЗ, уже не дает в отличие от описанных выше экспериментов явного преимущества с точки зрения скорости накопления выборки измерения, так как добавление каждого нового НКА помимо систематических и случайных ошибок измерений привносит также неопределённость в части трех неизвестных компонент ошибок эфемерид НКА, которые расширяют оцениваемый вектор состояния и затрудняют процесс сходимости МНК при идентичном размере выборки измерений.

### Уточнение ПВЗ для НКА типа ВКК

Ниже на рис.83-87 приведены результаты уточнения ПВЗ для НКА типа ВКК. Для уточнения использовалась полная группировка НКА ВКК.



Рисунок 83. Изменение эталонного хр и его оценки(обозначена синим).



Рисунок 84. Изменение эталонного ур и его оценки (обозначена синим).



Рисунок 85. Изменение эталонного dUT и его оценки (обозначена синим).



Рисунок 86. . Ошибка хр.



Рисунок 88. Ошибка dUT.

На рис. 89-91 приведены результаты совместного уточнения ПВЗ для НКА СВС и ВКК. Для уточнения использовалась полная группировка НКА ВКК и СВС.



Рисунок 89. Ошибка хр при совместном уточнении.



Рисунок 90. Ошибка ур при совместном уточнении.



Рисунок 91. Ошибка dUT при совместном уточнении.

- 4.3 Выводы по Главе 4.
  - Продемонстрирована возможность решения поставленных в настоящей работе задач путем использования предложенных алгоритмов прогнозирования и уточнения ПВЗ на борту современных и перспективных НКА ГЛОНАСС в рамках нового технологического цикла с учетом ограничений на число задействованных НКА, количество и местоположение станций, технических характеристик аппаратных средств.
  - Показано, что при использовании трех станций с рекомендуемыми местами размещений и трех НКА обеспечивается решение целевой задачи данной работы в автономном режиме.
  - 3. Показано, что на основе разработанных прототипов бортовых алгоритмов в составе программного макета обеспечивается прогнозирование и уточнение ПВЗ и, как следствие, ограничение роста ЭППД, обусловленного их ошибками, при отсутствии закладок эфемеридно-временной информации с наземного комплекса.
  - 4. На основе экспериментальных исследований осуществлена отработка предлагаемой методики улучшения точности прогнозирования ПВЗ

применительно к интервалу 20 лет, обеспечившей, независимо от условий прогнозирования, существенное (до 2х крат) улучшение точности формируемого с использованием предлагаемых алгоритмов прогнозных рядов ПВЗ в сравнении с традиционным подходом..

- 5. На основе экспериментальных исследований процессов уточнения **ПВ3** ΗКА на борту показана принципиальная возможность борту ΠB3 ошибкой В 5 mas (0,95)определения на С И соответствующей ЭППД в размере до 0.1 м (0,95) без загрузки данных с наземного комплекса управления при условии обмена данными внутри ОГ с привлечением независимых наземных станций.
- 6. С привлечением полиномов различного вида проведен анализ погрешности бортовой модели при прогнозировании ПВЗ и установлена зависимость точности прогнозирования от интервала аппроксимации и длины отрезка прогнозирования. В итоге показано, что:
  - на коротких интервалах (до 15 дней) прогнозирования более высокую точность (9 ms для DUT, 17 и 12 для x<sub>p</sub> и y<sub>p</sub> соответственно) дает использование линейной аппроксимации.
  - на интервале от 15 до 20 дней имеется некоторый паритет (для DUT в обоих случаях это 12 ms) между использованием линейной и полной полиномиальной моделями в части точности прогнозирования, однако с учетом простоты и надежности линейной модели все же она более предпочтительна.
  - На очень малых интервалах (до 5 дней) выигрыш в точности в размере 1-3 mas для полюса и 1 ms для DUT можно получить путем аппроксимации линейным трендом эволюции ПВЗ внутри дня.
  - Зависимости получаемых ошибок прогноза от длины интервала аппроксимации от модели к модели существенно (от 10 до 40%) различаются при прочих равных параметрах. Также наблюдается

различное их поведение и в зависимости от выбранного параметра вектора ПВЗ.

 Оптимальные интервалы аппроксимации применительно к моделям (NGA, бортовая ГЛОНАСС, линейная) различны (представлены в таблицах Таблица 13-Таблица 14).

Таблица 13. Характеристики прогноза ПВЗ для различных полиномов.

Тип	Пара	Ошибки прогнозирования (mas для $x_p$ и $y_p$ , ms для DUT) по уровню							
модели	метр	0,95 для различных дней прогноза							
		20	30	60	90				
Бортовая	$x_p$	26 (~520)	34 (~520)	54 (770-840)	63 (770-800)				
Бортовая	Уp	17 (490-510)	23 (490-500)	48 (480-520)	70 (730)				
Бортовая	DUT	12 (320-350)	15 (320-340)	27,5 (310-320)	40 (300-320)				
NGA	$x_p$	31,5 (~590)	38 (~610)	51,5 (~710, 750-	61,5 (~760)				
	-			770, 810-850)					
NGA	y <sub>p</sub>	22 (490-500)	30 (470-510)	51 (620-660)	65 (690)				
NGA	DUT	12 (310-340)	15 (310-340)	27,5 (310-320)	40 (300-320)				

Таблица 14 Характеристики прогноза ПВЗ для линейной функции.

Тип	Пара	Ошибки прогнозирования (mas для <i>x<sub>p</sub></i> и y <sub>p</sub> , ms для DUT) по уровню								
модели	метр	0,95 для различных дней прогноза								
		5	10	15	20	30				
Линейная	$x_p$	5 (~2)	11,5 (2-8)	17 (7-10)	23,75 (7-11)	39,5 (5-11)				
Линейная	Уp	3,5 (~2)	7,75 (3-7)	12 (3-8)	17 (4-8)	30 (4-6)				
Линейная	DUT	3,2 (~2)	6,6 (12-16)	9,3 (18-23)	12 (15-22)	18,7 (15-22)				

- Оптимальный диапазон интервала аппроксимации для какойлибо из выбранных моделей в целом остается постоянным применительно к различным историческим эпохам эволюции ПВЗ.
- Получены достижимые оценки точности определения ПВЗ при различных сценариях выполняемых процедур прогнозирования, которые составили для уровня доверительной вероятности 0,95 (табл. Таблица 13-Таблица 14).
- 8. Получены оценки точности ПВЗ, достигаемые при их оценке методом обработки дальностей до наземных станций на борту НКА в

зависимости от количества измерений, вовлекаемых станций и НКА, вида вектора состояния, ошибок измерений и ошибок эфемерид:

Ta	блина	15.	Точности	оценок	<b>ПВ3</b>	CBC	в за	висимости	от	кол-ва	изме	рений.
				0		~~~			~ -			

Вариант	xp 0.95, mas	yp 0.95, mas	dUT 0.95, ms
HKA №1, №9,	41,28	34,09	20,11157
№17;			
200 измерений			
HKA №1, №9,	8,57	6,50	6,375579
№17;			
500 измерений			
HKA №1, №9,	3,42	2,20	5,352354
№17;			
1000 измерений			
HKA №1, №9,	2,15	0,60	5,107704
№17;			
2000 измерений			
HKA №1, №9,	1,90	1,14	5,64893
№17;			
5000 измерений			
HKA №16, №17,	1,09	1,07	2,463347
№18, №19, №20,			
N <sub>2</sub> 21; 2000			
измерений			

 Сформированы требования и рекомендации к количеству и размещению наземных станций, количеству и орбитальным позициям НКА, участвующих в процессе уточнения, а также к сеансам работы бортовой аппаратуры.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенных исследований показана возможность совершенствования характеристик современных и перспективных дополнений ГЛОНАСС в части точностных характеристик, а именно: точности эфемерид и соответствующего им показателя SISRE, обусловленных величиной погрешности знания на борту НКА ГЛОНАСС параметров вращения Земли. Одновременно обоснована возможность получения высокоточного прогноза и оценки ПВЗ на борту НКА ГЛОНАСС в процессе нештатного функционирования без загрузки соответствующих данных с Земли.

Такие возможности реализуются путем создания соответствующих методик и процедур, предназначенных для использования на борту НКА использующих в качестве основных аппаратных средств – бортовой вычислитель и аппаратуру для проведения межспутниковых измерений, позволяющую получать запроснобеззапросные измерения с Земли, а также осуществлять обмен информацией между НКА по МРЛ. В настоящей работе сформирован состав соответствующих процедур (накопление измерений, обработка, передача по МРЛ), и определен состав необходимых моделей, алгоритмы обработки измерений на основе МНК, циклограммы функционирования, требования к техническим характеристикам аппаратных средств.

Решение представленной задачи оценки точности уточнения ПВЗ по МСИ осуществлено путем имитационного моделирования с использованием разработанного программного макета прототипа бортового алгоритма.

Научную новизну настоящей работы обуславливают следующие результаты.

- 1. Сформирован облик нового технологического цикла функционирования НКА, в составе которого реализованы процессы прогнозирования и уточнения ПВЗ.
- Показано, что с использованием предложенной методики улучшения точности прогнозирования, основанной на подборе оптимальных настроек сформированной процедуры, существенно (в 2 раза) может быть уменьшена

итоговая погрешность результата, а ЭППД за счет ПВЗ через 3 месяца составляет менее 14 м с вероятностью 0,95.

- 3. Показана концептуальная возможность получения оценок ПВЗ на борту НКА на основе функционирования бортовых аппаратных средств измерений и соответствующих численных алгоритмов без закладки данных с наземного комплекса управления.
- 4. Получены результаты анализа условий наблюдаемости оцениваемых ПВЗ в зависимости от условий проведения сеансов измерений и мест расположения станций и их влияния на точностные характеристики оценок.
- 5. Разработаны и предложены прототипы бортовых алгоритмов, циклограмм сеансов измерений, рекомендации по местам размещения станций и требования к аппаратным средствам, обеспечивающие решение поставленной задачи по повышению точностных характеристик ГЛОНАСС путем оценки ПВЗ с ошибкой не более первых единиц mas (0,95).

Прикладное значение полученных в данной работе результатов состоит в следующем:

- 1. Создан программный макет, предназначенный для исследования процессов прогнозирования и уточнения ПВЗ на борту НКА и анализа эффективности применяемых при этом методик и алгоритмов.
- Проведен анализ точностных характеристик результатов прогноза с применением используемой в ГЛОНАСС модели эволюции ПВЗ в сравнении с альтернативными вариантами.
- 3. Получены оптимальные в смысле достигаемой точности прогнозирования параметров вращения Земли наборы настроек процедуры прогнозирования, включающие длины интервалов аппроксимации и вид модели. Показано, что существует возможность путем такой настройки существенно улучшить точность прогноза ПВЗ и снизить за счет этого ЭППД.
- Показана принципиальная возможность и разработан прототип алгоритма, предназначенного для реализации на борту процессов оценивания ПВЗ на основе обработки дальностей до наземных станций.

- 5. Получены результаты оценки ПВЗ при различном составе и размещении наземных станций и сформированы рекомендации к их использованию в рабочих циклограммах НКА ГЛОНАСС.
- 6. Разработанные в процессе исследований алгоритмы отработаны с применением программного макета имитационного моделирования процессов функционирования НКА ГЛОНАСС и существующего и перспективного высокоорбитального сегментов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Гречкосеев А.К., Почукаев В.Н. Исследование задачи определения эфемерид ГЛОНАСС системы по межспутниковым измерениям на основе 2009. 34. орбитального кристалла // Tp. МАИ. № URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=8230 (дата обращения: 01.08.2024).
- Гречкосеев, А. К. Исследование наблюдаемости движения орбитальной группировки навигационной космической системы по межспутниковым измерениям дальности. Ч. 1 / А. К. Гречкосеев Известия Российской академии наук. Теория и системы управления Москва 2011 № 2 С. 116-130
- 3. Гречкосеев, А. К. Исследование наблюдаемости движения орбитального кристалла навигационной космической системы по межспутниковым измерениям дальности. Ч. 2 / А. К. Гречкосеев Известия Российской академии наук. Теория и системы управления Москва2011 № 3 С. 122-131
- Kalarus, M., Schuh, H., Kosek, W., Akyilmaz, O., Bizouard, C., Gambis, D., Gross, R., Jovanović, B., Kumakshev, S., Kutterer, H., Mendes Cerveira, P. J., Pasynok, S., & Zotov, L. (2010). Achievements of the Earth orientation parameters prediction comparison campaign. Journal of Geodesy, 84(10), 587–596, doi: 10.1007/s00190-010-0387-1
- 5. Красильщиков М.Н., Кружков Д.М., Мартынов Е.А., Марарескул Т.А., Муратов Д.С. Совершенствование процессов планирования межспутниковых измерений в интересах повышения точности эфемерид современного и перспективных орбитальных сегментов ГЛОНАСС // Известия РАН. Теория и системы управления №5, 2023, с. 147-159 (10 с.авт., №128, перечень ВАК МРБД от 31.12.2023, личный вклад заключается в представлении процедуры уточнения ПВЗ на борту НКА).
- 6. Красильщиков М.Н., Кружков Д.М., Мартынов Е.А., Прогнозирование параметров вращения Земли в задачах навигации с учетом феномена эволюции неравномерности вращения Земли // КОСМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, №4, 2021, с. 322-331(8 с.авт., №64, перечень ВАК МРБД от 31.12.2023, личный вклад автора заключается в представлении методов и алгоритмов прогнозирования ПВЗ).

- Козорез Д.А., Кружков Д.М., Кузнецов К.В., Мартынов Е.А. Исследование характеристик точности прогнозирования параметров вращения Земли с использованием метода наименьших квадратов // СТИН №11, 2021, с.19-23 (3 с.авт., №244, перечень ВАК МРБД от 31.12.2023, личный вклад автора заключается в личный вклад автора заключается в представлении результатов моделирования процесса уточнения ПВЗ на борту НКА).
- Krasilshchikov M.N., Kruzhkov D.M., Martynov E.A. Predicting the Parameters of the Orientation of the Earth in Problems of Navigation Taking into Account the Phenomenon of the Development of Irregularity in the Earth's Rotation // Cosmic Research, 2023, 61(4), страницы 324–332 (8 с.авт. авт., Scopus).
- Krasilshchikov M.N., Kruzhkov D.M., Marareskul T.A., Martynov E.A., Muratov D.S., Improvement of Intersatellite Measurements Scheduling to Refine the Accuracy of the Ephemerides of Modern and Prospective GLONASS Orbital Segments // Journal of Computer and Systems Sciences International, 2023, 62(5), страницы 903–913 (8 с.авт., Scopus).
- 10.Кружков Д.М., Мартынов Е.А. Разработка модели прогноза эфемерид космического аппарата ГЛОНАСС в задаче автономного уточнения параметров вращения Земли на борту // Молодёжь и будущее авиации и космонавтики, Сборник аннотаций конкурсных работ. Москва, 2021, с. 124-125.
- 11.Мартынов Е.А., Разработка алгоритма автономного уточнения эфемерид на борту навигационного космического аппарата // СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ БЕСПИЛОТНЫМИ КОСМИЧЕСКИМИ И АТМОСФЕРНЫМИ ЛЕТАТЕЛЬНЫМИ АППАРАТАМИ ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ V Всероссийской научно-технической конференции Москва, 8 – 10 ноября 2022 г., с. 87-89
- 12.Мартынов Е.А., Разработка прототипа алгоритма уточнения эфемерид для перспективного высокоорбитального сегмента системы ГЛОНАСС // Сборник тезисов работ международной молодежной научной конференции XLIX Гагаринские чтения 2023. — М.: Издательство «Перо», 2023, стр. 207-208.

- 13.Кружков Д.М., Мартынов Е.А. Разработка прототипа бортового алгоритма совместного уточнения параметров вращения Земли и эфемерид на борту космического аппарата // XLVII АКАДЕМИЧЕСКИЕ ЧТЕНИЯ ПО КОСМОНАВТИКЕ Сборник тезисов, т.4.
- «ПАРАМЕТРЫ ЗЕМЛИ 1990 ГОДА» (ПЗ-90.11) Специализированный справочник URL:https://structure.mil.ru/files/pz-90.pdf (дата обращения: 01.08.2024).
- 15.Gerard Petit, Brian Luzum, IERS Technical Note; No. 36 // IERS Conventions Centre, 2010
- 16.Peter J.G. Teunissen, Oliver Montenbruck, Springer Handbook of Global Navigation Satellite Systems, 2017
- 17.Оценки погрешностей транслируемых эфемерид ГЛОНАСС [Электронный pecypc] <u>URL:https://glonass-svoevi.ru/funcPar.php</u> (дата обращения: 01.08.2024).
- 18.NGA GNSS Division Earth Orientation National Geospatial-Intelligence Agency[Электронный pecypc] URL:https://earth-info.nga.mil/php/download.php?file=gnss-eopp (дата обращения: 01.08.2024).
- 19.A. Vallado D. Fundamental of astrodynamics and applications. 3td edition. W.: Microcosm Press, 2007.
- 20.IERS Conventions Centre [Электронный pecypc] URL:https://iersconventions.obspm.fr/content/chapter5/additional\_info/tab5.2a.txt (дата обращения: 01.08.2024).
- 21.Products International GNSS Service [Электронный ресурс]. URL:https://igs.org/products/ (дата обращения: 01.08.2024)
- 22.Прикладной Потребительский Центр Глонасс Информационно-Аналитический Центр Координатно-Временного И Навигационного Обеспечения [Электронный ресурс] – URL:https://glonass-iac.ru/.(дата обращения: 01.08.2024).
- 23.Система высокоточного определения эфемерид и временных поправок (СВОЭВП) [Электронный ресурс] URL:http://www.glonass-svoevp.ru/ (дата обращения: 01.08.2024).

- 24.Глобальная система высокоточного определения навигационной и эфемеридно-временной информации (СВО ЭВИ) [Электронный ресурс] URL:https://www.glonass-svoevi.ru/ (дата обращения: 01.08.2024).
- 25.Марков Ю.Г., Михайлов М.В., Почукаев В.Н. Высокоточный прогноз орбит космического аппарата как результат рационального выбора возмущающих факторов. Доклады Академии наук. 2014. Т.457, № 2. С.170–174.
- 26.IGS Analysis Center Coordinator (ACC) run by GA & MIT [Электронный pecypc] http://acc.igs.org/repro3/PROPBOXW.f (дата обращения: 01.08.2024).
- 27.Carlos Javier Rodriguez Solano, Impact of non-conservative force modeling on GNSS satellite orbits and global solutions
- 28.Bingbing Duan, Urs Hugentobler, Max Hofacker, Inga Selmke, Improving solar radiation pressure modeling for GLONASS satellites
- 29.ЭфемеридыЕРМ[Электронныйресурс]URL:https://iaaras.ru/dept/ephemeris/epm/ (дата обращения: 01.08.2024).
- 30.Международная служба вращения Земли www.iers.org.
- 31.СлужбаПВЗИПАРАН[Электронный ресурс]–URL:https://iaaras.ru/dept/lsger/eop/#1 (дата обращения: 01.08.2024).
- 32.Лебедев А.А., Бобронников В.Т., Красильщиков М.Н., Малышев В.В. Статистическая динамика и оптимизация управления летательных аппаратов, Машиностроение, 1985, 116
- 33.Dr. Oliver Montenbruck, Dr. Eberhard Gill, Satellite Orbits Models, Methods and Applications p.241.
- 34.P KNOCKE, Earth radiation pressure effects on satellites, 1988
- 35.Планетные и Лунные эфемериды. [Электронный ресурс] URL:https://ssd.jpl.nasa.gov/planets/eph\_export.html (дата обращения: 01.08.2024).
- 36.IERS EOP predictions / B. Luzum. 12.07.2013 URL: https://www.iers.org/SharedDocs/Publikationen/EN/IERS/Workshops/Retreat201 3/1\_Luzum.pdf?\_\_blob=publicationFile&v=1 (дата обращения: 14.05.2019).