

На правах рукописи



Волков Антон Николаевич

**МОДЕЛИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ СЛОЖНЫХ ТРЕХСЛОЙНЫХ  
КОНСТРУКЦИЙ С ДИСКРЕТНЫМ ЗАПОЛНИТЕЛЕМ**

Специальность 2.5.14.

«Прочность и тепловые режимы летательных аппаратов»

Автореферат диссертации на соискание учёной степени кандидата  
технических наук

Москва - 2023

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»

**Научный руководитель** **Зотов Анатолий Александрович**  
доктор технических наук, профессор, профессор кафедры 602 «Проектирование и прочность авиационно-ракетных и космических изделий» ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»

**Официальные оппоненты:** **Сухомлинов Лев Георгиевич**  
доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник Комплекса прочности АО «Центральный научно-исследовательский институт машиностроения»

**Азаров Андрей Валерьевич**  
доктор технических наук, доцент кафедры «Ракетно-космические композитные конструкции» ФГБОУ ВО «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)», главный научный сотрудник АО «Центральный научно-исследовательский институт специального машиностроения»

**Ведущая организация** Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Институт прикладной механики Российской академии наук», г. Москва

Защита состоится «19» декабря 2023 г. в 12:00 часов на заседании диссертационного совета 24.2.327.09 в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» (МАИ) по адресу: 125993, г. Москва, Волоколамское шоссе, д.4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте МАИ по ссылке: [https://mai.ru/events/defence/?ELEMENT\\_ID=176588](https://mai.ru/events/defence/?ELEMENT_ID=176588)

Автореферат разослан «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2023 г.

Отзывы, заверенные печатью, просим направлять по адресу: 125993, г. Москва, Волоколамское шоссе, д.4, Отдел Ученого и диссертационных советов МАИ.

Ученый секретарь

диссертационного совета

24.2.327.09, к.т.н.



Стрелец Дмитрий Юрьевич

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Актуальность темы исследования

При проектировании летательного аппарата возникает проблема обеспечения требуемого уровня прочности и жесткости конструкции с учетом условий эксплуатации изделия при минимально возможном весе. Данная проблема может быть разрешена за счет применения трехслойных конструкций или панелей в качестве силовых элементов и агрегатов планера.

Наиболее широкое распространение получили заполнители, внутреннее строение которых обладает упорядоченным строением, а именно сотовые заполнители. За счет применения подобных заполнителей достигается высокая весовая эффективность летательного аппарата, повышается жесткость и прочность конструкции, уменьшается количество деталей в конструкции. Однако, не смотря на преимущества, они обладают также определенными недостатками, наиболее существенный из которых заключается в возникновении технологических трудностей при изготовлении конструкций сложной формы и отсутствие возможности эффективного и гибкого выбора геометрических и упругих характеристик заполнителя.

Данная проблема может быть разрешена с использованием заполнителей дискретной структуры или в форме гофр. В свою очередь, гофр обладает повышенной жесткостью в только в одном направлении, что делает его малоприменимым для работы в условиях сложного нагружения.

Применение конусообразных дискретных заполнителей позволяет изготавливать конструкции сложной формы без существенного деформирования структуры заполнителя, эффективно использовать пространство внутри конструкции с различными целями, например, для транспортировки жидкости или газа, а также препятствует накоплению конденсата во внутреннем пространстве за счет ячеек открытой структуры.

С учетом активного развития авиастроения, возрастающих требований, предъявляемых к летательным аппаратам, а также особенностей строения, применения и эксплуатации трехслойных конструкций, особенности моделирования и расчета трехслойных конструкций с дискретными заполнителями являются актуальной проблемой прочности летательных аппаратов.

### **Степень разработанности темы исследования**

На текущий момент существует значительное количество работ и исследований, посвященных трехслойным панелям с заполнителями. Однако большинство из них сосредоточены на наиболее распространенных заполнителях в форме сот, гофра, вспененных и складчатых структур. Теоретическими и экспериментальными исследованиями в области перспективных форм заполнителей занимались: Халиулин В. И., Файзуллина Н. М., Паймушин В. Н., Абдуллин, И.Н, Гайнутдинов В. Г. и др. В свою очередь, свойства заполнителей конусообразной дискретной структуры и методы расчета конструкций с указанным заполнителем остаются малоисследованными. Над вопросами расчета трехслойных конструкций с заполнителями работали Александров А. Я, Куршин Л. М., Григолюк Э. И., Миндлин Р. Д., Рейсснер Э.,

### **Цель исследования**

Целью исследования является разработка математических моделей в том числе для решения задач определения напряженно деформированного состояния трехслойных конструкций с конусообразным дискретным заполнителем.

#### **Задачами исследования являются:**

1. Разработка метода определения приведенных упругих свойств конусообразного дискретного заполнителя
2. Формирование способов аналитического расчета трехслойной панели с конусообразным дискретным заполнителем
3. Определение допустимых геометрических параметров заполнителя

4. Экспериментальные и теоретические исследования трехслойных конструкций с дискретным конусообразным наполнителем.
5. Исследование влияния соотношения геометрических параметров и механических характеристик наполнителя и несущих слоев на прочность и жесткость трехслойных структур.

### **Научная новизна**

1. Предложены методы определения напряженно-деформированного состояния при изгибе трехслойных пластин с конусообразным дискретным наполнителем.

2. Предложены методы определения приведенных или эквивалентных упругих и геометрических параметров трехслойной конструкции с дискретным наполнителем.

3. Получено аналитическое выражение для функции цилиндрической жесткости конусообразного дискретного наполнителя

4. Определены граничные геометрические параметры типовой ячейки трехслойной конструкции с дискретным конусообразным наполнителем

5. Установлены особенности и предложены методы расчета местной потери устойчивости несущих слоев в трехслойной конструкции с дискретным наполнителем

### **Теоретическая значимость работы**

Теоретическая значимость работы заключается в разработке метода прогнозирования приведенных упругих свойств конусообразного дискретного наполнителя на основе физических параметров исходного материала и геометрии типовой ячейки, в моделировании и расчете сложных трехслойных конструкций с дискретным наполнителем

### **Практическая значимость работы**

Практическая значимость исследований состоит: в разработке методов проведения численных и аналитических расчетов напряженно-деформированного состояния трехслойных конструкций с дискретным

заполнителем методами, основанными на гомогенизации структуры заполнителя; в разработке метода расчета местной потери устойчивости несущих слоев конструкции с учетом дискретной структуры заполнителя; исследовано влияние изменения параметров заполнителя при изготовлении конструкции на напряженно деформированное состояние.

### **Методология и методы исследования**

Методологическую основу исследования составили научные труды отечественных и зарубежных ученых в области исследования прочностных свойств многослойных пакетов, включая поведение композитных материалов.

Информационные источники научного исследования:

- научные источники в виде данных и сведений из книг, журнальных статей, научных докладов, материалов научно-технических конференций;
- официальные документы: положения и ГОСТ;
- результаты собственных расчетов и проведенных экспериментов.

### **Положения, выносимые на защиту**

1. Методы определения приведенных свойств заполнителя и трехслойной конструкции с конусообразным дискретным заполнителем.
2. Особенности и методы расчета трехслойных конструкций с конусообразным дискретным заполнителем

### **Степень достоверности результатов**

Степень достоверности результатов подтверждается использованием математических моделей, основанных на теориях изгиба трехслойных панелей с легким заполнителем, а также сравнением результатов численных расчетов с результатами, полученными в процессе анализа методом конечных элементов. Теоретические исследования подтверждены экспериментальными данными.

## **Основные положения и результаты доложены и обсуждены**

- на 19-ой Международной конференции вычислительных методов в науке и технике. 19<sup>th</sup> International Conference of Computational Methods in Sciences and Engineering (ICCMSE) (Кипр, Пафос, 2023 г.)

- на XXI Московском ежемесячном семинаре молодых ученых и студентов по проблемам машиноведения им. Ю. Н. Работнова (МЕСМУС) (Москва, Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, 2022 г.)

- на Международной научно-технической конференции «Современные направления и перспективы развития технологий обработки и оборудования в машиностроении 2021» (ICMTMTE 2021) в рамках секции «Общие проблемы в машиностроении» (Севастополь, Севастопольский государственный университет, 2021 г.)

- на Международной молодежной научной конференции XLVII «Гагаринские чтения». Секция "Механика и моделирование материалов и технологий". (Москва, МАИ, 2021 г)

- на 19-ой Международной конференции «Авиация и космонавтика» (Москва, МАИ, 2019 г.)

**Содержание результатов изложено** в 12 публикациях, в том числе: 5 из перечня ВАК РФ, 2 статьи в журналах, индексируемых в международной базе SCOPUS, 3 тезиса докладов по материалам международных конференций, а также получено 2 патента на изобретения.

**Личный вклад автора** состоит в формировании метода определения приведенных упругих характеристик заполнителя, а также приведенных геометрических и упругих параметров трехслойной конструкции с конусообразным дискретным заполнителем; определении допустимых геометрических параметров конусообразного дискретного заполнителя; в уточнении метода расчета на местную потерю устойчивости несущих слоев трехслойных конструкций с конусообразным дискретным заполнителем; изготовлении экспериментальных образцов; постановке и проведении серии экспериментов.

**Структура и объем диссертации.** Диссертационная работа состоит из введения, 4 глав, заключения, списка литературы и приложений с характеристиками применяемых материалов, результатами испытаний и актом внедрения. Работа содержит 132 страницы, 81 рисунок, 28 таблиц. Список литературы содержит 107 наименований.

## СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

**Во введении** обоснована актуальность темы исследования, сформулированы цель и задачи исследования, объект и предмет исследования, научная новизна, теоретическая и практическая значимость полученных результатов, степень достоверности, положения, выносимые на защиту, методология и методы исследования, приводятся сведения об апробации результатов работы и публикациях. Дано краткое описание диссертации по главам.

**В первой главе** проведено обзорно-аналитическое исследование состояния работ по вопросам прочности, определения напряженно деформированного состояния трехслойных конструкций с заполнителями. Рассмотрены работы, посвященные расчету и экспериментальному определению эквивалентных характеристик заполнителей различной структуры. Также приведена постановка задач диссертационного исследования.

Трехслойные конструкции с различными заполнителями получили применение в конструкциях аппаратов различного направления. Наиболее широко они применяются в конструктивных элементах летательных аппаратов. Подобное распространение обусловлено отличными высокими прочностными показателями трехслойных конструкций при малом весе по сравнению с подкрепленными конструкциями, например, фрезерованными или стрингерными панелями.

Согласно проведенному аналитическому исследованию установлено, что изучение новых форм заполнителей и разработка методов расчета конструкций с заполнителями является актуальной задачей. Установлено, что заполнитель дискретной структуры является промежуточным звеном между сотовыми и ферменными заполнителями: обеспечивает необходимую сдвиговую жесткость при малом удельном весе конструкции, а также обладает преимуществами и многофункциональностью ферменной структуры. Наиболее оптимальной формой дискретного заполнителя является структура, образованная усеченными конусами, ориентированными в противоположных направлениях и расположенными в шахматном порядке.

Общим вопросам расчета трехслойных конструкций посвящены работы: Панин В.Ф., Григолюк Э.И., Чулков П.И., Александров А.Я. и др.

Отмечается, что значительный научный вклад в развитие различных форм заполнителей и методы их расчета внесли: Файзуллина Н. М., Халиулин В. И., Xia Y., Паймушин В. Н., Абдуллин, И.Н., Гайнутдинов В. Г., Устарханов О. М. и др.

**Во второй главе** приведены методы расчета трехслойных структур с дискретным заполнителем. Исследовано влияние формы типовых ячеек на деформированное состояние несущих слоев. Рассмотрены особенности расчета на местную петрю устойчивости несущих слоев и соединения заполнителя с несущим слоем.

#### **Анализ влияния формы и кривизны элементов несущего слоя на деформированное состояние типовой ячейки**

При изготовлении конструкций с конусообразным дискретным заполнителем сложной формы возникает деформация типовой ячейки заполнителя. С использованием метода конечных элементов (МКЭ) было проанализировано влияние формы типовой ячейки на НДС несущих слоев. В процессе численного моделирования и анализа результатов [Zotov A. A., Volkov A.N., Kokurov A. M., 2022.] исследованы зависимости соотношения длин сторон, углов и радиусов кривизны элементарной ячейки от размера

опорных элементов и определены соответствующие величины прогибов фрагмента верхней пластины рассматриваемой ячейки.

Рекомендуемые диапазоны варьирования рассмотренных структурных параметров панели и заполнителя при допустимых изменениях изгибной жесткости несущего слоя представлены в Таблице 1.

Таблица 1. Рекомендуемые геометрические соотношения типового элемента конструкции заполнителя.

параметр	$r/a$	$a/b$	$\varphi$	$a_1/a$	$k$
диапазон	0 - 0.2	1.0 – 0.75	$90^0-75^0$	1.0 – 0.75	0 – 0.2

### Расчет трехслойных конструкций с конусообразным дискретным заполнителем

Разработано два метода расчета трехслойных пластин с конусообразным дискретным заполнителем: на основе метода Григолюка-Чулкова и теории Миндлина-Рейсснера.

В первом методе уравнения изгиба трехслойной пластины [Зотов А. А., Волков А.Н., 2023] могут быть приведены к одному путем введения разрешающей функции  $F(x, y)$ :

$$D\nabla^2\nabla^2\left[1 - K\frac{1-\mu}{2}\nabla^2\right](F) = q$$

В свою очередь, прогибы и углы поворота трехслойной панели с заполнителем могут быть определены как:

$$w = K^2\frac{1-\mu_{nc}}{2}\nabla^2\nabla^2 F - K\frac{3-\mu_{nc}}{2}\nabla^2 F + F$$

$$\varphi_x = K^2\frac{1-\mu_{nc}}{2}\frac{\partial}{\partial x}(\nabla^2\nabla^2 F) - \frac{\partial F}{\partial x}$$

$$\varphi_y = K^2\frac{1-\mu_{nc}}{2}\frac{\partial}{\partial y}(\nabla^2\nabla^2 F) - \frac{\partial F}{\partial y}$$

где

$$D = \frac{E_{нс} \delta_{нс} H_0^2}{1 - \mu_{нс}^2}, \quad C = 4G_{зан.прив} H_0, \quad K = \frac{D}{C}$$

Разрешающая функция  $F(x, y)$  в случае шарнирного закрепления по всем сторонам, разрешающая функция примет вид

$$F = \sum_m \sum_n \frac{4 \sin\left(\frac{m\pi x}{a_{нл}}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b_{нл}}\right)}{a_{нл} b_{нл} D_{mn}} \int_0^a \int_0^b q(x, y) \sin\left(\frac{m\pi x}{a_{нл}}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b_{нл}}\right) dx dy$$

где:

$$D_{mn} = D \left[ \left( \frac{m\pi}{a_{нл}} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b_{нл}} \right)^2 \right]^2 \left[ 1 + K \frac{1 - \mu_{нс}}{2} \left( \left( \frac{m\pi}{a_{нл}} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b_{нл}} \right)^2 \right) \right]$$

Во втором методе НДС трёхслойной пластины определяется уравнениями

$$\nabla^2 \nabla^2 w = \frac{q(x, y)}{D} + \frac{4}{5G_{зан.прив}} \left[ \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} \right]$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = - \frac{q(x, y)}{2H_0}$$

Данную систему уравнений можно решить в двойных тригонометрических рядах при условии шарнирного опирания кромок пластины. В таком случае функции перемещений, сдвига и поперечной нагрузки могут быть записаны в виде:

$$w(x, y) = \sum_n \sum_m W_{nm} \sin\left(\frac{n\pi x}{a_{нл}}\right) \sin\left(\frac{m\pi y}{b_{нл}}\right)$$

$$\varphi(x, y) = \sum_n \sum_m \Phi_{nm} \sin\left(\frac{n\pi x}{a_{нл}}\right) \sin\left(\frac{m\pi y}{b_{нл}}\right)$$

$$q(x, y) = \sum_n \sum_m q_{nm} \sin\left(\frac{n\pi x}{a_{нл}}\right) \sin\left(\frac{m\pi y}{b_{нл}}\right)$$

В случае  $q = const$ , неизвестные коэффициенты  $W_{nm}$ ,  $\Phi_{nm}$ ,  $q_{nm}$  принимают следующий вид:

$$q_{nm} = \frac{16q}{mn\pi^2}$$

$$\Phi_{nm} = \frac{16a_{nl}^2 b_{nl}^2 q}{2\pi^4 H_0 mn (a_{nl}^2 m^2 + b_{nl}^2 n^2)}$$

$$W_{nm} = \frac{16a_{nl}^2 b_{nl}^2 q \left( D\pi^2 (a_{nl}^2 m^4 + b_{nl}^2 n^4 + 2a_{nl}^2 b_{nl}^2 m^2 n^2) + G_{зан.прив} H_0 (a_{nl}^4 b_{nl}^2 m^2 + b_{nl}^4 a_{nl}^2 n^2) \right)}{\pi^6 D G_{зан.прив} H_0 mn (a_{nl}^2 m^2 + b_{nl}^2 n^2) (b_{nl}^2 n^2 + a_{nl}^2 m^2)^2}$$

### Определение местной потери устойчивости несущих слоев

По результатам исследования [Зотов А. А., Долгов О. С., Колпаков А.М., Волков А.Н.,2020] установлено, что потеря устойчивости происходит на участке, границы которого определяются радиусом контактной области заполнителя и расстоянием между соседними контактными площадками. Установлены соотношения для эквивалентных размеров расчетной области в зависимости от типа нагружения.

#### Расчет соединения заполнителя и несущих слоев при сдвиге

Прочность заполнителя на отрыв при сжатии будет определяться технологией выполнения соединения несущего слоя с заполнителем, а также геометрией ячейки.

Исходя из соотношения области склейки заполнителя и несущего слоя к ширине и длине типовой ячейки, условие прочности соединения для дискретного конического заполнителя может быть записано как

$$\frac{2E_z^{з.пр}}{3E_{н.с.}} \sigma_{н.с.}^x \leq \frac{4\tau_6^{кл} \pi d_m^2}{2d_6^2}$$

В третьей главе представлены методы определения приведенных геометрических и упругих параметров как для трехслойных панелей, так и для ячеистого конусообразного заполнителя. Рассмотрены особенности представления ячеистого заполнителя как математической функции, проведен

анализ влияния геометрических параметров заполнителя на приведенные упругие характеристики. Установлена функция цилиндрической жесткости конусообразного дискретного заполнителя.

### Особенности представления ячеистого заполнителя как математической функции

Дискретный заполнитель с конусообразными ячейками, расположенными в шахматном порядке, возможно представить в виде периодической тригонометрической функции (Рисунок 1):

$$f_{зан}(x, y) = H_0 \sin \frac{\pi x}{d} \sin \frac{\pi y}{d}$$

где:

$H_0$  – высота трехслойного пакета,

$d$  – диаметр основания ячейки

С учетом представления функции формы заполнителя в виде тригонометрической функции, выражение переменной жёсткости принимает следующий вид (Рисунок 2):

$$D_3(x, y) = \frac{E_3}{(1-\mu^2)} \left[ \frac{\delta_{np}^3}{12} + H_0^2 \sin^2 \left( \frac{\pi x}{d} \right) \sin^2 \left( \frac{\pi y}{d} \right) \delta_{np} \right]$$

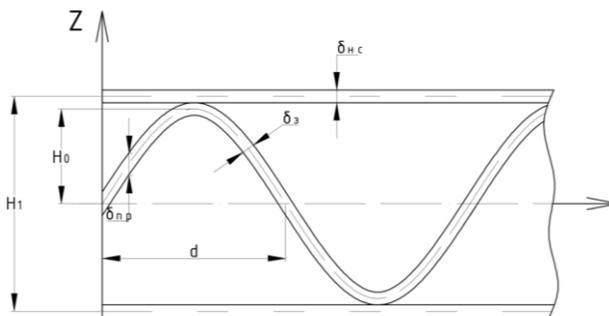


Рисунок 1 - Сечение панели

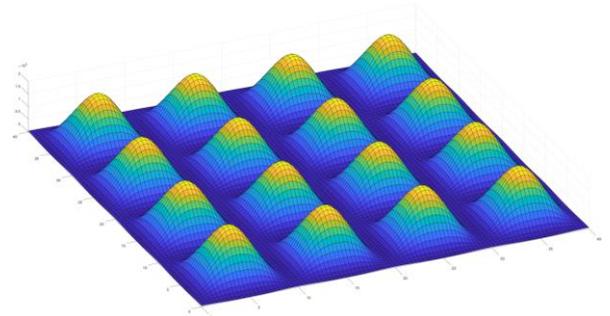


Рисунок 2 - Распределение цилиндрической жесткости

## Определение эквивалентных характеристик трехслойных панелей с ячеистым наполнителем

Эквивалентные, или приведенные, значения могут применяться при проведении расчетов на устойчивость пластины, определении прогибов, в том числе и аналитические, и т.д., значительно упрощая и ускоряя расчет и снижая трудоёмкость. При этом были рассмотрены несколько вариантов определения приведенных параметров [Зотов А. А., Волков А.Н., 2023].

### Определение приведенной толщины

Если рассматривать элементарную ячейку наполнителя как усеченный конус (Рисунок 3), то массовый момент инерции усеченного конуса относительно оси Z принимает следующий вид:

$$I_z^{кон} = \frac{\delta_{зан}\pi}{2} (d_{\bar{o}} + d_m) \sqrt{H_0^2 + \frac{1}{4}(d_{\bar{o}} - d_m)^2} \left[ \frac{d_{\bar{o}}^2 + d_m^2}{16} + \frac{H_0^2 \left( 1 + \frac{2d_{\bar{o}}d_m}{(d_{\bar{o}} + d_m)^2} \right)}{18} + \frac{H_0^2 (2d_m + d_{\bar{o}})^2}{9(d_m + d_{\bar{o}})^2} \right]$$

где  $d_{\bar{o}}$  и  $d_m$  - диаметры большего и малого основания конуса

Соответственно, суммарный момент инерции может быть записан как:

$$I_z^{\Sigma} = I_z^{кон} + 2\delta_{нс} d_{\bar{o}}^2 \left( \frac{\delta_{зан}^2 + d_{\bar{o}}^2}{12} + H_0^2 \right)$$

Далее, по аналогии с получением приведенной толщины трехслойной панели, где наполнитель рассматривается как простой конус, получаем кубическое уравнение:

$$\delta_{np}^3 + \delta_{np} d_{\bar{o}}^2 = \frac{12}{d_{\bar{o}}^2} \left[ I_z^{кон} + 2\delta_{нс} d_{\bar{o}}^2 \left( \frac{\delta_{зан}^2 + d_{\bar{o}}^2}{12} + H_0^2 \right) \right]$$

Разрешая данное уравнение относительно  $\delta_{np}$ , получаем значение приведенной толщины панели.

### Метод сведения трехслойной панели с конусообразным дискретным наполнителем к однородной ортотропной панели

Трехслойная конструкция может быть сведена к однородной ортотропной путем выполнения элементарных КЭ расчетов или виртуальных испытаний, направленных на определение мембранных, сдвиговых и изгибных свойств. Поскольку форма ячеек наполнителя обладает осевой симметрией, а несущие слои предполагаются из изотропного материала, то принимается, что упругие свойства наполнителя в направлении 1 и 2 одинаковы:  $E_1 = E_2 = E$  и  $\mu_{12} = \mu_{21} = \mu$ .

Эквивалентная толщина и модуль Юнга определяются исходя из системы уравнений

$$\begin{cases} E\delta_{np} = \frac{Pa_2}{Ua_1} \\ E\delta_{np}^3 = 6M \frac{a_1^2(1-\mu^2)}{wa_2} \end{cases}$$

Модуль сдвига в направлении 12 и коэффициент Пуассона:

$$G\delta_{np} = \frac{Q}{a_2\gamma_{12}} \text{ и } \mu = -\frac{V}{P_1} E\delta_{np}$$

При определении поперечных сдвиговых модулей упругости принимается, что  $G_{23} = G_{13}$ .

$$G_{13}^{npus} = \left( \frac{P}{w_{\max} b} \right) \frac{L_i}{4H_{cmp} \left( 1 - \frac{PL_i^3}{48Da_1 w_{\max}} \right)}$$

$$\text{где } D = \frac{E_{nc} \delta_{nc} H_{cmp}^2}{2(1-\mu^2)}$$

### Определение эквивалентных упругих характеристик ячеистого наполнителя

При выполнении прочностных расчетов может возникать ситуация, когда приведения трехслойной пластины к однослойной недостаточно, и необходимо рассматривать задачу как трехслойную конструкцию. В таком

случае наполнитель представляется как сплошная среда с приведенными упругими характеристиками.

Предполагая прямую зависимость приведенных упругих характеристик материала от удельной плотности, можно представить упругие характеристики наполнителя как [Зотов А. А., Волков А.Н., 2023]:

$$E_{33}^{np} = E_{м.зан} \sin^4(\alpha) \bar{\rho}$$

$$G_{13}^{np} = G_{23}^{np} = \frac{1}{6} E_{м.зан} \sin^2(2\alpha) \bar{\rho}$$

где  $\bar{\rho} = \frac{\pi \delta_{зан}}{4 d_{\sigma} H_0} \sqrt{H_0^2 + \frac{1}{4} (d_{\sigma} + d_m)^2}$  в случае представления наполнителя

как системы усеченных конусов (Рисунок 3)

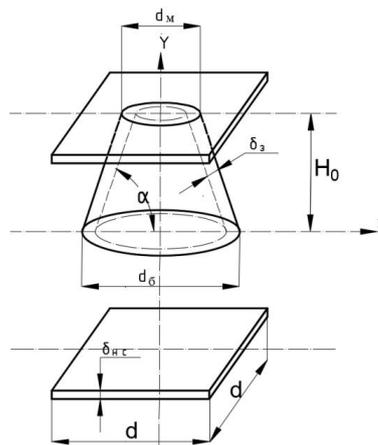


Рисунок 3 – Элементарная ячейка наполнителя.

Сравнение расчетных приведенных упругих характеристик с данными, полученными результате КЭ анализа представлено на Рисунках 4,5

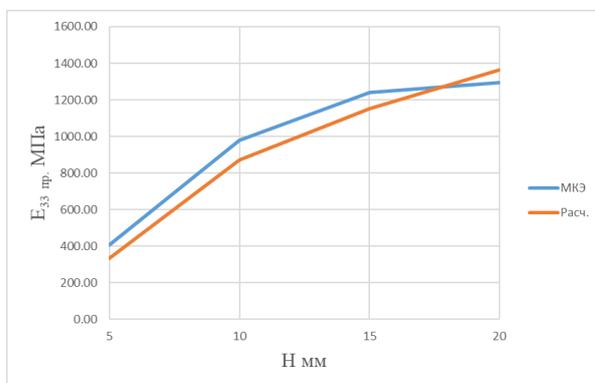


Рисунок 4 - Верификация метода определения  $E_{33}^{np}$

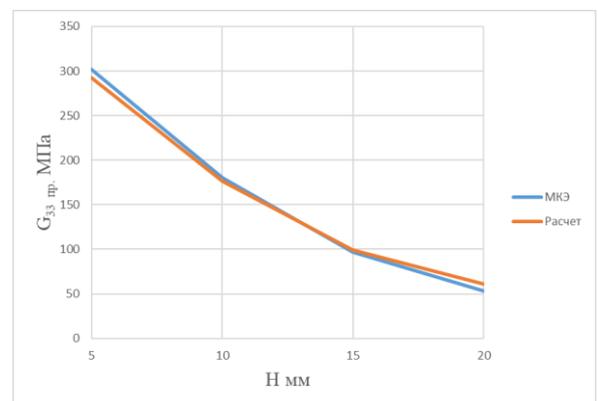


Рисунок 5 - Верификация метода определения  $G_{33}^{np}$

Верификация рассмотренных методов проводилась путем сравнения максимальных прогибов шарнирно закрепленной трехслойной панели при действии постоянной нормально распределенной нагрузки  $q = const$  с результатами КЭ расчета. При выполнении расчетов рассмотрены заполнители толщиной:  $\delta_{зан} = [0.1 \text{ мм}, 0.2 \text{ мм}, 0.4 \text{ мм}, 0.8 \text{ мм}, 1 \text{ мм}]$ . Полученные результаты расчета максимальных прогибов представлены в Таблице 2 и на Рисунке 6.

Таблица 2 - Результаты анализа

$\delta_{зан}$	0.1 мм	0.2 мм	0.4 мм	0.8 мм	1 мм
$w_1^{\max}$ [мм]	3.52	3.39	3.16	2.76	2.60
$w_2^{\max}$ [мм]	3.88	2.76	2.20	1.92	1.87
$w_3^{\max}$ [мм]	5.44	3.55	2.56	1.98	1.84
$w_4^{\max}$ [мм]	4.14	3.10	2.53	2.19	2.11

В Таблице 2 приняты следующие обозначения:

$w_1^{\max}$  [мм] - максимальные прогибы в центре пластины, определенные по приближенному методу;

$w_2^{\max}$  [мм] - максимальные прогибы в центре пластины, определенные на основе метода [47];

$w_3^{\max}$  [мм] - максимальные прогибы в центре пластины, определенные на основе метода [102];

$w_4^{\max}$  [мм] максимальные прогибы в центре пластины, согласно данным КЭ анализа.

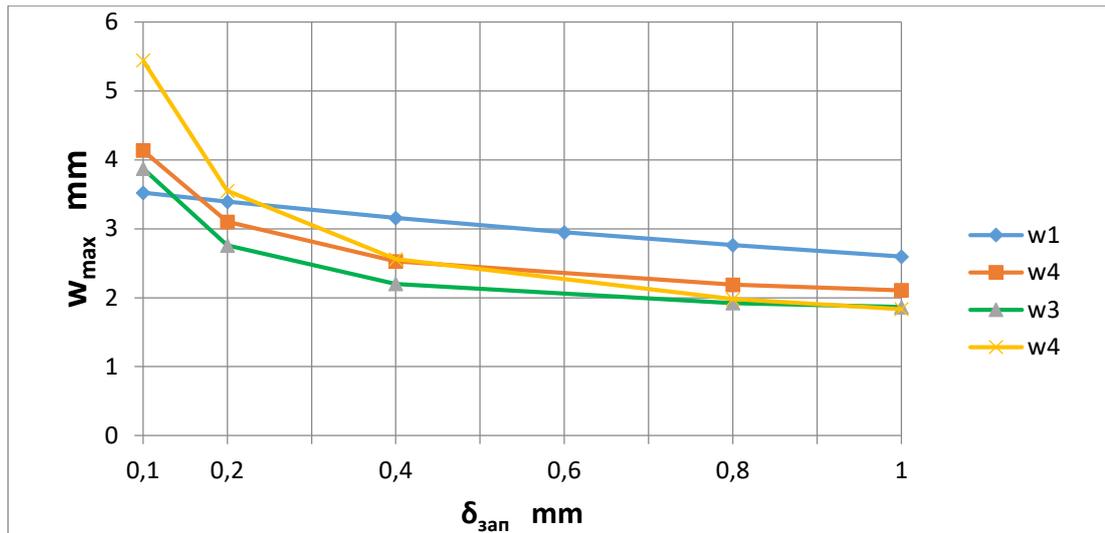


Рисунок 6 – Максимальные прогибы

**В четвертой главе** представлены результаты экспериментов по определению прогибов трехслойных панелей с конусообразным дискретным наполнителем и эквивалентного модуля Юнга.

#### **Испытание трехслойной панели на изгиб**

В данном эксперименте проводилось исследование прогибов шарнирно опертой панели, нагруженной сосредоточенной нагрузкой в центральной части. В качестве образцов рассматривались квадратные трехслойные панели со стороной  $a = 128$  мм, высотой наполнителя  $H = 10$  мм, толщиной листа наполнителя  $\delta_{zap} = 0.8$  мм и различными толщинами несущих слоев  $\delta_{nc} = 1; 1.2; 1.6; 2$  мм. Шаг наполнителя  $d = 20$  мм, диаметр контактной площадки  $d_m = 8$  мм. Общее количество испытанных образцов составило 12 единиц, по 3 на каждую толщину несущего слоя. На Рисунке 7 представлен образец 11 в процессе нагружения. Подтверждение экспериментальных данных проведено путем КЭ расчета панели и решений на основе решений Григолюка - Чулкова, решения Навье для модели Миндлина - Рейснера для трехслойных пластин, а также приближенного метода с использованием приведенной толщины (Рисунок 8).

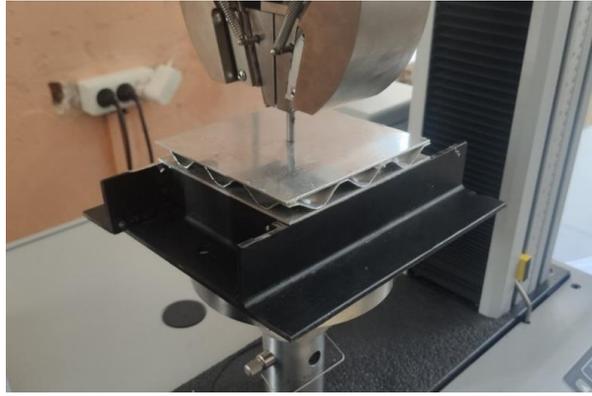


Рисунок 7 – Образец №11 при проведении испытаний

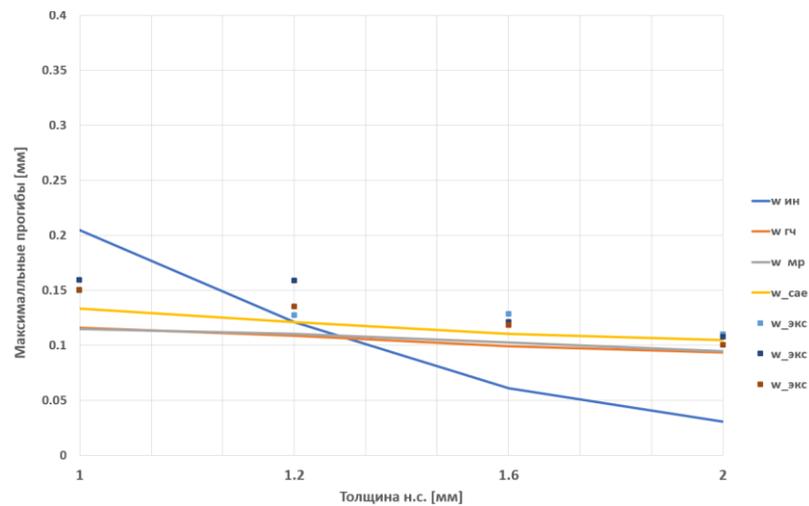


Рисунок 8 – Сравнение экспериментальных данных с результатами расчетов

### Экспериментальное определение эквивалентного модуля Юнга

Для оценки изложенного способа определения эквивалентного модуля Юнга  $E_{33}^{mp}$  конусообразного дискретного заполнителя проведена серия из испытаний трех образцов на сжатие (по толщине образца). При проведении эксперимента использованы образцы №10, 11 и 12. На Рисунке 9 представлен образец №12 до начала испытаний и при ходе траверсы в 5 мм.

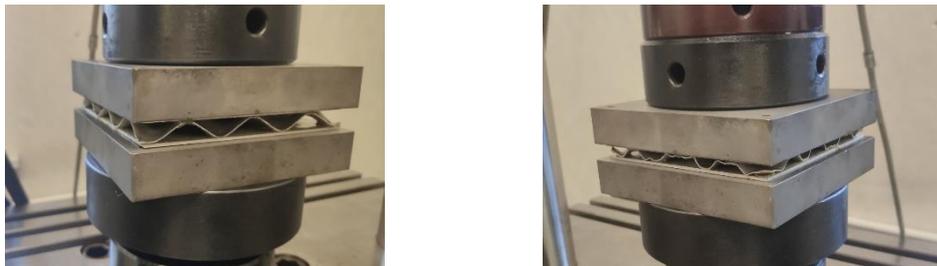


Рисунок 9 – Состояние образца №12 до начала нагружения и в разрушенном состоянии

Для определения эквивалентного модуля Юнга заполнителя были выбраны крайние точки области кривой с линейным характером изменения. На диаграммах сжатия Модуль Юнга непосредственно определен, как отношение приращения напряжений к деформациям (Таблица 5):

$$E_{33}^{np} = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = \frac{\sigma_{33}^k - \sigma_{33}^H}{\varepsilon_{33}^k - \varepsilon_{33}^H}$$

В результате КЭ анализа был также рассчитан приведенный модуль Юнга заполнителя  $E_{33}^{np.MKЭ}$ . Одновременно выполнен расчет упругой характеристики с использованием рассмотренного метода  $E_{33}^{np.расч}$ . Погрешность в Таблице 5 определена относительно величин, полученных в результате аналитического расчета ( $E_{33}^{np.расч}$ ).

Таблица 5 – Сравнение экспериментальных и расчетных данных

Образец №	$E_{33}^{np}$ [МПа]	$E_{33}^{np.расч}$ [МПа]	$E_{33}^{np.MKЭ}$ [МПа]	Погрешность [%]
10	759.33	803.83	937.38	5.54
11	707.59			11.97
12	726.31			9.65

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

**В процессе работы над диссертацией выполнено моделирование и расчет сложных трехслойных конструкций с дискретным заполнителем.**

**Основные новые научные результаты, полученные в диссертационной работе, состоят в следующем:**

1. Разработаны методы определения приведенных упругих свойств и геометрических параметров конусообразного дискретного заполнителя. Предложенные методы хорошо сходятся с результатами КЭ расчета, а также подтверждаются экспериментальными исследованиями.

2. Сформированы способы аналитического расчета трехслойной панели с конусообразным дискретным заполнителем. По результатам анализа установлено, что наиболее близкий результат к конечно-элементному решению дает подход на основе решения Григолюка-Чулкова.
3. Определены допустимые геометрические параметры заполнителя. Установлено, что различные геометрические параметры конструкции оказывают влияние на НДС типовой ячейки.
4. Проведены экспериментальные и теоретические исследования трехслойных конструкций с дискретным конусообразным заполнителем. При подготовке к первому эксперименту, посвященному исследованию прогиба трехслойной панели сосредоточенной силой, изготовлена оснастка, позволяющая имитировать шарнирное опирание, что подтверждается верификационными испытаниями и расчетами. Данные, полученные в результате эксперимента, обладают корреляцией с расчетными значениями. При втором эксперименте, посвященном подтверждению метода определения эквивалентного модуля Юнга, достигнута сходимость с расчетными величинами и результатами КЭ анализа.
5. Получено выражение переменной цилиндрической жесткости заполнителя. Благодаря полученной формуле, возможно повысить точность расчетов, учитывая изгибные характеристики заполнителя при значительной толщине исходного материала.
6. Установлены особенности расчета на местную потерю устойчивости несущих слоев трехслойной конструкции с дискретным заполнителем.
7. Представлены методы расчета трёхслойных пластин исходя из эквивалентной толщины трехслойной панели, а также на основе пяти эквивалентных параметров: модуля Юнга, модуля сдвига в продольном направлении, коэффициента Пуассона, толщины пластины и модуля сдвига в поперечном направлении.

Основные результаты диссертационной работы в дальнейшем могут успешно применяться при аналитическом и численном расчете трехслойных конструкций с дискретным конусообразным наполнителем. Благодаря установленным зависимостям упругих эквивалентных характеристик от различных параметров конусообразного дискретного наполнителя, значительно облегчается проведение расчетов конструкций, основанных на принципе гомогенизации структуры наполнителя.

### **Перспективы дальнейшей разработки темы**

В дальнейшем предполагается использовать полученные результаты исследования и методики исследования для уточнения предложенных методов расчета трехслойных конструкций с дискретным наполнителем, провести комплексное исследование прочности соединения наполнителя и несущих слоев, оценить влияние технологии изготовления наполнителя или трехслойной конструкции на упругие характеристики пакета или наполнителя.

### **Полнота изложения материалов диссертации в работах, опубликованных соискателем ученой степени.**

По теме диссертационной работы опубликовано 12 печатных работ, 5 из которых в изданиях, рекомендованных ВАК РФ, 2 статьи – в изданиях, индексируемых в базе данных Scopus, 3 работы в сборниках тезисов докладов конференций, а также получено 2 патента на изобретения.

### ***Научные статьи в ведущих научных журналах и изданиях, включенных в международную систему цитирования Scopus***

1. Zotov A. A. Volkov A.N., Kokurov A. M. Determination of Rational Structural Parameters for Sandwich Panels with a Cone-Shaped Filler's Cells // Key Engineering Materials. – 2022. – V. 910. – PP. 826-833.
2. Zotov A. A. Pashkov O. A., Volkov A.N. Concept of an Active Thermal Protection System with a Three-Layer Design–Force Scheme and a Discrete Filler for a Hypersonic Aircraft // Russian Metallurgy (Metally). – 2022. – V. 2022. – №. 10. – PP. 1130-1136

***Научные статьи в ведущих рецензируемых научных журналах и изданиях, входящих в Перечень Высшей аттестационной комиссии Российской Федерации***

1. Зотов А. А., Волков А.Н. Приближенный метод расчета на изгиб трехслойных панелей с дискретным наполнителем // Деформация и разрушение материалов. – 2023 – №. 7 – С. 12-16.
2. Зотов А. А., Нагорнов А.Ю., Волков А.Н., Попов В.О. Анализ динамических характеристик трехслойных оболочек с дискретным наполнителем // Труды МАИ. – 2021. – №. 121. – С. 1 -22.
3. Зотов А. А., Долгов О. С., Колпаков А.М., Волков А.Н., Особенности местной потери устойчивости элементов трехслойных систем с дискретной структурой наполнителя // Полет. Общероссийский научно-технический журнал. – 2020. – №. 3. – С. 25-29.
4. Зотов А. А., Долгов О. С., Колпаков А.М., Волков А.Н. Основные аспекты технологического проектирования закрылка с управлением пограничным слоем // Вестник Московского авиационного института. – 2020. – Т. 27. – №. 1. – С. 88-99
5. Зотов А. А., Волков А.Н., Бойков А. А. Проектирование и изготовление по технологии 3D-печати трехслойной сферической оболочки с дискретным наполнителем // Вестник машиностроения. – 2020. – №. 8. – С. 41-44.

***Материалы международных и всероссийских конференций***

1. Волков А. Н. Конструирование трехслойных баков с использованием технологии 3D-печати. // Гагаринские чтения - 2019 : Сборник тезисов докладов XLV Международной молодежной научной конференции, Москва, Барнаул, Ахтубинск, 16–19 апреля 2019 года. – Москва, Барнаул, Ахтубинск: Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), 2019. – С. 563.
2. Зотов А. А., Волков А. Н. Особенности проектирования и расчета трехслойных композитных конструкций с дискретным наполнителем // 19-я Международная конференция «Авиация и космонавтика» : Тезисы 19-ой

Международной конференции, Москва, 23–27 ноября 2020 года. – Москва, : Издательство "Перо", 2020. – С. 737-738.

3. Волков А. Н. Особенности рационального проектирования и расчета трехслойных композитных конструкций с конусообразным дискретным наполнителем // XLVII Гагаринские чтения : Сборник трудов Международной молодежной научной конференции. Секция "Механика и моделирование материалов и технологий", Москва, 20–23 апреля 2021 года. – М: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского Российской академии наук, 2021. – С. 30.

#### *Изобретения и полезные модели*

1. Зотов А.А., Волков А.Н.; Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет) Многослойная конструкция с синусоидальным наполнителем. Патент № RU2797868C1, МПК6 В32В 7/00 (2006.01); Заявл. 14.07.2022 № 2022119341; Оpubл. 09.06.2023; Бюл. № 16
2. Зотов А.А., Волков А.Н.; Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет) Емкость высокого давления для хранения и транспортировки взрывоопасных газов и жидкостей. Патент № RU2792316C1, МПК6 F17С 13/00 (2006.01), В65D 81/18 (2006.01); Заявл. 09.08.2022 № 2022121582; Оpubл. 21.03.2023 Бюл. № 9