

Уточненная зависимость разностной частоты от дальности и скорости для сигнала с линейной частотной модуляцией

Бородавкин Л.В.*, Бондаренко А.П.**

*Научно-исследовательский институт дальней радиосвязи,
НИИДАР, ул. 8 Марта, 10, строение 5, Москва, 127083, Россия*

**e-mail: boleonv@gmail.com*

***e-mail: bond_a_p@mail.ru*

Аннотация

Описан вывод уточненной формулы зависимости разностной частоты от дальности и радиальной скорости для корреляционно-фильтровой обработки сигнала с линейной частотной модуляцией. Уточненная формула обеспечивает привязку ко времени излучения сигнала и учет смещения цели за время облучения. Получено полное уравнение и проведена численная оценка слагаемых для параметров сигналов радиолокационных станций дальнего обнаружения. Рассмотрены практические свойства полученного уравнения. Предложен подход получения производных преобразований.

Ключевые слова: сигнал с линейной частотной модуляцией, эффект Доплера, доплеровская дисперсия.

1 Введение

Сигнал с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ) широко используется в радиолокации. Основными достоинствами являются простота формирования зондирующего и обработки принятого сигнала, гибкое управление параметрами сигнала, и простое аналитическое представление. В этой работе будем рассматривать импульсный ЛЧМ сигнал с девиацией порядка 1 МГц для согласованной дальности 1500 километров ($\tau_u \approx 10\text{мс}$). ЛЧМ сигнал не позволяет однозначно восстановить дальность и радиальную скорость по одному измерению. Для нескольких замеров, представляющих траекторию, задача обычно сводится к системе линейных уравнений, которая решается методом наименьших квадратов для избыточного набора измерений.

Общепринятая формула частоты принятого ЛЧМ сигнала обычно служит для качественной оценки процесса измерений.

Рассматривается случай корреляционно-фильтровой обработки [1] - когда принятый ЛЧМ сигнал смешивается с ЛЧМ сигналом гетеродина, а выход смесителя подается на узкополосные фильтры, согласованные с длительностью излучаемого сигнала. Разностная частота сигнала на выходе смесителя описывается формулой (1).

$$f_{cm}(R, V) = f_0 \left(1 - \frac{2V}{c} \right) - f_r + \frac{\Delta f}{\tau_u} \left(\tau_u + \delta\tau - \frac{2R}{c} \right) \quad (1)$$

здесь f_0 и f_r - начальная частота излучения, и начальная частота гетеродина, Δf - девиация ЛЧМ сигналов излучения и гетеродина, τ_u (τ_n) и $\delta\tau$ - длительность излучения (приема) и длительность интервала между концом излучения и началом приема. Предполагается, что длительность приема и излучения равны, также равны девиации излучения и гетеродина. Схематично процесс получения разностной частоты на выходе смесителя изображен на Рисунок 1 - Процесс получение разностной частоты

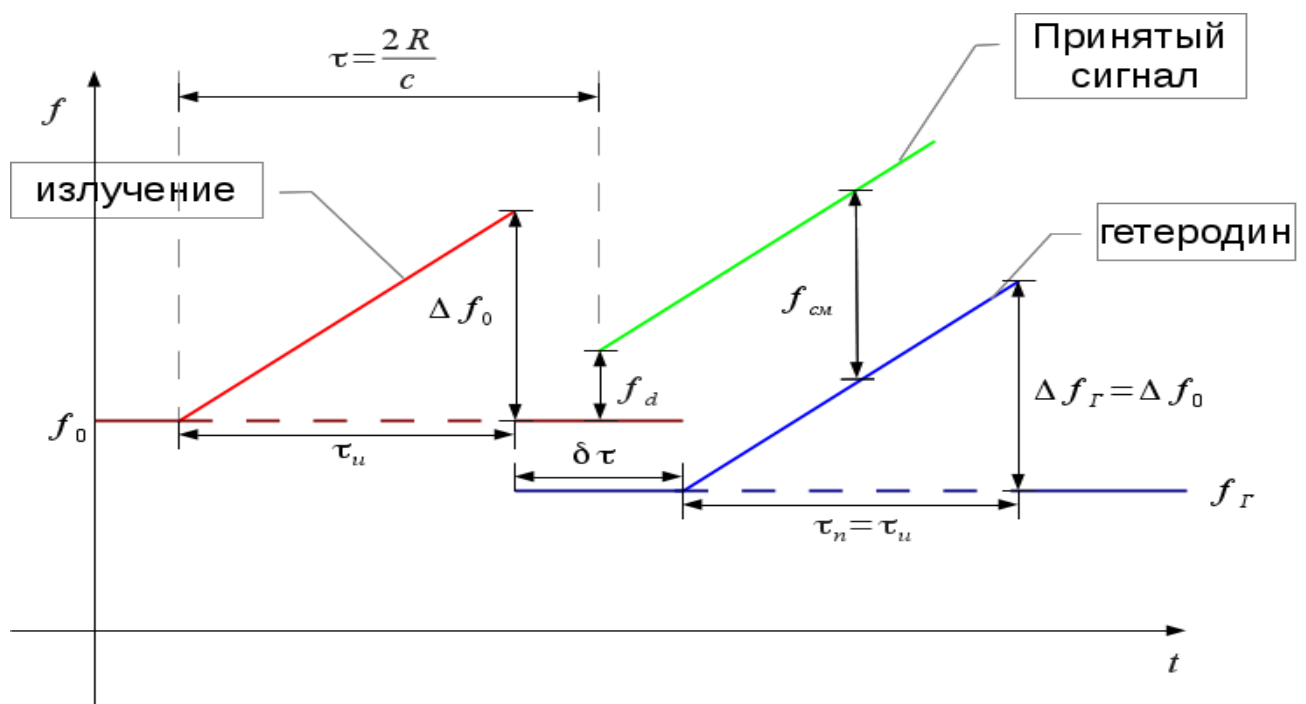


Рисунок 1 - Процесс получение разностной частоты

Формула (1) использует значения дальности и радиальной скорости в момент отражения, который не имеет точной привязки во времени. Отражение сигнала не является мгновенным, и цель смещается за время

облучения на расстояние порядка $8000 \text{ м/с} * 0.01 \text{ с} \cong 80 \text{ м}$. Произведение длительности на полосу для рассматриваемого ЛЧМ сигнала составляет $10 \text{ мс} * 1 \text{ МГц} = 10^4$, что приводит к значимому отличию закона модуляции принятого сигнала от закона модуляции излученного, которое необходимо учитывать при обработке [2-9]. В формуле (1) этот эффект не учитывается, что приводит к методическим ошибкам в указанных условиях. Приведенные соображения послужили стимулом к выводу более точной формулы.

2 Методы (теоретическая часть)

В целях полноты описания целесообразно повторить вывод формулы. В качестве отправной точки используем формулы для фазы принятого сигнала из [1].

Если фаза излученного сигнала описывался формулой:

$$\varphi_u(t) = \text{func}(t)$$

то фаза принятого сигнала будет

$$\varphi_n(t) = \text{func}(\gamma(t - \tau))$$

Здесь $\gamma = \frac{c - V}{c + V}$ - изменение масштаба времени, $\tau = \frac{2(R + Vt)}{c - V}$ - запаздывание

принятого сигнала. Дальность R и радиальная скорость V привязаны к

моменту начала излучения. Предполагается, что за время распространения сигнала и облучения радиальная скорость цели изменяется незначительно. В более общем случае имеет смысл также учесть и радиальное ускорение.

Для ЛЧМ сигнала формула примет вид:

$$\varphi_n(t) = f_0 \gamma (t - \tau) + \frac{\Delta f_0}{2\tau_u} \gamma^2 (t - \tau)^2$$

При сделанных выше предположениях получим формулу для фазы принятого сигнала:

$$\varphi_n(t) = f_0 \left(1 - \frac{2V}{c}\right) (t - \tau) + \frac{\Delta f_0}{2\tau_u} \left(1 - \frac{4V}{c}\right) (t - \tau)^2$$

Дифференцируя и подставляя дальности, получим формулу для частоты принятого сигнала:

$$f_n(t) = f_0 \left(1 - \frac{2V}{c}\right) - \frac{\Delta f_0}{\tau_u} \frac{2R}{c} \left(1 - \frac{3V}{c}\right) + \frac{\Delta f_0}{\tau_u} \left(1 - \frac{4V}{c}\right) t$$

Принятый сигнал смешивается с гетеродином, тогда разностная частота на выходе смесителя $f_{см}(t)$ будет:

$$f_{см}(t) = f_0 \left(1 - \frac{2V}{c}\right) - f_r + \frac{\Delta f_r}{\tau_n} (\tau_u + \delta\tau) - \frac{\Delta f_0}{\tau_u} \frac{2R}{c} \left(1 - \frac{3V}{c}\right) + \left(\frac{\Delta f_0}{\tau_u} \left(1 - \frac{4V}{c}\right) - \frac{\Delta f_r}{\tau_n} \right) t$$

При выполнении равенства $\frac{\Delta f_0}{\tau_u} \left(1 - \frac{4V}{c}\right) \equiv \frac{\Delta f_\Gamma}{\tau_n}$ на выходе смесителя исключается зависимость от времени принятого сигнала, но равенство в большинстве случаев, выполняться не будет, и тогда необходимо учитывать интервал накопления сигнала. Интервал накопления сигнала C_t определяется пересечением интервала приема и принятого сигнала

$$\left[\max\left(\frac{2R}{c}, \tau_u + \delta\tau\right); \tau_u + \min\left(\frac{2R}{c}, \tau_n + \delta\tau\right) \right].$$

Накопление сигнала считаем по центру и вычисляем интеграл на интервале накопления. Тогда окончательная формула примет вид:

$$f_{cm}(t) = f_0 \left(1 - \frac{2V}{c}\right) - f_\Gamma + \frac{\Delta f_\Gamma}{\tau_n} (\tau_u + \delta\tau) - \frac{\Delta f_0}{\tau_u} \frac{2R}{c} \left(1 - \frac{3V}{c}\right) + \left(\frac{\Delta f_0}{\tau_u} \left(1 - \frac{4V}{c}\right) - \frac{\Delta f_\Gamma}{\tau_n}\right) C_t$$

$$C_t = \left[\max\left(\frac{2R}{c}, \tau_u + \delta\tau\right); \min\left(\frac{2R}{c} + \tau_u, \tau_u + \tau_n + \delta\tau\right) \right] \quad (2)$$

Итоговая формула (2) сводится к упрощенной формуле (1) при выполнении равенств $\Delta f_\Gamma = \Delta f_0$ и $\tau_n = \tau_u$ а также в предположении

$\tau_u \Delta f \frac{2V}{c} \ll 1$. Уточненный процесс получения разностной частоты на

выходе смесителя $f_{cm}(t)$ изображен на Рисунок 2 - Уточненный процесс

получение разностной частоты

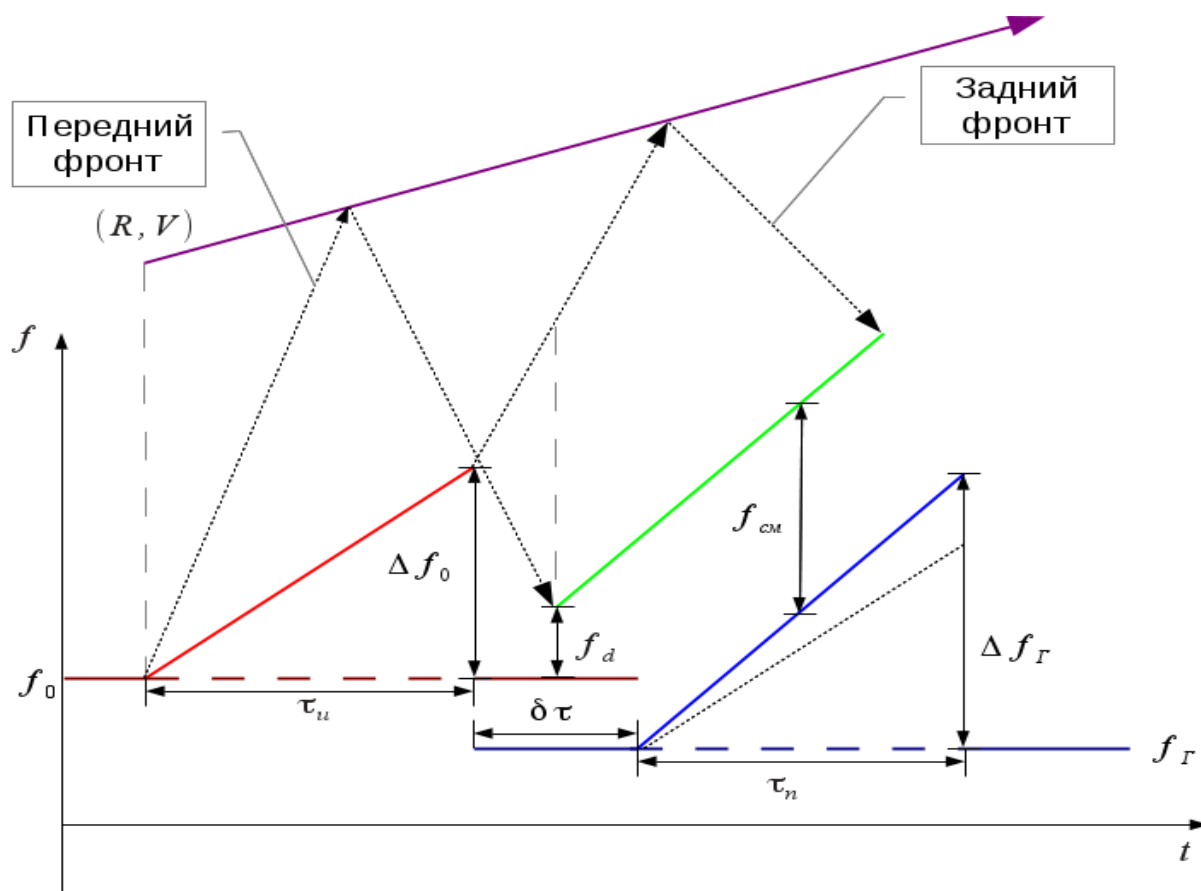


Рисунок 2 - Уточненный процесс получение разностной частоты

3 Численный анализ формулы

Для численных оценок используем следующие значения переменных:

$$R \cong 1500 \text{ км}, \tau_u \cong \tau_n \cong 10 \text{ мс}, V \cong 8 \text{ км/с}, f_0 \cong 500 \text{ МГц}, \Delta f_0 \cong \Delta f_{\Gamma} = 1 \text{ МГц}.$$

Существенными факторами будем считать такие, которые приводят к смещению частоты 10 Гц и более, что соответствует смещению по дальности порядка 10 метров и более.

Первые два слагаемых формулы (2) идентичны формуле (1) и отражают доплеровский сдвиг несущей частоты и снятие несущей гетеродинированием.

Третье и четвертое слагаемые отражают тот факт, что длительность и девиация гетеродина могут не совпадать с длительностью и девиацией излученного сигнала. При одинаковой девиации и $|\tau_u - \tau_n| \cong 1$ мкс отклонение по частоте составит около 100 Гц. Смещение сигнала пропорционально разнице девиации гетеродина и излученного при выполнении приближенного равенства $\tau_u \cong \tau_n$.

Четвертое слагаемое содержит поправку, связанную со временем распространения сигнала до цели от момента начала излучения. Смещение

сигнала составит $\frac{\Delta f_0}{\tau_u} \frac{6R}{c} \frac{V}{c} \cong 50$ Гц.

Последнее слагаемое отражает тот факт, что цель смещается за время облучения и наклон принятого ЛЧМ сигнала не равен наклону излученного ЛЧМ сигнала, поэтому наклон сигнала гетеродина необходимо корректировать по априорной информации о радиальной

скорости. Смещение сигнала составит $\frac{\Delta f_0}{\tau_u} \frac{4V}{c} C_t = 150$ Гц.

Следующие поправки, связанные с приближенными преобразованиями $V \ll c$ имеют порядок малости $3 \cdot 10^{-4}$ и могут быть проигнорированы.

4 Формулы для обратных расчетов

Для вычисления обратных преобразований имеет смысл воспользоваться приближением полученной формулы.

$$\begin{cases} R = (f_{cm}(0, V) - f_{изм}) \left(1 + \frac{3V}{c}\right) \frac{\tau_u}{\Delta f_0} \frac{c}{2} \\ V = \frac{c}{2} \frac{f_{cm}(R, 0) - f_{изм}}{f_0 + \frac{\Delta f_0}{\tau_u} \left(2C_t - \frac{3R}{c}\right)} \end{cases}$$

Также полезно выписать формулы частных производных для использования в линеаризованных алгоритмах.

$$\begin{cases} \frac{\partial f_{cm}}{\partial R} = -\frac{1}{c} \left(\frac{\Delta f_0}{\tau_u} \left(1 - \frac{2V}{c}\right) + \frac{\Delta f_r}{\tau_n} \right) \\ \frac{\partial f_{cm}}{\partial V} = -\frac{2}{c} \left(f_0 + \frac{\Delta f_0}{\tau_u} \left(2C_t - \frac{3R}{c}\right) \right) \end{cases}$$

5 Заключение

В статье приведен вывод формулы расчета разностной частоты ЛЧМ сигнала по дальности и радиальной скорости. Формула позволяет однозначно привязать дальность и радиальную скорость ко времени. Учтены поправки связанные с движением цели за время распространения сигнала, а также смещением цели за время облучения. Полученная формула обеспечивает необходимую точность определения частоты при заданных параметрах сигналов.

В качестве дальнейшего развития данной темы целесообразно рассмотреть следующие вопросы:

- учет радиального ускорения;
- вычисление поправок для других соотношений параметров сигнала;
- вывод формулы для других видов сигналов;
- проведение натурных работ по подтверждению формулы.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ

(№ НШ-6831.2016.8)

Библиографический список

1. Кук Ч., Бернфельд М. Радиолокационные сигналы. - М.: Советское радио, 1971. - 567 с.
2. Ширман, Я.Д. Теоретические основы радиолокации. - М.: Советское радио, 1970. - 560 с.
3. Undheim R. “Design of a Linear FMCW Radar Synthesizer with Focus on Phase Noise”, Master thesis. Trondheim: Norwegian University of Science and Technology, 2012, 156 p.
4. Taylor J.D. Ultra-wideband Radar Technology. Boca Raton, CRC Press, 2000, 448 p.

5. Lin Z., Zeng Y., Bi G., Teo J. "Signal Processing for Large Bandwidth and Long Duration Waveform SAR", Multidimensional Systems and Signal Processing, Netherlands, Kluwer Academic Publishers, 2003, 19 p.
6. Hussain M. Ultra-wideband impulse radar - An overview of the principles, IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine, v.13, no. 9, IEEE, 1998, 5 p.
7. Zhou W., Yeh C. ISAR image based on the wideband hyperbolic frequency-modulation waveform, Sensors v.15, no. 9 Basel, University of Basel, 2012, 156 p.
8. Сычев М. И., Фесенко С. В. Оценивание координат и параметров движения воздушных судов по информации от радиолокационных средств наблюдения // Труды МАИ, 2015, № 83:
<http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=62280>
9. Вдовин Д.В. Метод двухтактной спектральной обработки дополнительных сигналов // Труды МАИ, 2015, № 80:
<http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=57046>