

УТВЕРЖДАЮ

Директор Федерального государственного
бюджетного учреждения науки
Институт вычислительной математики
и математической геофизики
Сибирского отделения Российской академии
наук (ИВМиМГ СО РАН)
д.ф.-м.н., профессор РАН М.А. Марченко



23 сентября 2024 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации – Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук (ИВМиМГ СО РАН) – на диссертационную работу Рыбакова Константина Александровича «Спектральный метод анализа и статистического моделирования непрерывных стохастических систем», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации, статистика.

1. Актуальность темы исследования.

Стохастические дифференциальные уравнения (СДУ) лежат в основе математического описания стохастических систем в непрерывном времени в различных фундаментальных и прикладных областях науки.

Довольно часто анализ таких динамических систем проводится численно, при этом выбираются численные методы решения СДУ с невысокими порядками сходимости, а для повышения точности анализа уменьшается шаг численного интегрирования. Численные методы решения СДУ с высокими порядками сходимости используются в научных исследованиях чрезвычайно редко, что связано в первую очередь с возникающими сложностями при моделировании специальных случайных величин – повторных стохастических интегралов Ито и Стратоновича. Некоторые из указанных случайных величин можно моделировать точно, но это относится к малой части всей совокупности необходимых для реализации численных методов решения

ОТДЕЛ КОРРЕСПОНДЕНЦИИ
И КОНТРОЛЯ ИСПОЛНЕНИЯ
ДОКУМЕНТОВ МАИ

«30» 09 2024 г.

СДУ повторных стохастических интегралов. Поэтому исследования по развитию теории повторных стохастических интегралов Ито и Стратоновича, а также по развитию соответствующих алгоритмов их статистического моделирования и верификации теоретических результатов, несомненно, актуальны.

2. Научная новизна полученных результатов.

Для решения поставленных в диссертационной работе задач обобщен спектральный метод анализа, ранее применяемый в основном для детерминированных систем. Для этого разработан математический аппарат спектрального представления случайных процессов и на этой основе построен метод решения линейных СДУ, который относится к классу приближенно-аналитических. В дополнение к нему построен метод оценивания траекторий решений линейных СДУ по косвенным измерениям полиномиального типа.

Получены новые представления кратных и повторных стохастических интегралов Ито и Стратоновича довольно общего вида и представлены новые алгоритмы их приближенного статистического моделирования. Исследованы погрешности, возникающие при их реализации. В качестве частного случая рассмотрены повторные стохастические интегралы, необходимые для реализации численных методов решения СДУ и анализа стохастических систем в непрерывном времени.

Полученные результаты являются новыми.

3. Обоснованность и достоверность полученных результатов, публикации.

Обоснованность и достоверность полученных результатов обусловлена строгими доказательствами, они подтверждаются статистическим моделированием.

Основные результаты диссертации опубликованы в 62 научных работах. Из них 14 статей в журналах, индексируемых международными системами цитирования Web of Science и Scopus, 6 статей в трудах конференций, индексируемых международными системами цитирования Web of Science и Scopus, 8 статей в журналах из перечня, рекомендованного ВАК, 1 монография, 2 коллективные монографии, 28 работ в других научных изданиях и материалах конференций. Автором диссертационной работы получено 3 государственных свидетельства о регистрации программ для ЭВМ.

4. Соответствие диссертационной работы паспорту научной специальности.

Результаты, полученные в диссертационной работе и выносимые на защиту, соответствуют специальности 2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации, статистика, а именно следующим направлениям исследований:

п. 1) теоретические основы и методы системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений, обработки информации и искусственного интеллекта;

п. 2) формализация и постановка задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений, обработки информации и искусственного интеллекта;

п. 4) разработка методов и алгоритмов решения задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений, обработки информации и искусственного интеллекта;

п. 5) разработка специального математического и алгоритмического обеспечения систем анализа, оптимизации, управления, принятия решений, обработки информации и искусственного интеллекта.

5. Структура диссертационной работы.

Диссертация включает введение, шесть глав, одно приложение, заключение и список цитируемой литературы. Работа изложена на 548 страницах, в ней 167 рисунков и 139 таблиц. Список цитируемой литературы состоит из 370 пунктов.

В первой главе (92 стр.) приведены определения и свойства, относящиеся к представлению и преобразованию детерминированных функций с применением спектрального метода. Перечислены ортонормированные базисные системы, используемые во всей работе. Под преобразованием функций понимается умножение на заданные функции, интегрирование и дифференцирование – операции, которым соответствуют элементарные звенья линейных систем управления. Для каждой из используемых базисных систем указано, как рассчитывать спектральные характеристики оператора умножения на переменную времени, оператора интегрирования и оператора дифференцирования. Отдельно выделен раздел, в котором изучается связь следов спектральных характеристик функций двух переменных, заданных на квадрате, с интегрированием этих функций по диагонали квадрата. Также данная глава содержит раздел, в котором построен метод аппроксимации множества

спектральных характеристик функций, понимаемых как сигналы в системах управления при ограничениях на принимаемые значения.

Во второй главе (64 стр.) содержатся определения и свойства, относящиеся к представлению и преобразованию случайных функций также с применением спектрального метода. Рассмотренные преобразования случайных функций – это умножение на заданные случайные функции и интегрирование по процессам с независимыми приращениями, а именно стандартному винеровскому процессу и пуассоновскому процессу заданной интенсивности. За основу взяты стохастические интегралы, для которых преобразования осуществляются по тем же правилам, что и для детерминированных функций, т.е. интегралы по винеровскому процессу, понимаемые в смысле Стратоновича, и интегралы по пуассоновскому процессу, понимаемые в смысле Огавы. Большое внимание в этой главе уделено нахождению спектральных характеристик типовых случайных процессов и операторов интегрирования для конкретных базисных систем и численному анализу погрешностей, возникающих при усечении спектральных характеристик.

В третьей главе (57 стр.) построен спектральный метод решения линейных СДУ, понимаемых в смысле Ито и Стратоновича (в общем случае линейных СДУ с тета-дифференциалом). Его можно отнести к классу приближенно-аналитических, поскольку решение представляется точно в виде ряда или приближенно в виде частичной суммы этого ряда. Такой метод интересен тем, что строится аппроксимация решения линейного СДУ в непрерывном времени, а не в дискретном. Последнее характерно для численных методов решения СДУ. В данной главе предложены алгоритмы статистического моделирования линейных стохастических систем с применением спектрального метода и алгоритмы оценивания их траекторий по косвенным измерениям полиномиального типа. Приведены примеры статистического моделирования типовых случайных процессов: винеровского процесса, броуновского моста, процесса Орнштейна-Уленбека и других. По этим примерам можно судить о скорости сходимости приближенного решения к точному.

В четвертой главе (68 стр.) получены результаты для представления детерминированных функций многих переменных с применением спектрального метода. Основная часть главы ориентирована на представление функций, кратные интегралы для которых представимы с помощью последовательного интегрирования по

разным аргументам. Данные результаты используются в следующих главах в новых представлениях кратных и повторных стохастических интегралов. Для этих же целей рассматриваются функции многих переменных, полученные в результате частичной или полной симметризации. Отдельно выделен раздел, в котором изучается связь следов спектральных характеристик функций с четным числом переменных, заданных на гиперкубе, с интегрированием этих функций по диагоналям гиперкуба. В данной главе проведен численный анализ погрешностей, возникающих при усечении спектральных характеристик указанных функций.

В пятой главе (71 стр.) приведены новые результаты, связанные с представлением кратных стохастических интегралов Ито и Стратоновича. Эти представления являются ортогональными разложениями. Рассмотрена аппроксимация кратных стохастических интегралов Ито и Стратоновича, получены новые формулы для точного вычисления погрешности аппроксимации. В указанных формулах учитывается частичная или полная симметризация функций, для которых определяются такие интегралы. Проведено моделирование некоторых повторных стохастических интегралов Ито и Стратоновича для иллюстрации и подтверждения теоретических результатов.

В шестой главе (97 стр.) построен метод, позволяющий представить повторные стохастические интегралы Ито и Стратоновича (в общем случае стохастические тета-интегралы) на основе спектрального метода, построенного во второй и третьей главах. Значительное внимание в этой главе уделено статистическому моделированию повторных стохастических интегралов Ито и Стратоновича, необходимых для реализации численных методов решения СДУ и анализа стохастических систем в непрерывном времени. Рассмотрены и апробированы численные методы решения СДУ, в которых повторные стохастические интегралы моделируются с помощью спектрального метода (численно-спектральные методы). Апробация проведена для численных методов с порядками сильной сходимости 1.0, 1.5 и 2.0.

Приложение (54 стр.) содержит программы, используемые для получения численных результатов во всех главах диссертационной работы. Программы написаны для Mathcad – системы компьютерной алгебры из класса систем автоматизированного проектирования.

6. Теоретическая и практическая значимость результатов диссертационной работы.

Теоретическая значимость состоит как в развитии спектрального метода анализа динамических систем разных классов, так и в развитии численных методов решения СДУ. Полученные результаты дают теоретическое обоснование и необходимые инструменты для реализации численных методов решения СДУ с высокими порядками сильной сходимости.

Практическая значимость результатов обусловлена возможностью применения разработанных методов и алгоритмов для решения задач анализа и статистического моделирования непрерывных стохастических систем, в задачах оценивания их состояний для различных фундаментальных и прикладных областей науки, в которых СДУ используются для математического описания реальных процессов.

Достоинством предложенных алгоритмов является их простая реализация в виде программ, что делает их привлекательными для специалистов, работающих в практических областях.

7. Замечания по диссертационной работе.

1. Результаты третьей главы можно было бы дополнить анализом вычислительной устойчивости алгоритма анализа и связанного с ним алгоритма оценивания состояний линейных непрерывных стохастических систем.
2. Теоретический и практический интерес представляет задача оптимизации параметров алгоритма оценивания состояний линейных непрерывных стохастических систем за счет уравнивания статистической погрешности и погрешности спектрального метода, обусловленной усечением спектральных характеристик. Однако такая задача в диссертационной работе не рассматривалась.
3. В диссертационной работе предложены новые алгоритмы моделирования кратных и повторных стохастических интегралов, проведена их апробация. Оценка трудоемкости этих алгоритмов позволила бы лучше оценить их эффективность.
4. В диссертационной работе приведено много результатов вычислительных экспериментов, которые содержат погрешности аппроксимации тех или иных

функций или решений. Более наглядные результаты с относительными погрешностями аппроксимации содержатся только в пятой главе, в остальных главах автор ограничился абсолютными погрешностями аппроксимации.

5. Результаты статистического моделирования повторных стохастических интегралов из пятой и шестой глав включают оценки математического ожидания и второго начального момента. В заголовках таблиц, содержащих полученные результаты, правильнее было бы отразить, что это именно оценки моментов, а не сами моменты.
6. Система компьютерной алгебры Mathcad не отличается большой скоростью вычислений, хотя предлагаемые спектральные методы, по-видимому, в ней нуждаются. Для практического применения более подходят реализации на языках высокого уровня, поддерживающих параллельные вычисления, а компиляторы для них обеспечивают оптимизацию кода. Возможно, этого недостатка нет в другой программе, используемой автором, о которой кратко сказано в приложении.

Сделанные замечания не снижают теоретической и практической ценности диссертационной работы и не влияют на общую положительную оценку представленных результатов.

8. Заключение о диссертационной работе.

Представленная диссертация является завершенной научно-квалификационной работой, содержит новые подходы к решению важной научной задачи, имеющей теоретическую и практическую значимость, совокупность которых можно квалифицировать как научное достижение. Диссертационная работа выполнена на высоком научном уровне. Результаты, выносимые на защиту, являются обоснованными и достоверными, все полученные выводы научно обоснованы. Основные положения достаточно полно представлены в научных публикациях. Автореферат соответствует содержанию диссертационной работы.

Таким образом, вышесказанное позволяет утверждать, что диссертационная работа Рыбакова Константина Александровича «Спектральный метод анализа и статистического моделирования непрерывных стохастических систем» удовлетворяет

всем требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней», предъявляемым к докторским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации, статистика.

Отзыв принят по результатам обсуждения диссертационной работы Рыбакова Константина Александровича «Спектральный метод анализа и статистического моделирования непрерывных стохастических систем» на семинаре ИВМиМГ СО РАН «Методы Монте-Карло в вычислительной математике и математической физике» (протокол № 2 от 17 сентября 2024 г.).

Главный научный сотрудник
лаборатории методов Монте-Карло,
доктор физико-математических наук,
профессор, член-корреспондент РАН Мих Михайлов Геннадий Алексеевич
17 сентября 2024 г.

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт вычислительной математики и математической геофизики
Сибирского отделения Российской академии наук (ИВМиМГ СО РАН)
630090, г. Новосибирск, проспект академика Лаврентьева, 6.
Телефон: +7 (383) 330-83-53
Факс: +7 (383) 330-66-87
Электронная почта: contacts@sccc.ru

Подпись г.н.с., д.ф.-м.н., профессора, чл.-корр. РАН Г.А. Михайлова заверяю.

Ученый секретарь ИВМиМГ СО РАН,
к.ф.-м.н.



Л.В. Вшивкова Л.В. Вшивкова

С отзывом ознакомлена
Л.В. Вшивкова 30.09.2024