

# АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ БАЗОВОЙ ОЦЕНКИ ВРЕМЕНИ ПРОВЕДЕНИЯ АПГРЕЙДА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ УДАЛЕННОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

---

Олег Михайлович БРЕХОВ родился в 1942 г. в городе Омске. Заведующий кафедрой МАИ. Доктор технических наук, профессор. Основные научные интересы — в области архитектуры, моделирования ВС, отказоустойчивых систем, качества систем и программ. Автор 160 научных работ.

Oleg M. BREKHOV, D.Sci., was born in 1942, in Omsk. He is a Department Head at the MAI. His research interests are in architecture and simulation of computer systems, fault-tolerant systems, quality of systems and software. He has published 160 technical papers.

---

ТИ ХАН родился в 1979 г. в городе Мит Чей, Пакоккю района Союза Мьянма. Аспирант МАИ. Основные научные интересы — в области качества систем и программ. Автор трех научных работ.

TEE KHAN, was born in 1979, in the Union of Myanmar. He is a Postgraduate Student at the MAI. His research interests are in quality of systems and software. He has published 3 technical papers.

---

*Предложены аналитические модели различной детальности процессов апгрейда. Комплекс предложенных моделей, кроме решения основной задачи — оценки времени выполнения апгрейда с учетом возможных ошибок в новой версии — обеспечивает взаимную верификацию моделей.*

## Введение

Удаленная вычислительная система реального времени (УВСРВ), которая эксплуатируется на удаленном объекте, например на спутнике, с целью усовершенствования функциональных возможностей объекта может потребовать проведения модификации (апгрейда) программного обеспечения. Апгрейд должен быть выполнен без прекращения выполнения задания объекта (лучше во время не интенсивного выполнения задания, т.е. когда не требуются вся вычислительная мощность процессора/процессоров УВСРВ).

Новая версия программного обеспечения (ПО), которая должна изменить старую версию, должна быть протестирована в резидентном месте. Однако это ПО может оказаться неработоспособным на объекте во время выполнения задания. В этом случае необходимо прервать апгрейд и продолжить выполнение задания, используя старую версию ПО. При этом новая версия ПО должна быть исправлена и заново протестирована в резидентном месте. После этого может быть осуществлена следующая попытка апгрейда.

В [1] предложен метод реализации апгрейда ПО, названный защищенным апгрейдом, когда операция замены старой версии осуществляется в две стадии:

1. Стадия проверки работоспособности новой версии.

2. Стадия первичного управления системой при выполнении новой версии.

На стадии проверки работоспособности новой версии УВСРВ функционирует под управлением старой версии, однако новая версия выполняется параллельно со старой, результаты ее решения не используются для управления объектом, но проверяются с помощью Приёмного Теста (ПТ) или путем сравнения с результатами старой версии. На этой стадии в случае возникновения в новой версии ошибки апгрейд прекращается. Выполняется корректировка новой версии.

На второй стадии новая версия используется для первичного управления системой, а старая версия выполняется как фоновый процесс, т.е. результаты ее решения не используются (подавляются) для управления объектом. Контроль новой версии осуществляется по-прежнему с помощью ПТ или путем сравнения с результатами старой версии. В случае возникновения ошибки при выполнении новой версии апгрейд прекращается, старая версия становится активной. Переход к старой версии осуществляется в соответствии с протоколом с использованием при этом для восстановления вычислений механизма контрольных точек, что приводит к временным затратам. В случае отката назад к старой версии и другим программам, зависящим от распространенной ошибки новой версии, временные зат-

раты могут быть весьма ощутимыми и, кроме того, непредсказуемыми.

Для жестких систем реального времени такая ситуация не может быть приемлема.

Нами был предложен улучшенный метод с использованием дополнительной промежуточной стадии [2]. Дополнительно к предыдущим действиям на первой стадии проверки работоспособности новой версии собирается информация об интервалах между соседними контрольными точками. При успешном завершении первой стадии осуществляется переход к промежуточной стадии апгрейда, когда во время выполнения старой версии ПО определяются времена генерации дополнительных ПТ с тем, чтобы возможные временные затраты при переходе от новой версии к старой версии не превышали граничного времени. Во время выполнения второй стадии контроль новой версии осуществляется, если это выявлено на промежуточной стадии, более часто с помощью дополнительных ПТ.

При реализации защищенного апгрейда программного обеспечения удаленной вычислительной системы реального времени необходимо решить ряд задач, связанных с разработкой дополнительной надстройки операционной системы, Приёмных Тестов, механизма контрольных точек и др. Решение этих задач влияет на временные затраты при проведении апгрейда. В [3] выполнен качественный анализ продолжительности двухфазного апгрейда. Ниже мы рассмотрим разработку аналитических моделей для получения количественной базовой оценки времени проведения апгрейда.

**Аналитическая модель базовой оценки времени проведения апгрейда**

Аналитические модели рассматриваются как экспоненциальные системы массового обслуживания, т.е. время выполнения первой, промежуточной и второй стадий апгрейда предполагается случайным с экспоненциальной функцией распределения с соответствующими показателями  $\lambda$ ,  $\gamma$  и  $\rho$ . Вероятности обнаружения ошибки на фазе 1 и на фазе 2 равны соответственно  $\theta$  и  $\nu$ . Так как время выполнения промежуточной фазы значительно меньше времени выполнения апгрейда на фазах 1 и 2, то, предполагая отсутствие ошибок на проме-

жуточной фазе, при построении моделей будем учитывать только фазы 1 и 2. При этом мы рассмотрим множество моделей: идеальную, когда новая версия работает без ошибок, и три модели различной детальности процессов апгрейда.

*Идеальная модель*

Пусть  $p_1$  и  $p_2$  — вероятности пребывания системы на фазе 1 и на фазе 2 соответственно,  $p_3$  — вероятность завершения апгрейда (рис. 1).

Система дифференциальных уравнений для определения вероятностей

$$\begin{aligned} p'_{\phi 1}(t) &= -\lambda'_{\phi 1}(t); \\ p'_{\phi 2}(t) &= -\rho p_{\phi 2}(t) + \lambda'_{\phi 1}(t); \\ p'_3(t) &= \rho p_{\phi 2}(t). \end{aligned}$$

Начальные условия

$$p_{\phi 1}(t = 0) = 1; \quad p_{\phi 2}(t = 0) = p_3(t = 0) = 0.$$

Переходя к преобразованиям Лапласа, имеем

$$\begin{aligned} p_{\phi 1}(s) &= \frac{1}{(s + \rho)}; \\ p_{\phi 2}(s) &= \frac{\lambda}{(s + \rho)(s + \lambda)}; \\ p_3(s) &= \frac{\rho \lambda}{s(s + \rho)(s + \lambda)}. \end{aligned}$$

Решение системы может быть получено посредством нахождения обратного преобразования Лапласа при  $\lambda \neq \rho$  :

$$\begin{aligned} p_{\phi 1}(t) &= e^{-\lambda t}; \quad p_{\phi 2}(t) = \frac{\lambda}{\rho - \lambda} (e^{-\lambda t} - e^{-\rho t}); \\ p_3(t) &= 1 - e^{-\lambda t} - \left( \frac{\lambda}{\rho - \lambda} (e^{-\lambda t} - e^{-\rho t}) \right). \end{aligned}$$

Если  $\lambda = \rho$ , то

$$\begin{aligned} p_{\phi 1}(t) &= e^{-\lambda t}; \quad p_{\phi 2}(t) = \lambda t e^{-\lambda t}; \\ p_3(t) &= 1 - e^{-\lambda t} - \lambda t e^{-\lambda t}. \end{aligned}$$

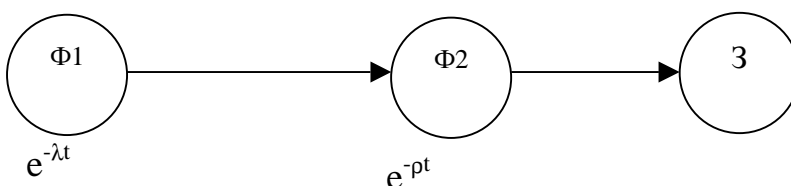


Рис. 1. Модель M1

Модель М2 (новая версия ПО может иметь ошибки)

В случае, когда новая версия может иметь ошибки вводится дополнительное состояние к (рис. 2), связанное с проведением работ по коррекции Новой версии ПО в резидентном месте, и вероятность  $p_k$  пребывания системы в этом состоянии к. Время выполнения работ по коррекции предполагается случайным с экспоненциальной функцией распределения с показателем  $\mu$ .

Система дифференциальных уравнений для определения вероятностей

$$p'_k(t) = -\mu p_k(t) + \lambda(1 - \theta)p_{\phi1}(t) + \rho(1 - \nu)p_{\phi2}(t);$$

$$p'_{\phi1}(t) = -p_{\phi1}(t)\lambda + \mu p_k(t);$$

$$p'_{\phi2}(t) = -\rho p_{\phi2}(t) + \lambda p_{\phi1}(t)\theta;$$

$$p'_3(t) = \rho \nu p_{\phi2}(t).$$

Начальные условия

$$p_{\phi1}(t=0) = 1; p_{\phi2}(t=0) = p_3(t=0) = p_k(t=0) = 0.$$

Переходя к преобразованиям Лапласа, имеем

$$(s + \mu)p_k(s) = (1 - \theta)\lambda p_{\phi1}(s) + (1 - \nu)\rho p_{\phi2}(s);$$

$$(s + \lambda)p_{\phi1}(s) = \mu p_k(s);$$

$$(s + \rho)p_{\phi2}(s) = \theta \lambda p_{\phi1}(s);$$

$$s p_3(s) = \rho \nu p_{\phi2}(s);$$

$$p_{\phi1}(s) = \frac{s^2 + s(\mu + \rho) + \mu\rho}{s^3 + s^2(\lambda + \mu + \rho) + s(\rho\lambda + \rho\mu + \lambda\mu\theta) - \lambda\nu\rho\mu\theta};$$

$$p_{\phi2}(s) = \frac{s\theta\lambda + \mu\theta\lambda}{s^3 + s^2(\lambda + \mu + \rho) + s(\rho\lambda + \rho\mu + \lambda\mu\theta) - \lambda\nu\rho\mu\theta};$$

$$p_k(s) = \frac{s(\lambda - \lambda\theta) + \lambda\rho - \lambda\nu\rho\theta}{s^3 + s^2(\lambda + \mu + \rho) + s(\rho\lambda + \rho\mu + \lambda\mu\theta) - \lambda\nu\rho\mu\theta};$$

$$p_3(s) = \frac{s\nu\rho\theta\lambda + \nu\rho\theta\lambda\mu}{s^3 + s^2(\lambda + \mu + \rho) + s(\rho\lambda + \rho\mu + \lambda\mu\theta) - \lambda\nu\rho\mu\theta}.$$

Решение системы может быть получено посредством нахождения обратного преобразования Лапласа:

$$p_{\phi1}(t) = \sum_{i=1}^3 \frac{s_i^2 + s_i(\mu + \rho) + \mu\rho}{3s_i^2 + 2s_i(\lambda + \mu + \rho) + (\rho\lambda + \rho\mu + \lambda\mu\theta)} e^{s_i t};$$

$$p_{\phi2}(t) = \sum_{i=1}^3 \frac{s_i\theta\lambda + \mu\theta\lambda}{3s_i^2 + 2s_i(\lambda + \mu + \rho) + (\rho\lambda + \rho\mu + \lambda\mu\theta)} e^{s_i t};$$

$$p_k(t) = \sum_{i=1}^3 \frac{s_i(\lambda - \lambda\theta) + \lambda\rho - \lambda\nu\rho\theta}{3s_i^2 + 2s_i(\lambda + \mu + \rho) + (\rho\lambda + \rho\mu + \lambda\mu\theta)} e^{s_i t};$$

$$p_3(t) = \sum_{i=1}^4 \frac{s\nu\rho\theta\lambda + \nu\rho\theta\lambda\mu}{s_i [3s_i^2 + 2s_i(\lambda + \mu + \rho) + (\rho\lambda + \rho\mu + \lambda\mu\theta)]} e^{s_i t},$$

где  $s$  — корни характеристического уравнения

$$s^3 + s^2(\lambda + \mu + \rho) + s(\rho\lambda + \rho\mu + \lambda\mu\theta) - \lambda\nu\rho\mu\theta = 0.$$

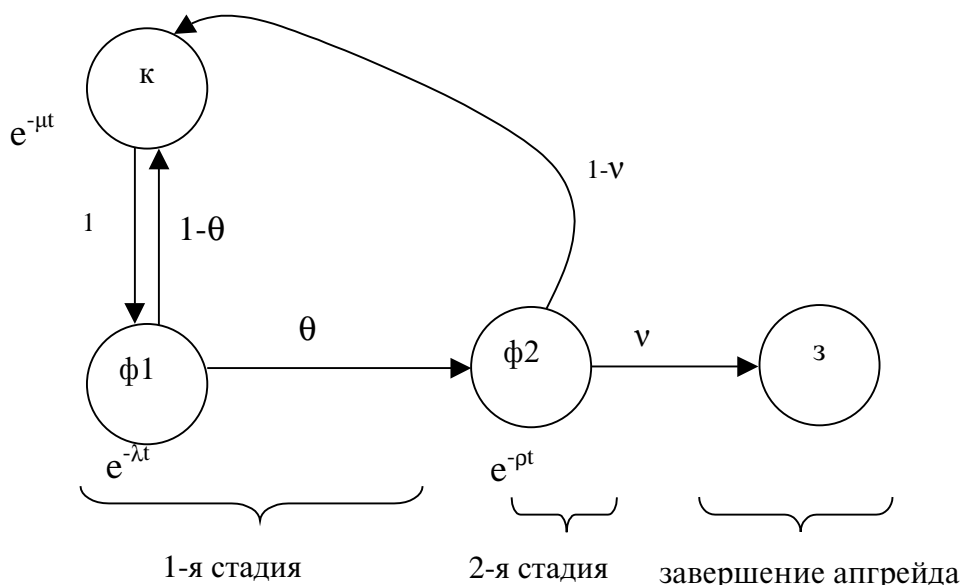


Рис. 2. Модель М2

Модель М3 (пессимистическая модель с одной ошибкой на фазе 1)

Состояние  $\Phi_{11}$  — выполняется апгрейд на 1-й стадии, при этом новая версия имеет ошибку. Поэтому новая версия программного обеспечения должна быть исправлена и заново протестирована — переход из состояния  $\Phi_{11}$  в состояние  $\kappa$ . В состоянии  $\Phi_{10}$  новая версия работает без ошибок на первой стадии (рис. 3).

Система дифференциальных уравнений для определения вероятностей

$$p'_\kappa(t) = -\mu p_\kappa(t) + \lambda_1 p_{\Phi_{11}}(t) + \rho(1 - \nu) p_{\Phi_2}(t);$$

$$p'_{\Phi_{11}}(t) = -p_{\Phi_{11}}(t)\lambda_1 + (1 - f)\mu p_\kappa(t);$$

$$p'_{\Phi_{10}}(t) = -p_{\Phi_{10}}(t)\lambda_0 + f\mu p_\kappa(t);$$

$$p'_{\Phi_2}(t) = -\rho p_{\Phi_2}(t) + \lambda_0 p_{\Phi_{10}}(t);$$

$$p'_3(t) = \rho \nu p_{\Phi_2}(t).$$

Начальные условия

$$p_{\Phi_{11}}(t = 0) = 1; p_{\Phi_{10}}(t = 0) = p_{\Phi_2}(t = 0) = p_3(t = 0) = 0, p_\kappa(t = 0) = 0.$$

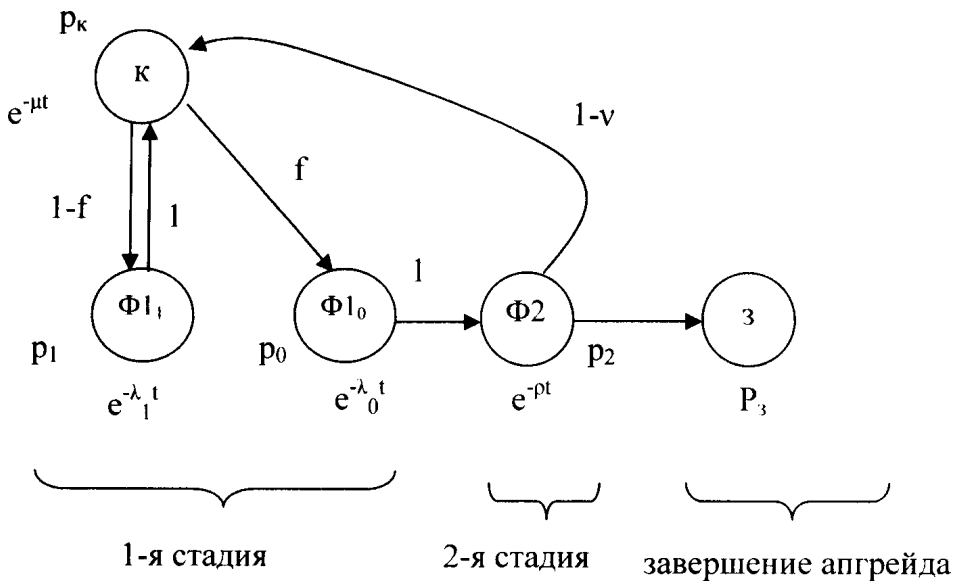


Рис. 3. Модель М3

Переходя к преобразованиям Лапласа, имеем

$$(s + \mu) p_\kappa(s) = \lambda_1 p_{\Phi_{11}}(s) + (1 - \nu) \rho p_{\Phi_2}(s);$$

$$(s + \lambda_1) p_{\Phi_{11}}(s) - (1 - f) \mu p_\kappa(s) = 1;$$

$$(s + \lambda_0) p_{\Phi_{10}}(s) = f \mu p_\kappa(s);$$

$$(s + \rho) p_{\Phi_2}(s) = \lambda_0 p_{\Phi_{10}}(s);$$

$$s p_3(s) = \rho \nu p_{\Phi_2}(s);$$

$$p_\kappa(s) = \frac{\lambda_1 (s + \rho) (s + \lambda_0)}{\left[ \left[ (s + \mu) (s + \rho) (s + \lambda_0) - \{ (1 - \nu) \rho f \lambda_0 \mu \} (s + \lambda_1) \right] - (1 - f) \mu \lambda_1 (s + \rho) (s + \lambda_0) \right]};$$

$$p_{\Phi_{10}}(s) = \frac{f \mu \lambda_1 (s + \rho)}{\left[ \left[ (s + \mu) (s + \rho) (s + \lambda_0) - \{ (1 - \nu) \rho f \lambda_0 \mu \} \right] (s + \lambda_1) - (1 - f) \mu \lambda_1 (s + \rho) (s + \lambda_0) \right]};$$

$$p_{\Phi 11}(s) = \frac{(s + \mu)(s + \rho)(s + \lambda_0) - \{(1 - v)\rho f \lambda_0 \mu\}}{\left[ \left[ (s + \mu)(s + \rho)(s + \lambda_0) - \{(1 - v)\rho f \lambda_0 \mu\} \right] (s + \lambda_1) - (1 - f)\mu \lambda_1 (s + \rho)(s + \lambda_0) \right]};$$

$$p_{\Phi 2}(s) = \frac{f\mu \lambda_1 \lambda_0}{\left[ \left[ (s + \mu)(s + \rho)(s + \lambda_0) - \{(1 - v)\rho f \lambda_0 \mu\} \right] (s + \lambda_1) - (1 - f)\mu \lambda_1 (s + \rho)(s + \lambda_0) \right]};$$

$$p_3(s) = \frac{vf\mu \lambda_1 \lambda_0 \rho}{s \left[ \left[ (s + \mu)(s + \rho)(s + \lambda_0) - \{(1 - v)\rho f \lambda_0 \mu\} \right] (s + \lambda_1) - (1 - f)\mu \lambda_1 (s + \rho)(s + \lambda_0) \right]}.$$

Решение системы может быть получено посредством нахождения обратного преобразования Лапласа:

$$p_{\kappa}(t) = \sum_{i=1}^4 \frac{(s_i^2 \lambda_1 + s_i(\rho \lambda_1 + \lambda_0 \lambda_1) + \rho \lambda_0 \lambda_1) e^{s_i t}}{4s_i^3 + 3s_i^2(\mu + \rho + \lambda_0 + \lambda_1) + 2s_i(\mu \rho + \rho \lambda_0 + \mu \lambda_0 + \lambda_1 \rho + \mu \lambda_1 f) + (\lambda_1 + \mu \rho + \lambda_1 \rho \lambda_0 - \rho f \lambda_0 \mu + v \rho f \lambda_0 \mu + \mu \lambda_1 f \rho + \mu \lambda_1 f \lambda_0)};$$

$$p_{\Phi 10}(t) = \sum_{i=1}^4 \frac{(f\mu \lambda_1 (s + \rho)) e^{s_i t}}{4s_i^3 + 3s_i^2(\mu + \rho + \lambda_0 + \lambda_1) + 2s_i(\mu \rho + \rho \lambda_0 + \mu \lambda_0 + \lambda_1 \rho + \mu \lambda_1 f) + (\lambda_1 + \mu \rho + \lambda_1 \rho \lambda_0 - \rho f \lambda_0 \mu + v \rho f \lambda_0 \mu + \mu \lambda_1 f \rho + \mu \lambda_1 f \lambda_0)};$$

$$p_{\Phi 11}(t) = \sum_{i=1}^4 \frac{(s^3 + s^2(\rho + \mu + \lambda_0) + s(\mu \rho + \rho \lambda_0 + \mu \lambda_0) + \mu \rho \lambda_0 - \rho \lambda_0 f \mu + v \rho \lambda_0 f \mu) e^{s_i t}}{4s_i^3 + 3s_i^2(\mu + \rho + \lambda_0 + \lambda_1) + 2s_i(\mu \rho + \rho \lambda_0 + \mu \lambda_0 + \lambda_1 \rho + \mu \lambda_1 f) + (\lambda_1 + \mu \rho + \lambda_1 \rho \lambda_0 - \rho f \lambda_0 \mu + v \rho f \lambda_0 \mu + \mu \lambda_1 f \rho + \mu \lambda_1 f \lambda_0)};$$

$$p_{\Phi 2}(t) = \sum_{i=1}^4 \frac{(f\mu \lambda_0 \lambda_1) e^{s_i t}}{4s_i^3 + 3s_i^2(\mu + \rho + \lambda_0 + \lambda_1) + 2s_i(\mu \rho + \rho \lambda_0 + \mu \lambda_0 + \lambda_1 \rho + \mu \lambda_1 f) + (\lambda_1 + \mu \rho + \lambda_1 \rho \lambda_0 - \rho f \lambda_0 \mu + v \rho f \lambda_0 \mu + \mu \lambda_1 f \rho + \mu \lambda_1 f \lambda_0)};$$

$$p_3(t) = \sum_{i=1}^4 \frac{(vf\mu \lambda_0 \lambda_1 \rho) e^{s_i t}}{s \left[ 4s_i^3 + 3s_i^2(\mu + \rho + \lambda_0 + \lambda_1) + 2s_i(\mu \rho + \rho \lambda_0 + \mu \lambda_0 + \lambda_1 \rho + \mu \lambda_1 f) + (\lambda_1 + \mu \rho + \lambda_1 \rho \lambda_0 - \rho f \lambda_0 \mu + v \rho f \lambda_0 \mu + \mu \lambda_1 f \rho + \mu \lambda_1 f \lambda_0) \right]};$$

где  $s_i$  — корни характеристического уравнения

$$4s_i^3 + 3s_i^2(\mu + \rho + \lambda_0 + \lambda_1) + 2s_i(\mu \rho + \rho \lambda_0 + \mu \lambda_0 + \lambda_1 \rho + \mu \lambda_1 f) + (\lambda_1 + \mu \rho + \lambda_1 \rho \lambda_0 - \rho f \lambda_0 \mu + v \rho f \lambda_0 \mu + \mu \lambda_1 f \rho + \mu \lambda_1 f \lambda_0) = 0.$$

**Модель М4 (пессимистическая модель с  $n$  ошибками на фазе 1)**

В данной модели (рис. 4) мы предполагаем обнаружение на фазе 1 по крайней мере  $n$  ошибок. Поэтому для фазы 1 по сравнению с моделью М3 вводится  $n + 1$  состояние.

Система дифференциальных уравнений для определения вероятностей при  $n = 2$ ,

$\lambda_0 = \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$  и  $\mu_0 = \mu_1 = \mu_2 = \mu$  имеет вид

$$p'_{\kappa 2}(t) = -\mu p_{\kappa 2}(t) + \lambda p_{\Phi 12}(t) + \rho(1 - v)p_{\Phi 2}(t);$$

$$p'_{\kappa 1}(t) = -\mu p_{\kappa 1}(t) + \lambda p_{\Phi 11}(t);$$

$$p'_{\Phi 12}(t) = -\lambda p_{\Phi 10}(t);$$

$$p'_{\Phi 11}(t) = -p_{\Phi 11}(t)\lambda + \mu p_{\kappa 2}(t);$$

$$p'_{\Phi 10}(t) = -p_{\Phi 10}(t)\lambda + \mu p_{\kappa 1}(t);$$

$$p'_{\Phi 2}(t) = -\rho p_{\Phi 2}(t) + \lambda p_{\Phi 10}(t);$$

$$p'_3(t) = \rho v p_{\Phi 2}(t).$$

Начальные условия

$$p_{\Phi 11}(t=0) = 1; p_{\Phi 10}(t=0) = p_{\Phi 12}(t=0) = p_{\Phi 2}(t=0) = p_3(t=0) = p_{\kappa 1}(t=0) = p_{\kappa 2}(t=0) = 0.$$

Переходя к преобразованиям Лапласа, имеем

$$(s + \mu)p_{\kappa 2}(s) = \lambda p_{\Phi 2}(s) + (1 - v)\rho p_{\Phi 2}(s);$$

$$(s + \mu)p_{\kappa 1}(s) = \lambda p_{\Phi 11}(s);$$

$$(s + \lambda)p_{\Phi 12}(s) = 1;$$

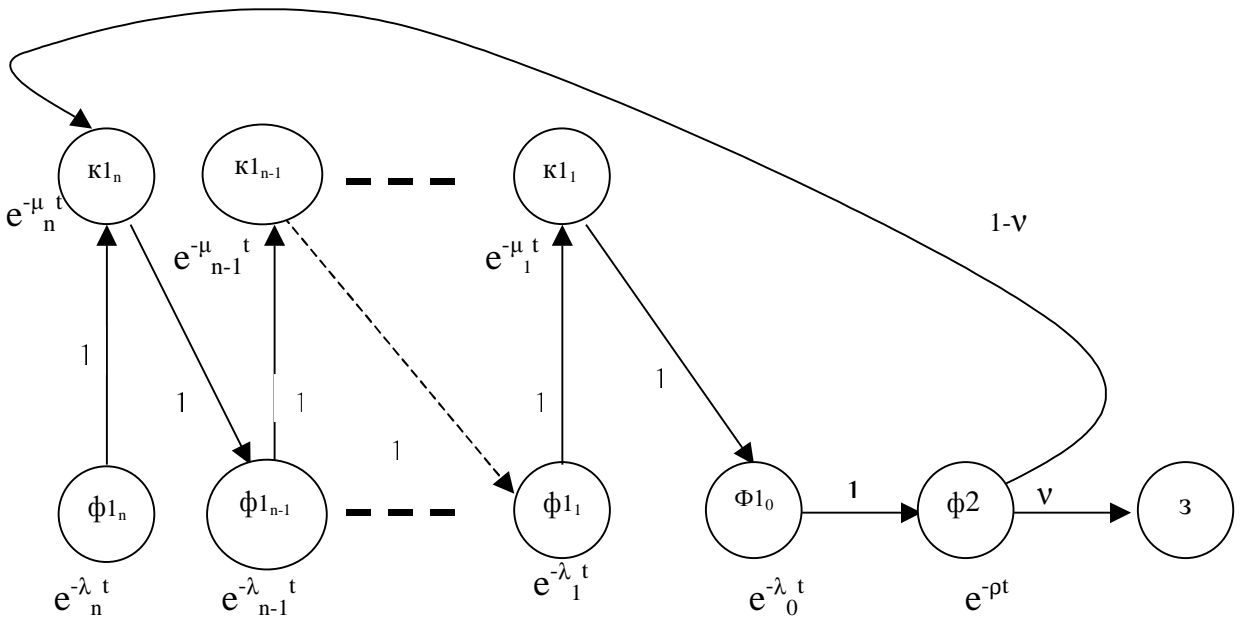


Рис. 4. Модель М4

$$(s + \lambda) p_{\phi_{11}}(s) = \mu p_{\kappa_2}(s);$$

$$(s + \lambda) p_{\phi_{10}}(s) = \mu p_{\kappa_1}(s);$$

$$(s + \rho) p_{\phi_2}(s) = \lambda p_{\phi_{10}}(s);$$

$$s p_3(s) = \rho v p_{\phi_2}(s).$$

Отсюда получаем

$$p_{\phi_2}(s) = \frac{\lambda}{s + \rho} p_{\phi_{10}}(s);$$

$$p_{\phi_{12}}(s) = \frac{1}{s + \lambda};$$

$$p_{\phi_{11}}(s) = \frac{\mu}{s + \lambda} p_{\phi_{12}}(s);$$

$$p_3(s) = \frac{1}{s} \rho v p_{\phi_2}(s) = \frac{\rho v \lambda}{s(s + \rho)} p_{\phi_{10}}(s);$$

$$p_{\phi_2}(s) = \frac{\lambda \mu p_{\kappa_1}(s)}{(s + \rho)(s + \lambda)};$$

$$p_{\kappa_1}(s) = \frac{s + \lambda}{\mu} p_{\phi_{10}}(s);$$

$$p_{\phi_{11}}(s) = \frac{s + \mu}{\lambda} \cdot \frac{s + \lambda}{\mu} p_{\phi_{10}}(s);$$

$$p_{\kappa_2}(s) = \frac{s + \lambda}{\mu} p_{\phi_{11}}(s) = \frac{s + \lambda}{\mu} \cdot \frac{s + \mu}{\lambda} \cdot \frac{s + \lambda}{\mu} p_{\phi_{10}}(s);$$

$$p_{\phi_{11}}(s) = \frac{s + \mu}{\lambda} \cdot \frac{s + \lambda}{\mu} p_{\phi_{10}}(s).$$

Решение системы может быть получено посредством нахождения обратного преобразования Лапласа:

$$p_{\phi_{10}}(t) = \sum_{i=1}^5 \frac{\lambda^2 \mu^2 (s_i + \rho) e^{s_i t}}{[(s_i + \mu)^2 (s_i + \lambda)^2 (s_i + \rho) - (1 - v) \rho \lambda^2 \mu^2] (s_i + \lambda)};$$

$$p_{\phi_{11}}(t) = \sum_{i=1}^5 \frac{\lambda \mu (s_i + \rho) (s_i + \mu) e^{s_i t}}{[(s_i + \mu)^2 (s_i + \lambda)^2 (s_i + \rho) - (1 - v) \rho \lambda^2 \mu^2]};$$

$$p_{\phi_{12}}(t) = e^{-\lambda t};$$

$$p_{\phi_2}(t) = \sum_{i=1}^5 \frac{\lambda^3 \mu^2 e^{s_i t}}{[(s_i + \mu)^2 (s_i + \lambda)^2 (s_i + \rho) - (1 - v) \rho \lambda^2 \mu^2] (s_i + \lambda)};$$

$$p_3(t) =$$

$$= \sum_{i=1}^5 \frac{\lambda^3 \mu^2 \rho v e^{s_i t}}{s [(s_i + \mu)^2 (s_i + \lambda)^2 (s_i + \rho) - (1 - v) \rho \lambda^2 \mu^2] (s_i + \lambda)};$$

$$p_{k_1}(t) = \sum_{i=1}^5 \frac{\lambda^2 \mu (s_i + \rho) e^{s_i t}}{[(s_i + \mu)^2 (s_i + \lambda)^2 (s_i + \rho) - (1 - \nu) \rho \lambda^2 \mu^2]};$$

$$p_{k_2}(t) = \sum_{i=1}^5 \frac{\lambda (s_i + \rho) (s_i + \mu) (s_i + \lambda) e^{s_i t}}{[(s_i + \mu)^2 (s_i + \lambda)^2 (s_i + \rho) - (1 - \nu) \rho \lambda^2 \mu^2] (s_i + \lambda)},$$

где  $s_i$  — корни соответствующего характеристического уравнения.

**Экспериментальные результаты решения для моделей M1 и M2**

Будем считать, что среднее время выполнения первой и второй стадий апгрейда предполагается равным  $\lambda = \rho$  со значением 1.

В рамках идеальной модели M1, когда новая версия работает без ошибок, апгрейд завершается с вероятностью 0,99 через 6,7 ед. времени.

В рамках модели M2 (новая версия ПО может иметь ошибки) апгрейд завершается с вероятностью 0,99 через время, указанное в таблице и на рис. 5 при соответствующих параметрах:  $\mu$  — среднее время коррекции программы;  $\theta$  — вероятности обнаружения ошибки на фазе 1;  $\nu$  — вероятности обнаружения ошибки на фазе 2.

Из экспериментальных результатов, в частности, следует, что при качестве ПО с вероятностью ошибок на фазах 1 и 2  $\theta = \nu = 0,98$  при среднем

№	1/ $\mu$	$\theta$	$\nu$	время завершения
1	0,1	0,98	0,98	7
2	1	0,98	0,98	7,4
3	2	0,98	0,98	8,1
4	0,1	0,95	0,95	7,5
5	1	0,95	0,95	8,4
6	2	0,95	0,95	10

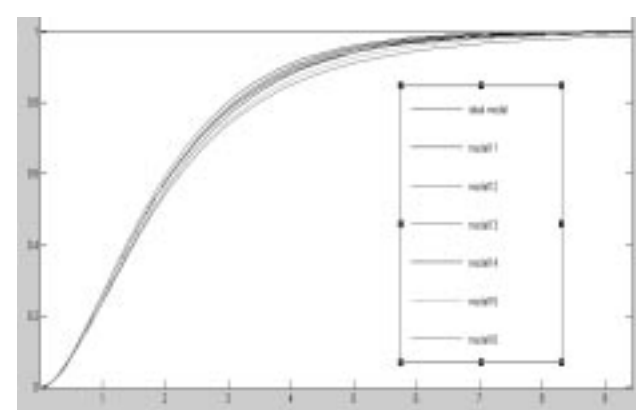


Рис. 5. Экспериментальные результаты решения для моделей M1 и M2

значении времени корректировки 0,1 от времени выполнения фаз 1 и 2 время завершения апгрейда увеличивается на 5%, но при вероятности ошибок на фазах 1 и 2  $\theta = \nu = 0,95$  и одинаковом времени выполнения фаз и корректировки время завершения апгрейда увеличивается на 25%.

**Выводы**

Предложенные в работе аналитические модели базовой оценки времени проведения апгрейда программного обеспечения удаленной вычислительной системы реального времени обеспечивают возможность прогнозирования времени завершения апгрейда в зависимости от качества разработки новой версии ПО и от уровня проведения корректирующих мероприятий ПО.

**Summary**

Analytical models with various detail levels are suggested for software upgrade processes. The collection of these models provide evaluation of time needed for the upgrade taking into account possible bugs in the new version of the program. Besides the collection makes it possible to verify models mutually.

**Библиографический список**

1. A. T. Tai, K. S. Tso, L. Alkalai, S. N. Chau, and W. H. Sanders. Low-cost error containment and recovery for onboard guarded software upgrading and beyond. IEEE Trans. Computers, vol. 51, pp. 121-137, Feb. 2002.
2. Брехов О.М., Ти Хан. Улучшенный метод контролируемого апгрейда программного обеспечения // Труды XVI международного научно-технического семинара. Сентябрь 2007, Алушта. — Тула: Изд-во ТулГУ, 2007.
3. T. Tai, K. S. Tso, L. Alkalai, S. N. Chau, and W. H. Sanders. Performability Analysis of Guarded-Operation Duration: A Translation Approach for Reward Model Solutions. Performance Evaluation, vol. 56, no. 1-4, pp. 249-276, March 2004.

Московский авиационный институт  
Статья поступила в редакцию 10.04.2008