

ОЦЕНКА РАЗРУШАЮЩЕЙ ЧАСТОТЫ ВРАЩЕНИЯ ДИСКОВ ТУРБОМАШИН С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДЕФОРМАЦИОННОГО КРИТЕРИЯ В ПРОГРАММНОМ КОМПЛЕКСЕ LS-DYNA

Семенова А.С.* , Гогаев Г.П.**

*Опытно-конструкторское бюро им. А. Люльки — филиал ОДК-Уфимского моторостроительного
производственного объединения,*

ОКБ им. А. Люльки, ул. Касаткина, 13, Москва, 129301, Россия

**e-mail: anna.semenova.lulka@gmail.com*

***e-mail: gogaevgeorge@rambler.ru*

Исследуется влияние на расчетную разрушающую частоту диска турбины низкого давления (ТНД) двигателя разработки ОКБ им. А. Люльки времени приложения нагрузки; размера конечно-элементной (КЭ) сетки. Разрушающая частота вращения диска двигателя оценивается с использованием деформационного критерия в программном комплексе LS-DYNA. Полученные результаты расчетов валидированы на основе результатов разгонных испытаний рассматриваемого диска ТНД на стенде ЦИАМ им. П.И. Баранова.

Ключевые слова: диски турбомашин, разрушающая частота вращения, деформационный критерий.

Введение

В настоящее время расчеты на прочность и проектирование авиационных деталей проводятся методом конечных элементов с использованием двух- и трехмерных моделей, например с помощью программных комплексов ANSYS, LS-DYNA и др. Существующие расчетные методы позволяют определить напряженно-деформированное состояние дисков с учетом концентрации напряжений в зонах резкого изменения геометрии и неравномерности действующих нагрузок. Оценить их предельное состояние можно как на основании теории предельного равновесия, так и при использовании условий разрушения в одной наиболее нагруженной точке диска. Однако известные расчетные методы не могут в полной мере учесть многообразие факторов, влияющих на прочность дисков, в том числе особенностей конструкции и материала. Поэтому использование расчетных методов при оценке разрушающих частот дисков обычно требует введения эмпирических поправочных коэффициентов. В практике отечественного двигателестроения это отражено в сложившейся системе расчетных и экспериментальных запасов, используемых при проектировании роторов турбомашин.

В практике зарубежного двигателестроения разрушающая частота вращения определяется с ис-

пользованием теории предельного равновесия и учетом концентрации напряжений, свойств материала и результатов разгонных испытаний.

В настоящей работе представлено определение разрушающей частоты вращения и зоны начала разрушения дисков турбомашин из никелевых сплавов с использованием деформационного критерия, что позволяет определить время и место зарождения трещины.

Диск турбины является основной деталью авиационного двигателя, так как выход из строя этой детали может привести к аварийной или катастрофической ситуации [2]. В соответствии с нормативно-технической документацией несущая способность дисков газотурбинных двигателей (ГТД) оценивается расчетными запасами по разрушающей частоте вращения по теории предельного равновесия [3], при разрушении по меридиональному сечению от действия тангенциальных напряжений и при разрушении по какому-либо из цилиндрических частично меридиональных сечений от действия тангенциальных напряжений [4].

При вычислении запасов учитывается ослабление сечений отверстиями [5–7]. Принимается меньшее из полученных значений расчетного запаса по разрушающей частоте вращения. Факторами, влияющими на несущую способность дисков, яв-

ляются: форма меридионального сечения, схема разрушения (по меридиональным, цилиндрическим или смешанным сечениям), наличие концентраторов напряжений, свойства материала [8–10]. Учет влияния этих факторов на несущую способность дисков при использовании теории предельного равновесия не представляется возможным.

Разрушение большинства металлов является результатом накопления повреждений [11, 12]. Различают два основных механизма повреждений: объемное повреждение (рост и слияние пор) и сдвиговое (рост и слияние трещин). Для численного определения разрушающей частоты вращения дисков турбомашин из никелевых сплавов можно использовать модель накопления повреждений на основе сдвигового повреждения — критерий разрушения по максимальной накопленной пластической деформации.

Для определения предельной частоты вращения диска может быть использована теория пластического течения [13–16]. Модифицированный вариант классической теории течения с изотропным упрочнением позволяет реализовать произвольную зависимость напряжений от деформации, задаваемую в виде деформационных диаграмм [17, 18].

Цель работы заключается в определении разрушающей частоты вращения диска ТНД двигателя разработки ОКБ им. А. Льюльки с использованием деформационного критерия. При этом решались задачи по оценке влияния размера КЭ-сетки и вре-

мени приложения нагрузки в программном комплексе LS-DYNA на результаты, а также проводилась валидация полученных результатов на основе проведенных разгонных испытаний рассматриваемого диска ТНД на стенде ФГУП «ЦИАМ им. П.И. Баранова».

Свойства материала и критерий разрушения

Для описания упругопластических свойств материала был задан модуль Юнга и диаграммы деформирования материалов ротора в зависимости от температуры. Используемые в данной работе кривые деформирования материала ЭП741НП в зависимости от температуры представлены на рис. 1.

Для расчета температурных деформаций конструкции был определен коэффициент теплового расширения (КТР) материалов. Для учета инерционных характеристик задана плотность материала.

Разрушающая частота вращения оценивалась по деформационному критерию. Момент разрушения определялся из условия достижения интенсивностью пластических деформаций некоторого предельного значения в наиболее нагруженной зоне диска. Модель нагружалась центробежной силой во времени, приложенной линейно от нуля до полного разрушения (для явного метода). За момент разрушения принималось выполнение условия

$$\epsilon^{pl} = \epsilon_{lim}. \quad (1)$$

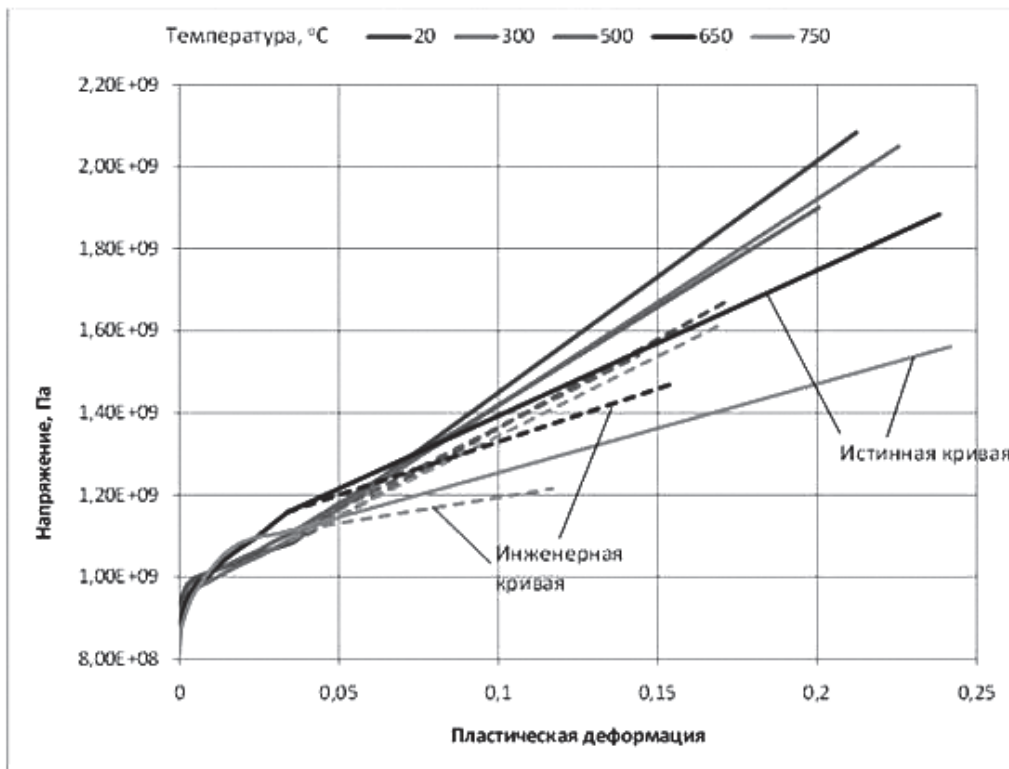


Рис. 1. Кривые упрочнения сплава ЭП741НП

Здесь ϵ^{pl} — интенсивность пластических деформаций, определяемая по уравнению Мизеса;

ϵ_{lim} — предельная деформация в наиболее нагруженной зоне диска,

$$\epsilon_{lim} = \epsilon_f'' (1 - \sigma / \sigma_B'')^2, \quad (2)$$

где σ_B'' , ϵ_f'' — истинные значения предела прочности и деформации в момент разрушения образца,

$$\sigma_B'' = \frac{\sigma_B}{1 - \psi}; \quad (3)$$

$$\epsilon_f'' = \ln \frac{1}{1 - \psi}, \quad (4)$$

σ — среднее нормальное напряжение в наиболее нагруженной зоне диска,

$$\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}, \quad (5)$$

где σ_1 , σ_2 , σ_3 — главные напряжения.

При равномерном удлинении образца без образования шейки пластическая деформация, соответствующая пределу прочности, может приниматься равной удлинению δ .

Формула (2) является частным случаем формулы

$$\epsilon_i^{inelast} = \left(\frac{D}{e^p} \right) \left(1 - \frac{\sigma}{S} \right)^m \quad (6)$$

при $D = \text{const}$.

Здесь $\epsilon_i^{inelast}$ — интенсивность неупругих деформаций;

σ — среднее нормальное напряжение (первый инвариант тензора напряжений, деленный на 3);

e^p — пластическое разрыхление, связанное с длиной траектории пластической деформации L : $e^p = L$;

S — сопротивление материала всестороннему разрыву (если $\sigma = S$, то разрушение происходит без пластических деформаций);

D — статическая повреждаемость $D = \epsilon_T^2 \alpha$ (ϵ_T — предельное значение $\epsilon_i^{inelast}$ при чистом сдвиге, α — коэффициент внутреннего трения);

m — показатель степени.

Эта формула имеет следующий смысл. Разрушение наступает тогда, когда интенсивность неупругих деформаций достигает некоторого предельного значения. Последнее зависит от степени пластической разрыхленности материала, убывая с увеличением длины траектории пластической деформации. Введение в формулу множителя $(1 - \sigma/S)$ позволяет учесть влияние знака напряжений на предельное значение $\epsilon_i^{inelast}$. Известно, что в условиях трехосного растяжения пластичность падает, а при деформировании материалов под гидростатическим давлением повышается.

Из-за отсутствия значений входящих в формулу констант материала предел деформаций определяется по формуле (2).

Для данного расчета (явный метод) ϵ_{lim} рассчитывался по формулам, приведенным выше (данные берутся для максимальной температуры), и учитывался как критерий разрушения по главным деформациям.

Граничные условия

Было выполнено несколько серий расчетных разгонных испытаний.

КЭ-модель построена вместе с турбинными лопатками, чтобы учесть натяг в бандажных полках, так как это создает дополнительные напряжения в диске.

Поскольку модель диска занимает большой расчетный ресурс, то в силу симметрии геометрии и нагрузок расчет проводился для сектора, с заданием циклической симметрии [19]. Угол сектора выбран с учетом числа лопаток и других дискретных особенностей геометрии диска [20].

В процессе вращения ротора на диск действует инерционная нагрузка, обусловленная его вращением на заданной частоте [21]. В расчетах эта нагрузка заменялась соответствующей центробежной силой в неинерциальной системе отсчета ротора:

$$\vec{F}_i = m_i (\vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{r}_i), \quad (7)$$

где $\vec{\omega}$ — вектор угловой скорости ротора;

\vec{r}_i — радиус-вектор;

m_i — узловая масса.

Кроме того, диск подвергается неравномерному деформированию от нагрева конструкции [21–23].

В расчетной модели учитывались все указанные факторы.

Описание проведенных расчетов

Для данной модели был выбран сектор 12°, для задания натяга в лопатках. Также этот сектор кратен числу отверстий под штифты. КЭ-модель диска турбины и сопрягаемых деталей с разным размером 8-узловых элементов (HEX-элементов) представлена на рис. 2 и 3.

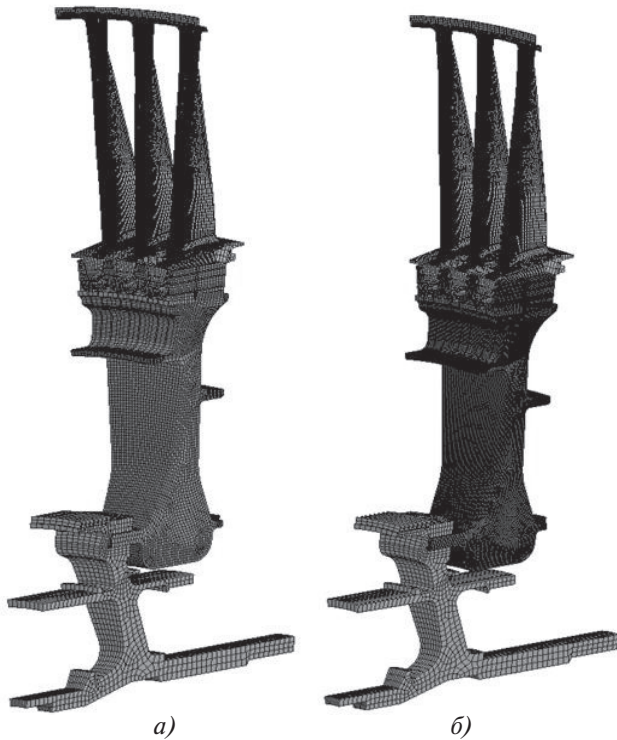


Рис. 2. Конечно-элементная модель турбины и сопрягаемых деталей: а — с размером 8-узловых элементов диска 2,4 мм; б — с размером 8-узловых элементов диска 0,6 мм

Исследовалось влияние на расчетную разрушающую частоту следующих факторов:

- времени приложения нагрузки;
- размера КЭ-сетки.

Чтобы проследить влияние размера КЭ-сетки и времени приложения нагрузки, провели четыре расчета:

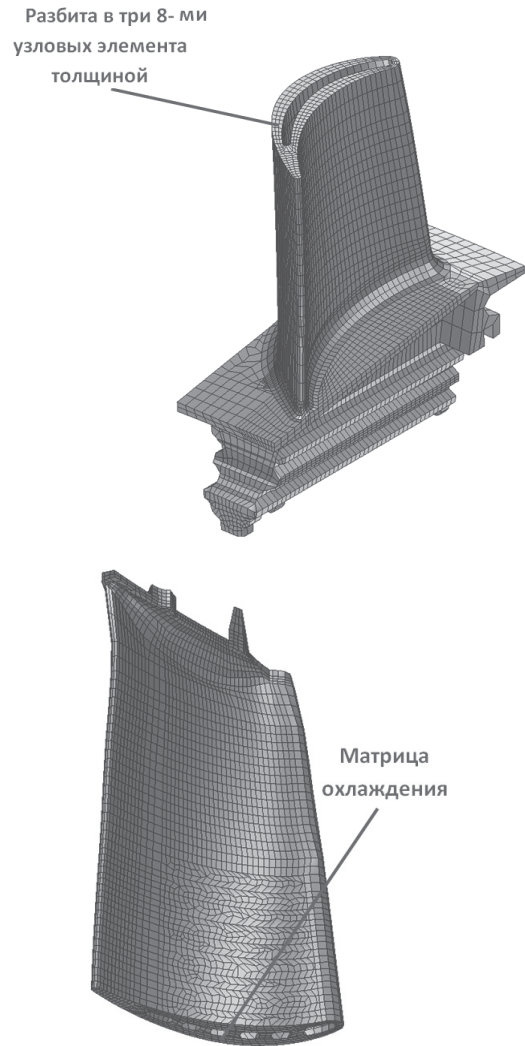


Рис. 3. Описание КЭ-модели турбинной лопатки

- с размером 8-узловых элементов — 2,4 мм и временем приложения нагрузки 10 мс;
- с размером 8-узловых элементов — 2,4 мм и временем приложения нагрузки 30 мс;
- с размером 8-узловых элементов — 0,6 мм и временем приложения нагрузки 10 мс;
- с размером 8-узловых элементов — 0,6 мм и временем приложения нагрузки 30 мс.

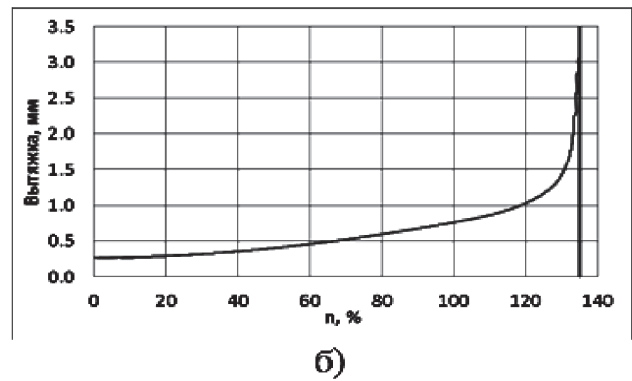
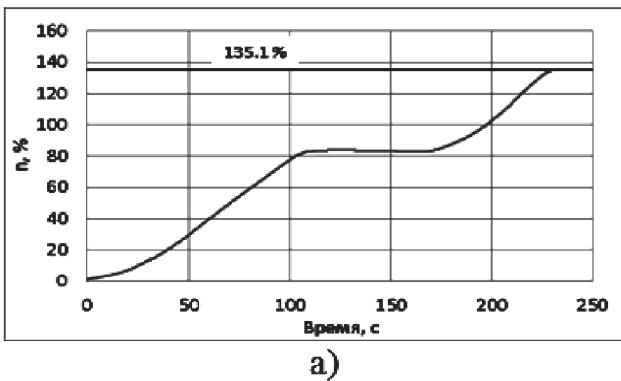


Рис. 4. Изменение характеристик в разгонных испытаниях диска ТНД: а — частоты вращения ротора ТНД; б — вытяжки диска ТНД

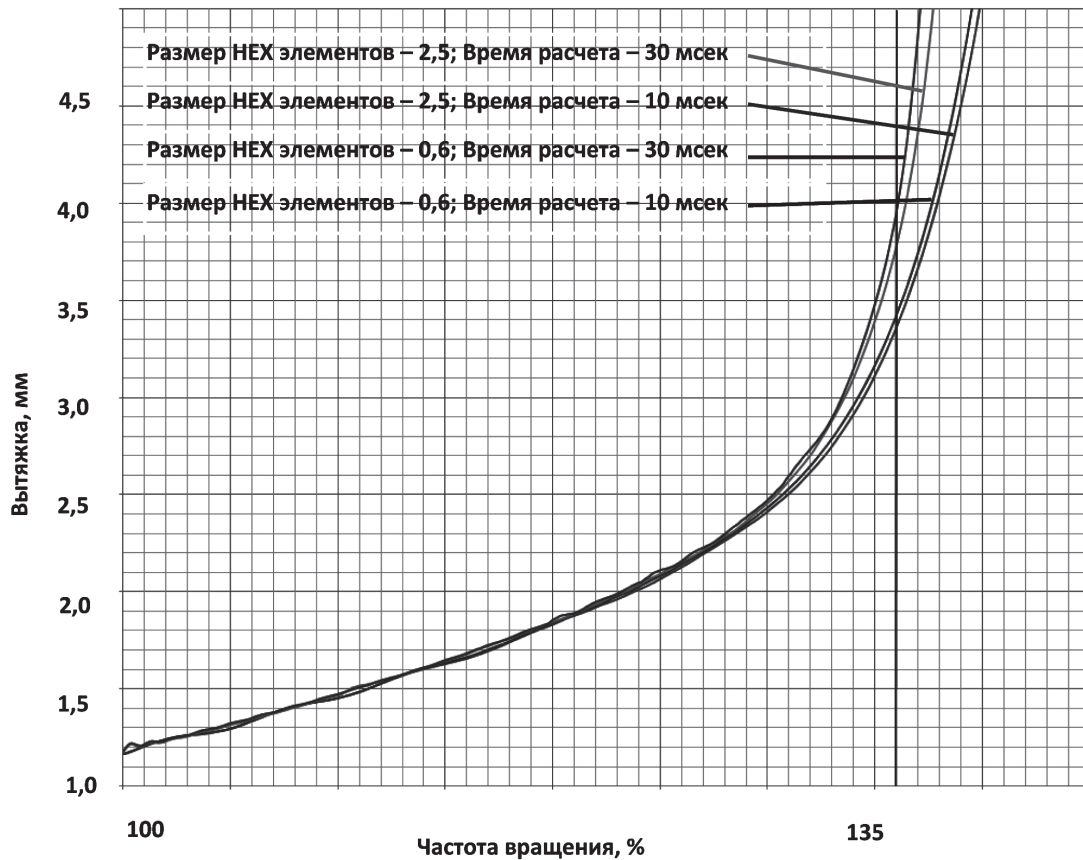


Рис. 5. Изменение вытяжки диска ТНД в процессе расчета, мм

Валидация расчетной КЭ-модели с экспериментом

На стенде ФГУП «ЦИАМ им. П.И. Баранова» проведены разгонные испытания диска ТНД рассматриваемого двигателя. Разрушающая частота диска ТНД в испытаниях составила $n = 135\%$.

Графики частоты ротора ТНД и вытяжки диска ТНД из испытаний показаны на рис. 4. Характер изменения вытяжки по ступице при расчетах представлен на рис. 5. Картина разрушения диска представлена на рис. 6 и 7.

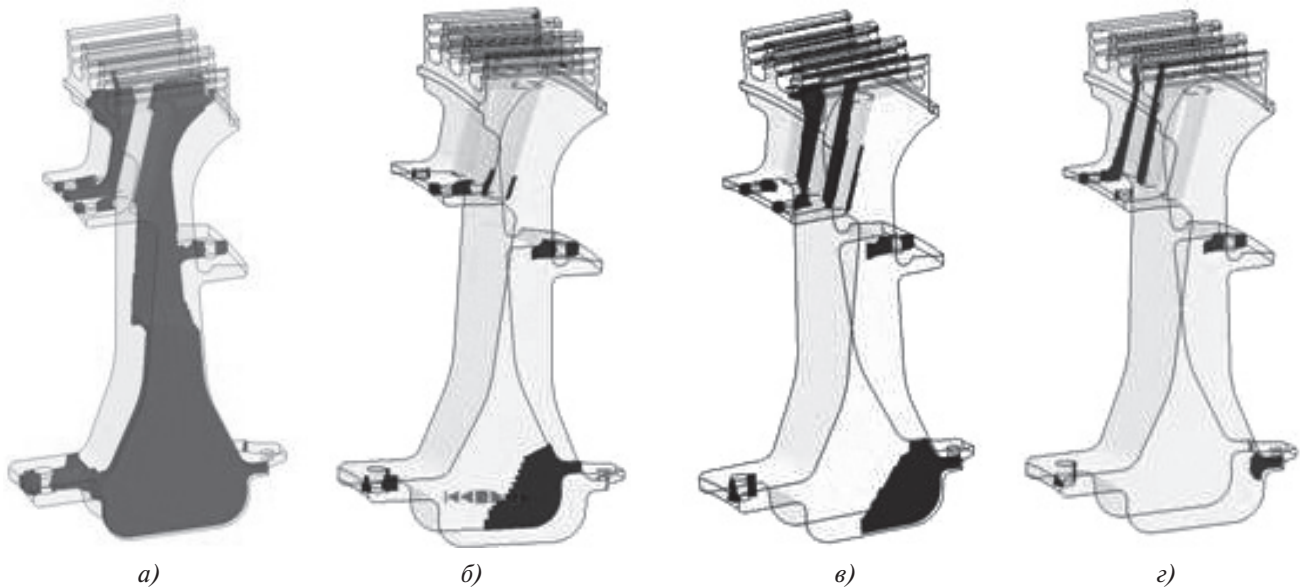


Рис. 6. Темным цветом показано разрушение диска ТНД (удаленные из системы элементы): а — размер 8-узловых элементов — 2,4 мм, время расчета — 10 мс; б — размер 8-узловых элементов — 2,4 мм, время расчета — 30 мс; в — размер 8-узловых элементов — 0,6 мм, время расчета — 10 мс; з — размер 8-узловых элементов — 0,6 мм, время расчета — 30 мс

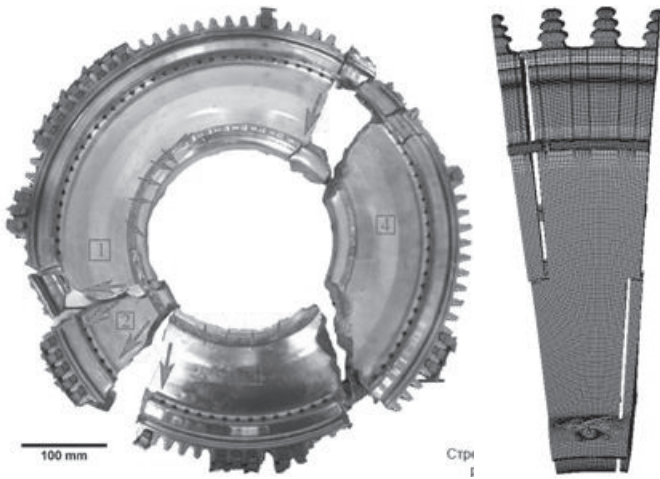


Рис. 7. Общий вид разрушенного диска при испытаниях и при расчете (стрелки показывают направление распространения трещины)

Результаты расчетов показали, что размер КЭ-сетки практически не влияет на сходимость расчета с экспериментом, однако чем мельче сетка, тем точнее можно проследить развитие трещин на диске.

По возрастанию энергии удаленных из системы элементов (рис. 8) можно проследить разрушение материала диска ТНД.

Для размера 8-узловых элементов 2,4 мм и времени расчета 10 мс разрушение произошло на 8,4 мс (152 %).

Для размера 8-узловых элементов 2,4 мм и времени расчета 30 мс разрушение произошло на 23 мс (139 %).

Для размера 8-узловых элементов 0,6 мм и времени расчета 10 мс разрушение произошло на 8,0 мс (148 %).

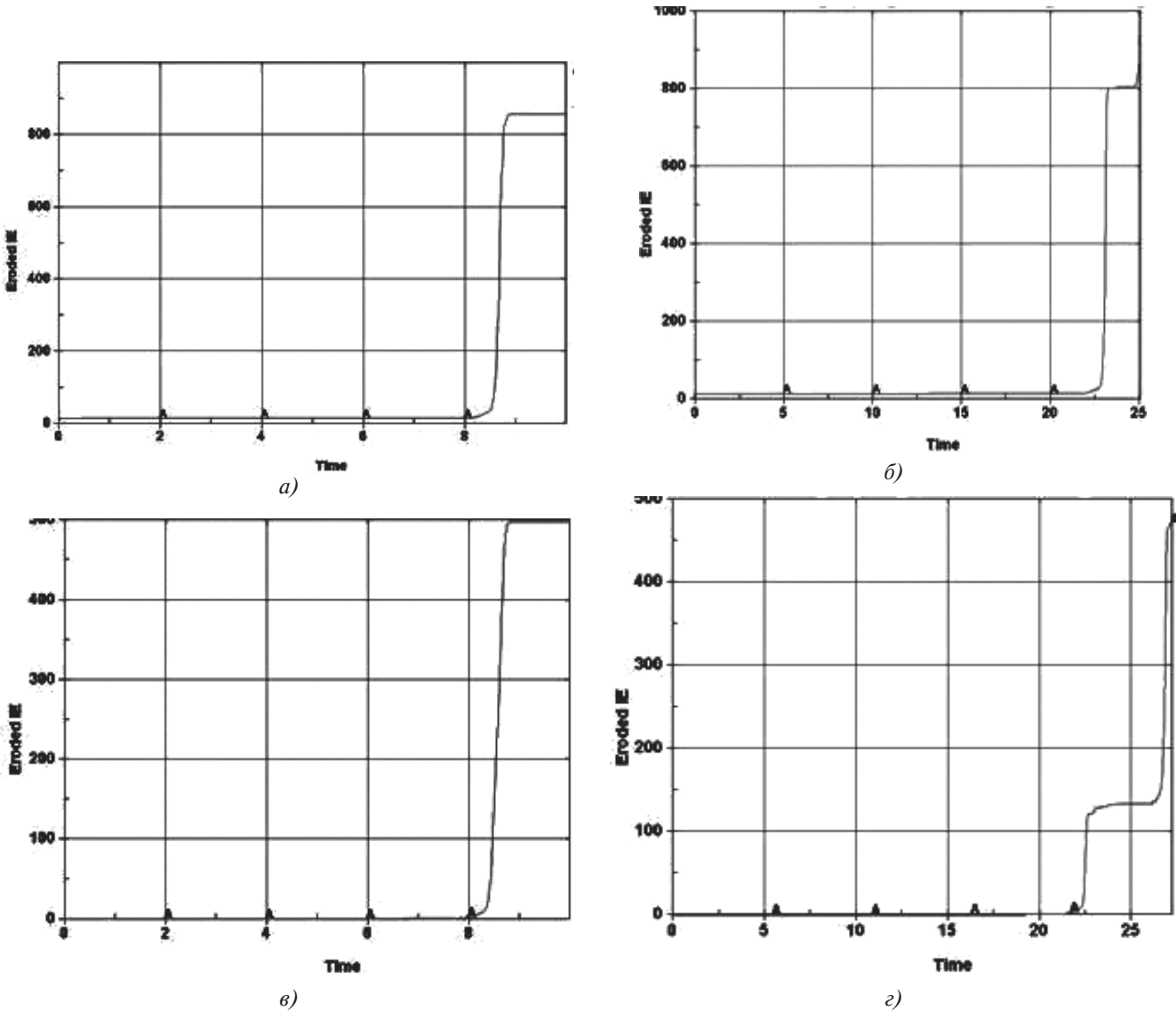


Рис. 8. Графики зависимости энергии удаленных из системы элементов от времени приложения нагрузки: *a* — размер 8-узловых элементов — 2,4 мм, время расчета — 10 мс; *б* — размер 8-узловых элементов — 2,4 мм, время расчета — 30 мс; *в* — размер 8-узловых элементов — 0,6 мм, время расчета — 10 мс; *г* — размер 8-узловых элементов — 0,6 мм, время расчета — 30 мс

Для размера 8-узловых элементов 0,6 мм и времени расчета 30 мс разрушение произошло на 21,6 мс (134 %).

Выводы

Результаты расчётных исследований показали, что размер КЭ-сетки и время расчета сетки практически не влияют на сходимость расчета с экспериментом, однако чем мельче сетка, тем точнее можно проследить развитие трещин на диске.

Если сравнить все проведенные расчеты с результатами разгонных испытаний, погрешность составит менее 1%.

Библиографический список

1. Волгин А.В. Исследование несущей способности дисков компрессоров газотурбинных двигателей на основе компьютерного моделирования разгонных испытаний: Дисс. ... канд. техн. наук. — Рыбинск, 2012. — 145 с.
2. Курсанов А.Р. Методика оценки повреждаемости ГТД на этапах его создания, изготовления и эксплуатации от поражающего воздействия птиц: Дисс. ... канд. техн. наук. — М., 2016. — 205 с.
3. LS-DYNA Keyword User's Manual (Version 971). — Livermore Software Technology Corporation (LSTC), 2012. Vol. 1 — 1953 p.
4. Положение «Об установлении и увеличении ресурсов и сроков службы газотурбинных двигателей военной авиации, их агрегатов и комплектующих изделий». — М.: ЦИАМ, 2005. — 80 с.
5. Нормы прочности авиационных газотурбинных двигателей гражданской авиации. — Изд. 6-е. — М.: ЦИАМ, 2004. — 260 с.
6. Когаев В.П., Махутов Н.А., Гусенков А.П. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность: Справочник. — М.: Машиностроение, 1985. — 224 с.
7. Козлов И.А., Городецкий В.Н., Леценко В.М., Фомичев В.И. Прочность рабочих колес турбомашин. — Киев: Наукова думка, 1972. — 216 с.
8. Демьянушко И.В., Биргер И.А. Расчет на прочность вращающихся дисков. — М.: Машиностроение, 1978. — 247 с.
9. Биргер И.А., Мавлютов Р.Р. Сопротивление материалов: Учебное пособие. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. — 560 с.
10. Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Иосилевич Г.Б. Расчет на прочность деталей машин: Справочник. — М.: Машиностроение, 1993. — 640 с.
11. Кобрин М.М. Прочность вращающихся дисков. — Л.: Судпромгиз, 1963. — 337 с.
12. Алексеева Т.В., Бабанская В.Д., Баумта Т.М. и др. Техническая диагностика гидравлических приводов / Под ред. Т.М. Башты. — М.: Машиностроение, 1989. — 264 с.
13. Устинищikov Ю.И., Пивоваров В.А., Рац А.В. Упрочнение и разупрочнение сплава ВД-17 при циклическом нагружении // Известия Академии наук. Металлы. 1997. № 1. С. 165-170.
14. Глушак Б.Л., Куропатенко В.Ф., Новиков С.А. Исследование прочности материалов при динамических нагрузках. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992. — 295 с.
15. Новожилов В.В. О пластическом разрыхлении // Прикладная математика и механика. 1965. Т. 29. № 4. С. 681-689.
16. Gurson A.L. Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth. Part I Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Materials // Journal of Engineering Materials and Technology. 1977. Vol. 99. No. 1, 14 p. DOI: 10.1115/1.3443401
17. Надаи А. Пластичность и разрушение твердых тел. / Под ред. Г.С. Шапиро. — В 2 т. — М.: Иностранная литература, 1954. — 647 с.
18. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. — М.: Наука, 1969. — 420 с.
19. Морозов Е.М., Никишков Г.П. Метод конечных элементов в механике разрушения. — Изд. 2-е, испр. — М.: Издательство ЛКИ, 2008. — 256 с.
20. Каримбаев К.Д., Серветник А.Н. Численное моделирование разгонных испытаний дисков турбомашин // Вестник двигунобудування. 2008. №3. С.130-134.
21. Овчинников И.В., Хомяков А.М. Несущая способность рабочего колеса реактивной турбины // Вестник Московского авиационного института. 2010. Т. 17. № 3. С. 120-128.
22. Дудкин Ю.П., Титов Ю.К., Филиппенков Р.Г., Хижняков Ю.Н. Нечеткое управление частотой вращения свободной турбины газотурбинного двигателя // Вестник Московского авиационного института. 2010. Т. 17. № 6. С. 55-60.
23. Горохов М.Ю., Гецов Л.Б., Кутырев В.В., Голубовский Е.Р., Семенов А.С. Расчетно-экспериментальное исследование несущей способности модельных вращающихся дисков // Труды СПбГПУ. 2004. № 489. С. 194-200.

EVALUATION OF DESTRUCTIVE ROTATION FREQUENCY OF TURBO-MACHINE DISKS APPLYING DEFORMATION CRITERION WITH LS-DYNA SOFTWARE

Semenova A.S.*, Gogaev G.P.**

A.Lyulka Design Bureau - a branch of the Ufa Engine Industrial Association,
13, Kasatkina str., Moscow, 129301, Russia

*e-mail: anna.semenova.lulka@gmail.com

**e-mail: gogaevgeorge@rambler.ru

Abstract

Turbine disk is the main part of the aircraft engine, since its failure may lead to either emergency or catastrophic situation. According to NTD the GTE load-bearing capacity is being evaluated by the destructive rotation frequency margin, applying the limit equilibrium theory, at destruction along meridian section from tangential stress, and at destruction along some cylindrical partially meridian section from tangential stress.

Factors affecting the disk load-bearing capacity are the meridian section shape, scheme of destruction (along meridian, cylindrical or mixed sections), the presence of stress concentrators, and the material properties. Allowance for these factors effect on the disk load-bearing capacity while applying the limit equilibrium theory is not practical.

Destruction of most metals is the result of damages accumulation. Two main mechanism of damages such as voluminous damage (pores growth and merge) and shear damage (cracks growth and merge) are discerned. A model of damages accumulation based on shear damage, i.e. destruction criterion on maximum accumulated plastic deformation, can be employed for numerical determination of the destructive rotation frequency of the turbo-machine disks from nickel alloys.

The plastic flow theory can be employed to determine the disk limit rotation frequency. A modified version of the classical flow theory with isotropic hardening makes allows implement an arbitrary stress-strain dependence given in the form of strain diagrams.

Several series of calculated overspeed test were performed. The effect of the following factors on the calculated destructive frequency was being studied:

- loading speed;
- the finite elements mesh size.

The computational studies results revealed that the finite element size and mesh computing time did not practically affect the convergence of computation and experiment.

The computational studies results revealed that the finite element size and mesh computing time did not practically affect the convergence of computation and

experiment. However, the smaller the grid, the more accurately the cracks development on the disk can be traced.

The obtained computation results were validated based on the results of the overspeed test performed with the low-pressure turbine disk of AL41F-1C engine at the Central Institute of Aviation Motors (CIAM) stand.

Keywords: turbo-machines disks, destructive rotation frequency, deformation criterion.

References

1. Volgin A.V. *Issledovanie nesushchei sposobnosti diskov kompressorov gazoturbinykh dvigatelei na osnove komp'yuternogo modelirovaniya razgonykh ispytaniy* (Study of the load-bearing capacity of compressor disks of gas turbine engines based on computer simulation of overspeed tests), Doctor's thesis, Rybinsk, RGATU im. P.A. Solov'eva, 2012, 145 p.
2. Kirsanov A.R. *Metodika otsenki povrezhdaemosti GTD na etapakh ego sozdaniya, izgotovleniya i ekspluatatsii ot porazhayushchego vozdeystviya ptits* (The method of the of GTE damaging assessment at the stages of its creation, production and operation from the birds' damaging effects), Doctor's thesis, Moscow, GosNII GA, 2016, 205 p.
3. *LS-DYNA Keyword User's Manual (Version 971)*. Livermore Software Technology Corporation (LSTC), 2012, vol. 1, 1953 p.
4. *Polozhenie "Ob ustanovlenii i uvelichenii resursov i srokov sluzhby gazoturbinykh dvigatelei voennoi aviatsii, ikh agregatov i komplektuyushchikh izdelii"* (Regulation "On establishing and increase of military aircraft gas turbine engines resources and service life, their units and components"), Moscow, TsIAM, 2005, 80 p.
5. *Normy prochnosti aviatsionnykh gazoturbinykh dvigatelei grazhdanskoi aviatsii* (Civil aviation gas turbine engines Standards of strength), Moscow, TsIAM, 2004, 260 p.
6. Kogaev V.P., Makhutov N.A., Gusenkov A.P. *Raschety detalei mashin i konstruktssii na prochnost' i dolgovechnost'* (Machine parts and structures strength and durability calculations), Moscow, Mashinostroenie, 1985, 224 p.
7. Kozlov I.A., Gorodetskii V.N., Leshchenko V.M., Fomichev V.I. *Prochnost' rabochikh koles turbomashin* (Turbo-machinery impellers durability), Kiev, Naukova dumka, 1972, 216 p.

8. Dem'yanushko I.V., Birger I.A. *Raschet na prochnost' vrashchayushchikhsya diskov* (Calculation of rotating disks strength), Moscow, Mashinostroenie, 1978, 247 p.
9. Birger I.A., Mavlyutov R.R. *Soprotivlenie materialov* (Resistance of materials), Moscow, Nauka, 1986, 560 p.
10. Birger I.A., Shorr B.F., Iosilevich G.B. *Raschet na prochnost' detalei mashin* (Machine parts strength calculation), Moscow, Mashinostroenie, 1993, 640 p.
11. Kobrin M.M. *Prochnost' vrashchayushchikhsya diskov* (Strength of rotating discs), Leningrad, Sudpromgiz, 1963, 337 p.
12. Alekseeva T.V., Babanskaya V.D., Bashta T.M. *Tekhnicheskaya diagnostika gidravlicheskih privodov* (Technical diagnostics of hydraulic drives), Moscow, Mashinostroenie, 1989, 264 p.
13. Ustinshchikov Yu.I., Pivovarov V.A., Rats A.V. *Izvestiya akademii nauk. Metally*, 1997, no. 1, pp. 165-170.
14. Glushak B.L., Kuropatenko V.F., Novikov S.A. *Issledovanie prochnosti materialov pri dinamicheskikh nagruzkakh* (Strength of materials study under dynamic loads), Novosibirsk, Nauka, 1992, 295 p.
15. Novozhilov V.V. *Prikladnaya matematika i mekhanika*, 1965, vol. 29, no. 4, pp. 681-689.
16. Gurson A.L. Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth. Part I Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Materials. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 1977, vol. 99, no. 1, 14 p. DOI: 10.1115/1.3443401
17. Nadai A. *Plastichnost' i razrushenie tverdykh tel* (Theory of flow and fracture of solids), Moscow, Inostrannaya literatura, 1954, 647 p.
18. Kachanov L.M. *Osnovy teorii plastichnosti* (Theory of plasticity fundamentals), Moscow, Nauka, 1969, 420 p.
19. Morozov E.M., Nikishkov G.P. *Metod konechnykh elementov v mekhanike razrusheniya* (Finite element method in fracture mechanics), Moscow, LKI, 2008, 256 p.
20. Karimbaev K.D., Servetnik A.N. *Vestnik dvigatelestroeniya*, 2008, no. 3, pp. 130-134.
21. Ovchinnikov I.V., Khomyakov A.M. *Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta*, 2010, vol. 17, no. 3, pp. 120-128.
22. Dudkin Yu.P., Titov Yu.K., Filippenkov R.G., Khizhnyakov Yu.N. *Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta*, 2010, vol. 17, no. 6, pp. 55-60.
23. Gorokhov M.Yu., Getsov L.B., Kutyrev V.V., Golubovskii E.R., Semenov A.S. *Trudy SPbGPU*, 2004, no. 489, pp. 194-200.