

УДК 533.6.011.6

Падение тел на Землю из дальнего космоса

С.Л. Горелов, Зея Со

Аннотация

В работе вычисляются траектории движения тел, падающих на Землю из дальнего космоса на примере сферических метеоров. Расчеты проводятся для разных прицельных расстояний, скоростей на бесконечности и разных размеров тел. Для вычисления силы сопротивления и тепловых потоков при движении тел в атмосфере используются новые зависимости от чисел Рейнольдса, построенные на основе самоподобной интерполяции. Анализируется возможность разрушения метеоров от сил давления и нагрева в атмосфере.

Ключевые слова

Уравнения движения; зависимость сопротивления сферы и тепловых потоков от числа Рейнольдса; самоподобная интерполяция.

Введение

Интерес к задачам, связанным с падением тел из дальнего космоса на Землю, появился в последнее время в связи с разнообразными проектами полетов к планетам солнечной системы (марсианские проекты, проект “Фобос-грунт”, и т.п.). Наиболее близкими к таким искусственным телам, падающим на Землю, являются природные падающие тела - метеоры. В работе рассматривается падение сферических тел из дальнего космоса на Землю. Хотя уравнения движения таких тел в поле притяжения Земли давно известны и много раз решались (см., например, [1]), в постановке данных задач есть свои особенности.

Для решения уравнений движения спуска орбитальных искусственных спутников Земли, как правило, задается угол входа (угол между вектором скорости спутника и горизонтом на определенной высоте), который определяется тормозным импульсом. В задачах движения тел из дальнего космоса удобнее задавать прицельное расстояние, то есть расстояние между вектором скорости на бесконечности и прямой, параллельной вектору скорости, проходящей через центр Земли.

Поскольку скорости входа в атмосферу Земли тел из дальнего космоса существенно выше орбитальных (минимальная скорость входа в атмосферу это вторая космическая скорость), то силы сопротивления и тепловые потоки к таким телам будут существенно выше чем при орбитальном движении. В работе приводятся новые зависимости коэффициента сопротивления сферы и коэффициента теплового потока от чисел Рейнольдса, построенные с помощью самоподобной интерполяции [2, 3].

В работе вычисляются траектории движения тел в атмосфере на примере падения метеоров. Считается, что метеоры каменные, состоящие либо из трахитов (магматическая порода), либо из гранитов (горная порода) с плотностью $\rho_m = 2.5 \times 10^3 \text{ кг/м}^3$. В расчетах варьировались скорости на бесконечности, прицельные расстояния и размеры метеоров. Оценивались давление, тепловой поток и температура поверхности метеоров. Были сделаны выводы о высотах, на которых возможно разрушение метеоров либо вследствие давления, превышающего предел прочности вещества метеоров, либо вследствие нагрева поверхности до температур плавления и выше.

1. Зависимость угла входа от прицельного расстояния

Пусть метеор падает на Землю с прицельным параметром b (Рис. 1)

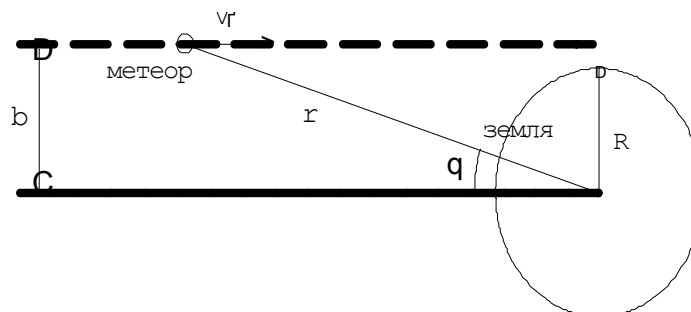


Рис. 1

Уравнения движения имеют вид

$$\begin{cases} \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 + \frac{\mu}{r^2} = F_r \\ r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = F_\theta \end{cases} \quad (1.1)$$

Вычислим угол входа метеора в атмосферу. Будем считать границу атмосферы на высоте $h = 120 \text{ км}$. На высотах больших 120 км воздух крайне разрежен и будем считать, что метеор не испытывает сопротивления. Тогда уравнения движения (1.1) упрощаются

$$\begin{cases} \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 + \frac{\mu}{r^2} = 0 \\ \frac{d}{dt}(r^2\dot{\theta}) = 0 \end{cases} \quad (1.2)$$

Эти уравнения легко один раз проинтегрировать

$$\begin{cases} V_r = \sqrt{V_\infty^2 + \frac{2\mu}{r} - \frac{V_\infty^2 b^2}{r^2}} \\ V_\theta = \frac{V_\infty b}{r} \end{cases} \quad (1.3)$$

Здесь V_∞ - начальная скорость метеора. Подставляя в (1.3) величину $r_0 = R + h$ (R - радиус Земли), вычисляем V_{r0} и $V_{\theta0}$, получаем угол входа φ

$$\varphi = \arccos \frac{V_{\theta0}}{\sqrt{V_{r0}^2 + V_{\theta0}^2}} = \arcsin \frac{V_{r0}}{\sqrt{V_{r0}^2 + V_{\theta0}^2}} \quad (1.4)$$

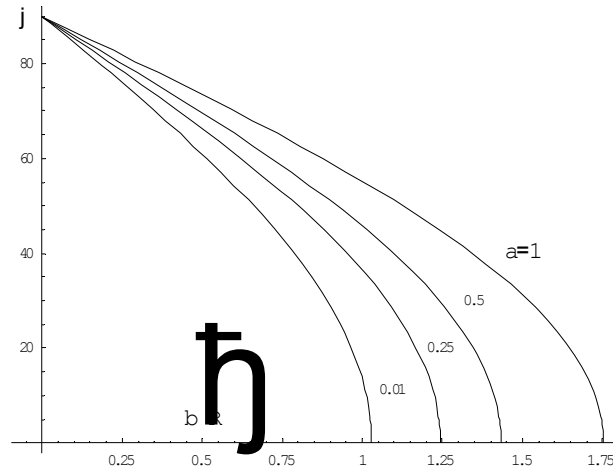


Рис. 2

На Рис.2 изображена зависимость угла входа от прицельного параметра b для разных значений $a = \mu/RV_\infty^2$ ($\mu = 3.986 \times 10^{14} \text{ м}^3/\text{с}^2$, $R = 6.37 \times 10^6 \text{ м}$).

2. Зависимость точки входа от прицельного расстояния

Для решения уравнений движения с учетом силы аэродинамического сопротивления требуется задать начальные скорости и координаты входа в границу атмосферы. Пусть граница атмосферы задана на расстоянии r_0 от центра Земли ($r_0 = R + h$, $h = 120 \text{ км}$) и найдены начальные скорости V_r и V_θ (1.3). Для того чтобы задать начальный угол θ требуется решить уравнения (1.2) относительно r и θ . Проинтегрировав один раз уравнения (1.2) получаем

$$\begin{cases} \dot{r}^2 + \frac{b^2 V_\infty^2}{r^2} - \frac{2\mu}{r} = V_\infty^2 \\ r^2 \dot{\theta} = b V_\infty \end{cases} \quad (2.1)$$

Введем безразмерные переменные

$$\xi = t \frac{V_\infty}{r_0}, \quad \epsilon = \frac{r}{r_0}, \quad \mathfrak{b} = \frac{b}{r_0}, \quad a_0 = \frac{\mu}{V_\infty^2 r_0}$$

Исключая время t из уравнений (2.1) и вводя новую переменную $w = \mathfrak{b}/\epsilon$ получаем (опуская крышечки)

$$\frac{dw}{d\theta} = \sqrt{1 + \frac{2a_0}{b}w - w^2} \quad (2.2)$$

Отсюда

$$\theta_0 = \int_0^w \frac{dx}{\sqrt{1 + 2a_0x - x^2}} = \operatorname{arctg}\left(\frac{a_0}{b}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{a_0 - b^2}{b\sqrt{1 - b^2 + 2a_0}}\right) \quad (2.3)$$

Минимальное расстояние на которое метеор может приблизиться к Земле находим приравняв производную в (2.2) нулю

$$r_m = -a_0 + \sqrt{a_0^2 + b^2}$$

Подставляя вместо r_m величину r_0 находим максимальное значение b_m такое, что при $b > b_m$ метеор пролетит мимо Земли.

$$b_m = \sqrt{1 + 2a_0}$$

Отметим, что величина $b_0 = \sin(\theta_0)$ отличается от b даже при больших скоростях. На рис.3 нанесены зависимости $b_0(b)$, отнесенные к r_0 для разных a_0 (величина a_0 обратно пропорциональна V_∞^2)

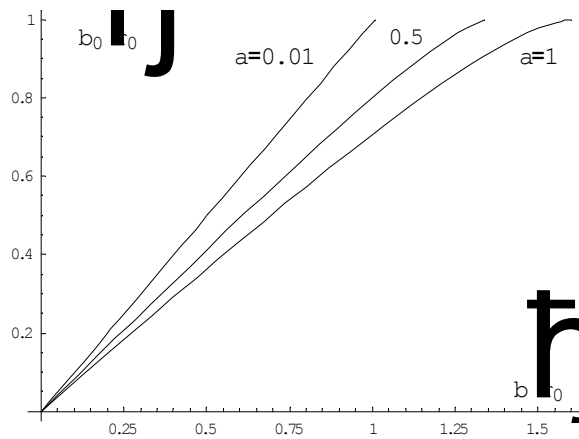


Рис.3

3. Расчет траектории падения метеора с учетом сопротивления атмосферы

Уравнения движения (1.1) запишем более детально

$$\begin{cases} \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 + \frac{\mu}{r^2} = F_r = -\frac{\rho}{2} \frac{Cd S}{m} \dot{r} \sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2} \\ r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = F_\theta = -\frac{\rho}{2} \frac{Cd S}{m} r\dot{\theta} \sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2} \end{cases} \quad (3.1)$$

Здесь $\rho(h)$ - плотность воздуха на высоте h , $Cd(Re_0)$ - коэффициент сопротивления, Re_0 - число Рейнольдса, $Re_0 = \rho V r_m / \mu_0$, $V = \sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2}$ - скорость метеора, m - масса метеора, S - площадь миделя, μ_0 - коэффициент вязкости при температуре торможения T_0 (адиабатически заторможенного газа), r_m - радиус метеора, $\mu = 3.986 \times 10^{14} \text{ м}^3/\text{с}^2$.

Введем характерные величины: радиус Земли $R = 6.37 \cdot 10^6 \text{ м}$, скорость метеора на бесконечности - V_∞ , характерное время $t_0 = R/V_\infty$, характерная плотность воздуха $\rho_0 = 0.001075 \text{ кг/м}^3$ (плотность воздуха при $h = 50 \text{ км}$), коэффициент сопротивления в свободномолекулярном случае $Cd_{cm} = 2$. Обезразмерив величины, входящие в (3.1), получим

$$\begin{cases} \ddot{r} + \frac{a}{r^2} - r\dot{\theta}^2 = -\delta \rho_1 Cd_1 \dot{r} \sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2} & a = \frac{\mu}{V_\infty^2 R}, \quad \delta = \frac{\rho_0 Cd_{cm} S R}{2m} \\ r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = -\delta \rho_1 Cd_1 r \dot{\theta} \sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2} & \rho_1 = \frac{\rho}{\rho_0}, \quad Cd_1 = \frac{Cd}{Cd_{cm}} \end{cases} \quad (3.2)$$

Безразмерный параметр a определяет степень влияния силы притяжения Земли на траекторию полета. При больших начальных скоростях траектория полета метеора меняется мало и этой силой можно пренебречь [4]. На рис. 4 представлена зависимость величины a от начальной скорости метеора.

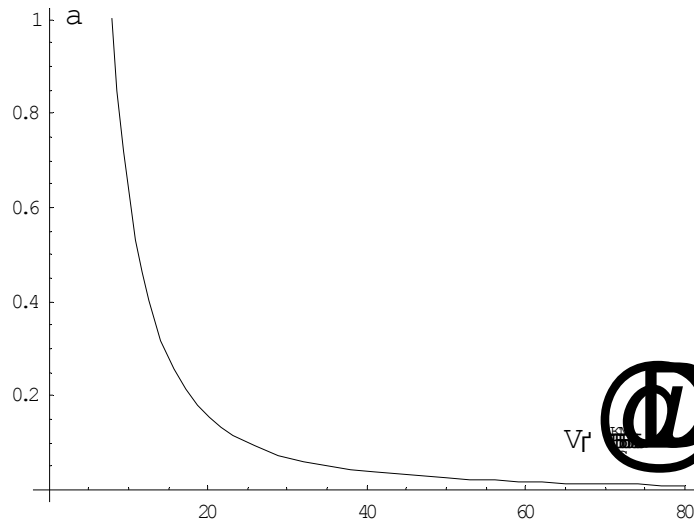


Рис. 4

Безразмерный баллистический коэффициент δ определяет степень торможения метеора в плотных слоях атмосферы. Он обратно пропорционален произведению плотности вещества метеора ρ_m на радиус метеора r_m . Будем считать, что плотность вещества метеора равна $\rho_m = 2.5 \times 10^3 \text{ кг/м}^3$. Будем считать, что размеры метеоров меняются в пределах $10^{-2} \div 1 \text{ м}$. Тогда, принимая за характерную плотность на высоте 50 км : $\rho_{50} = 0.001075 \text{ кг/м}^3$, а коэффициент сопротивления $Cd = 2$, получаем что баллистический коэффициент меняется в пределах $\delta = 1 \div 500$.

4. Параметры, входящие в уравнения движения

В гиперзвуковых течениях разреженного газа в качестве основного критерия подобия принято использовать число Рейнольдса $Re_0 = \frac{\rho V r_m}{\mu(T_0)}$, где ρ, V – плотность и скорость набегающего потока, μ – коэффициент динамической вязкости, T_0 – температура торможения. Для приближенной оценки коэффициента сопротивления сферы и коэффициента теплового потока используется метод самоподобной интерполяции [2].

В простейшем варианте [3], метод самоподобной интерполяции позволяет построить интерполяционные формулы для функций, асимптотические разложения которых на границах полубесконечного интервала известны, и эти разложения представляют собой стандартные степенные ряды.

Предположим, что

$$f(x) = a_0, \quad x \rightarrow 0 \quad (4.1)$$

и известны несколько членов асимптотического ряда при $x \rightarrow \infty$

$$f(x) = \sum_{i=0}^k A_i x^{\alpha_i} \quad x \rightarrow \infty \quad (4.2)$$

К такому виду можно привести все разложения, после определенных преобразований. Построим интерполяционные формулы разных порядков.

Первый порядок.

Для интерполяционной формулы первого порядка получаем:

$$f(x) = \begin{cases} a_0, & x \rightarrow 0 \\ A_0 x^{\alpha_0}, & x \rightarrow \infty \end{cases} \quad (4.3)$$

Формула будет иметь вид:

$$f^*(x) = (a_0^{1/n_1} + B_1 x)^{n_1}$$

Не трудно заметить, что при $x \rightarrow 0$ $f^*(x) \equiv f(x)$, а неизвестные B_1 и n_1 находятся из уравнения, которое получается при $x \rightarrow \infty$ и имеет вид:

$$B_1^{n_1} x^{n_1} = A_0 x^{\alpha_0}$$

Отсюда

$$n_1 = \alpha_0, \quad B_1 = A_0^{1/\alpha_0}$$

В результате, получаем формулу

$$f^*(x) = (a_0^{1/\alpha_0} + A_0^{1/\alpha_0} x)^{\alpha_0},$$

которая дает правильную асимптотику (4.3) как при $x \rightarrow 0$, так и при $x \rightarrow \infty$.

Второй порядок.

$$f(x) = \begin{cases} a_0, & x \rightarrow 0 \\ A_0 x^{\alpha_0} + A_1 x^{\alpha_1}, & x \rightarrow \infty \end{cases} \quad (4.4)$$

В этом случае интерполяционная функция будет иметь вид:

$$f^*(x) = \left[\left(a_0^{1/n_1} + Cx \right)^{n_1/n_2} + B_2 x^2 \right]^{n_2} \quad (4.5)$$

Также как и в первом случае при $x \rightarrow 0$ $f^*(x) \equiv f(x)$, а неизвестные n_1, n_2, C, B_2 находятся следующим образом. При $x \rightarrow \infty$ главный член в формуле (4.5) приравнивается главному члену в (4.4), в результате получаем уравнение:

$$B_2^{n_2} x^{2n_2} = A_0 x^{\alpha_0}$$

Отсюда $n_2 = \alpha_0 / 2$, $B_2 = A_0^{2/\alpha_0}$. В круглых скобках пренебрегаем a_0 по сравнению с Cx при $x \rightarrow \infty$, и получаем:

$$n_1 = \frac{\alpha_0}{2} (\alpha_1 - \alpha_0 + 2); C = \left(\frac{2}{\alpha_0} A_0^{\frac{2}{\alpha_0}-1} A_1 \right)^{1/(\alpha_0 - \alpha_1 + 2)}$$

Интерполяционная формула второго порядка будет иметь вид

$$f^*(x) = \left((a_0^{2/\alpha_0(\alpha_1 - \alpha_0 - 2)} + Cx)^{\alpha_1 - \alpha_0 + 2} + B_2 x^2 \right)^{\alpha_0/2}.$$

Аналогично строятся интерполяционные формулы для приближений следующих порядков. Например, для приближения третьего порядка:

$$f(x) = \begin{cases} a_0, & x \rightarrow 0 \\ A_0 x^{\alpha_0} + A_1 x^{\alpha_1} + A_2 x^{\alpha_2}, & x \rightarrow \infty \end{cases}$$

и интерполяционная формула будет:

$$f^*(x) = \left\{ \left[\left(a_0^{1/n_1} + Dx \right)^{n_1/n_2} + Ex^2 \right]^{n_2/n_3} + B_3 x^3 \right\}^{n_3}$$

В случае гиперзвукового обтекания шара в режиме сплошной среды коэффициент сопротивления, согласно модифицированной теории Ньютона, равен

$$Cd_c = \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} \right) \left[\frac{(\gamma + 1)^2}{4\gamma} \right]^{1/\gamma - 1} = 0.917 \quad (\gamma = 1.4)$$

В предельном случае свободномолекулярного режима коэффициент сопротивления равен

$$Cd_m = 2 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{(\gamma - 1)}{\gamma}} \pi t_w; \quad t_w = \frac{T_w}{T_0} \quad (T_w - \text{температура поверхности шара})$$

Для режима течения газа близкого к свободномолекулярному, исходя из метода первых столкновений [5, 6], имеем

$$Cd = Cd_m - C_1 Re_0$$

Исходя из эмпирической формулы для коэффициента сопротивления шара [7], можно записать

$$C_1 = (Cd_m - Cd_c)0.16$$

Таким образом, для построения интерполяционной формулы первого порядка, имеем

$$Cd = \begin{cases} Cd_m - C_1 Re_0 & Re_0 \rightarrow 0 \\ Cd_c & Re_0 \rightarrow \infty \end{cases}$$

И интерполяционная формула имеет вид

$$Cd \approx Cd_m - \frac{Re_0}{C_1^{-1} + Re_0 (Cd_m - Cd_c)^{-1}} \quad (4.6)$$

На Рис.5 изображен график зависимости коэффициента сопротивления сферы от числа Re_0 для температурного фактора $t_w = 0.05$ (сплошная кривая) в сравнении с эмпирической формулой из [7] (пунктирная кривая). Отметим, что разница данных полученных по этим формулам не превосходит 5%.

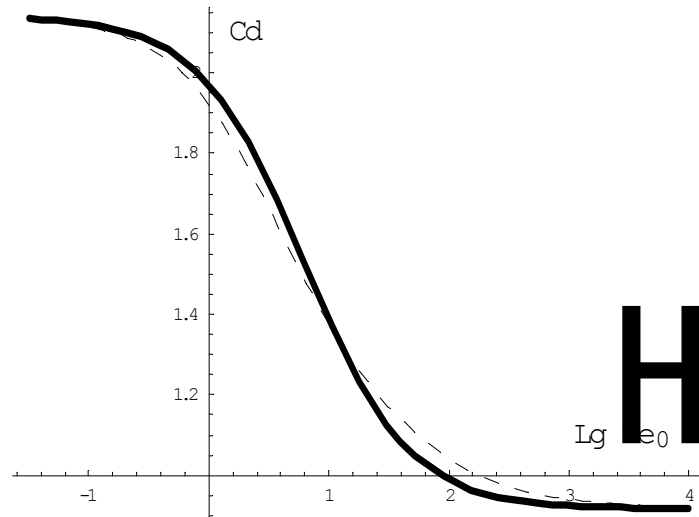


Рис. 5

Важнейшей задачей прикладной аэротермодинамики больших сверхзвуковых скоростей является исследование теплообмена в окрестности критической точки, где

реализуются максимальные величины тепловых потоков. При гиперзвуковых скоростях из-за большой энергии потока в возмущенной области течения существенными могут стать различные физико-химические процессы. Для расчета тепловых потоков в режиме разреженного газа используется метод прямого статистического моделирования решения кинетического уравнения Больцмана (Монте-Карло) [8], в режиме сплошной среды широко применяются расчеты в рамках модели тонкого вязкого ударного слоя [9]. Отметим, что численные решения крайне сложны и для оценок тепловых потоков широко используются различные аппроксимационные зависимости (см., например, [9]). Для представления данных по теплообмену часто используется безразмерный коэффициент – число Стантона $St = \frac{q}{\rho_{\infty} u_{\infty} (h_0 - h_w)}$, где q – тепловой поток, h_0, h_w – полная энтальпия потока в условиях торможения и при температуре стенки в рассматриваемой точке. В области применимости теории пограничного слоя с хорошей точностью можно принять, что $St\sqrt{Re_0}$ является константой, зависящей от температурного фактора. Так, например, при малых температурных факторах (холодная стенка) в области применимости теории пограничного слоя $St\sqrt{Re_0} = \text{const} \approx 2$ [9]. Использование самоподобной интерполяции в этом случае приводит к совершенно простым формулам.

Обозначая число Стантона в свободномолекулярном случае St_0 , а в сплошной среде St_{∞} [10], используя зависимость [9] для случая $Re_0 \rightarrow \infty$, получаем

$$St = \begin{cases} St_0 & Re_0 \rightarrow 0 \\ St_{\infty} / \sqrt{Re_0} & Re_0 \rightarrow \infty \end{cases} \quad (4.7)$$

И в первом порядке самоподобной интерполяции имеем

$$St = \frac{1}{\sqrt{St_0^{-2} + Re_0 St_{\infty}^{-2}}} \quad (4.8)$$

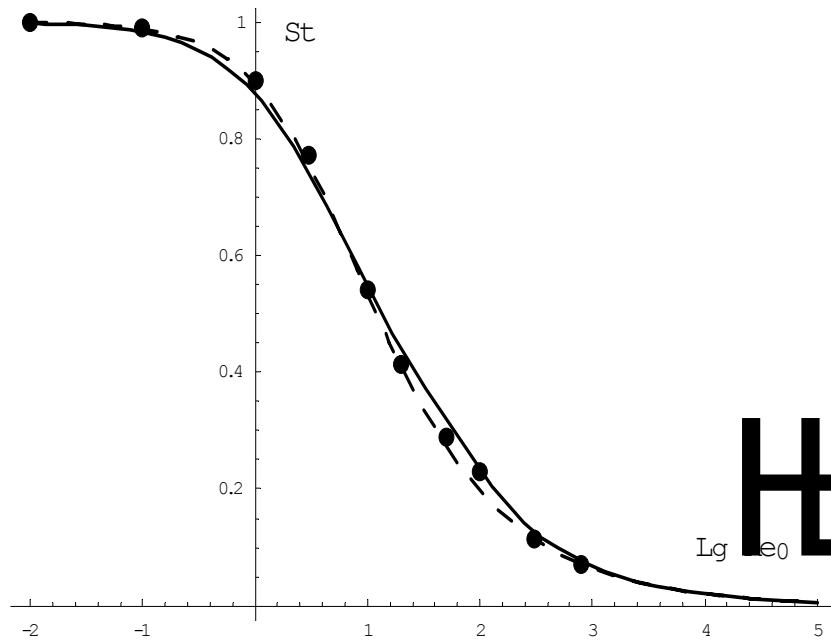


Рис. 6

На Рис. 6 приведены графики зависимости коэффициента теплового потока от числа Re_0 рассчитанного по формуле из [9] и по формуле (4.8). Кроме того на график нанесены точками результаты расчетов из [8]. Отметим, что разница всех этих данных не превышает 10%.

Зависимость коэффициента от температуры определяется формулой Саттерленда

$$\mu(T) = 0.425 T^{2/3} \cdot 10^{-6} \left\langle \frac{нс}{м^2} \right\rangle \quad (4.9)$$

В расчетах используется следующая формула для определения температуры торможения

$$T_0 = 4.8 \cdot 10^{-4} V^2 \langle K \rangle \quad (4.10)$$

Принимая за характерную плотность воздуха на высоте $h = 50$ км будем пользоваться следующей формулой для зависимости плотности от высоты

$$\rho = \rho_{50} \exp\left(\frac{h-50}{6.5}\right), \quad \rho_{50} = 1.075 \times 10^{-3} \frac{кг}{м^3} \quad (4.11)$$

5. Результаты расчетов

В качестве примера, были проведены расчеты траекторий движения сферического метеора радиуса r_m , падающего на Землю. Плотность вещества метеора была принята $\rho_m = 2.5 \times 10^3 \text{ кг/м}^3$, что соответствует из магматических пород трахиту (предел прочности 60 – 70 МПа), или из горных пород граниту (предел прочности 137 – 245 МПа).

Вычислялись давление на поверхность падающего метеора, тепловой поток и температура в критической точке. Зная давление и предел прочности вещества метеора можно приблизительно вычислить высоту на которой происходит его разрушение.

Температура в критической точке приближенно определялась из закона Стефана-Больцмана

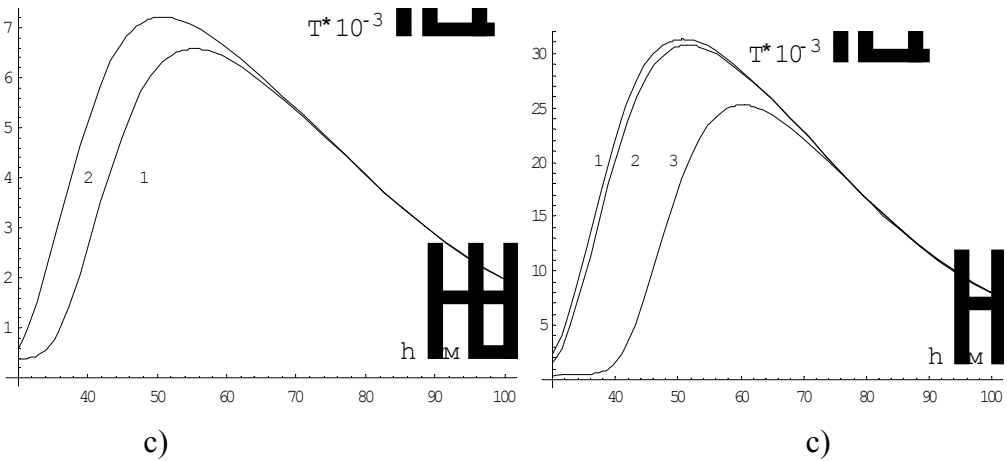
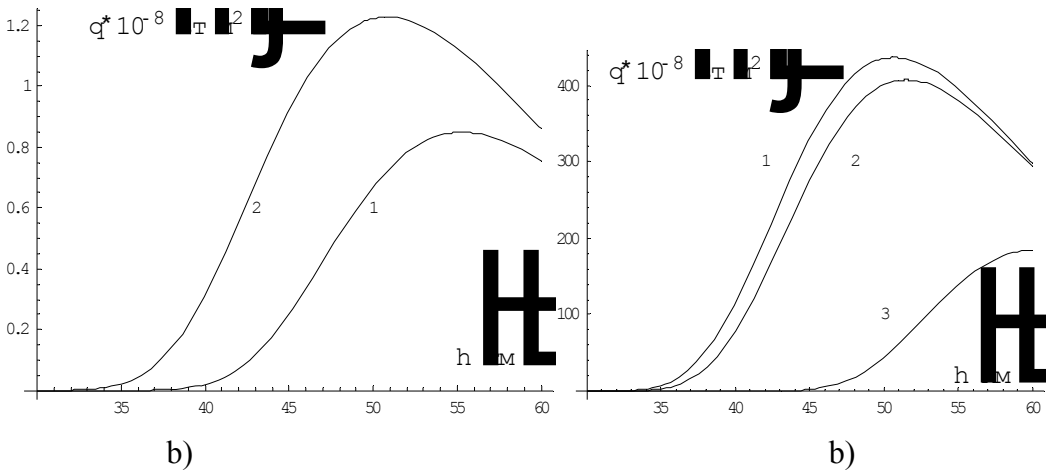
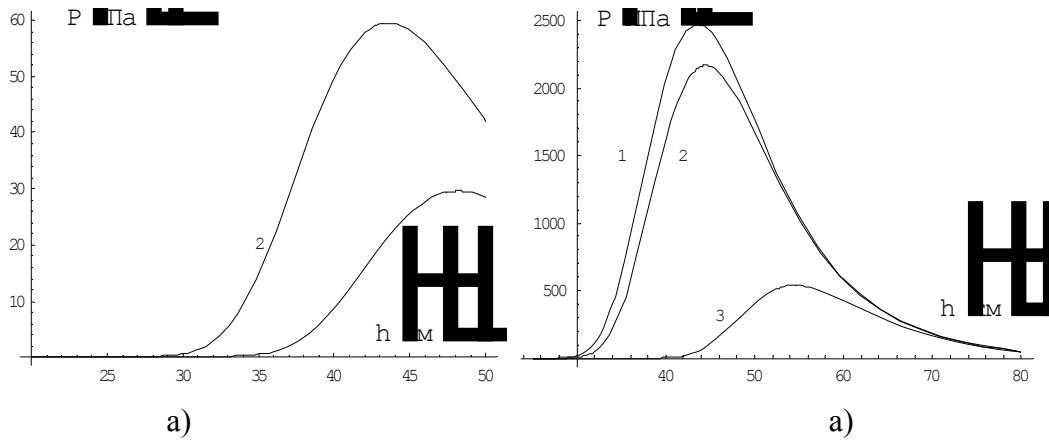
$$q = \varepsilon \sigma T^4, \quad \varepsilon = 0.8, \quad \sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 \text{ К}^4$$

Считая, что при температуре 2500 – 4000 К любое вещество плавится и испаряется, можно приближенно определить высоту разрушения и сгорания метеора вследствие нагрева.

На Рис.7-9 приведены графики результатов расчетов для двух скоростей на бесконечности $V_\infty = 1.65 \text{ км/с}$ (левые графики), что соответствует второй космической скорости $V_0 = 11.2 \text{ км/с}$ входа в атмосферу Земли ($h = 120 \text{ км}$) и $V_\infty = 71.15 \text{ км/с}$ (правые графики), что соответствует скорости входа 72 км/с. Расчеты проводились для трех значений радиуса метеора $r_m = 0.01 \text{ м}, 0.1 \text{ м}, 1.0 \text{ м}$ и трех прицельных расстояний. На рисунках буквами *a*) обозначена зависимость величины давления, буквами *b*) – зависимость теплового потока, буквами *c*) – зависимость температуры от высоты полета.

Прежде всего, как это можно было предположить, чем больше скорости метеоров, тем больше величины давления и тепловых потоков.

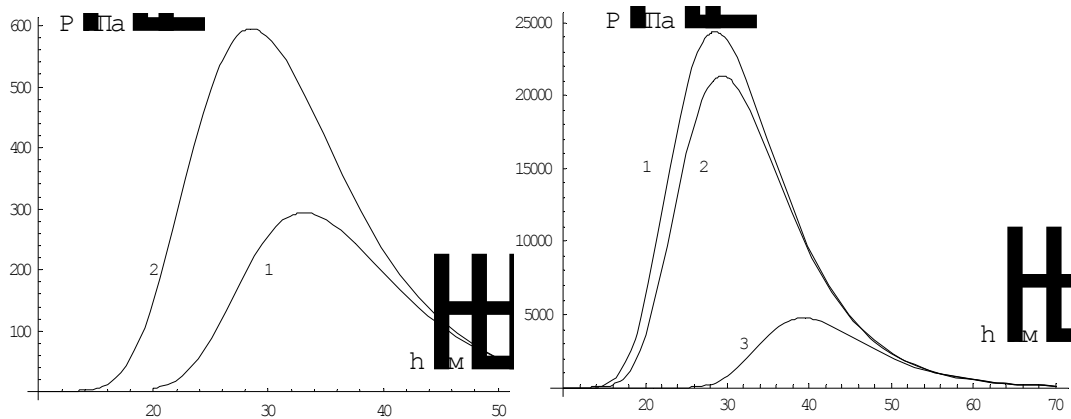
Особенность зависимости положения максимумов давлений и тепловых потоков от прицельных расстояний при разных скоростях полета заключается в том, что при сравнительно малых скоростях (вторая космическая скорость) с ростом прицельного расстояния максимумы сдвигаются в сторону более низких высот. При больших скоростях



$V_\infty = 1.65; r_m = 0.01;$
 $1-b = 0.5; 2-b = 1.;$

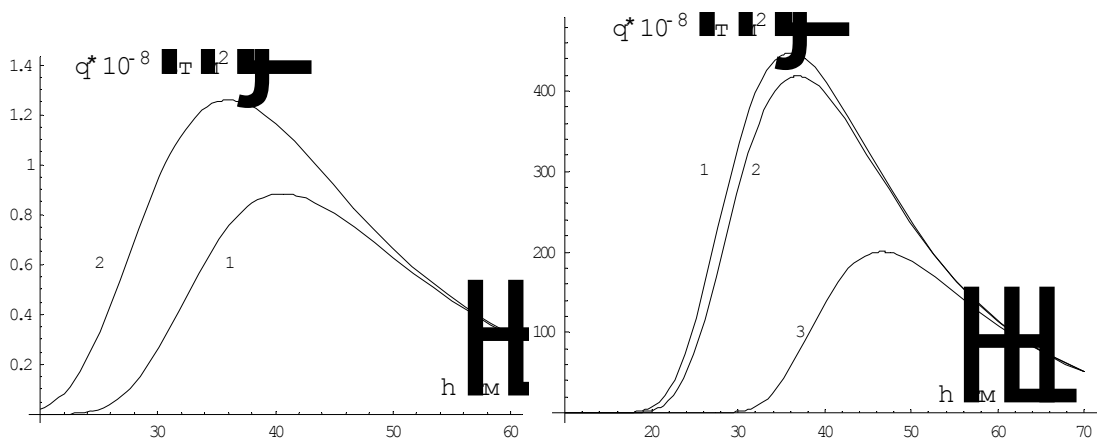
$V_\infty = 71.15; r_m = 0.01;$
 $1-b = 0.1; 2-b = 0.5; 3-b = 1.$

Рис. 7



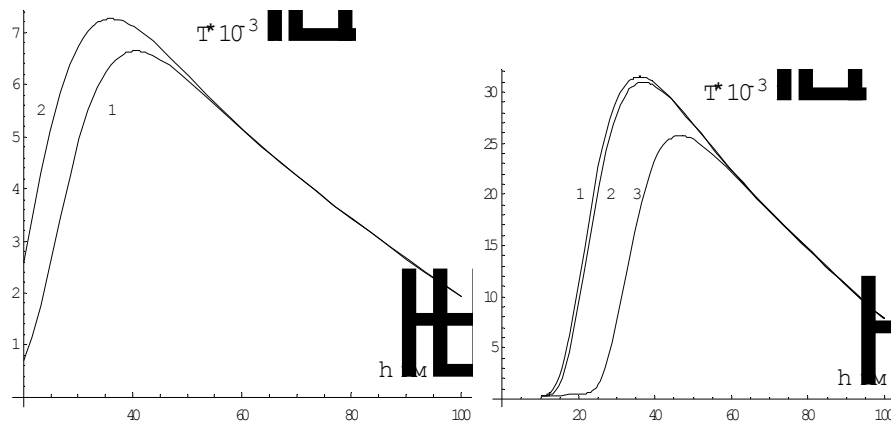
a)

a)



b)

b)



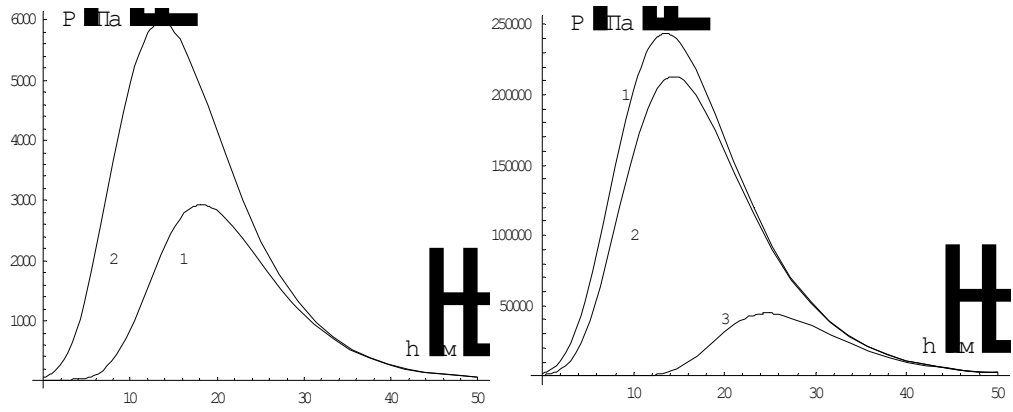
c)

c)

$V_\infty = 1.65; r_m = 0.1;$
 $1-b = 0.5; 2-b = 1.;$

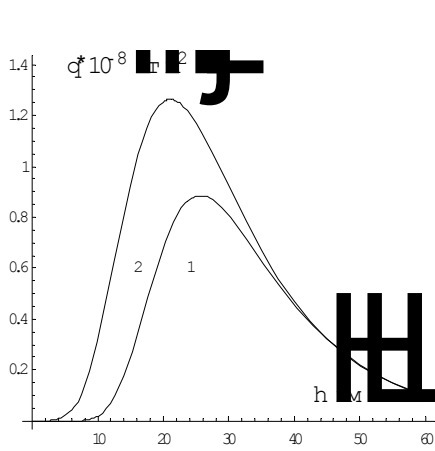
$V_\infty = 71.15; r_m = 0.1;$
 $1-b = 0.1; 2-b = 0.5; 3-b = 1.$

Рис. 8

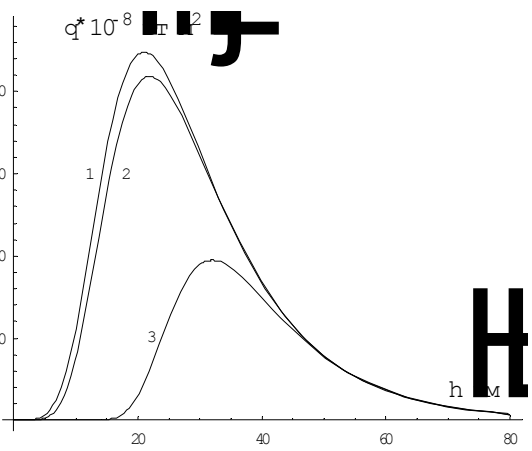


a)

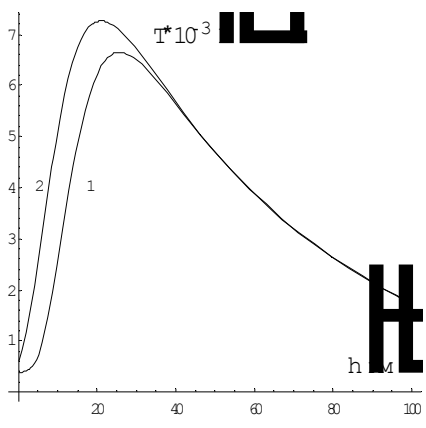
a)



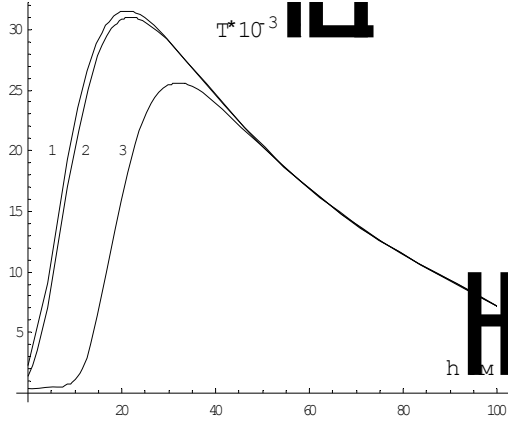
b)



b)



c)



c)

$V_\infty = 1.65; r_m = 1.0;$
 $1-b = 0.5; 2-b = 1.;$

$V_\infty = 71.15; r_m = 1.0;$
 $1-b = 0.1; 2-b = 0.5; 3-b = 1.$

Рис. 9

($V_{\infty} = 71.15 \text{ км/с}$) с ростом прицельного расстояния максимумы сдвигаются в область больших высот. Это объясняется тем, что при одних и тех же прицельных расстояниях при малых скоростях угол входа больше (более крутой вход), чем при больших скоростях (см. Рис. 2).

Отметим, что до высот 50–60 км кривые зависимостей давления, теплового потока и температуры от высоты для разных прицельных расстояний практически совпадают.

Критические температуры, при которых происходит плавление и испарение вещества метеоров, с ростом радиуса сдвигаются в область более низких высот и всегда эти высоты больше, чем те при которых давление становится равным пределу прочности материала (для трахитов это 60–70 МПа, для гранитов 140–240 МПа).

Заключение

В работе вычислялись траектории движения тел в атмосфере из дальнего космоса на примере падения метеоров. В расчетах варьировались скорости на бесконечности, прицельные расстояния и размеры метеоров. Оценивались давление, тепловой поток и температура поверхности метеоров. Были сделаны выводы о высотах, на которых возможно разрушение метеоров либо вследствие давления, превышающего предел прочности вещества метеоров, либо вследствие нагрева поверхности до температур плавления и выше.

Библиографический список

1. Ярошевский В.А. Вход в атмосферу космических летательных аппаратов. — М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1988. — 336 с.
2. S. Gluzman, V.I. Yukalov Unified approach to crossover phenomena. — Physical Review E. V58, N 4, 1998, p. 4197-4209.
3. Горелов С.Л. Применение метода самоподобной интерполяции к задачам динамики разреженного газа. — Прикладная математика и механика, 2005, т.69, вып.3, с.438-444.
4. Тирский Г.А. Взаимодействие космических тел с атмосферами Земли и планет. — Соросовский образовательный журнал (СОЖ), 2000, т.6, №5, с.76-82.
5. Коган М.Н. Динамика разреженного газа. — М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1967. — 440 с.

6. Перепухов В.А. Применение метода Монте-Карло в динамике сильно разреженного газа. — В сб. Динамика разреженного газа и молекулярная газовая динамика. — Труды ЦАГИ, 1972, вып. 1411, с. 54-72.
7. Кошмаров Ю.А., Рыжов Ю.А. Прикладная динамика разреженного газа. — М: Машиностроение, 1977, — 184 с.
8. Горелов С.Л., Русаков С.В. Физико-химическая модель гиперзвукового обтекания тел разреженным газом. — Изв. РАН, МЖГ, 2002, №3.
9. Ботин А.В., Провоторов В.П., Рябов В.В., Степанов Э.А. Теплообмен в окрестности пространственной критической точки неравновесного вязкого ударного слоя при произвольной каталитической активности поверхности. — Труды ЦАГИ, 1993, вып. 2514.
10. Фэй Д.А., Риддел Ф.Р. Теоретический анализ теплообмена в передней критической точке, омываемой диссоциированным воздухом. — В кн.: Газодинамика и теплообмен при наличии химических реакций. — М.: ИЛ, 1962.

Сведения об авторах

Горелов Сергей Львович, доцент, Московского физико-технического института (государственного университета); Контакты: (495) 556-37-86, +7 916 920-08-71, e-mail: gorelovsl@yandex.ru.

Зея Со, аспирант, Московского физико-технического института (государственного университета); Контакты: (495) 556-37-86, +7 906 771-62-47, e-mail: zayar.soe@gmail.com.